

# 小数の乗法の学習を促す指導

— 2つの授業の比較を通して —

岸 本 忠 之

## Teaching to Promote Students' Learning of Multiplication on Decimal Fractions

— Comparative Study of Two Classes —

Tadayuki KISHIMOTO

E-mail:kisimoto@edu.toyama-u.ac.jp

キーワード：乗法，小数，学習・指導

Key words : multiplication, decimal fraction, teaching and learning

### 1. 研究の目的と方法

#### 1.1 研究の目的

現在我が国の小学校第5学年で小数の乗法が指導されている。小数の乗法とは、乗数が小数である乗法のことである。被乗数が小数である乗法は、既に第4学年で指導されている。小数の乗法において乗法の意味が拡張される。整数の乗法は、1つ分の大きさがきまっているときに、その幾つ分かに当たる大きさを求めることである。小数の乗法の意味は、整数の乗法の意味も含むように、基準にする大きさをBとしたとき、このBに対する割合がpであるようなAを求める操作が $B \times p$ であるとまとめられたものである。児童は、小数の乗法の学習を通して演算の拡張という数学的な考え方に着目することが期待される。

小数の乗法の学習は、児童にとって困難であることが示されている (Greer, 1994; 片桐重男, 1975; 中島健三, 1968)。児童が小数の乗法を学習するときに生じる困難の所在やその原因を明らかにし、指導を改善する必要がある。

これまで小数の乗法に関して多くの研究がなされている。例えば平林一栄ら (1980) は、児童が小数の乗法の意味を理解できるように、比例のイメージを活用した指導を示している。片桐重男 (1975) は、小数の乗法の意味を明確にする手段として線分図や言葉の式などを活用した指導を示している。正木孝昌 (1978) は、小数の乗法の文章題において既習を生かした結果の求め方と「 $\times$  (小数)」と演算決定した上での結果の求め方を対比することによって、小数の乗法の意味を顕在化する指導を示している。

先行研究で示されている小数の乗法の指導は、優れたものであり、成果をあげていると言える。しかしながらこれらの

指導法は、必ずしもすべての学習段階の児童に対して効果があるわけではない。これらの指導法がどのような学習段階にある児童に対してより効果的であるのかが明らかになれば、これらの指導法はより一層効果的になる。

本稿の目的は、小数の乗法に関する2つの授業を比較することを通して、小数の乗法に関する指導がどのような学習段階にある児童に対してより効果的であるのかについて示唆を得ることである。

#### 1.2 研究の方法

目的を達成するため、以下の手順によって議論を進める。児童が小数の乗法に関してどのような学習段階にあるのかを明らかにするために、小数の乗法に関する学習段階を設定し、さらにその学習段階を特定する調査問題と判定基準を作成する。

次にどのような指導がどのような学習段階にある児童に対して効果があるのかを明らかにするために、小数の乗法に関する2つの授業を比較する。(1) 小数の乗法の指導前に、プレテストを行い各児童の学習段階を特定する。(2) 実際に行われた授業について教師へのインタビューから、教師が授業に対してどのようなところに重点を置いて指導したのかを明らかにする。(3) 小数の乗法の指導後に、ポストテストを行い各児童の学習段階を特定する。(4) プレテストとポストテストを比較して、ある学習段階の児童にとってどのような指導が効果的かを明らかにする。

通常指導効果を明らかにする場合には、実験群と統制群を設け、意図的な配慮をした指導とそうでない指導が比較される。しかしこのような方法では、児童の学力差や実際の授業での話し合いの質などが影響し、実験群において実験者がい

つでも意図した指導ができるわけではない。そこで本稿では実験群や統制群を設けず、2つの授業を比較する。この方法において、教師は児童の実態に即して、教師の意図的な配慮をした指導ができ、その効果も高くなると言える。

調査対象となる2つの小数の乘法に関する授業は1997年の4月から7月に行われた。調査場所は、東京都内の国立大学附属小学校の第5学年2クラスである。表-1は各クラスの人数である。この小学校は教科担任制である。

表-1 各クラスの人数

	クラスA	クラスB
人数	40人	36人

## 2. 小数の乘法の学習段階

### 2.1 小数の乘法の学習—演算決定に着目して—

小数の乘法の学習には様々な側面があり、学習に関するすべての側面をとらえることは困難である。そのためある側面に着目して児童の学習を捉えることとする。先行研究によると、小数の乘法の学習内容は、大きく分ければ「演算決定(演算の意味も含む)」、「計算の仕方」、「計算のきまり」、「計算技能」の4つである(片桐重男, 1995; 文部省, 1989)。小数の乘法の学習段階を設定するにあたって、演算決定に着目する。なぜなら演算決定は、小数の乘法に関する学習内容の中でも特に重要な学習内容であるからである(中島健三, 1978)。

「演算決定」とは、小数の乘法の文章題を読み取り数量関係を取り出し、「 $\times$ (小数)」と演算を決定することである。小数の乘法の文章題において演算決定する方法はいくつかある。例えば、「小数の乘法の意味に基づいて考える」、「数量を整数に置き換えて考える」、「文章題において言葉の式をあらかじめ作りそれに数量をあてはめる」、「文章題の文中の何倍などの表現に着目する」、などがある。児童は必ずしも小数の乘法の一般的な意味を理解していなくとも、小数の乘法の文章題において演算決定できる。

児童が小数の乘法の文章題において演算決定するとき、児童が持つミスコンセプションが影響すると指摘されている(Bellら, 1989; Fischbeinら, 1985; Greer, 1994)。乘法に関するミスコンセプションには「乗数はいつも整数でなければならない」や「乘法の結果は、被乗数よりもいつも大きくなる」がある。このようなミスコンセプションを持っている児童は、「 $\times$ (小数)」と演算決定できない。

また一般に整数の乘法の結果は演算決定してから求められるが、小数の乘法の結果は「 $\times$ (小数)」と演算決定をしなくとも求められる。例えば「1mの長さの値段が180円のリボンがあります。3.4mの代金はいくらですか。」という文章題において、結果は「 $\times$ (小数)」と演算決定しなくとも、具体的場面を参照して次のように求められる。0.1m分の値段は $180 \div 10 = 18$ で18円である。3.4mは $0.1 \times 34$ で0.1mの34倍である。3.4m分の値段は $18 \times 34$ で求められる。18 $\times$ 34は

612である。

児童が小数の乘法の文章題においてより確実に演算決定したり、「(基準にする大きさ) $\times$ (割合)」として乗数や被乗数を区別して演算決定できるためには、小数の乘法の一般的な意味を理解する必要がある。小数の乘法の意味とは、「基準にする大きさをBとしたとき、このBに対する割合がpであるようなAを求める操作が $B \times p$ であるとまとめられたもの」である。

### 2.2 小数の乘法の学習段階

児童が小数の乘法を学習するためには整数の乘法を学習している必要がある。そのため小数の乘法の学習段階を設定する前提として、児童は整数の乘法をすでに学習しているものとする。小数の乘法に関する学習段階を以下のように設定する。

- 
- 段階0 … 整数の乘法の文章題において演算決定できない。
  - 段階① … 整数の乘法の文章題において演算決定できるが、小数の乘法の文章題において演算決定できない。
  - 段階② … 小数の乘法の文章題において結果を求める式は立てられるが、「 $\times$ (小数)」と演算決定できない。
  - 段階③ … 小数の乘法の文章題において「 $\times$ (小数)」と演算決定できるが、乗数と被乗数を区別しない。
  - 段階④ … 小数の乘法の文章題において、乗数と被乗数を区別して「 $\times$ (小数)」と演算決定できる。
- 

### 2.3 小数の乘法の学習段階に関する判定問題と判定基準

小数の乘法の学習段階を判定する調査問題は以下である。調査問題は、Fischbeinら(1985)、日数教研究部小学校部会(1991)、現行の教科書などを参考に作成した。

調査問題は、整数の乘法の文章題、小数の乘法の文章題、乗法の性質、から成り立つ。整数の乘法の問題は、既習事項である整数の乘法の学習を調べるものである。調査問題は、計算結果は求めず、演算決定のみ行う。実際の調査問題には演算決定が容易にならないよう、順不同で乘法以外に加法、減法、除法が数問含まれている。なお演算決定における乘法に関するミスコンセプションの影響を考慮して、補足的に「乗法の性質」に関する問題も行う。「乗法の性質」に関する問題は、正しいものを選択するものである。

#### ・整数の乘法

- (1) みかん1kgの値段は1500円です。3kgの値段はいくらですか。(1500 $\times$ 3)
- (2) 大豆1この重さは3.25gです。15この重さはどれだけですか。(3.25 $\times$ 15)

#### ・小数の乘法

- (1) ガソリン1リットルである車は14km走ります。ガソリン3.70リットルでは何km走りますか。(14 $\times$ 3.70)

- (2) ケーキ1kgに対して、砂糖が15g必要です。ケーキ1.25kgではどれだけ必要ですか。(15×1.25)
- (3) あずき1kgの値段は15000円です。0.65kgの値段はどれだけですか。(15000×0.65)
- (4) 15kgの石鹸を作るのに1kgの洗剤を使います。0.75kgの洗剤から石鹸はどれだけ作れますか。(15×0.75)

・乗法の性質

- (1) かける数は、いつでも整数でなければならない。
- (2) かけ算は、ある大きさの何倍かした大きさを求めるときに使う計算である。
- (3) かけ算は、ある大きさをいくつか集めた大きさを求めるときに使う計算である。
- (4) かけ算の結果は、いつでも大きくなる。

小数の乗法に関する学習段階の判定基準は以下の通りとする。

- 段階0 … 整数の乗法の文章題を2問とも誤答している。
- 段階① … 小数の乗法の文章題を4問中3問以上誤答している。  
例.  $14 \times 3.70$ を $3.70 \div 14$ とする。
- 段階② … 小数の乗法の文章題において与えられた数値を用いて演算決定していない。「かけ算の結果はいつでも大きくなる」あるいは「かける数はいつでも整数でなければならない」を選択している。  
例.  $15 \times 1.25$ を $15 \times 5/4$ とする。  
例. 乗数を必ず整数にする。
- 段階③ … 小数の乗法の文章題を4問中1問以上誤答している。
- 段階④ … 小数の乗法の文章題を正しい順序で4問正答している。

### 3. 小数の乗法に関する授業の分析

まず授業Aと授業Bの特徴を示す。授業の特徴は、教師へのインタビューに基づいてまとめられたものである。プレテストとポストテストの結果を分析し、学習段階が小数の乗法の指導によってどのように移行したかを示す。

授業Aと授業Bに共通する指導の特徴は次のようである。授業のねらいは、乗法の意味の拡張である。授業の導入において、リボンの長さとその値段に関する文章題を用いた。授業の重点は、結果を求めることよりも、多様な解決を検討することである。単元構成は、指導内容に即して1つの文章題を2、3時間ごとに扱っている。全体の授業時間は計算練習なども含めると8時間前後である。

#### 3.1 授業Aに関する分析

##### (1) 授業Aの特徴

指導の重点は、様々な計算の仕方を相互に関係づけたり、

整数の乗法で学習したことと関係づけたりして、1つの事柄としてまとめることである。単元の導入において「1mの長さの値段が120円のリボンがあります。1.2mではいくらでしょう。」という文章題が取り上げられた。児童は、値段を求める計算の仕方として、乗数を10倍する方法、5倍する方法、mをcmに直す方法などを示した。それらの計算の仕方による結果がいずれも一致することから、この文章題を解くためには $120 \times 1.2$ としてもよいことが認められた。

乗数を10倍する方法と5倍する方法は、どちらも乗数を整数に直すことと関係づけられる。乗数を整数に直すことは、小数×整数の場合とも関係づけられる。このような考えは今後分数の乗法の計算をするときにも役立つものである。教師はそれぞれの仕方を関係づけることを児童が意識できるように配慮していた。

##### (2) 学習段階の移行

プレテストとポストテストによる授業Aの学習段階の分布は表-2のようである。

表-2 授業Aの学習段階の分布

	プレテスト	ポストテスト
段階0	20%(8人)	8%(3人)
段階①	43%(17人)	28%(11人)
段階②	3%(1人)	3%(1人)
段階③	25%(10人)	33%(13人)
段階④	10%(4人)	30%(12人)

授業Aの学習段階の分布について、プレテストにおいて、段階0の児童20%である。一方ポストテストでは、段階③と段階④の児童が合わせて63%になり、指導の効果がみられるが、依然段階0の児童が8%、段階①の児童が28%である。

授業Aにおける各児童の学習段階の移行を示したものが表-3である。

表-3 授業Aの学習段階の移行

		ポストテスト				
		段階0	段階①	段階②	段階③	段階④
プレテスト	段階0(8人)	3	1	1	3	0
	段階①(17人)	0	8	0	7	2
	段階②(1人)	0	0	0	1	0
	段階③(10人)	0	2	0	2	6
	段階④(4人)	0	0	0	0	4

表-3において、縦がプレテストの段階、横がポストテストの段階である。例えば、表中で縦の段階①、横の段階①の8は、プレテスト、ポストテストとも段階①であった児童が8人いたことを示す。縦の段階①、横の段階③の7は、プレテストが段階①、ポストテストが段階③に移行した児童が7人いたことを示す。

プレテストとポストテストとの学習段階の移行に関して、

プレテストで段階0であった児童7人のうち、約半数の3人は段階0のままである。プレテストで段階①であった児童17人のうち、約半数の8人は段階①のままである。一方プレテストで段階③であった児童10人のうち、6人は段階④へ移行している。

段階①の多くの児童が段階③へ移行しているが、この移行はどの授業でも共通している。しかし次のことは他の授業にはみられないことである。段階①の児童が約半数の8人は段階①に留まっている。プレテストで段階③であった児童10人のうち、6人は段階④へ移行している。段階③の多くの児童が段階④へ移行するのは他の授業にはみられない。授業Aは、段階0や段階①の児童よりも段階③の児童に対して効果がある。

### 3.2 授業Bに関する分析

#### (1) 授業Bの特徴

指導の重点は、児童が $120 \times 1.2 = 144$ は既習の範囲では説明できないことを意識し、それを自分自身で説明しようという意欲を持たせることである。単元の導入において、「1mの長さの値段が120円のリボンがあります。0.8mではいくらでしょう。」という文章題が取り上げられた。児童は、その文章題に対して様々な計算の仕方を示した。さらに児童はそれらの計算の仕方を説明した。教師は、 $120 \times 1.2 = 144$ という式を児童の説明の最後に取り上げた。児童が $120 \times 1.2 = 144$ の式の意味は、既習事項では説明できないので、児童の中に認知的コンフリクトが生じた。教師は、他の計算の仕方は既習事項で説明できるが、 $120 \times 1.2 = 144$ は既習事項では説明できないという対比を意図的に作り出そうと配慮していた。教師は児童が $120 \times 1.2 = 144$ の意味を説明しようという意欲を持たせることを授業のねらいにしていた。

教師は、割合(比例)の考えは、小数の乗法・除法、比、割合、分数の乗法・除法などの学習を通して、児童は次第に意識していくと考えている。そのため小数の乗法において、割合(比例)の考えによる意味は、明確には指導されない。例えば、 $120 \times 1.2 = 144$ の計算の仕方は「乗数が10倍になれば、結果も10倍になる」という計算のきまりを根拠に説明された。

#### (2) 学習段階の移行

プレテストとポストテストによる授業Bの学習段階の分布は表-4のようである。

表-4 授業Bの学習段階の分布

	プレテスト	ポストテスト
段階0	0%(0人)	0%(0人)
段階①	64%(23人)	19%(7人)
段階②	6%(2人)	17%(6人)
段階③	28%(10人)	33%(12人)
段階④	3%(1人)	31%(11人)

授業Bの学習段階の分布について、プレテストにおいて、段階0の児童がみられない。しかしプレテストで段階①の児童が64%である。段階④の児童が3%と少ない。一方ポストテストでは、段階①の児童は19%に減っている。段階③と段階④の児童が64%になり、指導の効果がみられる。

授業Bにおける各児童の学習段階の移行を示したものが表-5である。

表-5 授業Bの学習段階の移行

		ポストテスト				
		段階0	段階①	段階②	段階③	段階④
プレテスト	段階0(8人)	0	0	0	0	0
	段階①(17人)	0	7	4	8	4
	段階②(1人)	0	0	0	1	1
	段階③(10人)	0	0	2	3	5
	段階④(4人)	0	0	0	0	1

プレテストとポストテストとの各学習段階の移行に関して、プレテストで段階①であった児童23人のうち、4人が段階②へ、約半数の12人が段階③と段階④へ移行している。一方プレテストで段階③であった児童10人のうち、5人しか段階④へ移行していない。

段階①の多くの児童が段階③へ移行しているが、この移行はどの授業でも共通していることである。しかし段階①の児童の上位段階への移行は授業Aに比べて顕著である。一方プレテストで段階③であった児童10人のうち、5人しか段階④へ移行していない。従って授業Bは、段階③や段階④の児童よりも段階①の児童に対して効果がある。

## 4. 分析結果の考察

### 4.1 小数の乗法における指導効果

プレテストとポストテストの結果を比較すると、授業Aと授業Bにおいて全体として児童の移行がみられた。表-6より全体的には段階0の児童と段階①の児童が減少する一方で、段階②、段階③、段階④の児童が増加している。小数の乗法の指導は段階①の児童に効果がある。

表-6 全体の学習段階の分布

	プレテスト	ポストテスト
段階0	11%(8人)	4%(3人)
段階①	53%(40人)	24%(18人)
段階②	4%(3人)	9%(7人)
段階③	26%(20人)	33%(25人)
段階④	7%(5人)	30%(23人)

プレテストで段階0と段階①の児童が約64%、段階③と段階④の児童が約33%である。ポストテストで段階0と段階①の児童が約28%、段階③と段階④の児童が約63%である。小数の乗法の指導後もまだ十分小数の乗法を理解してい

ない児童が40%である。小数の乗法の後で指導される比や割合において、小数の乗法とも関係づけを図る指導が必要である。

#### 4.2 小数の乗法の学習を促す要因

全体、授業A、授業Bにおける各児童の学習段階の移行を示したものが表-7～表-9である。例えば表-7で、プレテストが段階①でありポストテストも同じ段階①であった児童が15人、段階②以上に移行した児童が25人であることを示す。

表-7 全体の学習段階移行の効果

		ポストテスト	
		段階維持	段階移行
プレ テ ス ト	段階0	3人	5人
	段階①	15人	25人
	段階②	0人	3人
	段階③	5人	11人
	段階④	5人	

表-7における全体の学習段階移行の効果と比較して、授業Aでは段階③の移行(表-8)、授業Bでは段階①の移行(表-9)が著しい。このことから授業Aで行われた指導は段階③の児童に効果があり、授業Bで行われた指導は段階①の児童に効果があると言える。

表-8 授業Aの学習段階移行の効果

		ポストテスト	
		段階維持	段階移行
プレ テ ス ト	段階0	3人	5人
	段階①	8人	9人
	段階②	0人	1人
	段階③	2人	6人
	段階④	4人	

表-9 授業Bの学習段階移行の効果

		ポストテスト	
		段階維持	段階移行
プレ テ ス ト	段階0	0人	0人
	段階①	7人	16人
	段階②	0人	2人
	段階③	3人	5人
	段階④	1人	

授業Aと授業Bにおいて学習段階を移行させる要因は何であろうか。授業Aにおいて教師は、小数の乗法の文章題に関する計算の仕方を単に発表させるだけでなく、相互に関係づけることを強調していた。小数の乗法に関する計算の仕方は整数の乗法における計算の仕方とも関係づけ、1つの事柄としてまとめられていた。このような指導を通して、児童は、

文章題に含まれる数量関係における基準量や割合を明確に理解できたと言える。一方十分小数の乗法を理解できていない児童は、文章題における数量関係が十分把握していないので、多様な計算の仕方をまとめるのは困難であったと言える。

授業Bにおいて、教師は小数の乗法では整数の乗法で学習した意味に不都合が生じるという認知的コンフリクトを生じさせることを指導の重点に置いていた。このような指導を通して、児童は「小数の乗法の結果は被乗数よりも大きくなる」や「乗数は整数でなくてはならない」のようなミスコンプレッションを持たなくなり、「×小数」と書くことに抵抗がなくなっていくと言える。一方段階③の児童はこれらを既に理解しているので、指導効果はあまりなかったと言える。

#### 5. 結論と今後の課題

本稿の目的は、小数の乗法に関する2つの授業を比較することを通して、小数の乗法に関する指導がどのような学習段階にある児童に対してより効果的であるのかについて示唆を得ることであった。そのため小数の乗法の学習段階として、小数の乗法における文章題の演算決定に着目して4つの段階を設定した。小数の乗法に関する2つの授業における指導効果を明らかにするため、児童の学習段階を特定するプレテストとポストテストを行った。2つの授業における指導の特徴を分析した。

その結果小数の乗法の単元における指導は、全体的に児童の学習段階を移行させ、効果がある。小数の乗法を十分に理解していない児童には、整数の乗法と小数の乗法の違いを顕在化させる認知的コンフリクトの活用が効果的である。一方小数の乗法を理解している児童には、様々な計算の仕方を相互に関係づけたり、整数の乗法と関係づけたりすることが効果的である。

今後の課題として次のようなことが挙げられる。小数の乗法の学習を演算決定に限定したが、それ以外の内容についても明らかにする必要がある。また調査を行ったクラスが2クラスだけであるため、クラスの数を増やし、結論の信頼性を高める必要がある。児童の学習をうながす要因についてもさらに明らかにする必要がある。

#### 引用文献

- Bell, A., Greer, B., Grimison, L., and Mangan, C. (1989). Children's performance on multiplicative word problems: Elements of a descriptive theory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (5), 434-449.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M.S., and Marino, M.S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (1), 3-17.

- Greer, B. (1994). Extending the meaning of multiplication and division. In G. Harel and J. Confrey (Eds.). *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning Mathematics* (pp.61-85). New York: State University of New York Press.
- 平林一栄ら (1980). 数学的概念の認識過程についての基礎研究(2)－比例のイメージに基づく小数乗の意味理解の指導－. 広島大学教育学部附属共同研究体制研究紀要・第8号. 27-33.
- 片桐重男 (1975). 小数の乗除の意味の指導について. 横浜国立大学教育研究紀要・第15集. 74-93.
- 片桐重男 (1995). 数学的な考え方を育てる「乗法・除法」の指導. 明治図書.
- 正木孝昌 (1978). 小数, 分数をかけることの意味と計算指導. 新しい算数研究・第85号 (4月号). 15-18.
- 文部省 (1989). 小学校学習指導要領 (平成元年3月). 大蔵省印刷局.
- 中島健三 (1968). 乗法の意味について. 日本数学教育会誌・第50巻・第2号. 2-7.
- 中島健三 (1978). 数と計算 (高学年) の指導内容の概観と問題点の考察. 伊藤一郎他 (編). 新・算数指導講座4 数と計算 [高学年]. 金子書房. 3-22.
- 日数教研究部小学校部会 (1991). これからの計算指導の在り方－「計算力」の見直しとその指導－. 日本数学教育学会誌・第73巻・第12号. 352-357.