

駐車場シミュレータ開発の為の駐車場における滞在時間の分布に関する研究

山口 範和・西館 有沙

A Study on Some Staying-Time Distributions in Parking Spaces Related to Development of Parking-Simulator

Norikazu YAMAGUCHI and Arisa NISHIDATE

E-mail: norikazu@edu.u-toyama.ac.jp; nishiari@edu.u-toyama.ac.jp

概要 障害者用駐車スペースの利用状況を改善することを目指し、さきに筆者らは西館・山口 (2013) において駐車場シミュレータの試作版を開発した。本論文ではシミュレータ開発に関連して行った実地調査の結果に基づき、スーパーマーケットの駐車場における車両の駐車時間を記述する確率分布について考察を行う。更にパラメータ推定によって得られる幾つかの確率モデルに対する評価を様々な観点から行う。

キーワード: 駐車場, 滞在時間分布, 適合度, 最尤法, 最小二乗法, シミュレータ開発

Keywords: Parking spaces, Staying-time distribution, Goodness-of-fit, Maximum-Likelihood Estimation, Least-Square Method, Simulator Development

1. はじめに

さきに筆者らは西館・山口 (2013) において、障害者用駐車スペースの利用状況を改善することを目指して、駐車場シミュレータの試作版の開発を行った。

本論文ではシミュレータ開発に関連して行ったスーパーマーケットの駐車場における実地調査の結果をもとに、車の滞在時間 T を記述する確率モデルを構築する。

実地調査および今回の研究の目的は、開発を行っているシミュレータの現実再現性を向上させることにあるが、まずはシミュレータ開発の動機となった研究の背景とシミュレータ開発の現状を述べ、本論文の目的を明確にしよう。

1.1. 背景

「障害者用駐車スペース」とは、車いす使用者等がドアを全開にして車の乗降を行うことが出来るように、通常よりも広い幅を設けてある駐車区画の事である。

健常者のみが乗った車両が障害者用駐車スペースに駐車をする不正利用の問題は、全国脊髄損傷者連合会 (2001) や小川 (2002) 等、複数の文献で指摘されているものの未だ解決に至っていない。このような不正利用の問題に対して、我が国では複数の自治体が障害者用駐車スペースの駐車許可証制度 (パーキング・パーミット制度) の導入に至っている (国土交通省 2011)。これは、条例等で定めた利用資格者のみに駐車許可証を発行し、許可証を提示している車両にのみ、障害者用駐車スペースの利用を認めるという制度である。

障害者用駐車スペースの割合は一般の区画と比して極めて少ない。従って、許可証の発行対象を広げすぎれば、利用資格者間で少ない区画の取り合いが起これば、想像に難くない。また、自治体で導入されている許可証制度には法的な罰則が設けられておらず、罰則のない許可証制度そのものが有効に働くか否かが相浦・清田 (2008) により問題視された。

彼らは、こうした許可証制度の問題点を踏まえて、以下の二点について考察を行った。

- (問題 1) 罰則のない駐車許可証制度が不正利用の抑止に有効に働くか
- (問題 2) 許可証の交付対象を広げたことの弊害がどの程度あるか

相浦・清田 (2008) は、障害者用駐車スペースの少ない駐車場では健常者による不正利用を排除したとしても、障害者用駐車スペースを確保することは出来ない、と結論している。更に、許可証を提示する車両の割合が増加するに連れて、近いうちに障害者用駐車スペース数の多い駐車場においても、軽度の移動制約者が車の乗降に際して広い幅を必要とする障害者の駐車機会を奪う事態が発生する、と予想している。

即ち、許可証制度を導入したとしても現状のままでは自動車の乗降に際して広いスペースを必要とする障害者用駐車スペースの本質的な利用者にとって、状況が大幅に改善される見込みは薄い。実際に、佐賀県が 2007 年に実施した調査 (佐賀県健康福祉本部地域福祉課 2008)

では、約4割の利用者が、許可証制度導入の前後で利用のしやすさに変化がないと答えている。

こうした現状を踏まえると、今後、許可証制度を導入する自治体が増えてゆくにしても、許可証制度の法制化に向けた検討が進むにしても、どこまで利用資格者の範囲を広げても良いのかについて明らかにされなければ、制度の適正利用を実現することは難しい。しかしながら、どこまで利用資格者の範囲を広げてもよいのかという検証は現実場面においては極めて難しい。何故ならば、実際の駐車場における調査や実験はほぼ不可能だからである。

そこで、我々は西舘・山口（2013）において上記の（問題2）に対して数値シミュレーションによるアプローチを提案した。実際の実験や調査が難しいようなものであっても、計算機の中の仮想空間であれば、駐車場の収容台数やその中で障害者用駐車スペースの占める割合、全体の利用者における許可証の交付を受けているものの割合等は全て自由に設定することが出来る。従って、現実再現性の高いシミュレータを開発することが出来れば、シミュレータを用いて数値実験を繰り返し行うことで、上に挙げた実験や調査が難しいような課題に対して何らかの回答を与えられるだろうと考えたのである。

以上が、我々が駐車場シミュレータの開発を行っている動機のあらましである。

1.2. シミュレータ開発の現状と課題

西舘・山口（2013）において我々の開発したシミュレータでは、駐車場の大きさ（収容台数）やその中で障害者用駐車スペースの占める割合を自由に設定することが出来る。従って、収容台数が10,000台を超えるような大規模な駐車場から収容台数が数十台程度の小規模な駐車場までを扱うことが出来る。また、さきに述べたように、我々がシミュレータによるアプローチを考えている理由は、許可証の交付対象者を増やした場合に、本質的な利用者の駐車可能性にどの程度の影響を与えるかを検討することである。そこで、許可証の交付対象者の割合も自由に設定を行うことが出来るし、許可証の交付対象者を幾つかのグループに分けてシミュレーションを行うことも出来るように設計した。詳しくは、上記論文の各種のアルゴリズムを参照して頂きたい。

試作版の段階では、シミュレータ内部で用いる幾つかのパラメータや設定は仮のものであった。これは、試作版の開発を行った段階では、それらを決定するのに十分なデータを何ら持ちあわせていなかった為である。

そうした仮のパラメータや設定のうち、特に重要なものは駐車場において一分当たりに来場する車両の台数 A の従う確率分布と、来場した車両の滞在時間 T の従う確率分布をどのような確率分布とすればよいか、である。

本論文で述べる実地調査は両者について何らかの知見を得るために行ったものであるが、本論文では後者の滞在時間 T についてのみ論じ、前者については別の機会に論じる。

1.3. 目的

以下では駐車場における自動車の滞在時間 T のみを考える。滞在時間 $T > 0$ をある確率分布に従う確率変数であるとする。このとき、 T を支配する確率分布の確率密度関数はその形状が平均に関して非対称なものを考えるのが自然である。例えば、工業製品の耐用年数や生物の生存時間といったものと同様に、駐車時間も特徴付けられるはずだからである。

そのような非対称な連続型確率分布には様々なものがあるが、代表的な確率分布としては Weibull 分布やガンマ分布、対数正規分布等がある。実際に、我々は試作版の段階では、 T の従う確率分布として位置パラメータを含む3パラメータのガンマ分布 $\Gamma(\alpha, \beta, \delta)$ を採用した*1。この選択には、特に実証的な裏付けがあった訳ではなく、単に滞在時間のような確率変数の記述に適していることと、平均や分散などの特性量が数学的に取り扱いやすく、更に一様乱数からの乱数生成が比較的容易であったという理由に過ぎない*2。従って、 T の特徴付けに試作版と同様にガンマ分布を用いるにせよ、別の分布を用いるにせよ、実際の駐車時間を記述可能な確率分布を詳しく調べることは、我々のシミュレータ開発において現実再現性を向上させる観点から不可欠である。

以上を踏まえ、本論文の目的は、小規模なスーパーマーケットにおける駐車時間 T の従う確率分布を幾つか提案し、比較検討を行うことである。詳しくは第3節で述べるが、候補となる確率分布はガンマ分布を含めて複数ある。そこで、そのような確率分布により T が支配されていると想定し、パラメータの推定を行う。この操作により、一つの調査結果に対して幾つかの確率分布モデルが得られるので、得られる確率分布に対して様々な観点から比較を行う。

なお、このパラメータ推定には大きく分けて二つの目的がある。一つは今回行った調査によく適合するような確率分布とそのパラメータを得ることである。そのような確率分布は今後、シミュレータの現実再現性を今回の調査結果をもとに検討する際に用いる。

もう一つの目的こそが本質的であるが、それは小規模なスーパーマーケットの駐車場における滞在時間 T を記述するに適した確率分布として、なるべく簡単なもの

*1 ガンマ分布の詳細は(3.2)を参照

*2 Ahrens & Dieter (1974), Knuth (2004), 四辻 (2010) 等を参照。特に、四辻 (2010) には最新のガンマ乱数の生成法が記されている。

表 2.1 調査結果

駐車場	収容台数*	分析対象数	平均	分散	中央値	最小値	最大値
A	60	287	27.502	256.027	25	6	115
B	50	248	19.948	185.694	17	6	108
C	67	363	17.748	162.515	14	6	107

- * 障害者用駐車スペースを含む。
- 平均、分散、中央値、最小値、最大値はすべて、第 1 段階のスクリーニングを行った後のデータに対して算出したもの。

を見つけることである。特に、我々の目的にとっては、パラメータの自由度がなるべく低く、各パラメータ（母数）の役割が明確であり、なおかつ擬似乱数の生成が容易なものがよい。

1.4. 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第 2 節では実際にスーパーマーケットの駐車場で行った実地調査の方法と結果およびパラメータ推定を行う前に施すデータのスクリーニングについて述べる。

第 3 節では、パラメータ推定を行う前の準備として本論文で用いる幾つかの連続型確率分布を紹介し、その性質について述べる。

第 4 節では調査結果に基づき、確率分布のパラメータ（母数）の推定を行う。最初に T が従う確率分布を決定し、そのパラメータを調査結果をもとに推定する。即ち、我々の方法はパラメトリックな方法であるが、乱数生成を目的としているので、パラメトリックな方法を用いた方が後々都合が良い。この段階では、各モデルに対し、平均や分散等の特性量を用いた比較と確率密度関数、累積分布関数、P-P プロット、Q-Q プロットを用いた比較を行う。

第 5 節では第 4 節で得られる各モデルに対して、適合度検定を通して定量的な評価を行う。具体的には、Pearson の χ^2 検定、Anderson-Darling 検定、Kolmogorov-Smirnov 検定という 3 つの適合度検定を用いる。更に赤池情報量規準 (AIC) を算出し、その値を比較し、適切な確率モデルを検討する。更に、各モデルを乱数発生装置として採用した場合の性能の比較を箱ひげ図を用いた比較を行う。

第 6 節では、得られた結果を総括すると共に、シミュレータ開発に残された課題を述べる。

なお、データの解析や数値計算には、統計解析言語 GNU R 3.1.0 と数式処理ソフトウェア Mathematica 9 を用いた。

2. 実地調査について

本節では今回行った実地調査の方法と結果の概要を述べる。

2.1. 方法

対象地の選定にあたり以下の条件を設け、この条件に合致する候補地のうち、店舗側了承を得られた 3 か所を調査地とした。

- 小規模スーパーマーケットに付設された駐車場である。
- 建物と道路等を隔てた場所にある駐車場を除き、建物と同敷地内の駐車場の区画数が 50~100 台の範囲にある。
- 2 か所の観測ポイントから全ての駐車場出入口における車両の出入庫状況を目視できる（出入口数は 2~4 か所である）。

2013 年 8 月に各調査地で 1 日ずつ、10:00~18:00 まで定点観測調査を実施した。調査時の天候は晴天もしくは曇天であった。駐車場内の 2 か所に観測者を配置し、車両が駐車場内に入場もしくは出場した時刻、車両のメーカーおよびタイプ、色、その他の特徴について、IC レコーダに録音する形で記録をとった。

2.2. 結果

各調査地で観測された車両の延べ台数は、駐車場 A が 1,250 台、駐車場 B が 1,024 台、駐車場 C が 1,349 台であった。この段階では、入場時の情報と出場時の情報は別々に記録されている。駐車時間を算出するには、車両ごとに入場時刻と出場時刻の情報を対応させる必要がある。そこで、車両の特徴から同一車両の情報であると判断できるデータを抽出し、入場時刻と出場時刻を対応させた。その結果、入場時刻と出場時刻を対応させることの出来た車両数は、駐車場 A が 300 台、駐車場 B が 299 台、駐車場 C が 420 台であった。

駐車時間は、出場時刻から入場時刻を減算することで求めた。従って、正確に言えば算出した時間は区画に駐車した時間ではなく、駐車場内に滞在した時間である。これにより、算出された時間が 5 分以下であったケースについては、駐車しなかった可能性やごく短時間の停車であった可能性が生じた。その為、算出値が 5 分以下のデータは分析対象から除外した。また、算出値が 120 分を超えるものに関しては外れ値として扱うことにし

た*3。その結果、分析対象数は駐車場 A が 287 台、駐車場 B が 248 台、駐車場 C が 363 台となった。

各駐車場における調査結果を表 2.1 に示した。

3. 幾つかの確率分布

生存時間解析や待ち時間の理論においては、指数分布を拡張したような分布が広く用いられている。代表的な分布として、Weibull 分布、ガンマ分布、対数正規分布等が挙げられる（例えば、Klein & Moeschberger (2012) や Hogg et al. (2013) を参照されたい）。これらの分布に共通の特徴は、これらの分布に従う確率変数 T は、正であり*4、かつ確率密度関数の形状が平均に関して非対称であることである。

駐車場における滞在時間も生存時間と同様の意味付けが可能であるので、以下でもこれらの確率分布による T の特徴付けを考えることにする。

調査結果に基づくパラメータ推定を行う前に、今回使用する幾つかの確率分布とその特徴を述べる。

3.1. Weibull 分布

最初に Weibull 分布について述べる。3-パラメータの Weibull 分布 $W(\lambda, \beta, \delta)$ の確率密度関数は次のようなものである。

$$f(t) = f(t; \lambda, \beta, \delta) = \begin{cases} \frac{\lambda(t-\delta)^{\lambda-1}}{\beta^\lambda} e^{-\left(\frac{t-\delta}{\beta}\right)^\lambda}, & t > \delta, \\ 0, & t \leq \delta. \end{cases} \quad (3.1)$$

λ, β, δ はそれぞれ形状パラメータ、尺度パラメータ、位置パラメータ*5と呼ばれ、 $\lambda > 0, \beta > 0, \delta \in \mathbb{R}$ である。

(3.1) が確率密度関数になるためには、 $\lambda > 0$ であれば十分であるが、 $0 < \lambda \leq 1$ の場合には $f(t)$ は t に関して単調減少関数となるため、滞在時間の分布としては適切でない。従って、滞在時間の分布として扱う場合には、原則的に $\lambda > 1$ の場合を考える*6。また、 $\lambda > 1$ とすると、 $\lim_{t \rightarrow \delta+0} f(t) = 0$ より、確率密度関数 $f(t)$ は実数全体 \mathbb{R} で連続な関数となる。

3.2. ガンマ分布

次に 3-パラメータのガンマ分布について述べる。3-パラメータのガンマ分布 $\Gamma(\alpha, \beta, \delta)$ の確率密度関数は次のようなものである。なお、以下では $\Gamma(s)$ は Euler のガ

ンマ関数を表わす。

$$f(t) = f(t; \alpha, \beta, \delta) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} (t-\delta)^{\alpha-1} e^{-\frac{t-\delta}{\beta}}, & t > \delta, \\ 0, & t \leq \delta. \end{cases} \quad (3.2)$$

Weibull 分布との対応で、 α, β, δ はそれぞれ形状パラメータ、尺度パラメータ、位置パラメータと呼ばれる。(3.2) が確率密度関数となる為には、 $\alpha > 0, \beta > 0, \delta \in \mathbb{R}$ であればよい。Weibull 分布と同様に、滞在時間の分布として用いる場合には原則的に $\alpha > 1$ が適当である。また、このとき、Weibull 分布と同じ理由で $f(t)$ は \mathbb{R} 全体で連続となる。

Weibull 分布 $W(\lambda, \beta, \delta)$ とガンマ分布 $\Gamma(\alpha, \beta, \delta)$ は共に、3-パラメータの確率分布である。パラメータの自由度が同じであるから、両者は殆んど同程度のデータ記述力があると考えられる。

Weibull 分布とガンマ分布の間には直接の対応はないが、幾つか共通の性質をもつ。2つの分布は共に指数分布を生み出す分布であり、また共に一般ガンマ分布から生み出される確率分布であるという共通点を持つ。

3.3. 指数分布

(3.1) で $\lambda = 1$ 、あるいは (3.2) で $\alpha = 1$ とすると、次の位置パラメータ δ を伴う 2-パラメータの指数分布 $\text{Exp}(\beta, \delta)$ の確率密度関数を得る。

$$f(t) = f(t; \beta, \delta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-\frac{t-\delta}{\beta}}, & t > \delta, \\ 0, & t \leq \delta. \end{cases} \quad (3.3)$$

$\beta > 0, \delta \in \mathbb{R}$ がそれぞれ尺度パラメータと位置パラメータである。(3.3) は $t = \delta$ で不連続な関数である。

(3.3) の表示から明らかに、 $t > \delta$ で $f(t)$ は単調減少であるため、一般的には滞在時間等の記述に指数分布は不向きであるが、最小滞在時間の付近にピークがあるようなデータに対して、指数分布でもモデル構築が可能である*7。

3.4. 一般化ガンマ分布

一般化ガンマ分布は Stacy (1962) により導入された確率分布であり、2つの形状母数と1つの尺度母数をもつ3パラメータの確率分布である。その後、Harter (1967) は位置母数 $\delta \in \mathbb{R}$ を加えた4パラメータの一般化ガンマ分布 $\text{GG}(\alpha, \lambda, \beta, \delta)$ を提案した。その確率密度

*3 便宜上、これを第1段階のスクリーニングと呼ぶことにする。駐車場 C に関しては、モデルの幾つかを導出する際に更にスクリーニングを行う。

*4 位置パラメータ δ を考慮する場合は、 T は δ よりも大きい値のみをとる。

*5 閾値パラメータ (threshold parameter) と呼ぶこともある。

*6 実際には、最小滞在時間の付近に確率密度のピークがある場合には $\lambda \leq 1$ でも適切となる場合がある。

*7 実際に、今回の調査結果に関しても、駐車場 B については指数分布でデータに適合するものが得られた。

表 3.1 各確率分布の性質

確率分布	母数の個数	平均	分散	最頻値*	中央値
Exp(β, δ)	2	$\beta + \delta$	β^2	δ	$\beta \ln 2 + \delta$
W(λ, β, δ)	3	$\beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) + \delta$	$\beta^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)^2 \right)$	$\beta \left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}} + \delta$	$\beta (\ln 2)^{\frac{1}{\lambda}} + \delta$
$\Gamma(\alpha, \beta, \delta)$	3	$\alpha\beta + \delta$	$\alpha\beta^2$	$(\alpha - 1)\beta + \delta$	†
GG($\alpha, \lambda, \beta, \delta$)	4	$\beta \frac{\Gamma(\alpha + \frac{1}{\lambda})}{\Gamma(\alpha)} + \delta$	$\beta^2 \left(\frac{\Gamma(\alpha + \frac{2}{\lambda})}{\Gamma(\alpha)} - \left(\frac{\Gamma(\alpha + \frac{1}{\lambda})}{\Gamma(\alpha)} \right)^2 \right)$	$\left(\frac{\lambda\alpha-1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}} + \delta$	†
Log N(α, β, δ)	3	$e^{\beta + \frac{\alpha^2}{2}} + \delta$	$e^{2\beta + \alpha^2} (e^{\alpha^2} - 1)$	$e^{\beta - \alpha^2} + \delta$	$e^{\beta} + \delta$

- * は Weibull 分布では $\lambda \geq 1$, ガンマ分布では $\alpha \geq 1$, 一般化ガンマ分布では $\lambda\alpha \geq 1$ の場合。これらの関係が満たされない場合は、最頻値は定義されない。
- † は不完全ガンマ関数を用いて陰的にしか表現できない。

関数は、以下で与えられる。

$$f(t) = f(t; \alpha, \lambda, \beta, \delta) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)\beta^{\lambda\alpha}} (t - \delta)^{\lambda\alpha - 1} e^{-\left(\frac{t-\delta}{\beta}\right)^{\lambda}}, & t > \delta, \\ 0, & t \leq \delta. \end{cases} \quad (3.4)$$

α, λ が形状パラメータであり、それぞれ第 1 形状パラメータ、第 2 形状パラメータと呼ぶ。 β は尺度パラメータ、 δ を位置パラメータである。

一般化ガンマ分布は特別な場合として数多くの確率分布を含む。特に、形状パラメータのみを操作することを考えると、(3.4) で $\alpha = 1$ と選んだものは Weibull 分布の確率密度関数 (3.1) に等しく*⁸、逆に $\lambda = 1$ と選んだものはガンマ分布の確率密度関数 (3.2) に等しい。更に、この手続きの後で、残った形状パラメータを 1 に選べば、指数分布の確率密度関数 (3.3) が得られることは既に述べた通りである。

以上のように、一般化ガンマ分布は多くの確率分布をパラメータを限定することで生み出すことが出来る*⁹。また、4つのパラメータを持つため記述力に長けている。従って、一般化ガンマ分布を用いたモデル化を考えると、どの確率分布が適しているのかを見ることが出来る。

Weibull 分布、ガンマ分布、指数分布は一般化ガンマ分布においてパラメータを限定することで得られた分布であるが、一般化ガンマ分布において適当なパラメータ極限を考えると対数正規分布が得られる。

*⁸ $\Gamma(1) = 1$ である。

*⁹ より詳しくは G. E. Crooks (2010) を参照せよ。

3.5. 対数正規分布

2-パラメータの対数正規分布 Log N(α, β) の確率密度関数は以下で与えられる。

$$f(t) = f(t; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha}} \frac{1}{t} e^{-\frac{(\ln t - \beta)^2}{2\alpha^2}}, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0. \end{cases} \quad (3.5)$$

T が Log N(α, β) に従うとき、その自然対数 $\ln X$ は正規分布 $N(\beta, \alpha^2)$ に従う。即ち、パラメータ α, β はそれぞれ対応する正規分布の標準偏差と平均である。対数正規分布では $\alpha > 0$ が形状パラメータ、 $\beta \in \mathbb{R}$ が尺度パラメータの役割を果たす*¹⁰が、一般化ガンマ分布の尺度パラメータや第 1 形状パラメータとの直接の対応はないし*¹¹、 α, β が対数正規分布において標準偏差と平均となるわけではない。(3.5) で $x = x - \delta$ と取り直せば、3-パラメータの対数正規分布として、Log N(α, β, δ) が得られる。

以上の 5 つが本論文で用いる確率分布である。表 3.1 に各分布の特性量等をまとめた。詳しくは、蓑谷 (2010) を参照されたい。各種の特性量は確率モデルを構築した際に適合の具合を判断する材料となる。

4. 調査結果に基づくパラメータ推定

本節では第 2 節で述べた調査結果をもとに、駐車時間 T が従う確率分布について考える。

我々は数値シミュレーションを行う際に適切な T の

*¹⁰ $\beta = \ln \theta$ となるような $\theta > 0$ を考えると、 $\ln x - \beta = \ln(x/\theta)$ となり、 β が尺度パラメータの役割を果たすことがわかる。

*¹¹ 本来ならば、正規分布との対応で $\alpha = \sigma^2, \beta = \mu$ と書き、対数正規分布は Log N(μ, σ^2) と表わすべきであるが、以後の表記を節約するために (3.5) のような表記を採用した。

確率分布を必要としている。従って、得られるモデルをもとに乱数の生成が行えなければならない。そこで、予め確率分布の形を決定し、そのパラメータ(母数)をデータをもとに推測するというパラメトリックなモデルのみを考える。

4.1. パラメータ推定の方法

観測された標本を元に確率分布の母数を推定する方法には様々な方法がある。最初に、本論文で用いた手法を述べる。

4.1.1. 最尤法・最小二乗法

標本を元に確率分布のパラメータ(母数)を推定する方法にはモーメント法や最尤法といった統計的な方法やカーブフィッティングを行う非線形最小二乗法に基づく方法がある。本論文でも最尤法(MLE: Maximum-likelihood estimation)と最小二乗法(LSM: Least-square method)を基本的な道具として用いるが、紙数の都合もあり、詳細は割愛する。

最尤法はパラメータの多い確率分布に対しては解くべき尤度方程式の次元が高く上手くいかない場合がある。特に、4-パラメータの一般化ガンマ分布に関しては、推定方法としては決定的なものが現時点ではないようである。4-パラメータの一般化ガンマ分布に対する最尤法によるパラメータ推定は Stacy & Mihram (1965) による古典的な結果や比較的新しいものでは Hirose (2000) がある。最尤法やモーメント法とは別の方法としては Gomes et al. (2008) がある。

また、最小二乗法は残差を小さくすることは出来るが、最小二乗法によって得られるモデルは必ずしも特性量の観点からは元の分布に対して良いモデルとされない場合がある。非線形最小二乗法とその数値計算については Björck (1996) を参照すると良い。

4.1.2. Weibull プロット

指数分布と Weibull 分布にはパラメータ推定を比較的簡単に行う方法がある。話を単純にする為に位置パラメータを $\delta = 0$ としてその方法の概略を説明する。

$t \geq 0$ に対して、 $F(t)$ を $f(t) = f(t; \lambda, \beta, 0)$ の累積分布関数とする。(3.1) から、 $F(t) = 1 - e^{-(t/\beta)^\lambda}$ と書けることがわかる。そこで、 $S(t) = 1 - F(t) = e^{-(t/\beta)^\lambda}$ と定める。 $S(t)$ は生存時間解析では生存関数と呼ばれる関数である。

両辺に自然対数をとると、 $\ln S(t) = -(t/\beta)^\lambda$ を得る。更に、両辺に自然対数をとれば、以下の関係を得る。

$$\ln(-\ln S(t)) = \lambda(\ln t - \ln \beta) \quad (4.1)$$

右辺を $\ln t$ の 1 次関数とみなせば、形状パラメータ λ は 1 次関数の傾きとして得られ、 $-\lambda \ln \beta$ が切片であるから、 β は指数関数により表現できる。特に指数分布であ

る場合には $\lambda = 1$ なので、得られる 1 次関数の傾きが 1 であることは、指数分布で表現できることに等しい。

(4.1) で得られる 1 次関数を Weibull プロットと呼ぶ。Weibull プロットを簡単に行う方法として Weibull 確率紙を用いる方法があり、川浦 (1968, 1969) では高速道路のサービスエリアにおける駐車時間分布を決定する方法として用いられている。

今回のパラメータ推定では、(4.1) の左辺を経験分布 $\hat{S}(t)$ で取り替え、右辺を最小二乗法で得られる回帰直線で取り替えたものからパラメータ推定を行った。

4.2. パラメータ推定の結果

4.2.1. 駐車場 A について

駐車場 A の結果に基づき、最尤法や最小二乗法によりパラメータ推定を行った結果、A1~A7 の 7 つのモデルを得た^{*12}。モデル A2 とモデル A4 は最小二乗法により得られたモデルであり、それ以外は全て最尤法により得られたものである。

表 4.1 にパラメータ推定の方法、推定されたパラメータおよび特性量をまとめた。また、図 4.1 から図 4.7 にはモデル A1 からモデル A7 の (a) 確率密度関数と標本のヒストグラム(密度)、(b) 累積分布関数と標本の累積確率、(c) P-P プロット、(d) Q-Q プロットを掲載した。

特性量を比べると、平均に関しては概ねどのモデルも標本平均に近い値をとる。分散に関しては、最尤法で得たモデルに比べて最小二乗法で得たモデルは分散が小さい。特性量のみで比較を行うと、2-パラメータの対数正規分布を用いたモデル A5 と一般化ガンマ分布モデル A6 が良い。A7 は一般化ガンマ分布において位置パラメータ δ を固定することで得られたモデルである。特性量の観点からは A5 や A6 に比べて良くないが、後に述べるように適合度検定の結果は A5 や A6 よりも部分的に良好である。

4.2.2. 駐車場 B について

駐車場 B の結果に基づきパラメータ推定を行った結果、B1~B6 の 6 つのモデルを得た。表 4.2 に推定されたパラメータおよび特性量を記した。また、駐車場 A と同様の図を図 4.8 から図 4.13 に掲載した。

駐車場 A とは異なり、駐車場 B では駐車時間の短い車両が多かったこともあり、最小二乗法による近似はあまり有効に働かなかった。B1 から B6 までの全てのモデルが最尤法により得られたものである。駐車場 B に関して得られた各モデルは特性量を比較するという観点からは、ガンマ分布モデル B2 を除いた全てのモデルが良好な結果である。

^{*12} 次節で述べる 3 つの適合度検定のどれか一つ以上を通過したものしか掲載していない。駐車場 B、駐車場 C も同様。

表 4.1 駐車場 A に対する各モデルのパラメータと特性量

モデル	確率分布	推定法	パラメータ				特性量				
			α	λ	β	δ	平均	分散	中央値	尖度	歪度
Observed	—	—	—	—	—	—	27.502	256.027	25.000	5.760	1.951
A1	ガンマ分布	MLE	2.345	—	9.905	4.266	27.502	230.153	24.297	2.558	1.306
A2	ガンマ分布	LSM	4.796	—	5.370	0.000*	25.750	138.282	23.984	1.251	0.913
A3	Weibull 分布	MLE	—	1.441	24.162	5.588	27.515	238.671	24.325	1.639	1.144
A4	Weibull 分布	LSM [#]	—	2.231	29.496	0.000*	26.124	153.227	25.028	0.016	0.491
A5	対数正規分布	MLE	0.542	—	3.169	0.000*	27.557	259.425	23.791	7.469	1.953
A6	一般化ガンマ分布	MLE	12.499	0.136	0.489	1.530	27.431	233.911	24.107	4.049	1.530
A7	一般化ガンマ分布	MLE	7.392	0.690*	1.448	0.000*	27.434	216.458	24.612	2.569	1.251

表 4.2 駐車場 B に対する各モデルのパラメータと特性量

モデル	確率分布	推定法	パラメータ				特性量				
			α	λ	β	δ	平均	分散	中央値	尖度	歪度
Observed	—	—	—	—	—	—	19.948	185.694	17.000	8.513	2.283
B1	指数分布	MLE	—	—	14.048	5.900*	19.948	208.733	15.514	9.000	2.000
B2	ガンマ分布	MLE	2.894	—	6.889	0.000*	19.936	137.383	17.696	2.0733	1.176
B3	Weibull 分布	MLE	—	1.112	15.071	5.500*	19.942	185.970	15.856	5.4395	1.914
B4	対数正規分布	MLE	0.591	—	2.810	0.000*	19.787	163.606	16.617	9.773	2.209
B5	一般化ガンマ分布	MLE	1.289	0.874	9.484	5.906	19.305	182.998	15.131	7.272	2.156
B6	一般化ガンマ分布	MLE	8.378	0.4675	0.1552	3.000*	19.828	165.174	16.469	7.336	2.038

表 4.3 駐車場 C に対する各モデルのパラメータと特性量

モデル	確率分布	推定法	パラメータ				特性量				
			α	λ	β	δ	平均	分散	中央値	尖度	歪度
Observed	—	—	—	—	—	—	17.212	162.515	14.000	20.198	3.789
Observed [†]	—	—	—	—	—	—	16.096	74.167	14.000	2.668	1.516
C1	ガンマ分布	MLE	1.296	—	9.076	5.450*	17.213	106.752	10.332	4.629	1.757
C2	Weibull 分布	MLE [†]	—	1.262	11.414	5.500*	16.108	71.589	14.038	2.706	1.408
C3	対数正規分布	MLE	0.533	—	2.682	0.000*	16.852	93.252	14.621	7.095	1.907
C4	一般化ガンマ分布	MLE	3.266	0.579	1.257	5.571	17.158	130.820	13.697	10.919	2.511
C5	一般化ガンマ分布	MLE	7.744	0.448	0.111	4.400*	17.009	110.972	14.099	9.256	2.274
C6	一般化ガンマ分布	MLE [†]	2.891	0.759	2.179	5.347	16.100	82.104	13.627	6.400	1.971

- * はパラメータ推定前に固定したパラメータを表わす。
- # は Weibull プロットによる推定を行ったものを表わす。
- † は 2 段階目のスクリーニングを施したデータおよびそれを元に推定して得られたモデルを表わす。

なお、モデル B1, B3, B6 では位置パラメータ $\delta \geq 0$ を固定してパラメータ推定を行ったものである。特に、B3 に関しては δ を推定前に固定しなかった場合には、推定される δ の値が標本の最小値である 6 よりも大きくなった為、固定した。また、B6 に関しては駐車場 A に対する A7 と同様に推定前に最小滞在時間 δ を設定することでより良い近似を探そうとして得られたものである。A7 と同様に特性量の比較の観点からは B6 は B5 に劣るが、適合度検定の結果は良好である。

4.2.3. 駐車場 C について

駐車場 C の結果に基づきパラメータ推定を行った結果、C1~C6 の 6 つのモデルを得た。表 4.3 に推定されたパラメータと特性量を記した。また、駐車場 A、駐車場 B と同様の図を図 4.14 から図 4.19 に掲載した。

駐車場 C についても駐車場 B と同様に最小二乗法による近似は有効に働かなかった為、全てのモデルが最尤

法により得られたものである。特性量を比較する観点からは一般化ガンマ分布モデル C4, C5 が良好である。

モデル C1, C2, C3, C5 では位置パラメータ $\delta \geq 0$ を固定することで得られたものである。

また、モデル C2 と C6 に関しては、65 分よりも長い駐車時間のデータを取り除くという 2 段階目のスクリーニングを施したデータを用いて得られたモデルである。Weibull 分布に関してはこうしたスクリーニングを行わなかった場合には、よい近似を得ることは出来なかった。なお、スクリーニングを施したデータを用いた関係で、これら 2 つのモデルに関しては分散が、本来の観測値に比べて著しく小さい。

5. モデルの適合度と評価

前節までの議論で各調査データに対する幾つかの確率モデルが得られた。本節では得られたモデルの妥当性を

表 5.1 駐車場 A に対する各モデルの適合度検定の結果と AIC

モデル	Pearson χ^2 検定				Anderson-Darling 検定			Kolmogorov-Smirnov 検定			AIC
	DoF	χ^2 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	AD 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	KS 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	
A1	11	14.0927	0.2279	Accept	1.346	0.2179	Accept	0.0669	0.1454	Accept	2290.82
A2	9	21.2143	0.0117	Reject	2.183	0.0731	Accept	0.0511	0.4282	Accept	2315.75
A3	11	20.2721	0.0418	Reject	2.334	0.0606	Accept	0.0812	0.0429	Reject	2296.15
A4	10	37.0425	5.56e-05	Reject	3.157	0.0228	Reject	0.0637	0.1865	Accept	2370.15
A5	10	13.2564	0.2097	Accept	1.004	0.3559	Accept	0.0665	0.1509	Accept	2286.20
A6	11	11.9630	0.3664	Accept	0.949	0.3844	Accept	0.0627	0.2001	Accept	2288.23
A7	11	10.7223	0.4668	Accept	0.998	0.3582	Accept	0.0553	0.3316	Accept	2291.46

表 5.2 駐車場 B に対する各モデルの適合度検定の結果と AIC

モデル	Pearson χ^2 検定				Anderson-Darling 検定			Kolmogorov-Smirnov 検定			AIC
	DoF	χ^2 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	AD 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	KS 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	
B1	9	5.7213	0.7675	Accept	1.156	0.2839	Accept	0.0611	0.2996	Accept	1824.58
B2	8	10.3609	0.2406	Accept	2.326	0.0613	Accept	0.0822	0.0790	Accept	1868.66
B3	9	4.2684	0.8929	Accept	0.504	0.7421	Accept	0.0409	0.7839	Accept	1821.62
B4	9	4.9443	0.8391	Accept	0.930	0.3959	Accept	0.0719	0.0963	Accept	1840.82
B5	9	6.5407	0.6848	Accept	1.761	0.1248	Accept	0.0807	0.0747	Accept	1815.32
B6	9	4.0334	0.9092	Accept	0.679	0.5766	Accept	0.0623	0.2788	Accept	1836.07

表 5.3 駐車場 C に対する各モデルの適合度検定の結果と AIC

モデル	Pearson χ^2 検定				Anderson-Darling 検定			Kolmogorov-Smirnov 検定			AIC
	DoF	χ^2 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	AD 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	KS 統計量	P 値	\mathcal{H}_0	
C1	8	11.862	0.1575	Accept	1.996	0.0923	Accept	0.0668	0.0700	Accept	2473.02
C2*	7	15.620	0.029	Reject	1.798	0.1189	Accept	0.0601	0.0601	Accept	2503.29
C3	7	4.948	0.6636	Accept	1.769	0.1234	Accept	0.0697	0.0586	Accept	2489.92
C4	9	12.811	0.1713	Accept	1.997	0.0922	Accept	0.0805	0.0180	Reject	2642.11
C5	8	6.3296	0.6104	Accept	1.094	0.3111	Accept	0.0551	0.2194	Accept	2649.72
C6*	7	8.9725	0.2546	Accept	1.7884	0.1200	Accept	0.0699	0.0576	Accept	2673.34

- * は第 2 段階目のスクリーニングを施したデータに対して検定を行えば、更により結果が得られる。

適合度検定と情報量規準を用いて調べる。更に、各モデルを乱数発生装置として、実際に乱数を発生させた場合に生成される乱数の比較を箱ひげ図^{*13}を用いて行う。

5.1. 統計的検定と赤池情報量規準

統計的な方法で適合度を調べる為に、Pearson の χ^2 検定、Anderson-Darling 検定^{*14}、Kolmogorov-Smirnov 検定の 3 つの適合度検定を有意水準 5% (= 0.05) で行う。

それぞれの検定では、統計量の算出方法や、統計量の従う確率分布が異なるので、ある検定では帰無仮説が棄却されないが、別の検定では帰無仮説が棄却されるということがあり得る。

注意. これらの適合度検定を行う際の帰無仮説 \mathcal{H}_0 は

$$\mathcal{H}_0 : \text{「観測値はモデルから無作為に選ばれた確率変数である」} \quad (5.1)$$

である。仮説 (5.1) が予め決めた有意水準 (= 0.05) で否定されなかった場合にはモデルが妥当であると判断する。即ち、適合度の検定では各検定に対応する統計量が

ら得られる P 値が高いほど求める結果となることに注意されたい。但し、通常の仮説検定と同様に \mathcal{H}_0 が否定されなかったことは、決して \mathcal{H}_0 が正しいことを裏付けるほどに強い結論を示唆するものではない。

従って、検定の結果は一つの試金石に過ぎず、前節で行ったようなヒストグラムや確率プロット、分位数プロットなどによる比較も重要である。

上に挙げた適合度検定に加えて、モデルに対する評価基準の一つとして、AIC (赤池情報量規準) を用いる。AIC とは次のように定められる量である。

$$AIC = -2 \ln \mathcal{L} + 2v \quad (5.2)$$

ここで、 $\ln \mathcal{L}$ が最大対数尤度、 v がパラメータ (母数) の個数を表わす。一般に AIC が小さくなるようにモデルを選ぶ方が良いとされる。

5.2. 各調査に対する適合度検定と AIC

駐車場 A, B, C に対して得られた各モデルに対して適合度検定の結果と算出された AIC を表 5.1 から表 5.3 にまとめた。以下、簡単に得られた結果の考察を行う。

^{*13} Box プロット, Box-Wshiker プロットとも呼ばれる

^{*14} Anderson & Darling (1952) を参照。

5.2.1. 駐車場 A について

全ての適合度検定を通過したモデルは A1, A5, A6, A7 の 4 つのモデルである。検定の結果のみであれば、位置パラメータ δ を推定前に固定したモデル A7 が良い。一方で、これら 4 つのモデルにおいて AIC を比較すると、モデル A5 が最も AIC が小さい。モデル A5 は特性量の比較においても、最も標本に近いものであったので、今回の駐車場 A に対する推定では対数正規分布を用いたモデル A5 が最良と言える。

5.2.2. 駐車場 B について

駐車場 B については推定により得られたモデルの全てが、全ての検定を有意水準 5% で通過した。検定の結果からは Weibull 分布モデル B3 が最もよい。これらの中で AIC を比較すると一般化ガンマ分布を用いたモデル B5 が最も小さい。次に小さいものは B3 である。B6 は位置パラメータを $\delta = 3,000$ に固定することで得られた一般化ガンマ分布モデルであり、統計的検定の結果は B5 よりも良いが、AIC では劣る。

5.2.3. 駐車場 C について

駐車場 C では全ての検定を通過したモデルは C1, C3, C5, C6 の合計 4 つのモデルである。その中で AIC を比較すると、ガンマ分布モデル C1 が最も小さい。また、検定の結果を対数正規分布モデル C3 と一般化ガンマ分布モデル C5 が良好であるものの、得られた結果は駐車場 A や駐車場 B に比べると弱い。

以上により、適合度検定の観点からは、何れの調査結果に対しても複数のモデルにより滞在時間を記述出来ることがわかった。駐車場 B についてのみ一般化ガンマ分布によるモデル B5 が AIC の観点からは最も良いモデルと判断されるものの、次に AIC の小さい Weibull 分布によるモデル B4 や指数分布によるモデル B1 との差はそれほど大きくない。従って、シミュレータにおける滞在時間の決定には試作版と同様のガンマ分布や Weibull 分布、対数正規分布等のパラメータの自由度が 2 または 3 の確率分布を採用すれば十分であると判断できる。

5.3. 乱数発生装置としての比較

ここでは各確率モデルに従う乱数を発生させ、箱ひげ図を用いて比較を行う。

図 5.1 から図 5.3 はそれぞれ駐車場 A から駐車場 C に対して得られた各モデルについて、モデルに従う乱数を 10,000 個発生させた場合の箱ひげ図である。得られる乱数は実行の度に異なる為、図 5.1 から図 5.3 は各モデルを用いて得られる乱数の一例に過ぎない。

箱の中の実線は中央値の位置を表しており、箱は 25% 分位点から 75% 分位点の範囲を表わす。● は外れ値を表しており、通常の外れ値が黒、極端な外れ値がグレー

で示している。箱から両側に伸びるひげは外れ値を除いた最小値と最大値までの区間を表わす。これは自動的に Mathematica により計算される。

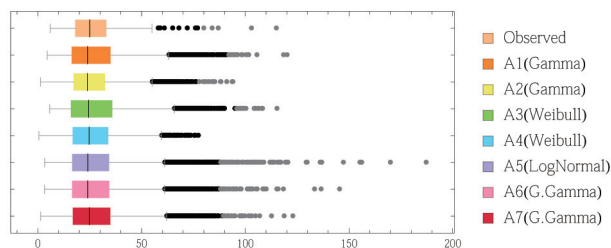


図 5.1 駐車場 A に対するモデルの比較

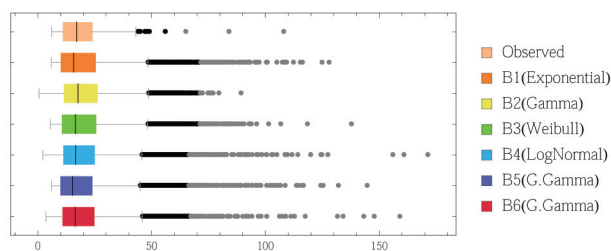


図 5.2 駐車場 B に対するモデルの比較

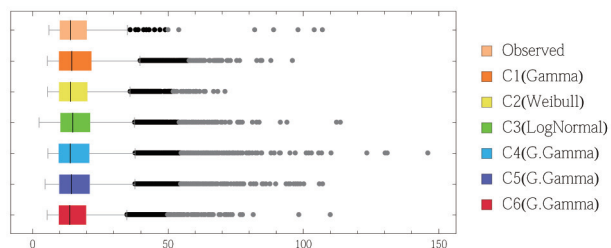


図 5.3 駐車場 C に対するモデルの比較

図 5.1 から図 5.3 から分るように、分散がデータと比べて著しく小さくないモデルに関しては、うまく外れ値をも再現することが出来ている。

駐車場 A に関しては、推定に使用したデータとの比較では A1, A3, A5, A6, A7 の再現性が良好である。特に、A5 と A6 はスクリーニングに際して外れ値として扱ったような長い滞在時間をも再現しうることがわかる。

駐車場 B に関しては、B2 以外は乱数生成装置としては推定に使用したデータをよく再現しており、B4, B5, B6 等では長時間の滞在を再現しうることがわかる。駐車場 C については C2 以外は推定に使用したデータをよく再現しており、C4 のみがスクリーニングに際して外れ値として扱ったような長時間の滞在を再現しうることがわかる。

6. おわりに

6.1. 得られた成果のまとめ

本論文ではスーパーマーケットにおいて行った合計 3 回の実地調査をもとに、駐車場における滞在時間 T を記

述する確率モデルをパラメータ推定により導出した。

また、得られた各モデルに対して、各種のグラフを用いた比較、統計的検定と赤池情報量規準による定量的方法による比較、および乱数発生装置としての比較、という複数の観点から比較を行った。

得られた結果は以下のようなものである。

- スーパーマーケットの駐車場における滞在時間 T を記述する確率分布として、Weibull 分布、ガンマ分布、対数正規分布、一般化ガンマ分布の有効性がわかった。また、駐車場 B のような短い滞在時間の車両が多いような場合には指数分布も有効であることがわかった。
- 一般化ガンマ分布は適合度検定と AIC の両面から良い。一方で、一般化ガンマ分布はパラメータの自由度は今回用いた確率分布の中では最も高く、2つの形状パラメータ α, λ を伴う為、シミュレータで使用する際にはこれらのパラメータの決定が難しいという困難が伴う。
- AIC の観点から一般化ガンマ分布が最良のモデルであると判断された調査結果についても、パラメータの自由度を下げることで得られるモデルと比べた場合に AIC の値が劇的に良くなっている訳ではない^{*15}。
- 乱数生成装置としての比較では複数のモデルの有効性が数値実験の結果から見て取れる。

以上のことから、実際のシミュレーションを行う場合にはパラメータの自由度が低く、数学的な扱いの優しい通常のガンマ分布や Weibull 分布、対数正規分布等を用いれば十分だと結論できる。特に、形状パラメータと位置パラメータを決定する観点からはガンマ分布と対数正規分布の扱いが易しい。

6.2. 今後の課題

駐車場シミュレータの開発において残された課題は一分当たり到来する車両の台数 $A \geq 0$ の従う確率分布の決定である。 A は離散値である為、離散分布を用いる必要がある。適当な離散分布としては Poisson 分布や一般化 Poisson 分布^{*16}等が挙げられる。更に、 A を記述する分布を決定した後に、今回の調査結果等を用いて開発を行っているシミュレータの現実再現性に関する評価を行うことが課題として残る。

謝辞. 本研究の一部は平成 25 年度に公益財団法人富山第一銀行奨学財団研究助成を受けて行われた。ここに謝意を表する。

^{*15} 特に駐車場 B では B3 と B5 の AIC の値の差は僅か 6 程度である。

^{*16} Poisson-Consul 分布。

参考文献

- J. H. Ahrens and U. Dieter (1974) “Computer methods for sampling from gamma, beta, Poisson and binomial distributions”, *Computing (Arch. Elektron. Rechnen)*, 12(3): 223–246.
- 相浦真二郎・清田勝 (2008) 「身体障害者用駐車施設の利用実態と管理システムの構築」『低平地研究』17: 19–26.
- T. W. Anderson and D. A. Darling (1952) “Asymptotic Theory of Certain “Goodness of Fit” Criteria Based on Stochastic Processes”, *The Annals of Mathematical Statistics*, 23(2): 193–212.
- Å. Björck (1996) *Numerical methods for least squares problems*, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA xviii+408.
- G. E. Crooks (2010) “The Amoroso Distribution”, arXiv: 1005.3274v1.
- O. Gomes, C. Combes, and A. Dussachoy (2008) “Parameter estimation of the generalized gamma distribution”, *Math. Comput. Simulation*, 79(4): 955–963.
- H. L. Harter (1967) “Maximum-likelihood estimation of the parameters of a four-parameter generalized gamma population from complete and censored samples”, *Technometrics*, 9: 159–165.
- H. Hirose (2000) “Maximum likelihood parameter estimation by model augmentation with applications to the extended four-parameter generalized gamma distribution”, *Math. Comput. Simulation*, 54(1-3): 81–97.
- R. V. Hogg, J. W. McKean, and A. T. Craig (2013) *Introduction to mathematical statistics*, Peason Education. seventh. edition.
- 川浦潔 (1968) 「高速道路のサービスエリアにおける駐車実態調査とその解析 (その 2) —駐車時間分布—」『生産研究』20(7): 362–364.
- (1969) 「高速道路のサービスエリアにおける駐車実態調査とその解析 (その 3) —駐車時間分布—」『生産研究』21(8): 518–521.
- J. P. Klein and M. L. Moeschberger (2012) 『生存時間解析』丸善出版. 打波守 (訳).
- D. E. Knuth (2004) *The Art of Computer Programming Volume 2 Seminumerical Algorithms*, アスキー. 有澤 誠, 和田 英一 (監訳), 斎藤 博昭, 長尾 高弘, 松井 祥吾, 松井 孝雄, 山内 齊 (訳).
- 国土交通省 (2011) 『障害者等用駐車スペースの適正利用等の促進に関する調査研究』国土交通省.
- 蓑谷千鳳彦 (2010) 『統計分布ハンドブック (増補版)』朝倉書店.
- 西館有沙 (2011) 『障害者用駐車スペースの設置および運用に関する総合的研究』日本障害理解学会出版部.
- 西館有沙・山口範和 (2013) 「障害者用駐車スペースの利用状況の改善に向けた駐車場シミュレータの開発」『富山大学人間発達科学部紀要』8(1): 101–116.
- 小川英明 (2002) 「大規模小売店舗における身体障害者用駐車場の利用実態に関する研究」『都市計画. 別冊, 都市計画論

文集』37: 181–186.

佐賀県健康福祉本部地域福祉課(2008)「佐賀県パーキングパーミット制度—本当に必要な人のために(特集だれもが安心できる生活環境へ)」『国土交通』91: 32–33.

E. W. Stacy (1962) “A generalization of the gamma distribution”, *Ann. Math. Statist.*, 33: 1187–1192.

E. W. Stacy and G. A. Mihram (1965) “Parameter estimation for a generalized gamma distribution”, *Technometrics*, 7: 349–358.

東京大学教養学部統計学教室(1992)『自然科学の統計学』東京大学出版会.

M. B. Wilk and R. Gnanadesikan (1968) “Probability plotting methods for the analysis for the analysis of data”, *Biometrika*, 55(1): 1–17.

四辻哲章(2010)『計算機シミュレーションのための確率分布乱数生成法』プレアデス出版.

全国脊髄損傷者連合会(2001)『高速道路のSA・PAにおけるバリアフリーに関する調査』平成12年度三菱財団助成事業報告書.

(2014年5月20日受付)

(2014年7月9日受理)

駐車場 A に対する確率モデル

図 4.1 から図 4.7 は駐車場 A を元に作成した各モデルとデータの比較である。各図において、(a) は標本のヒストグラムとモデルの確率密度関数のグラフ (実線) を重ねて描いたものである。(b) は標本の累積分布関数のグラフ (破線) とモデルの累積分布関数のグラフ (実線) を重ねて描いたものである。(c) は標本とモデルの P-P プロット, (d) は標本とモデルの Q-Q プロットである。

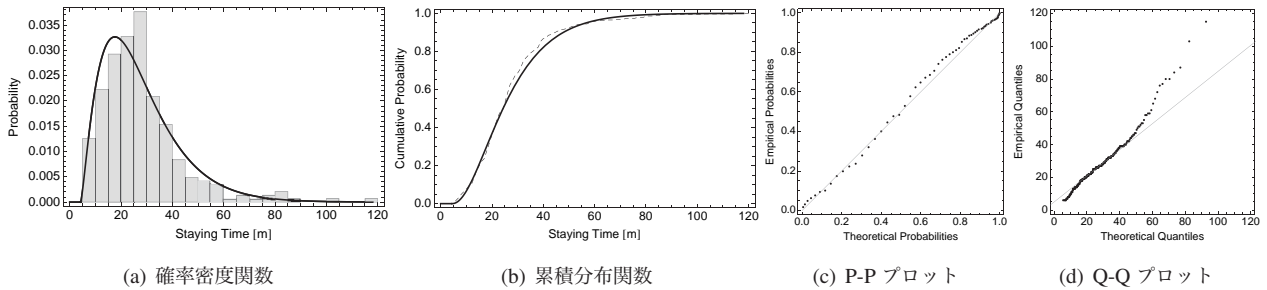


図 4.1 モデル A1: ガンマ分布 $\Gamma(2.345, 9.905, 4.266)$

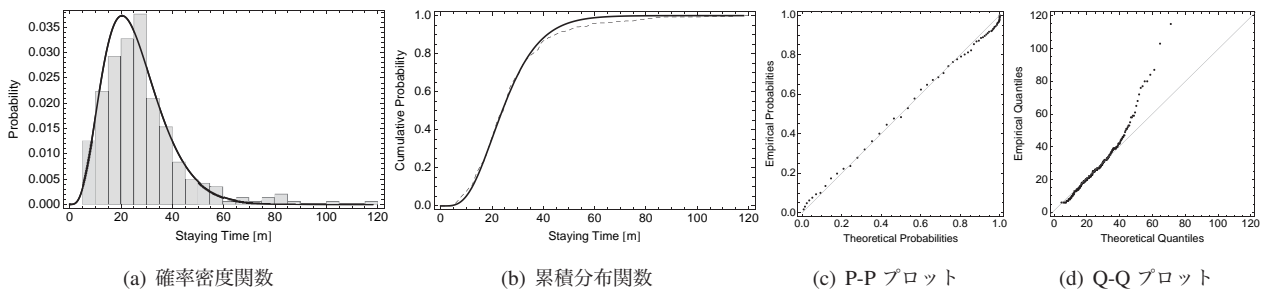


図 4.2 モデル A2: ガンマ分布 $\Gamma(4.796, 5.370, 0.000)$

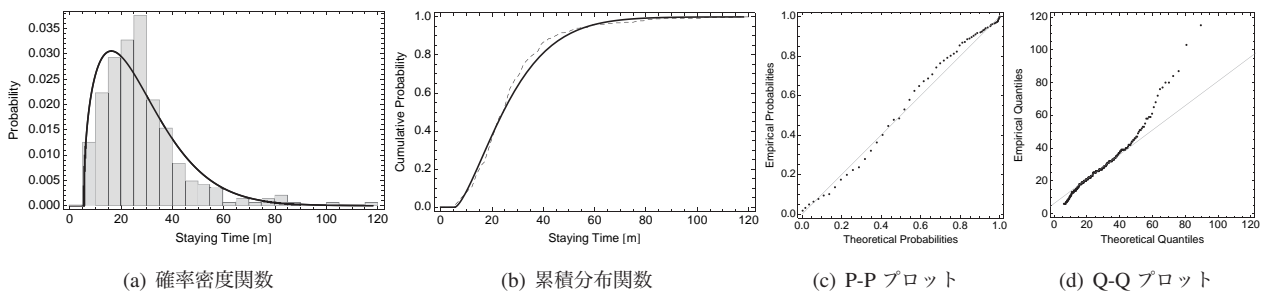


図 4.3 モデル A3: Weibull 分布 $W(1.441, 24.162, 5.588)$

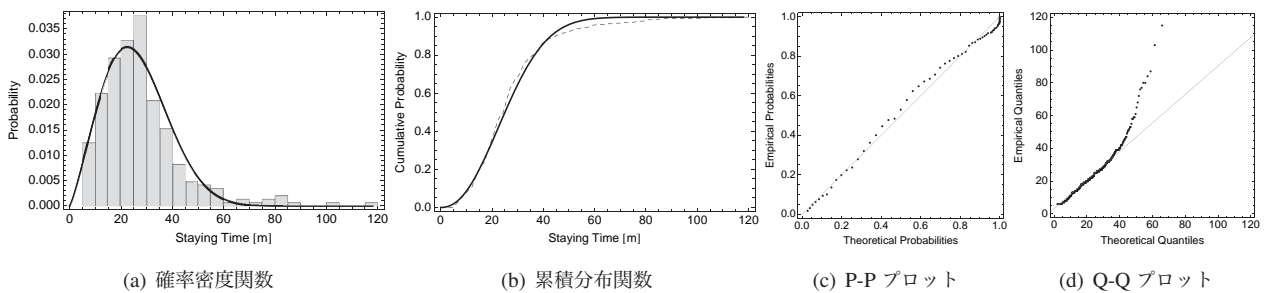


図 4.4 モデル A4: Weibull 分布 $W(2.231, 29.496, 0.000)$

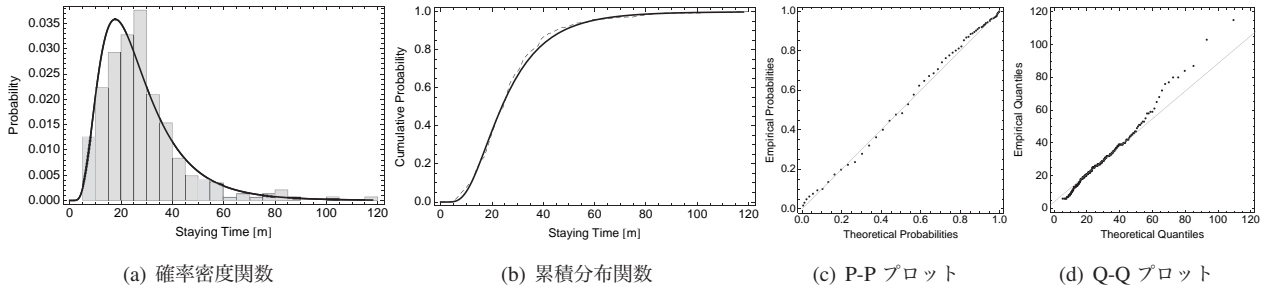


図 4.5 モデル A5: 対数正規分布 $\text{Log N}(0.542, 3.169)$

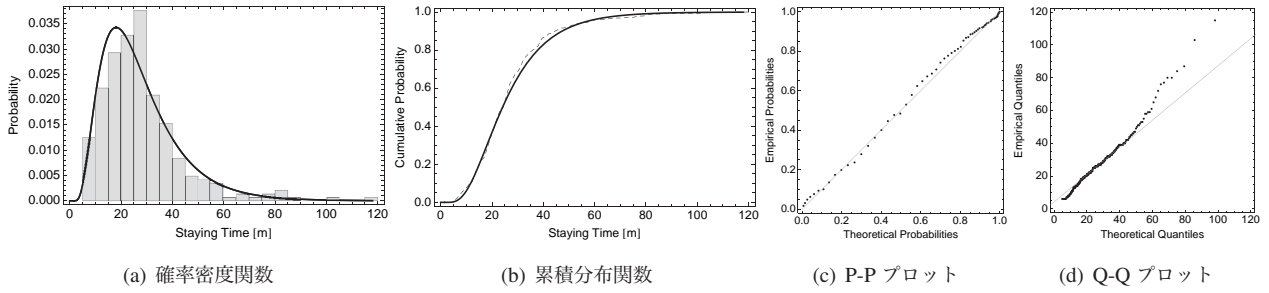


図 4.6 モデル A6: 一般化ガンマ分布 $\text{GG}(12.499, 0.136, 0.489, 1.530)$

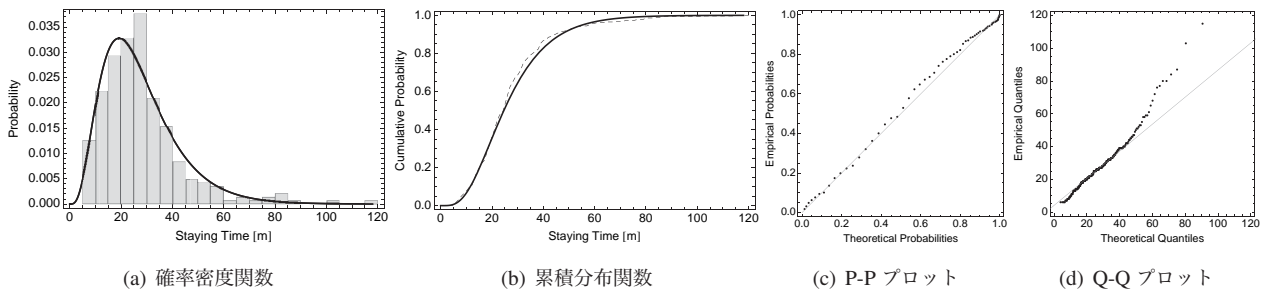


図 4.7 モデル A7: 一般化ガンマ分布 $\text{GG}(7.392, 0.690, 1.448, 0.000)$

駐車場 B に対する確率モデルに関連する図

図 4.8 から図 4.13 は駐車場 B を元にして作成した各モデルとデータの比較である。各図において、(a) は標本のヒストグラムとモデルの確率密度関数のグラフ（実線）を重ねて描いたものである。(b) は標本の累積分布関数のグラフ（破線）とモデルの累積分布関数のグラフ（実線）を重ねて描いたものである。(c) は標本とモデルの P-P プロット、(d) は標本とモデルの Q-Q プロットである。

図 4.8, 図 4.10, 図 4.12 では (a) でヒストグラムをその他のものに比べて密に描いている。また、図 4.10(a), 図 4.12(a) では確率密度関数のグラフが不連続のように描かれているが、グラフを描く際のメッシュポイントの問題であり、実際には連続である。

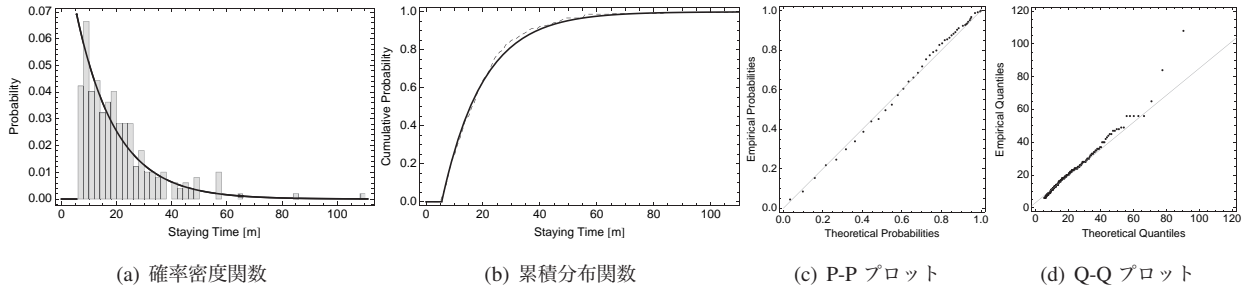


図 4.8 モデル B1: 指数分布 $\text{Exp}(14.048, 5.900)$

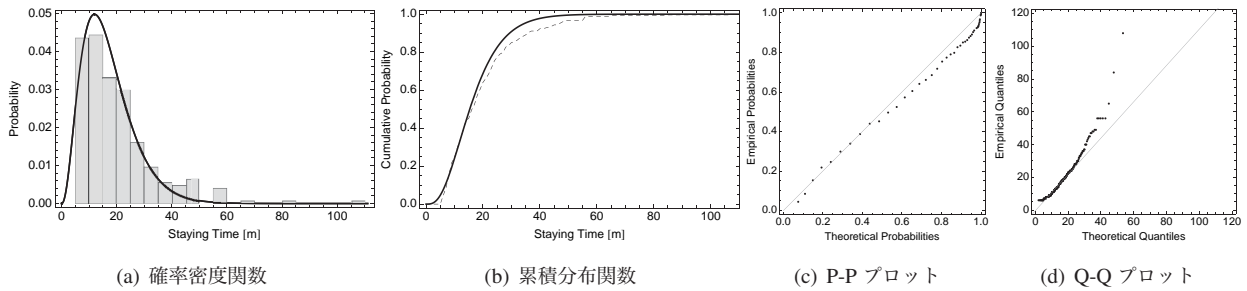


図 4.9 モデル B2: ガンマ分布 $\Gamma(2.894, 6.889, 0.000)$

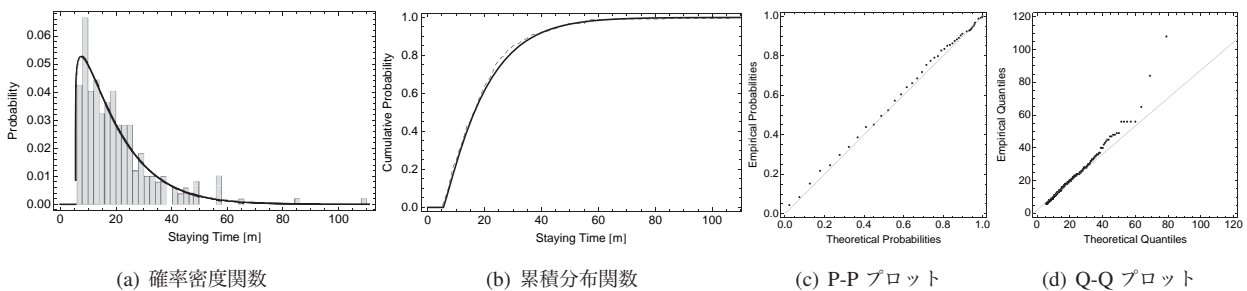


図 4.10 モデル B3: Weibull 分布 $W(1.112, 15.071, 5.500)$

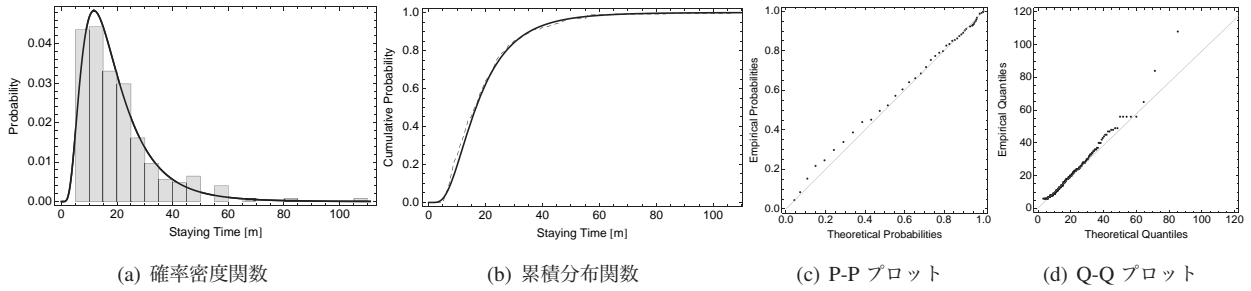


図 4.11 モデル B4: 対数正規分布 $\text{Log } N(0.591, 2.810)$

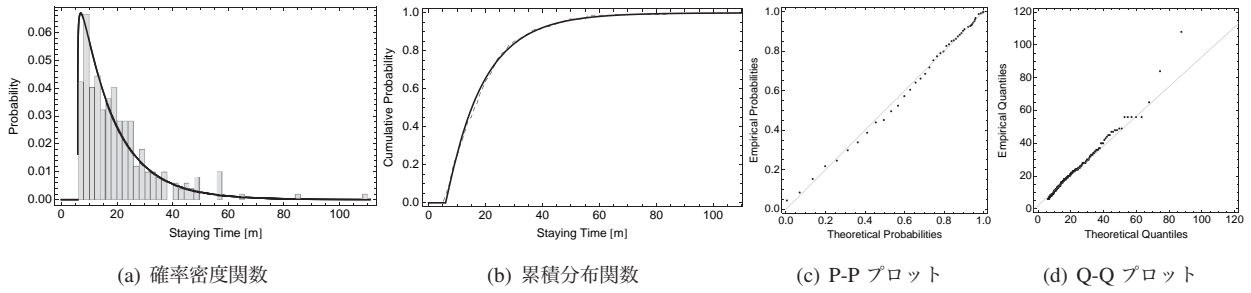


図 4.12 モデル B5: 一般化ガンマ分布 $\text{GG}(1.289, 0.874, 9.484, 5.906)$

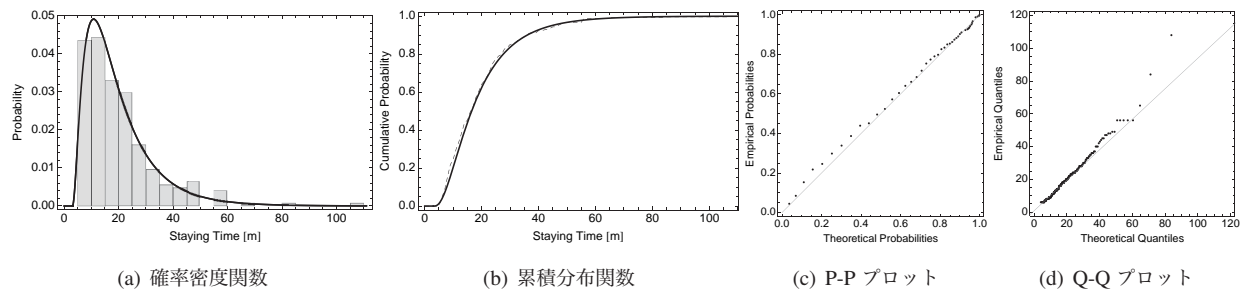


図 4.13 モデル B6: 一般化ガンマ分布 $\text{GG}(8.378, 0.4675, 0.1552, 3.000)$

駐車場 C に対する確率モデルに関連する図

図 4.14 から図 4.19 は駐車場 C を元に作成した各モデルと標本の比較である。各図において、(a) は標本のヒストグラムとモデルの確率密度関数のグラフ (実線) を重ねて描いたものである。(b) は標本の累積分布関数のグラフ (破線) とモデルの累積分布関数のグラフ (実線) を重ねて描いたものである。

モデル C2 とモデル C6 では推定に際して、2 段階目のスクリーニングを施したデータを用いたが、比較対象はスクリーニング前の経験分布である。

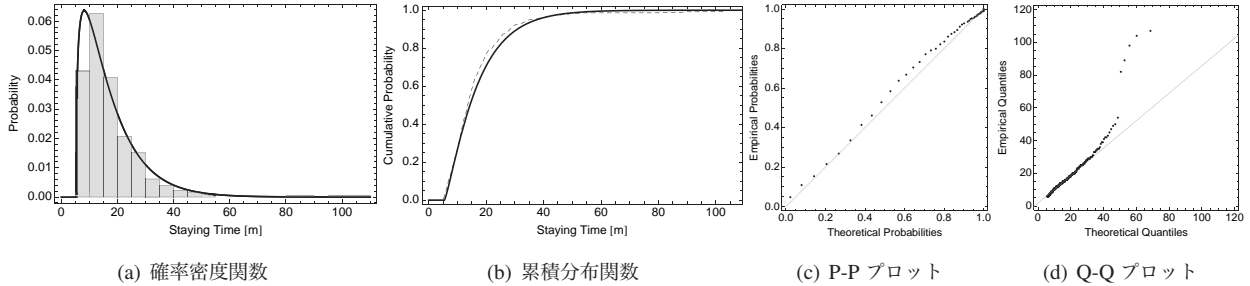


図 4.14 モデル C1: ガンマ分布 $\Gamma(1.296, 9.076, 5.450)$

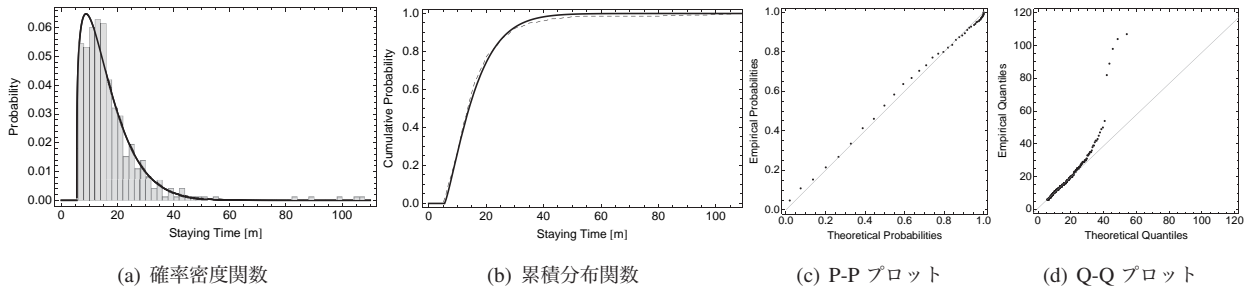


図 4.15 モデル C2: Weibull 分布 $W(1.262, 11.414, 5.500)$

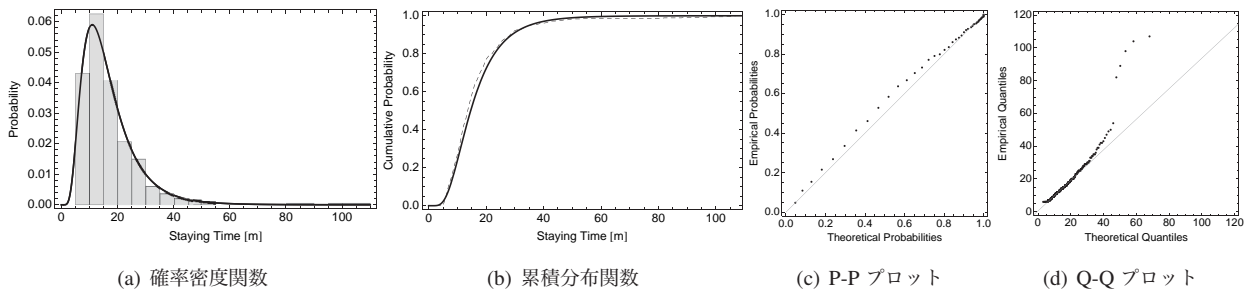


図 4.16 モデル C3: 対数正規分布 $\text{Log N}(0.533, 2.682)$

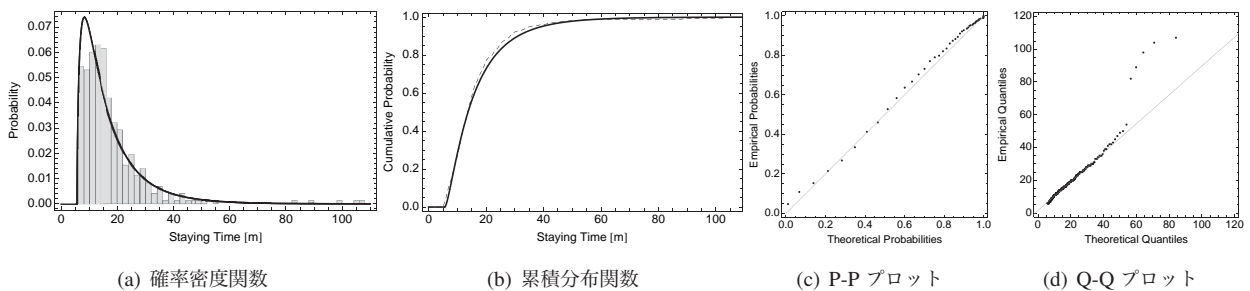


図 4.17 モデル C4: 一般化ガンマ分布 $GG(3.266, 0.579, 1.257, 5.571)$

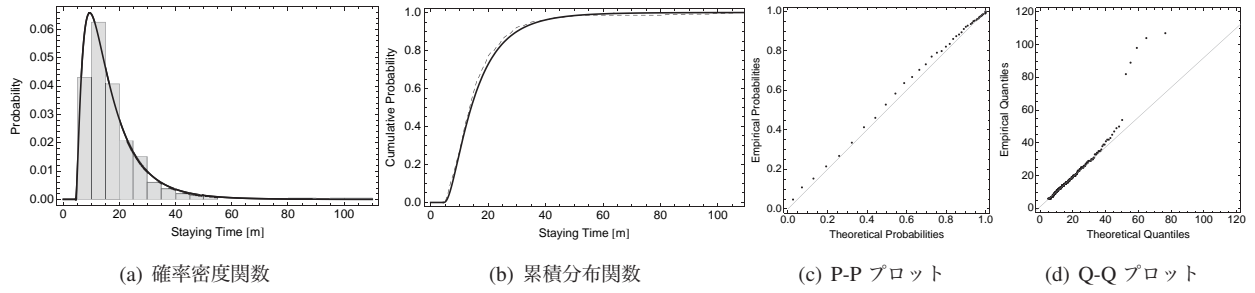


図 4.18 モデル C5: 一般化ガンマ分布 $GG(7.744, 0.448, 0.111, 4.400)$

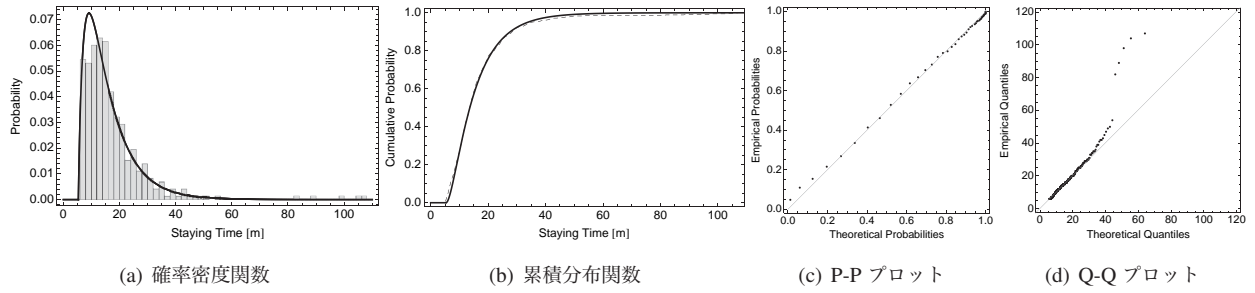


図 4.19 モデル C6: 一般化ガンマ分布 $GG(2.891, 0.759, 2.179, 5.347)$