富山大学総合情報基盤センター広報　vol.9　（2012）　4-7頁.

数学科教育法における数式処理ソフト Mathematica の活用

人間発達科学部　教授　岸本忠之

数学科教育法では，単に数学の指導法に関する理解を深めるだけでなく，テクノロジー活用能力を育成することも必要である．本稿では，数学科教育法で扱っている数学ソフトの中で特に「数式処理ソフト Mathematica」を取り上げ，このソフトによる講義の概要を示すこととする．(1)Mathematica の操作内容として，算術計算，数式処理，微積分，方程式，リスト，グラフィックスの項目について概要を示した．(2)受講学生が作成した Mathematica を活用した指導例を示した．
キーワード：数学科教育，テクノロジー，数式処理ソフト，教職科目

１．数学科教育におけるテクノロジー活用能力の育成

一般に教員養成カリキュラムにおいて，数学科教育法はⅠ～Ⅳまで設定されている．本学において，数学科教育法Ⅱはテクノロジー活用能力育成を目標に行われている．数学科教育法は，単に数学の指導法に関する理解を深めるだけでなく，テクノロジー活用能力を育成することも含んでいる．

数学科教育法Ⅱの目的は，実際に数式処理ソフト，幾何作図ソフト，関数ソフトなどの操作実習を行うことを通して数学教育におけるテクノロジー活用について理解を深め，実際の指導においてテクノロジーを活用する能力を伸ばすことである．数学科教育法においてテクノロジー活用を取り上げている理由は以下である．

(1)今日，数学教育におけるテクノロジー活用は教師にとって不可欠な能力である．
(2)テクノロジー活用によって，数学授業が望ましい方向へ変化することが期待される．

講義の概略は以下である．

(1)数学教育におけるテクノロジー活用の実態
(2)インターネットコンテンツの活用
(3)幾何作図ソフト Cabri-GeometryⅡの活用
(4)数式処理ソフト Mathematica の活用
(5)関数ソフト Grapes の活用
(6)数学教育におけるテクノロジー活用の指導例
(7)数学教育におけるテクノロジー活用の指導案作成

本稿では，数学科教育法で扱っている数学ソフトの中で特に数式処理ソフト Mathematica を取り上げ，このソフトによる講義の概要を示すこととする．

２．Mathematica

Mathematica は，ウルフラムから出されている数式処理ソフトで，広く使われている．MATLAB，MathCad や MAPLE などは，類似ソフトである．それらは操作方法や機能に一部違いがある．Mathematica は，数値計算，数式処理，グラフィックなどができる．３次元のグラフ表示（２次元のディスプレイ上に３次元グラフを表示する）が可能であるところが特徴である．

３．数学科教育法Ⅱの概要

Mathematica に関して，内容ごとに順次取り扱うのではなく，初級操作，中級操作，上級操作というように３つに分けて，同じ内容を繰り返し行いながら，内容をより深めていくように

富山大学総合情報基盤センター広報　vol.9　(2012)　4-7頁.

している.

(1) 算術計算

Mathematica は, 電卓のように小数で返さず, 厳密値を返す. 例えば分数を入力しても, そのまま分数で返す. そこで, 小数値で返すためには, 組み込み関数 N を使う. 例えば, 下記のように自然対数 e や円周率 π の値を小数値で求めることができる. $e^{-i\pi}$ も実際の計算は面倒であるが, 答えは 1 であることが簡単に分かる.

In[1]:= **305/177**

Out[1]= $\frac{177}{305}$

In[2]:= **N[305/177]**

Out[2]= 1.72316384180790960

In[3]:= **E**

Out[3]= e

In[4]:= **N[E,45]**

Out[4]= 2.71828182845904523536028747135266249775724709

In[5]:= **Pi**

Out[5]= π

In[6]:= **N[Pi,45]**

Out[6]= 3.14159265358979323846264338327950288419716940

In[7]:= **E^(-I*Pi)**

Out[7]= -1

(2) 数式処理

Mathematica 特有のルールがある. 例えば, x と x1 や xy と x*y は異なるものと認識される. べき展開する場合も関数を使う必要がある.

分数式の和において, 結果は, $\frac{1}{(-1+x)(1+x+x^2)}$ と返し, $\frac{1}{-1+x^3}$ と返すためにはさらに別の関数を使う必要がある.

In[1]:= **(2x)^2+(x2)^2+(xy)^2+(x*y)^2**

Out[1]= $4x^2+x2^2+xy^2+x^2y^2$

In[2]:= **(ax)^n**

Out[2]= $(ax)^n$

In[3]:= **PowerExpand[(ax)^n]**

Out[3]= a^nx^n

In[4]:= **Apart[1/(x^3-1)]**

Out[4]= $\frac{1}{3(-1+x)}+\frac{-2-x}{3(-1+x+x^2)}$

In[5]:= **Together[1/3(-1+x)+(-2-x)/3(1+x+x^2)]**

Out[5]= $\frac{1}{(-1+x)(1+x+x^2)}$

In[6]:= **Simplify[1/3(-1+x)+(-2-x)/3(1+x+x^2)]**

Out[6]= $\frac{1}{-1+x^3}$

(3) 微積分

微積分の計算も簡単である. 下記のように分母が 0 になる場合でも, 極限値が存在すれば, 2/3 と返す.

In[1]:= **D[x^n,x]**

Out[1]= nx^{-1+n}

In[2]:= **Integrate[nx(n-1),x]**

Out[2]= x^n

In[3]:= **Limit[(x^2-1)/(x^3-1),x→1]**

Out[3]= $\frac{2}{3}$

(4) 方程式

どのような方程式も簡単にその解を求めることができる. ただし下記のように指数を使って表示される.

In[1]:= **Solve[a*x^2+bx+c==0,x]**

Out[1]= $\{\{x \to \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\},\{x \to \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\}\}$

In[2]:= **Solve[x^3-19x+30==0,x]**

Out[2]≒{{x→-5},{x→2},{x→2}}

In[3]≒Solve[x^3-8==0,x]

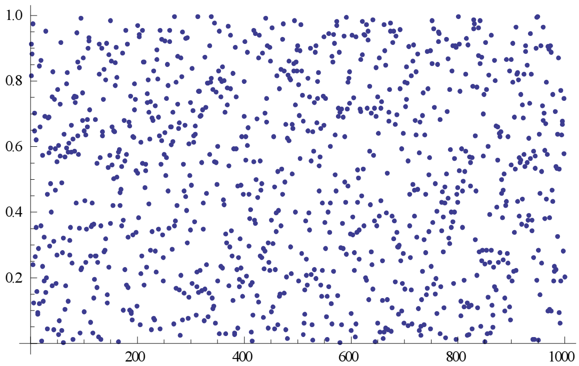
Out[3]≒{{x→2},{x→-2(-1)$^{1/3}$},{x→2(-1)$^{2/3}$}}

(5) リスト

Mathematica にはリスト機能があり，下記のように，0～1 までの 1000 個の乱数を発生させて，それを表示することもできる．その下のものは，0～10 までの 1000 個の整数値の乱数を発生させて，それを表示することもできる．

In[1]≒random=Table[Random[],{1000}];

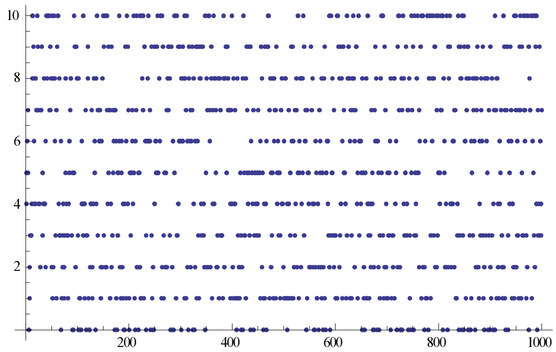
ListPlot[ran]



Out[1]≒

In[2]≒random2=Table[Random

[Integer,{0,10}],{1000}];ListPlot[random2]

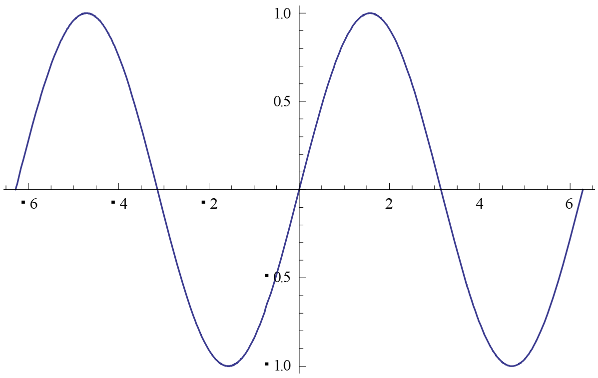


Out[2]≒

(6) グラフィックス

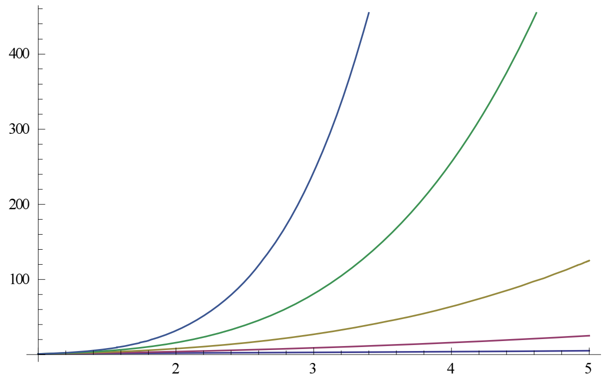
1 変数関数も簡単にグラフ表示できる．なおグラフの特徴を捉えやすくするため， x 軸と y 軸の縮尺が異なっており，sin x のグラフも振幅が大きく表現されている．複数の関数を一度にグラフ表示でき，下記のように y=x～x^5 の関数の増加の様子の違いが捉えやすくなる．媒介変数を用いた関数もグラフ表示できる．Mathematica は，3 次元のような 2 変数関数(媒介変数によるものも含む）をグラフ表示できることが優れた特徴である．

In[1]≒Plot[Sin[x],{x,-2Pi,2Pi}]



Out[1]≒Graphics-

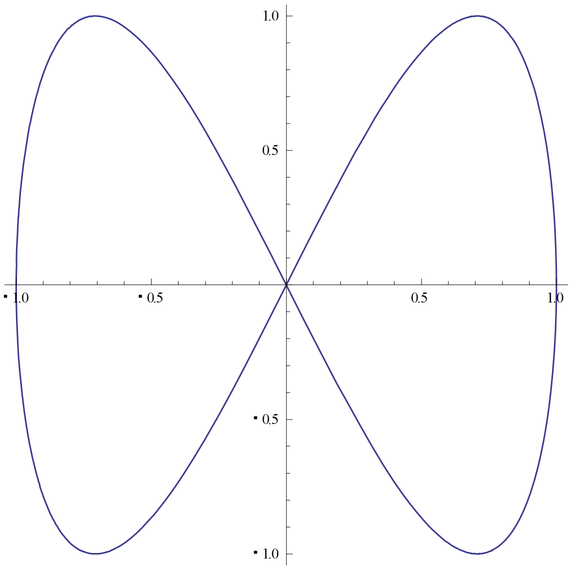
In[2]≒Plot[{x,x^2,x^3,x^4,x^5},{x,1,5}]



Out[2]≒Graphics-

In[3]≒ParametricPlot

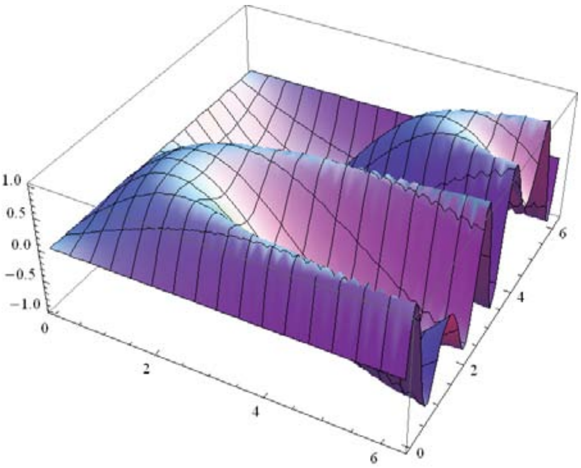
[{Sin[t],Sin[2t]},{t,0,2Pi}]



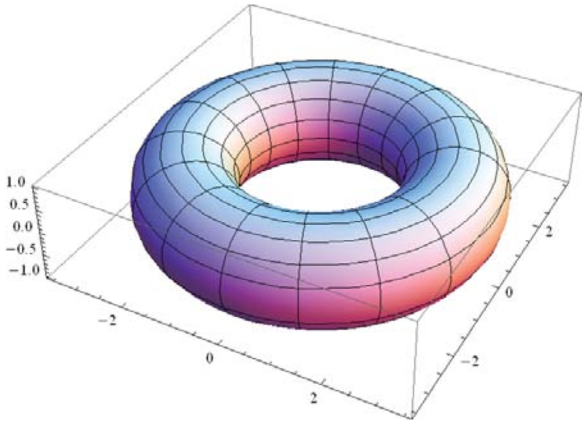
Out[3]=-Graphics-

In[4]=Plot3D[Sin[xSin[y]],{x,0,2Pi},{y,0,2Pi}]

Out[4]=-SurfaceGraphics-



In[5]=ParametricPlot3D[{(2.5+Cos[t])Cos[s],(2.5+Cos[t])Sin[s],Sin[t]},{t,0,2Pi},{s,0,2Pi}]



Out[5]=-Graphics3D-

参考文献

蓮井　敏(1998).「数学科教育法」におけるひとつの教育実践．京都産業大学論集・自然科学系列・I・27,pp.149-158.

樋口禎一・橋本吉彦(1994)．数学科教育法－中学・高校数学における基礎・基本－．牧野書店.

榊原進(1993)．よくわかる Mathematica．共立出版.

白石修二(1995)．例題で学ぶ Mathematica［数学編］．森北出版.

数学教育学研究会（編）(2001)．新版　数学教育の理論と実際＜中学校・高校＞．聖文新社.

吉田　稔(2003)．算数・数学科教育法と教科専門とのかかわりについての一考察－教育学部において培うべき数学的経験と教育的経験との関連を念頭において(多様な教育実践の探究)－．教科教育学研究・21,pp.231-258.

ウルフラム,S.（2000)．Mathematica ブック：Mathematica バージョン４．東京書籍