

水平温度勾配による2層系二重拡散対流の解析

2000年

中 島 栄 次



# 水平温度勾配による 2 層系二重拡散対流の解析

2000 年

中 島 栄 次



## 目次

### 第1章 緒論

1-1 本研究の目的	1
1-2 既往の研究	2
1-3 本論文の構成	3

### 第2章 実験装置および方法

2-1 実験装置	5
2-2 実験方法	5
2-2-1 溶液	5
2-2-2 可視化用トレーサー	5
2-2-3 温度場および流れ場の可視化実験	9
2-2-4 局所温度測定実験	11
2-2-5 局所濃度測定実験	11
2-2-5-1 屈折率の決定	11
2-2-5-2 実験方法	14
2-2-6 レーザーホログラフィー実時間干渉法を用いた可視化実験	15
2-2-6-1 光学系	15
2-2-6-2 実験方法	15
2-3 現象を支配する無次元数	17
2-4 物性値	18

### 第3章 数値解析理論

3-1 基礎方程式	19
3-2 有限体積法の概略	23
3-3 不等分割格子	24
3-4 支配方程式の離散化	26
3-4-1 スタッガード格子	26
3-4-2 一般系保存式の離散化	28
3-4-3 $u$ および $v$ 運動方程式	30
3-5 SIMPLE 法について	31
3-6 初期条件および境界条件	34



第 4 章 2 層系二重拡散対流の実験的研究	
4-1 実験条件	35
4-2 温度場, 流れ場の可視化実験による 2 層系二重拡散対流の概略	37
4-3 局所温度測定実験	41
4-4 層境界面崩壊時間 $t_m$ と初期浮力比 $N_0$	43
4-5 2 層系二重拡散対流における物質移動	45
4-5-1 局所濃度測定実験	45
4-5-2 上下層間物質移動流束 $j$ の時間変化	45
4-6 レーザーホログラフィーによる可視化実験	49
4-6-1 $\text{Na}_2\text{CO}_3$ 水溶液の屈折率と温度・濃度の関係	49
4-6-2 $\text{Na}_2\text{CO}_3$ 水溶液の屈折率と密度の関係	49
4-6-3 干渉縞の定性的解析	52
4-6-4 干渉縞の定量化	52
4-6-5 擬定常状態における温度, 濃度, 密度分布	56
4-7 結論	59
第 5 章 2 層系二重拡散対流の実験結果と計算結果の比較検討	
5-1 計算条件	60
5-2 数値解析による 2 層系二重拡散対流の概要と可視化実験結果との比較	62
5-3 局所温度の時間変化	66
5-4 物質移動における実験結果と計算結果の比較	68
5-4-1 上下層間濃度差の時間変化	68
5-4-2 上下層間物質移動流束の時間変化	68
5-5 初期浮力比 $N_0$ と境界面崩壊時間 $t_m$ の関係	71
5-6 レーザーホログラフィーによる実験結果との比較	73
5-6-1 壁面温度変化と対流開始前の溶質拡散の考慮	73
5-6-2 壁面温度変化および初期濃度分布が計算結果に与える影響	73
5-6-3 実験結果との定性的, 定量的比較	80
5-7 結論	84
第 6 章 2 層系二重拡散対流における層間物質移動の数値的解析	
6-1 2 層系二重拡散対流現象の期間区分	85
6-2 各期間の持続時間	87
6-3 各期間における系内分布の変化および物質移動機構	92
6-3-1 期間 A (セル対流形成期)	92
6-3-2 期間 B (擬定常状態期)	95



6-3-3 期間 C (境界面不安定期)	95
6-4 期間 B における層間物質移動	101
6-4-1 層間物質移動モデル	101
6-4-2 濃度境界層厚さ $\delta$ および境界面における濃度勾配 $\Delta c/\delta$ の時間変化	104
6-5 初期条件が層間物質移動に及ぼす影響	109
6-5-1 上下層間濃度差 $\Delta c$ , 上下層間物質移動流束 $j$ の時間変化	109
6-5-2 濃度境界層厚さ $\delta$ の時間変化	113
6-5-3 濃度境界層厚さ $\delta$ と浮力比 $N$ の関係	117
6-5-4 境界面における濃度勾配 $\Delta c/\delta$ の時間変化	117
6-6 期間 B における擬拡散係数 $D'$	123
6-7 境界面での温度不安定に起因した濃度プルーム	126
6-8 シャーウッド数 $Sh$	131
6-8-1 シャーウッド数の定義	131
6-8-2 シャーウッド数 $Sh$ と温度レイリー数 $Ra_T$ の関係	132
6-9 系内浮力比と層境界面の安定性	134
6-9-1 $t_{BC}$ における浮力比 $N$ および上下層間濃度差 $\Delta c$	134
6-9-2 臨界浮力比 $N_m$	134
6-9-3 境界面崩壊時 $t_m$ における濃度分布および密度分布	134
6-10 結論	141
 第 7 章 総括	
7-1 本研究の総括	143
 記号表	146
 参考文献	149
 謝辞	153
 Appendix	154



## 第1章 緒論

### 1-1 本研究の目的

現在、産業技術の基盤は材料設計技術に大きく依存している。また近年における科学の発展に伴って材料の使用環境はますます過酷なものとなり、そこで用いられる材料には高品質・高機能性が要求されるようになってきた。そこで単結晶やアモルファス合金などの多成分系融液の凝固に対する研究開発が盛んに行なわれている。これらの材料の製造では、凝固プロセスにおける融液の流れの時間的变化が、結晶成長や結晶構造に影響を及ぼす。一般に金属の凝固においては、融液が複数の成分からなる場合には固液界面上で溶質の排除が起こり、濃度勾配が生じている。このため融液中には、温度差による対流と濃度差による対流が並立し、これらの相互作用によって二重拡散対流が発生し、場合によっては多重セル構造が形成する。ここで、二重拡散対流とは、熱と溶質といった拡散速度の異なる2つの浮力成分により引き起こされる複雑な対流現象であり、条件によってfinger型と,diffusive型の2つの形態が存在する<sup>1)</sup>。この二重拡散対流挙動は液相側に階段状濃度分布を発生させ、結晶成長や結晶構造に影響を及ぼし材料欠陥の原因となり得るものであり、この対流の抑制、制御がより高品質な材料製造を行う鍵となる。しかし実際の工業プロセスにおいて、装置内の流体挙動を完全に把握することは困難であり、それらの製造法は経験的に発見されたものを量産化したものが殆どで、多成分融液内の対流挙動とそれが生成材料に及ぼす影響を考慮したプロセスの運転を含むものではない。このことは、更なる高品質材料の製造に対する可能性は尽きてないことを示している。

このような背景から、多くの研究者によって二重拡散対流に関する研究が行われてきた。初期の研究は凝固を伴う系で行われていたが、最近の研究では現象が複雑になる凝固プロセスを離れ、専ら密閉容器内の相変化を伴わない系における二重拡散対流を対象とした実験・数値解析による研究が多く行われる様になった。しかしながら、二重拡散対流を伴った境界面を通しての溶質移動やその結果として結晶成長に及ぼす影響など境界面近傍での溶質移動機構についての理解は今だ十分でない。



そこで本研究室では現象が複雑となる凝固を離れ、より基礎的段階の研究として、密閉容器内に 2 層に濃度成層した溶液を水平方向から加熱・冷却したときに発生する二重拡散対流を対象にそのメカニズムを解明すべく、トレーサー法による系内の流れ場、温度場の可視化実験、熱電対管挿入による局所温度の測定、溶液抽出法による局所濃度測定、さらにはレーザーホログラフィー装置を用いた系内分布の可視化実験などから現象の大局的な理解と様々な定量的データの収集を試みてきた。

ここで実験的研究においてはその現象の複雑さ故に、厳密な再現性が得られにくい、また試験装置内の細部にわたる定量的データの採取、濃度場、密度場などの詳細な観察などが困難であるなど、層間物質移動機構の解明に際して問題となる部分がある。その問題点を補う上で数値計算による理論的研究は非常に有効である。そこで本研究では 2 層系二重拡散対流を対象とした数値計算により、2 層系二重拡散対流における層境界面を通じた物質移動機構の解明を行う。また二重拡散対流のように複雑な系を数値的に解析する上で、数値計算プログラムの信頼性を確認することが重要になると考え、まずは現象を正しく表現できる数値解析プログラムの作成のため、二重拡散対流の実験結果と計算結果の定性的、定量的な比較検討から、その解の妥当性を明らかにする。その上で数値計算による定性的、定量的データの詳細な解析、特に濃度分布、密度分布などの観察を通して 2 層系二重拡散対流における境界面を通じた溶質移動機構や初期条件が物質移動に及ぼす影響、またそれに伴う濃度境界層厚さの変化と浮力比との関係、層境界面の安定性と系内浮力比の関連性などについて述べる。

## 1-2 既往の研究

異なる拡散成分が熱と塩分の場合の二重拡散対流は熱塩対流とも呼ばれ、海洋物理学の分野において古くから研究されている。1956 年 Stommel は “An oceanographical curiosity : the perpetual salt fountain”<sup>2)</sup> という論文を発表した。これは、二重拡散対流現象を利用して “永久塩噴水” が実現するというものである。1960 年には Stern<sup>3)</sup> が線形安定性理論を用いて、salt finger の存在を示した。これらの海洋異常現象を解明すべく Turner<sup>4)</sup>、Viskanta<sup>5)</sup>らにより濃度成層した流体に垂直温度勾配を与えた場合



について実験的研究が行われた。そして海洋学の分野から始まったこの研究は、冶金学、熱工学などの分野へと広がっていった。

その後、温度と濃度勾配がお互いにどのように作用するのかによって様々な対流形式が存在することが分かり、実験と数値解析の両面から様々な研究が行われた。当初は、垂直直線濃度勾配と水平温度勾配を与える系について考えられ、Chen *et al.*<sup>6)</sup> Huppert *et al.*<sup>7)</sup>等によってその形態、相互作用などが報告された。また、水平温度・濃度勾配が与えられた系については、Hyun and Lee<sup>8)</sup>, Han and Kuehn<sup>9)</sup>, Kamotani *et al.*<sup>10)</sup>等によって研究が行われた。本研究室のように2層の階段状濃度勾配に水平温度勾配を与える系についての研究はBergman and Ungan<sup>11)</sup>, Kamakura and Ozoe<sup>12)</sup>, Nishimura *et al.*<sup>13)</sup>, Wirtz and Reddy<sup>14)</sup>らによって行われ、温度場や流れ場の可視化を通しての対流挙動の観察や温度分布、各層の局所濃度測定などが行われた。

また近年では、実験では行うことのできない条件でのデータあるいは現象の詳細について調べるために、数値解析も盛んに行われるようになってきた。温度と濃度勾配が水平方向に与えられている系について Hyun and Lee<sup>15)</sup>, Han and Kuehn<sup>16)</sup>らは多重セル構造の生成について検討した。2層の階段状濃度勾配に水平温度勾配を与える系については、スペクトル法と呼ばれる近似手法を用いて Hyun and Bergman<sup>17)</sup>, Nishimura *et al.*<sup>18)</sup>らは溶質ブルームの発生による対流の振動現象を報告した。Kamakura and Ozoe<sup>19)</sup>は実験で得られた層境界面の移動について、物性値に温度依存性を与えた数値解析においてさらに詳細に検討した。また、Kamakura and Ozoe<sup>20)</sup>, Ghorayeb<sup>21)</sup>らによってある浮力比の条件ではレイリー数があまり小さくなくても流れが時間的に振動する、またその振動は初期値に強く依存する現象などが報告された。さらに Nagashima<sup>22)</sup>らによって finger 型対流を対象として3次元のシミュレーションも行われている。

### 1-3 本論文の構成

第2章：実験装置および方法を説明する。ここでは感温液晶、ポリスチレン粒子を用いた密閉容器内2層系二重拡散対流の温度場と流れ場の同時可視化方法について、



また局所温度，局所濃度の測定方法，レーザーホログラフィーによる可視化実験について述べる．現象を支配する無次元パラメータ，使用した水溶液の物性値についても説明する．

第 3 章：数値計算の基礎的理論の章である．本研究では新しい計算アルゴリズムとして SIMPLE 法を導入した解析プログラムを用いて数値計算を行っている．ここでは数値計算を行うにあたり，必要な基本理論や SIMPLE 法についての解説，プログラムの計算手順の説明などを行う．また初期条件，境界条件について述べる．

第 4 章：2 層の階段状濃度勾配に水平温度勾配を与えたときに発生する二重拡散対流について実験的研究結果を説明する．ここでは Yamane らの研究報告<sup>40),43)</sup>を参照して，トレーサーを用いた温度場，流れ場の可視化，局所温度，濃度測定ならびにレーザーホログラフィーによる干渉縞の観察など様々な実験的研究により得られた結果を示す．

第 5 章：2 層の階段状濃度勾配に水平温度勾配を与えたときに発生する二重拡散対流の数値計算を行い，第 4 章の様々な実験結果と定性的，定量的な比較を行うことにより数値解析プログラムの妥当性を確認する．

第 6 章：第 5 章において妥当性の確認された数値解析プログラムにより，本研究の最大の目的である 2 層系二重拡散対流における層間物質移動機構および初期条件の違いが物質移動に及ぼす影響などについて数値的な解明を行う．



## 第2章 実験装置及び方法

ここでは第4章において参照した Yamane らの実験的研究<sup>40),43)</sup>における実験装置ならびに実験方法について述べる。

### 2-1 実験装置

Fig.2-1 に実験装置の概略図を，Fig.2-2 にテストセクションの拡大図を，Fig.2-3 に実験装置の配置図を示す．本研究で用いたテストセクションは高さ  $H=44\text{mm}$ ，幅  $L=40\text{mm}$ ，奥行き  $W=30\text{mm}$ （アスペクト比  $A=1.1$ ）の亚克力製矩形容器である．側面は銅製で右壁側が加熱壁，左壁側が冷却壁となっている．テストセクションは  $H/2$  の高さに薄いしきり板を水平に挿入することにより，内部に2層の濃度成層が作れるようになっている．テストセクション内の温度制御は冷却壁に接して存在する冷却室に接続された冷却用恒温槽，加熱壁に接して存在する加熱室に接続された加熱用恒温槽，そして両方に接続された初期温度設定用恒温槽から一定温度の水を冷却，加熱室に循環させることにより行った．冷却室，加熱室を含めた試験部は厚さ  $60\text{mm}$  の発泡スチロールによって断熱されている．

### 2-2 実験方法

#### 2-2-1 溶液

本研究では実験用水溶液として炭酸ナトリウム ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ) 水溶液を採用した．これを用いた理由としては，

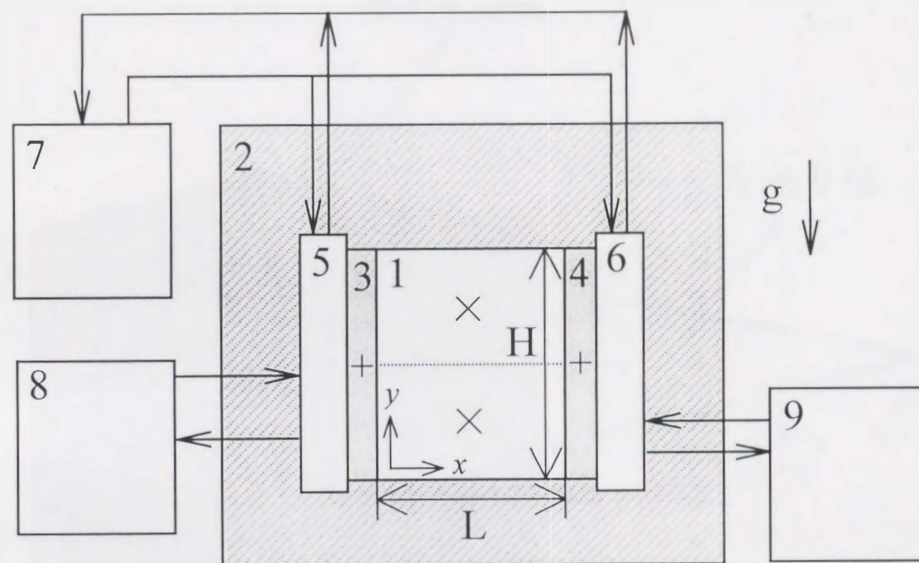
- (1) 無害で入手が容易である．
- (2) 溶液が無色透明で温度場および流れ場の可視化実験が比較的容易である．
- (3) 物性値が明らかである．

などが挙げられる．また実験で用いた溶液濃度は  $2.8\sim 4.8\text{wt}\%$  の範囲である．

#### 2-2-2 可視化用トレーサー

本研究では系内温度分布や境界面の流れ構造を観察するために，温度場用可視化トレー





- |             |           |           |
|-------------|-----------|-----------|
| 1. テストセクション | 2. 断熱材    | 3. 冷却壁    |
| 4. 加熱壁      | 5. 冷却室    | 6. 加熱室    |
| 7. 初期設定用恒温槽 | 8. 冷却用恒温槽 | 9. 加熱用恒温槽 |
| +. 温度測定位置   | ×. 溶液注出箇所 |           |

$H=44\text{ mm}$     $L=40\text{ mm}$     $W=30\text{ mm}$     $A=1.1$

..... しきり板位置

Fig.2-1 実験装置概略図



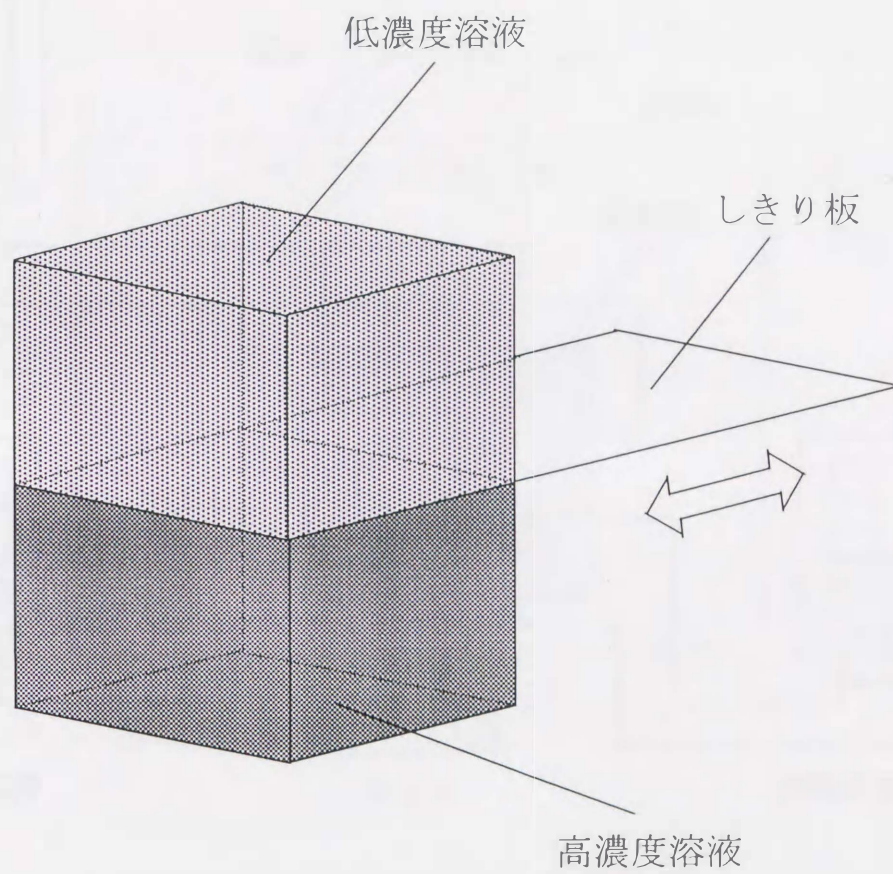


Fig.2-2 テストセクション拡大図

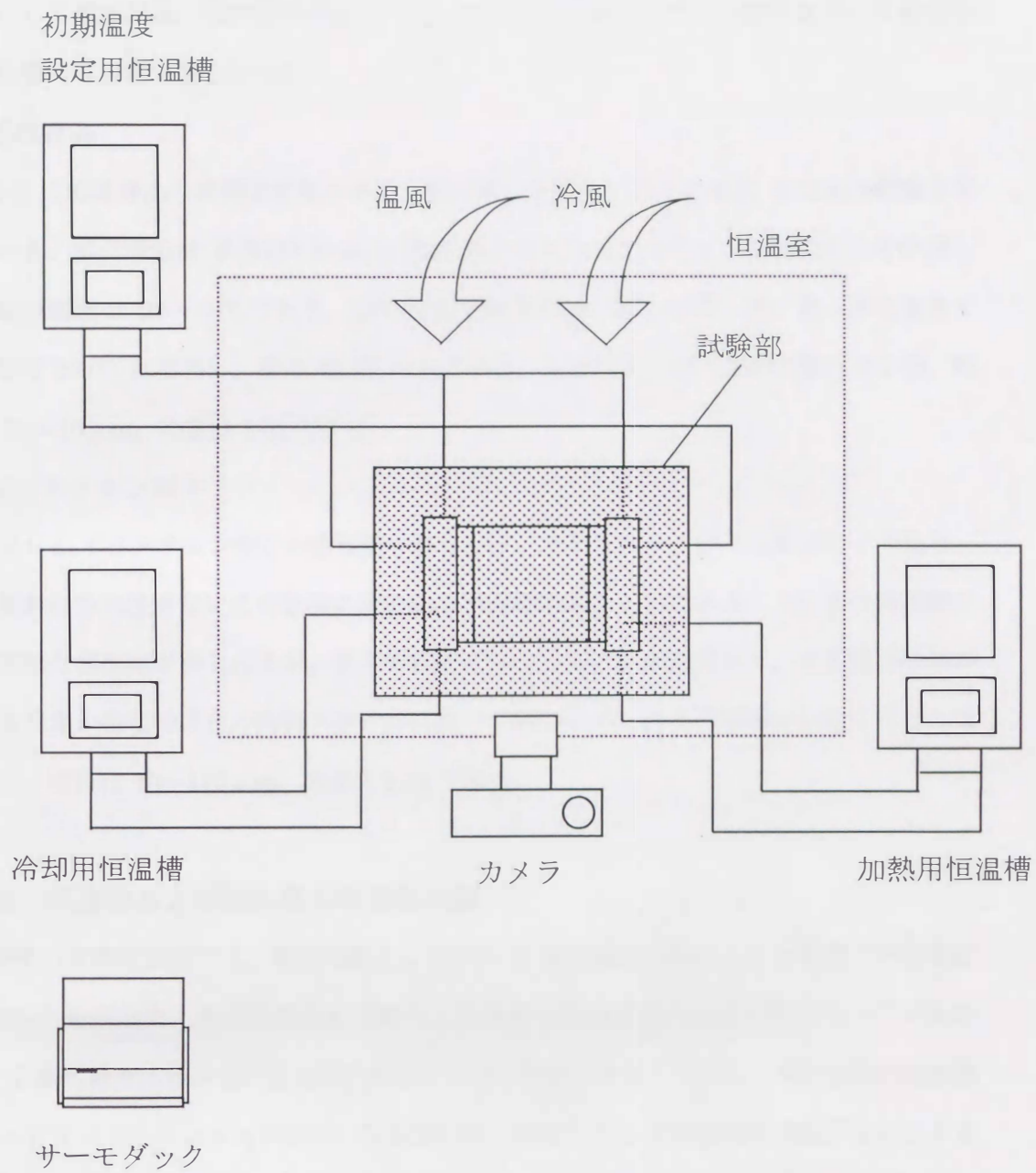


Fig.2-3 実験装置配置図



サーとして感温液晶，流れ場用可視化トレーサーとしてポリスチレン粒子を用いた温度場と流れ場の可視化実験を行った

#### (a)感温液晶

Fig.2-4 に感温液晶の顕微鏡写真を示す．温度場の可視化にはこれを約 0.01wt%懸濁させて用いる．感温液晶は B.D.H.Chemical.Ltd.製のカイラルネマティック型のものを使用した．呈色範囲は 29～40℃であり，30℃付近で温度の高い側から青，緑，黄，赤に呈色する．緑は 30.0℃に相当し，青は 30.4℃以上である．温度変化に対する時定数は 0.2 秒，粒径は 10～15  $\mu\text{m}$ ，比重は 1.02 である．

#### (b)ポリスチレン粒子

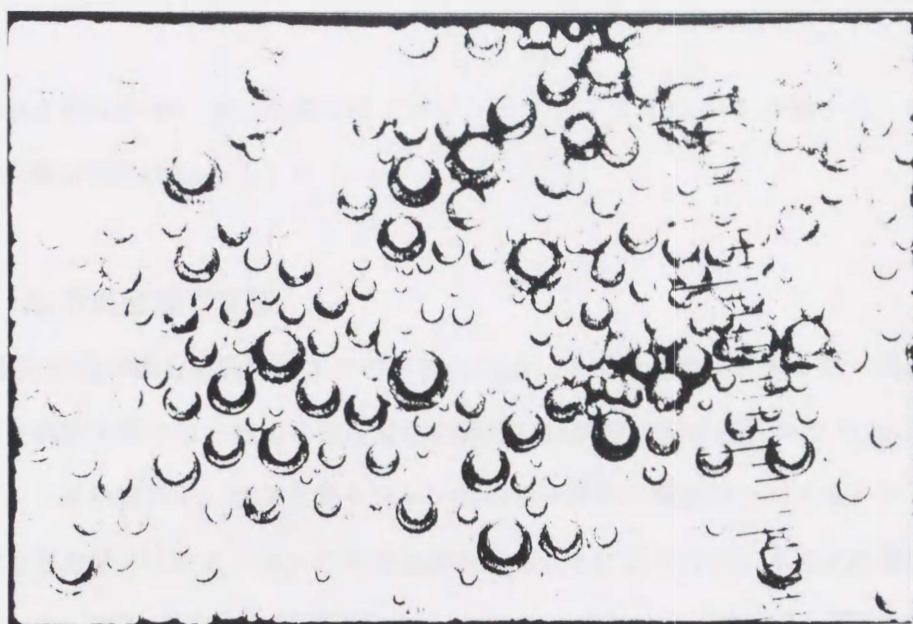
Fig.2-5 にポリスチレン粒子の顕微鏡写真を示す．ポリスチレン粒子は球状粒子であり，光の反射に方向性がないため容易に流れ場を可視化することができる．これを写真撮影すると明瞭な流跡線が得られるが，本実験範囲において流れは層流であり，また露出時間が非定常現象の巨視的变化の時間スケールに比べて短いためこれを流跡線とみなして差し支えない．粒径は 70～110  $\mu\text{m}$ ，比重は 1.04 である．

### 2-2-3 温度場および流れ場の可視化実験

本研究の可視化実験では，濃度勾配として予め 2 層に濃度成層させた水溶液（平衡濃度 3.8wt%）を用いた．高濃度溶液を下層に，低濃度溶液を上層にしきり板が入っている状態で 2 層に濃度成層させ，最上部に蓋をして完全に密封する．そして，初期設定用恒温槽によってテストセクション内を均一な初期温度（30℃）にして各層内に対流がないことを確認した後，2 層間のスリットを静かに引き抜く．その後境界面の乱れを除くため約 20 分間静置した後テストセクション両側の加熱・冷却室に流す流体を初期温度設定用のものから加熱・冷却用のものに手早く切り換えて実験を開始する．この瞬間を  $t=0$  とする．

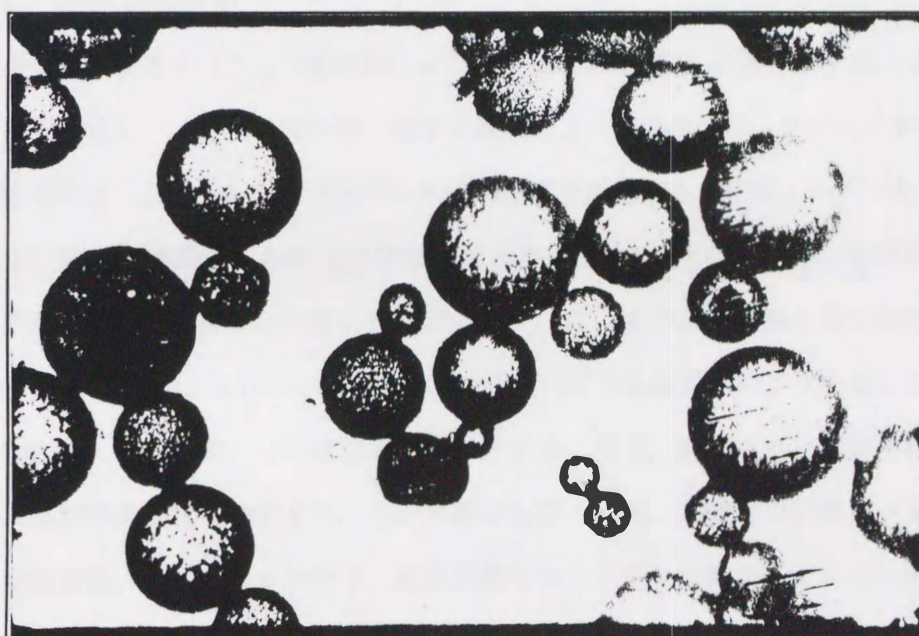
なお，当研究室のこれまでの実験によりテストセクション内の流れ場および温度場の二次元性は，後述する界面崩壊時のソルトフィンガー現象時を除いて保たれていることが確認されている．そのため，実験は奥行きに対する中央面を対象に行った．

温度場および流れ場の可視化写真の撮影には 35mm カメラ（Nikon-F4,ASA=100,



0 100 200 ( $\mu\text{m}$ )

Fig.2-4 感温液晶の顕微鏡写真



0 100 200 ( $\mu\text{m}$ )

Fig.2-5 ポリスチレン粒子の顕微鏡写真



s.s.=1~2,  $F=5.6\sim 16$ ) を, 照明にはプロジェクタランプ (300W) を用いた. なお写真撮影の際の露出時間は 2sec とした.

#### 2-2-4 局所温度測定実験

局所温度測定実験の実験開始までの手順は前述した可視化実験とまったく同様である. 局所温度測定実験では, 壁面の温度変化の測定には側壁に埋め込まれた 0.1mm-クロメル・アルメル熱電対を, テストセクション内の局所温度の測定はテストセクション上部から熱電対管をテストセクションの中央に挿入することにより行い, 多点式温度記録計 (サーモダック, ETO DENKI MODEL5001A) によってこれを記録した. Fig.2-6 に熱電対管の概略図を示す. 熱電対管には  $Y=0, 1/8, 2/8, 3/8, 4/8$  の高さに熱電対が付けられており, 局所温度が測定できるようになっている.

#### 2-2-5 局所濃度測定実験

##### 2-2-5-1 屈折率の決定

屈折率は, 屈折率計 (アッペ屈折計, ATAGO MODEL 1T) を用いて少量のサンプルで測定できる. また, 水溶液の屈折率は温度と濃度によって変化する. そのため本研究では, その性質を利用し屈折率から対流層内の水溶液濃度を決定する方法をとっている.

そこで, 温度を本研究における基準温度である  $30^{\circ}\text{C}$  で一定に保ったときの炭酸ナトリウム水溶液の濃度と屈折率との関係を測定した. また, その測定結果と最小自乗法による近似直線を Fig.2-7 に示す. この近似直線は濃度に対する屈折率の変化を良く表していることがわかる. そのため, この直線を検量線とすることで, 測定された屈折率から炭酸ナトリウム水溶液の濃度を決定することが可能である. なお, 同濃度の炭酸ナトリウム水溶液に, 感温液晶, ポリスチレン粒子, 感温液晶とポリスチレン粒子をそれぞれ懸濁させたときにおいても屈折率の測定を行ったが, いずれの場合においても同じ屈折率を示した. このことより, 水溶液中のトレーサは屈折率に影響を及ぼさないといえる.

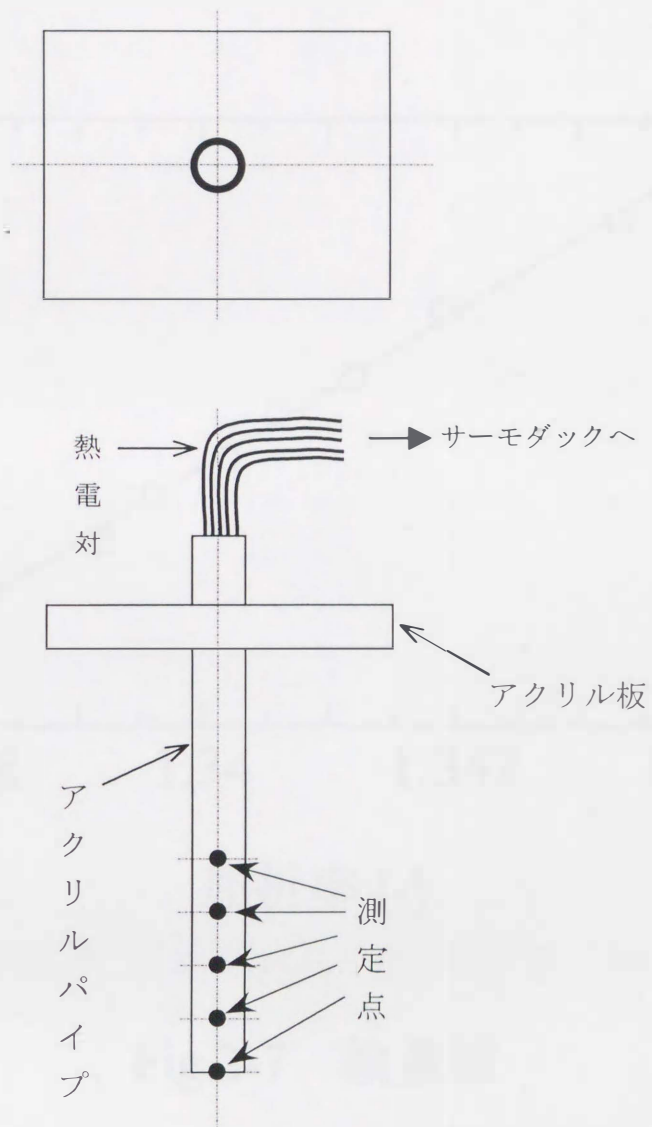


Fig.2-6 熱電対パイプ



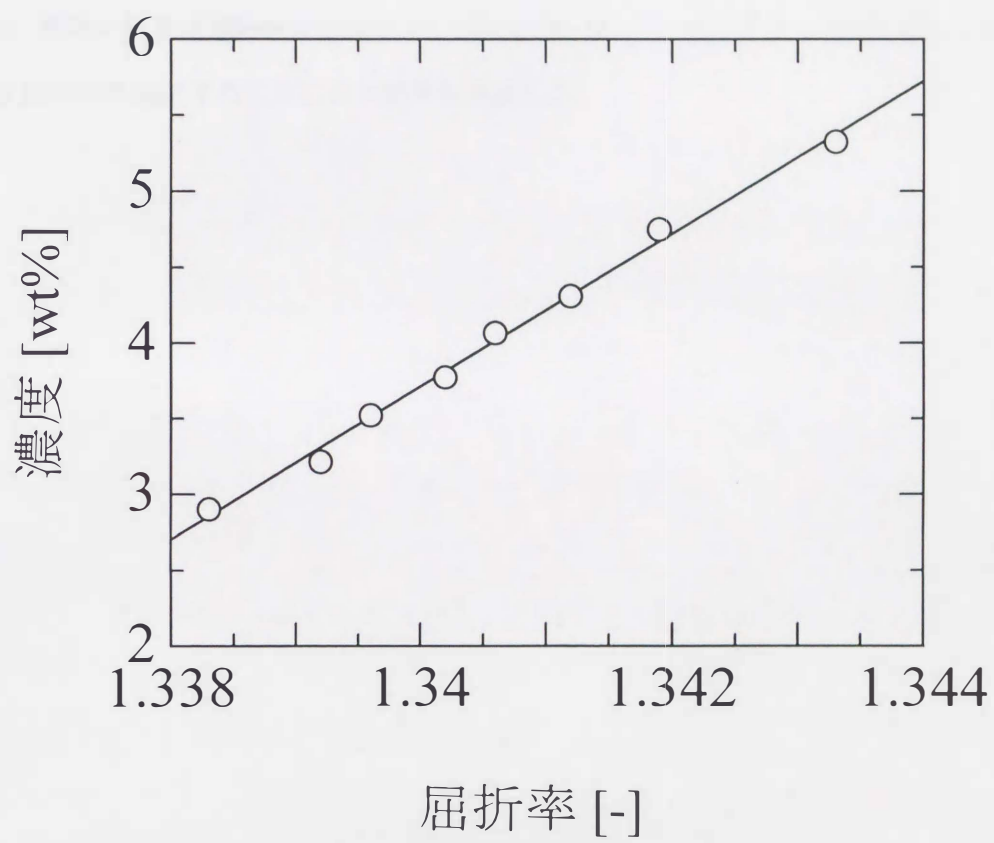


Fig.2-7 検量線

#### 2-2-5-2 実験方法

局所濃度測定実験においても実験開始までの手順は可視化実験とまったく同様である。また実験にはマイクロシリンジの挿入により溶液が採取できるよう、前面 2 箇所(上層各中心位置 $[(x/L, y/H)=(0.5, 0.75), (0.5, 0.25)]$ )に溶液抽出口が設けてあるテストセクションを用いた。溶液の採取は適時マイクロシリンジにより、50 マイクロリットルずつ行い、30℃における屈折率を測定することにより濃度を決定した。



## 2-2-6 レーザーホログラフィー実時間干渉法を用いた可視化実験

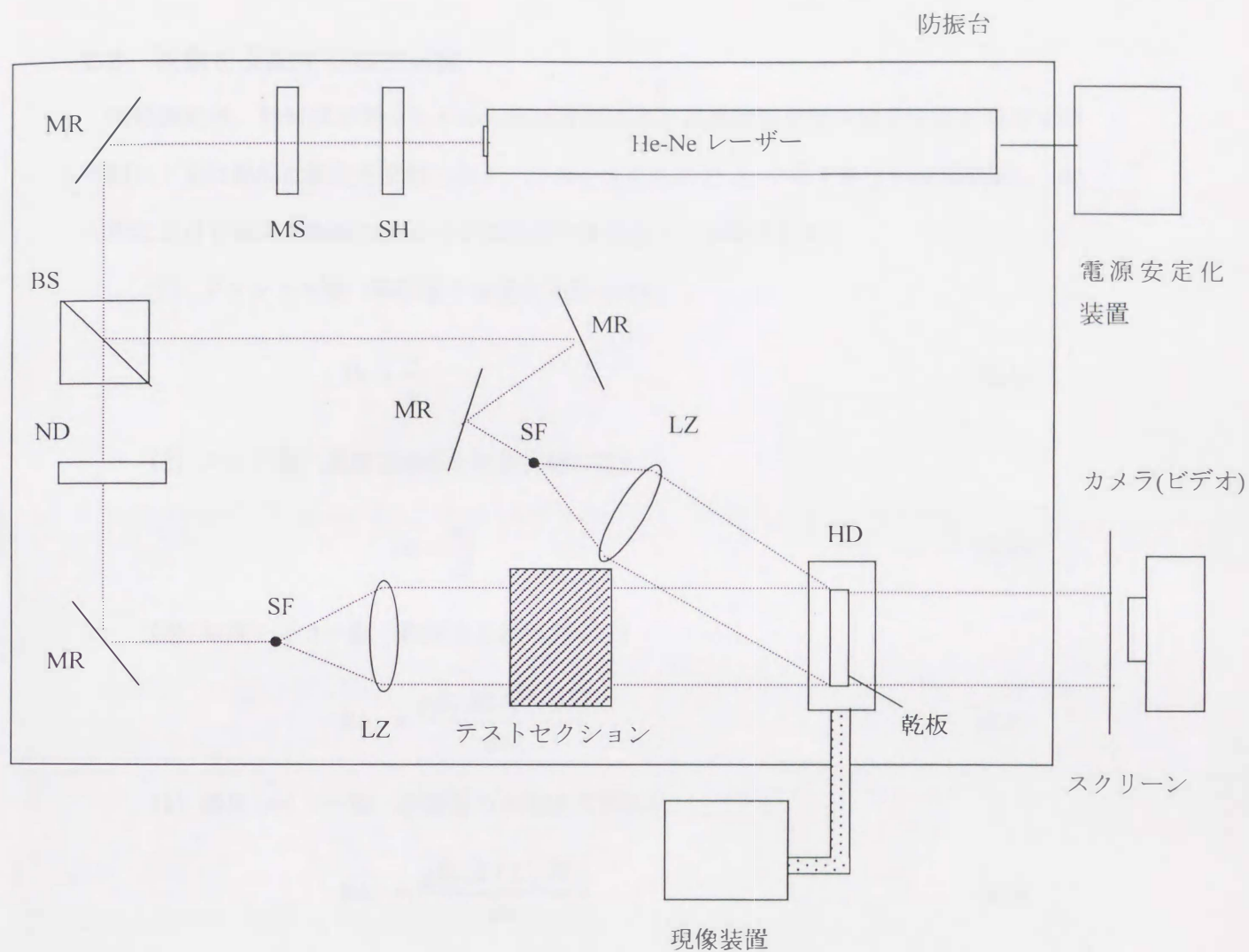
予め超微粒子乾板に記録させた、物体光と参照光が作る基準の波面と、実際の波面とを干渉させた場合、透過物体の密度変化に起因した位相変調が干渉縞のかたちで非定常に観察できる。これをホログラフィー実時間干渉法と呼ぶ<sup>26)</sup>。この方法により2層系二重拡散対流における系内の干渉縞の観察を行った。

### 2-2-6-1 光学系

使用するホログラフィー光学系を Fig.2-8 に示す。光学系はレーザー光源から発せられた光がビームスプリッタにより、テストセクションを通過する物体光と、参照光とに分離された後、再び乾板上で重なり合うように組まれている。レーザー光源には 30mW の He-Ne レーザー(波長 632.8nm)を使用した。光学系に設置されたホログラフィー用テストセクションは、 $H=44\text{mm}$ ,  $L=40\text{mm}$ ,  $W=20\text{mm}$ ( $A=1.1$ )の矩形容器で、レーザー光の透過面は、温度や歪みによる屈折率変化の少ない、厚さ 10mm のプレキシガラスである。なお可視化実験にあたり、干渉縞の定量化に必要な局所温度データも同時に測定した。温度測定箇所は容器中央垂直断面上の 10 点であり、これには可動式のパイプ(直径 1.5mm)の先端に取り付けられたクロメル・アルメル熱電対を使用した。

### 2-2-6-2 実験方法

実験手順は次の通りである。まず基準状態の記録を行う。テストセクション内を 30℃の高濃度側の溶液で満たした状態を乾板に感光させる。この乾板について、現像、停止、定着を行いホログラムを作成する。その後、テストセクション上部から中間高さ( $H=22\text{mm}$ )まで溶液を排出し、マイクロポンプを用いて予め 30℃に保たれた低濃度溶液を注入し、2層に濃度成層させ、これを加熱・冷却することにより実験を開始する。実験開始後は、テストセクション内の屈折率変化に起因した干渉縞が乾板上に現れるので、観察、ビデオ撮影する。実験終了後、撮影した干渉縞を解析し、これと別途調べた水溶液の屈折率と温度・濃度の関係より内部濃度、密度分布を算出した。



- |                |              |
|----------------|--------------|
| SH 電磁シャッター     | MS 光路変換器     |
| MR 全反射ミラー      | BS ビームスプリッター |
| SF スペシャルフィルター  | LZ コリメーターレンズ |
| ND 可変 ND フィルター | HD 乾板ホルダー    |

Fig.2-8 ホログラフィー光学系



### 2-3 現象を支配する無次元数

実験開始後、熱対流が発生してから低濃度流体層と高濃度流体層が混合を終えるまでの間に、系は熱的な擬定常状態となる。このとき系内には 2 つの大きなセルが存在し、セル内における流体挙動は次の 5 つの無次元変数によって支配される。

(1) プラントル数 (動粘度と温度伝導度の比) :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.1)$$

(2) ルイス数 (温度伝導度と拡散係数の比) :

$$Le = \frac{\alpha}{D} \quad (2.2)$$

(3) 温度レイリー数 (熱浮力と粘性力の比) :

$$Ra_T = \frac{g\beta_T \Delta T (L^4/H)}{\alpha\nu} \quad (2.3)$$

(4) 濃度レイリー数 (溶質浮力と粘性力の比) :

$$Ra_C = \frac{g\beta_C \Delta c (L^4/H)}{\alpha\nu} \quad (2.4)$$

(5) アスペクト比 :

$$A = \frac{H}{L} \quad (2.5)$$

ここで、 $\Delta T = T_h - T_c$ 、 $\Delta c = c_d - c_u$ であり、 $T_h, T_c$ はそれぞれ加熱壁、冷却壁温度そして $c_d, c_u$ はそれぞれ下層、上層濃度である。なお $\beta_T, \beta_C$ は密度が温度及び濃度と線形関係にあると仮定できる溶液に対して、次式で定義される物性値である。

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|, \beta_C = \frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial \rho}{\partial c} \right| \quad (2.6)$$

またこのとき、密度の温度及び濃度への依存性は

$$\rho(T, c) = \rho_0 \{ 1 - \beta_T (T - T_0) + \beta_C (c - c_0) \} \quad (2.7)$$

と表される。ここで、 $T_0, c_0, \rho_0$ は基準値であり、本研究では

$$T_0 = \frac{T_h - T_c}{2}, c_0 = \frac{c_d - c_u}{2}, \rho_0 = \rho(T_0, c_0) \quad (2.8)$$

とした。

また、大局的な二重拡散対流は  $Ra_T$  と  $Ra_C$  の値そのものよりも、浮力比（濃度差による浮力と温度差による浮力の比）によって支配されと考えられる。ここで、浮力比  $N$  を次のように定義する。

$$N = \frac{Ra_C}{Ra_T} = \frac{\beta_C \Delta c}{\beta_T \Delta T} \quad (2.9)$$

二重拡散界面の安定性はこの浮力比に大きく依存し、浮力比が大きいほどその界面は安定な状態で存在するようになる。現象が進むにつれ  $c_u$  及び  $c_d$  が変化し  $\Delta c$  が減少するため浮力比  $N$  は小さくなる。

本実験では  $T_0$  を初期温度、 $c_0$  を平衡濃度とし、それぞれ  $30^\circ\text{C}$ 、 $3.8\text{wt}\%$  となるように条件を設定した。

## 2-4 物性値

以下に本研究で使用した水溶液の物性値を示す。

<炭酸ナトリウム水溶液（ $30^\circ\text{C}$ 、 $3.8\text{wt}\%$ ）>

拡散係数： $D=7.8 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$

温度伝導度： $\alpha=1.455 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

濃度に関する体膨張係数： $\beta_C=9.698 \times 10^{-3} \text{ wt}\%^{-1}$

温度に関する体膨張係数： $\beta_T=4.018 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

熱伝導度： $\lambda=0.599 \text{ W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$

粘度： $\mu=1.001 \times 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$

動粘度： $\nu=9.713 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

密度： $\rho=1.030 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$

ルイス数： $Le=187$

プラントル数： $Pr=6.67$



## 第3章 数値解析理論

### 3-1 基礎方程式

Fig.3-1 に示すような高さ  $H$ ，幅  $L$  の矩形容器内にあらかじめ安定な 2 層の濃度成層がある場合の対流現象を考える。ここで，左右垂直壁面は一定温度に固定され，上下水平壁面は断熱されている。重力は  $y$  軸に平行に下向きである。

本論文の数値計算に用いる支配方程式の導出には以下の仮定を用いる。

- (1) 現象は二次元的に起こる。
- (2) 流体は非圧縮性である。
- (3) 容器内の流れは層流である。
- (4) Boussinesq 流体近似が成り立つ。

基礎式は以下のようになる。

連続の式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

運動方程式( $x$  方向)：

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.2)$$

運動方程式( $y$  方向)：

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g(\rho(T, c) - \rho) \quad (3.3)$$

エネルギー方程式：

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

濃度方程式：

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (3.5)$$

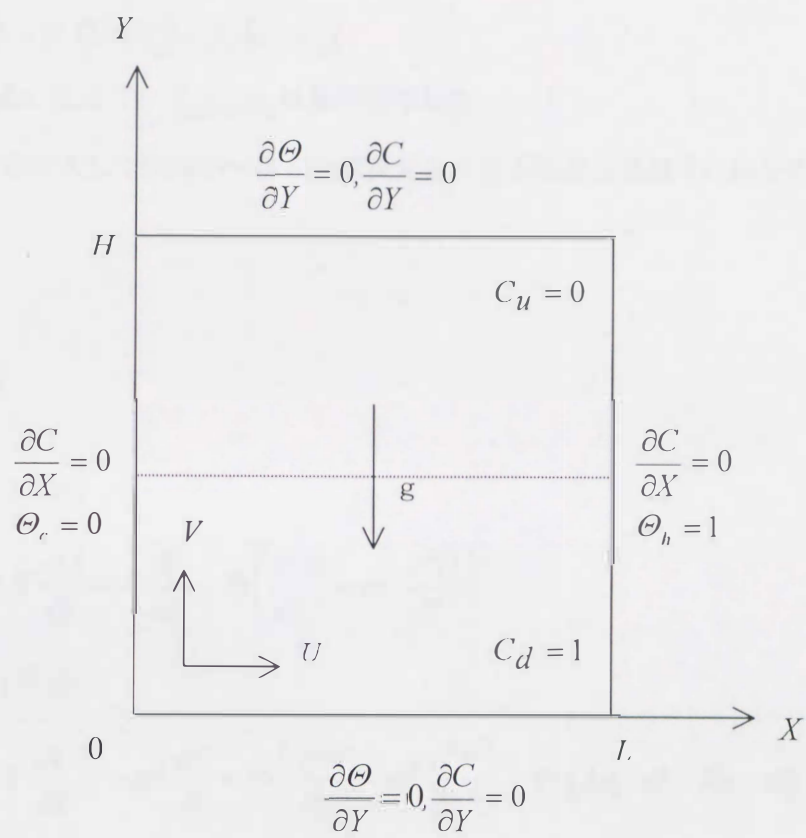


Fig.3-1 解析系



Boussinesq 流体近似が成り立つとしているので密度と温度・濃度の関係式は体膨張係数

$\beta_T$ ,  $\beta_C$  を用いて

$$\rho(T, c) = \rho_0 \{1 - \beta_T (T - T_0) + \beta_C (c - c_0)\} \quad (3.6)$$

のように表される。ここで,  $T_0, c_0, \rho_0$  は基準値である。

式(3.3)に式(3.6)を代入して式(3.1)~(3.5)を無次元化すると無次元基礎式は以下のようになる。

連続の式：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.7)$$

運動方程式 (X方向)：

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + m^2 \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.8)$$

運動方程式 (Y方向)：

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -m^2 \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + m^2 \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Pr (Ra_T \cdot \Theta - Ra_C \cdot C) \quad (3.9)$$

エネルギー方程式：

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + m^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.10)$$

濃度方程式：

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + m^2 \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (3.11)$$

となる。ただし、上式中の無限パラメータは以下の通りである。

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{H}, m = \frac{L}{H}, P = \frac{pL^2}{\rho\alpha^2}, U = \frac{uL}{\alpha}, V = \frac{vL^2}{\alpha H}, \tau = \frac{\alpha t}{L^2}, \Theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

$$C = \frac{c - c_u}{c_d - c_u}, Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Le = \frac{\alpha}{D}, Ra_T = \frac{g\beta_T \Delta T (L^4/H)}{\alpha\nu}, Ra_C = \frac{g\beta_C \Delta c (L^4/H)}{\alpha\nu} \quad (3.12)$$

ここで、式(3.7)~(3.11)を次式の一般形保存式に照らしまとめる。

一般形保存式；

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \left( u^* \phi^* - \Gamma^* \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( v^* \phi^* - \Gamma^* \frac{\partial \phi^*}{\partial y^*} \right) = S^* \quad (3.13)$$

各支配方程式ごとに対応する  $\phi^*$ ,  $\Gamma^*$  および  $S^*$  を Table3-1 に示す.

Table3-1 各支配方程式の  $\phi^*$ ,  $\Gamma^*$  および  $S^*$

支配方程式	$\phi^*$	$\Gamma^*$	$S^*$
連続の式	1	0	0
運動方程式 ( $X$ 方向)	$U$	$Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
運動方程式 ( $Y$ 方向)	$V$	$Pr$	$-m^2 \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr(Ra_t \cdot \Theta - Ra_c \cdot C)$
エネルギー 方程式	$\Theta$	1	0
濃度方程式	$C$	$\frac{1}{Le}$	0

本研究では式(3.7)～(3.11)の偏微分方程式を有限体積法に基づいて離散化を行った。また、対流項、拡散項などの差分近似には 2 次精度の中心差分を用いた。さらに圧力場の解法には多くの手法が考案されているが、本解析ではスキームの簡便性や収束性の良さから SIMPLE 法を採用した。次節以降では有限体積法についてや離散化方程式, SIMPLE 法等について述べる。



### 3-2 有限体積法の概略<sup>27),28),29)</sup>

有限体積法は重み付き残差法の 1 つと考えることができる。対象とする方程式を 1 次元空間で考える。微分演算子を  $L$ , 解を  $\phi$  としたときの微分方程式を

$$L(\phi) = 0 \quad (3.14)$$

とする。重み付き残差法の考え方に従って、近似解  $\bar{\phi}$  として下記のような多項式を取りあげる。 $a_i (i = 0 \sim n)$  は未知のパラメータであり、これを決定することが方程式を解くことになる。

$$\bar{\phi} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \quad (3.15)$$

したがって、この近似解に対する方程式の残差  $R$  は次式で与えられる。

$$R = L(\bar{\phi}) \quad (3.16)$$

未知パラメータを決定するために、適当な重み関数  $W$  を残差に乘じ、解を求める領域で積分し、その積分値を 0 とする。

$$\int W R dx = 0 \quad (3.17)$$

方程式を積分して離散化方程式を得る有限体積法は、 $W=1$  という重み関数を用いたことに相当する。

$$\int R dx = \int L(\bar{\phi}) dx = 0 \quad (3.18)$$

また、運動方程式をある領域で積分し、その値を 0 とすることは、積分区間内の運動量の保存則を意味しており、有限体積法が別名コントロールボリューム法と呼ばれる所以である。

### 3-3 不等分割格子

本研究において支配方程式中の対流項の離散化に中心差分法を用いているが、これは別途検討の結果、中心差分法が2層系二重拡散対流の数値解析において適性を持つと判断されたためである（Appendix 参照の事）。しかし中心差分法を用いて安定に解を求めるためには、かなり精細化された空間分割条件を必要とする。本研究では幾度かの試行計算を行い、計算精度と計算時間との兼ね合いから、空間分割数を縦100×横100と決定した。また炭酸ナトリウム水溶液ように比較的高いプラントル数の流体は現象がほぼ境界近傍に限定され、この部分における計算精度は計算結果に大きく影響する事が考えられたため、境界付近の精度が保たれるような不等分割格子を採用する。

本研究における2層系の計算では以下のような変格子間隔変換式を用いた。

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\sin\{0.48\pi(2Z-1)\}}{\sin 0.48\pi} \right] & (0 \leq Z \leq 1) \\ Y &= \frac{1}{4} \left[ 1 + \frac{\sin\{0.48\pi(4\Xi-1)\}}{\sin 0.48\pi} \right] & (0 \leq \Xi \leq 0.5) \\ Y &= \frac{1}{4} \left[ 3 + \frac{\sin\{0.48\pi(4\Xi-3)\}}{\sin 0.48\pi} \right] & (0.5 \leq \Xi \leq 1) \end{aligned} \quad (3.19)$$

この式による不等分割空間分割図（分割数縦100×横100）を Fig.3-2 に示す。



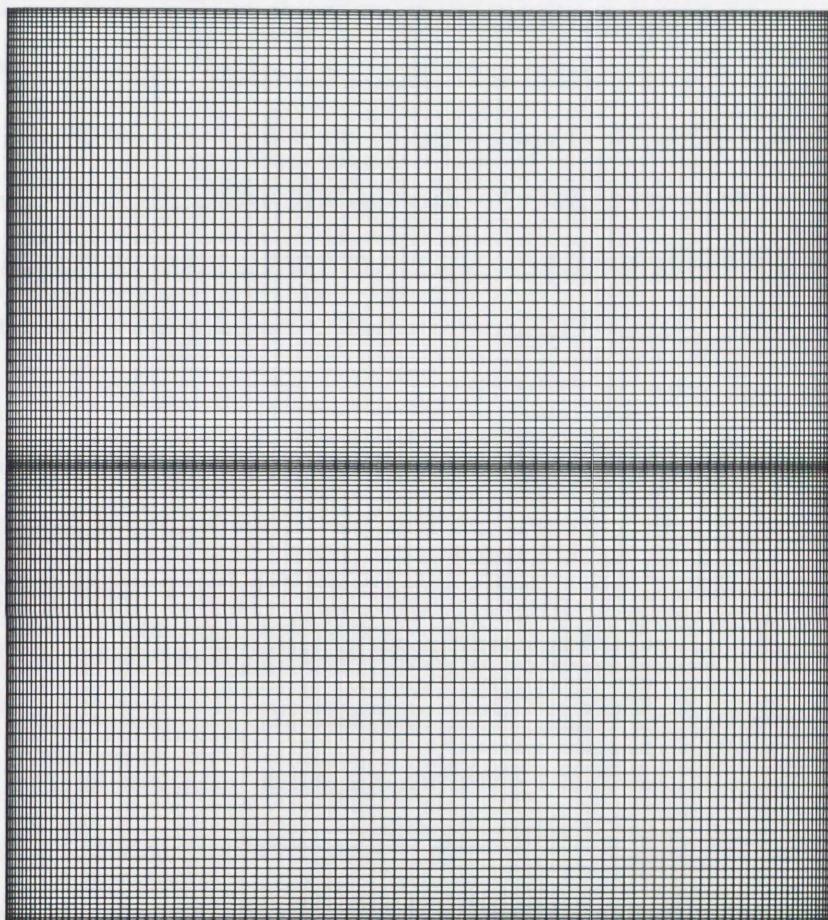


Fig.3-2 空間分割図 (100×100分割)

### 3-4 支配方程式の離散化<sup>27),28)</sup>

#### 3-4-1 スタッガード格子

流れの数値解析において圧力場の取り扱いが難しく、運動方程式を解く際、必要となる圧力場の情報を圧力とは一見関係がなさそうな連続の式 (3.1) より引き出さなくてはならない。二次元流れにおいては、連続の式と二方向の運動方程式を流れ関数の定義式と渦度輸送方程式の二式に帰着させることができ、圧力場を支配方程式より完全に消去することができる。しかし、この「流れ関数・渦度法」では、圧力項にまつわる煩わしい操作が一応回避できるものの、壁での渦度など境界値の設定に少なからぬ配慮を要すること；圧力場の時間変化が結果として要求されている場合には圧力に関するポアソンの式を別に解かなくてはならずかえって計算効率が悪化すること；さらには三次元空間に流れ関数が定義できないため同様の手法を三次元問題に拡張するにはかなり複雑な手続きが要求されること；などいくつかの重要な欠点がある。

そこで、SIMPLE 法は、各速度成分と圧力を直接に扱うことでこれらの欠点を克服するもので、今日まで種々の流れおよび熱移動の解析に幅広く活用されてきており、その有用性が周知されているものである。この SIMPLE 法では、圧力そのものではなくその補正量を従属変数とする「圧力補正式」を質量保存式の変形として用いる。

圧力補正式より得られる圧力の情報を効果的に運動方程式中にフィードバックするには、各速度成分をコントロール・ボリュームの検査面上で定義する「スタッガード格子」を採用する必要がある。格子の設定に際しては、Fig.3-3 に示すようにまずコントロール・ボリュームの検査面（実線）を計算領域の境界面と重なるように設定した後、区分されたコントロール・ボリュームの中心に圧力、温度などのスカラー量を定義するスカラー格子点をおく。各速度成分はそれに垂直な検査面上で定義する。スタッガード格子配列では、各速度成分がその上流と下流の圧力差により強く支配されるという物理的效果を合理的に配慮しており、波状圧力場の形成を防止するとともに運動方程式中の圧力項の精度を保っている。



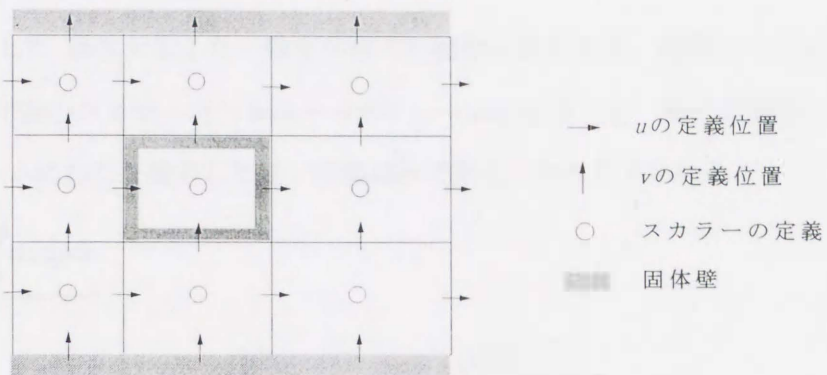


Fig.3-3 スタッガート格子

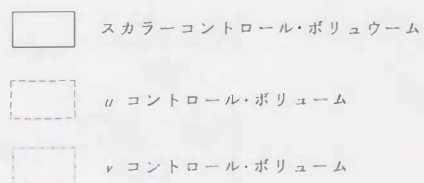
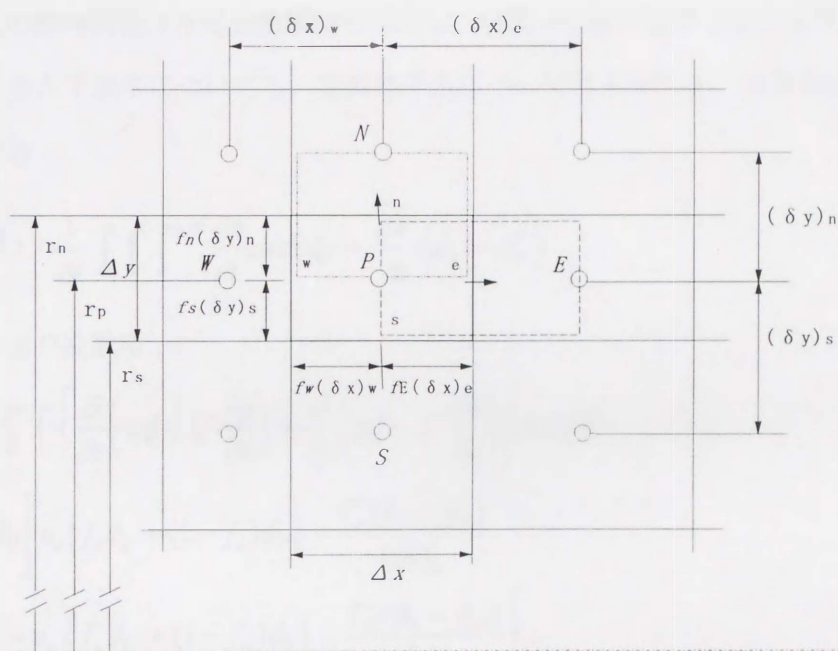


Fig.3-4 離散化における諸線分

### 3-4-2 一般形保存式の離散化

式(3.13)に示した 無次元化した一般形保存式の離散化を考える。離散化するに当たり、Fig.3-4 の実線で囲むスカラーコントロールボリュームに注目する。微小時間およびコントロールボリュームにわたり積分した後、時間刻みで割ると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+\Delta t}} \int_V \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt}_{\text{非定常項}} \\
 & + \underbrace{\frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+\Delta t}} \int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} dx dy dt}_{\text{対流項および拡散項}} \\
 & = \underbrace{\frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+\Delta t}} \int_V S dx dy dt}_{\text{生成項}}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

上式では無次元量を示す\*はすべて省略してある。式(3.20)の各項を以下のように離散化する。その際時間積分は完全陰解法を採用し、時間  $\Delta t$  後における値を示す上添字  $n$  を省略する。また下添字についても、定義格子点については大文字を、検査面については小文字を用いる。

$$\text{非定常項: } \frac{1}{\Delta t} \int_V \int_{t^n}^{t^{n+\Delta t}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt dx dy = \frac{\Delta V}{\Delta t} (\phi_P - \phi_P^0) \tag{3.21}$$

対流項および拡散項:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+\Delta t}} \int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} dx dy dt \\
 & = \Delta y \left[ u_e \left\{ f_e \phi_E + (1 - f_e) \phi_P \right\} - \frac{\Gamma_e (\phi_E - \phi_P)}{(\delta x)_e} \right. \\
 & \quad \left. - u_w \left\{ f_w \phi_W + (1 - f_w) \phi_P \right\} - \frac{\Gamma_w (\phi_P - \phi_W)}{(\delta x)_w} \right] \\
 & + \Delta x \left[ v_n \left\{ f_n \phi_N + (1 - f_n) \phi_P \right\} - \frac{\Gamma_n (\phi_N - \phi_P)}{(\delta y)_n} \right. \\
 & \quad \left. - v_s \left\{ f_s \phi_S + (1 - f_s) \phi_P \right\} + \frac{\Gamma_s (\phi_P - \phi_S)}{(\delta y)_s} \right]
 \end{aligned} \tag{3.22}$$



生成項：

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t'}^{t'+\Delta t} \int_s^e S dx dy dt = S \Delta x \Delta y = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (3.23)$$

式(3.23)に示すように生成項  $S$  には線形化が施されるものとする。

離散化された式(3.21)～(3.23)を式(3.20)に代入し整理すると次式が得られる。

$$a_p \phi_p = a_e \phi_e + a_w \phi_w + a_n \phi_n + a_s \phi_s + b \quad (3.24)$$

$$a_e = -f_e F_e + \frac{\Gamma_e \Delta y}{(\delta x)_e} \quad (3.25a)$$

$$a_w = f_w F_w + \frac{\Gamma_w \Delta y}{(\delta x)_w} \quad (3.25b)$$

$$a_n = -f_n F_n + \frac{\Gamma_n \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (3.25c)$$

$$a_s = f_s F_s + \frac{\Gamma_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (3.25d)$$

$$F_e = u_e \Delta y \quad (3.25a)$$

$$F_w = u_w \Delta y \quad (3.26b)$$

$$F_n = v_n \Delta x \quad (3.26c)$$

$$F_s = v_s \Delta x \quad (3.26d)$$

$$a_p = \frac{\Delta V}{\Delta t} + a_e + a_w + a_n + a_s + F_e - F_w + F_n - F_s - S_p \Delta x \Delta y \quad (3.27a)$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y + \frac{\Delta V}{\Delta t} \phi_p^0 \quad (3.27b)$$

なお、係数  $a_p$  中の  $(F_e - F_w + F_n - F_s)$  はコントロール・ボリューム内での質量の生成に対応しており、本来 0 となるべき量である。しかし、計算の過程で 0 となる保証はなく、生値をとる際には  $a_p$  中に残しておくほうが計算を安定化する上で望ましい。

エネルギー方程式、濃度方程式は上述のようにして離散化する。

### 3-4-3 $u$ および $v$ 運動方程式

3-4-2 節に対して  $u$  および  $v$  運動方程式は, Fig.3-4 のようにコントロール・ボリュームを東西あるいは南北にずらして考える必要がある. なお, 圧力項は後述するように特別の配慮をするため, 次のように他の生成項とは切り離して取り扱う.

$u$  運動方程式;

$$a_p u_p = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + \Delta y (p_w - p_e) + b \quad (3.28)$$

$v$  運動方程式;

$$a_p v_p = a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S + \Delta x (p_s - p_n) + b \quad (3.29)$$



### 3-5 SIMPLE 法について <sup>27),28),29)</sup>

圧力場が既知ならば，すでに得た離散化方程式(3.28)，(3.29)により運動方程式を解くことができる．本研究では連続の式より圧力場の情報を引き出すための圧力補正式を作る SIMPLE 法と呼ばれる解法を採用する．

まず，真の速度  $u$  を仮の圧力場  $\tilde{p}$  のもとで  $u$  運動方程式(3.28)より得た予測値  $\tilde{u}$  とその補正值  $u'$  の和で表現する．

$$u = \tilde{u} + u' \quad (3.30a)$$

真の圧力  $p$  を同様にして

$$p = \tilde{p} + p' \quad (3.30b)$$

上の二式を離散化した  $u$  運動方程式(3.28)に代入し，予測値  $\tilde{u}$  と  $\tilde{p}$  のセットが（連続の式を満たすとは限らないが）， $u$  運動方程式を満たす点に留意し  $\tilde{u}$  と  $\tilde{p}$  に付随する項を消去する．

$$a_p u'_p = \Delta y (p'_w - p'_e) + [a_E u'_E + a_W u'_W + a_N u'_N + a_S u'_S] \quad (3.31)$$

ここで，右辺では第一項の圧力補正の項が支配的と考え第二項を無視する（繰り返し計算の過程においてこのようなあいまいな操作が許されるのは，対象としているのが補正量であり，いずれすべての補正量が 0 に収束すると予期しうるからである．

$$u'_p = d_x (p'_w - p'_e) \quad (3.32)$$

ここで，

$$d_x = \frac{\Delta y}{a_p} \quad (3.33)$$

$v$  運動方程式についても同様に考え，次の速度補正式を得る．

$$v'_p = d_y (p'_s - p'_n) \quad (3.34)$$

ここで，

$$d_y = \frac{\Delta x}{a_p} \quad (3.35)$$

次に，Fig.3-5 のスカラーコントロールボリュームについて連続の式を考える．連続の式の離散形は，離散化した一般形保存式(3.13)に対し（Table3-1 を対応させ） $\phi = 1$  および

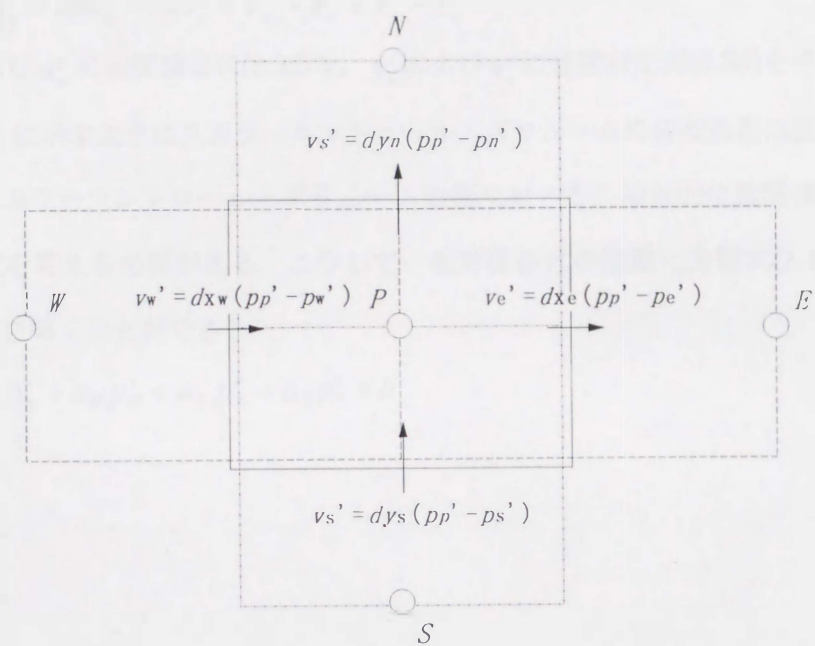


Fig.3-5 圧力補正におけるコントロール・ボリューム



$\Gamma = S = 0$  を代入して得られる.

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.36)$$

ここでさきほどと同様に,  $F_e \sim F_s$  を予測値と補正值に分解し書き直すと, 次のようになる.

$$\Delta y u'_e - \Delta y u'_w + \Delta x v'_n - \Delta x v'_s = \tilde{F}_w - \tilde{F}_e + \tilde{F}_s - \tilde{F}_n \quad (3.37)$$

左辺の  $u'_e$  および  $u'_w$  に速度補正式(3.32)を,  $v'_n$  および  $v'_s$  に速度補正式(3.34)を代入する. その際, Fig.3-5 に示すようにスカラーコントロール・ボリュームの各検査面に位置する速度定義点の (スカラーコントロール・ボリュームの極に対する) 相対的位置関係に留意し, 各速度補正式を考える必要がある. こうして一般形保存式の離散化方程式(3.13)と同じ形の圧力補正式を導くことができる.

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (3.38)$$

ここで,

$$a_E = \Delta y d_{xe} \quad (3.39a)$$

$$a_W = \Delta y d_{xw} \quad (3.39b)$$

$$a_N = \Delta x d_{yn} \quad (3.39c)$$

$$a_S = \Delta x d_{ys} \quad (3.39d)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.39e)$$

$$b = \tilde{F}_w - \tilde{F}_e + \tilde{F}_s - \tilde{F}_n \quad (3.39f)$$

この方法は SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation)法と呼ばれている. 式(3.32), (3.34)において, ある項を省略するという近似的手法を導入し圧力補正式を得ているため, 「半陰解的」解法と名づけられている. 省略する項の扱い方によって近似度を上げた解法も可能であり, SIMPLER, SIMPLEC などの愛称で呼ばれている. これらの SIMPLE 系の解法の特長は, 定常解を求めるときに, 他の方法に比べ最小の計算ですむことである. また, 通常この手法において離散化は有限体積法で行われているため, 物理量の保存則を満たしていることも特長の一つである.

### 3-6 初期条件および境界条件

初期条件および境界条件は Fig.3-1 にも示すように以下のようなになる.

初期条件 :  $\Theta = 0.5, \quad U = V = 0, \quad C = 1(Y = 0 \sim 0.5), \quad C = 0(Y = 0.5 \sim 1) \quad (\tau = 0)$

境界条件 :  $\Theta = 0, \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial X} = 0 \quad (X = 0)$

$\Theta = 1, \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial X} = 0 \quad (X = 1)$

$\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0, \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial Y} = 0 \quad (Y = 0)$

$\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0, \quad U = V = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial Y} = 0 \quad (Y = 1) \quad (3.40)$



## 第4章 2層系二重拡散対流の実験的研究

冒頭において述べたように、本研究室においてはこれまでトレーサー法による可視化実験や局所温度、濃度測定実験さらにはレーザーホログラフィーを用いた系内干渉縞の観察などが行われてきた。本章においては、本数値解析結果との比較検討を行うための2層系二重拡散対流の実験的概要について、Yamane らの実験的研究報告<sup>40),43)</sup>を参照して説明を行う。

### 4-1 実験条件

安定な2層の階段状濃度成層に水平温度勾配を与えたときに発生する二重拡散対流現象を検討するために、Table4-1 に示すような条件で温度場及び流れ場の可視化、局所温度測定実験、局所濃度測定実験、レーザーホログラフィーによる可視化実験を行った。ただし全ての条件において、初期温度は30°C、平衡濃度は3.8wt%とした。表中の $N_0$ は初期浮力比であり、二重拡散対流現象を大きく支配するパラメータである。また同表には各条件における境界面崩壊時間 $t_m$ も示す。なお、境界面崩壊時間 $t_m$ とは流体が明らかに他層に流れ込み始める時間のことである。

Table4-1 実験条件及び結果

run	$\Delta c$ [wt%]	$\Delta T$ [°C]	$Ra_c \times 10^{-7}$ [-]	$Ra_t \times 10^{-7}$ [-]	$N_o$ [-]	$t_m$ [min]
A	0.4	5.0	1.56	0.81	1.93	200
B	0.8	7.5	3.13	1.22	2.57	261
C	0.8	10.0	3.13	1.62	1.93	180
D	0.8	15.0	3.13	2.43	1.29	98
E	0.8	20.0	3.13	3.24	0.97	63
F	1.2	7.5	4.70	1.22	3.86	410
G	1.2	10.0	4.70	1.62	2.90	275
H	1.2	15.0	4.70	2.43	1.93	166
I	1.2	20.0	4.70	3.24	1.45	119
J	1.6	7.5	6.26	1.22	5.15	545
K	1.6	10.0	6.26	1.62	3.86	355
L	1.6	15.0	6.26	2.43	2.57	210
M	1.6	20.0	6.26	3.24	1.93	148
N	2.0	20.0	7.83	3.24	2.41	184



## 4-2 温度場、流れ場の可視化実験による2層系二重拡散対流の概略

ここでは密閉容器内2層系二重拡散対流の特徴がもっとも顕著に現れる条件の一つである条件 runA (初期濃度差  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ , 加熱冷却壁温度差  $\Delta T=5.0^\circ\text{C}$ , 初期浮力比  $N_0=1.93$ ) を例に現象の概略を説明することにする. なお, 現象の概略は条件が変わっても大局的に同様である.

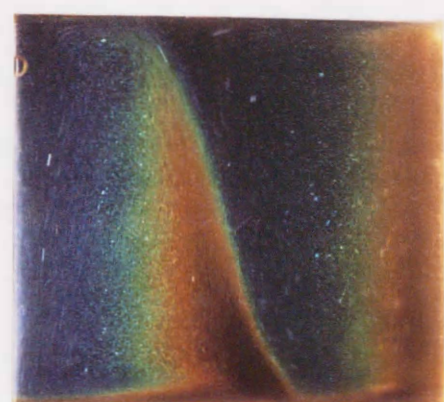
Fig.4-1 に感温液晶を用いた温度場の可視化写真を示す. 図中の虹色の蛇行線が感温液晶の発色部分であり, 青, 緑, 黄, 赤がそれぞれ  $30.4^\circ\text{C}$ ,  $30^\circ\text{C}$ ,  $29.6^\circ\text{C}$ ,  $29.0^\circ\text{C}$  に相当する.

Fig.4-2 にポリスチレン粒子を用いた流れ場の可視化写真を示す. なお, 写真のシャッタースピードは  $2\text{sec}$  であり, ポリスチレン粒子の軌跡が  $1\text{mm}$  のとき速度は  $0.5\text{mm/s}$  となる.

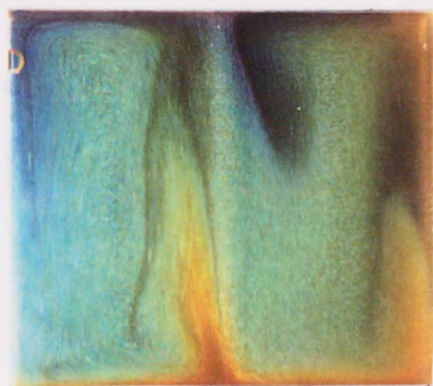
この条件における境界面崩壊時間  $t_m$  は約  $200\text{min}$  である.

2層の階段状垂直濃度勾配の右壁を加熱, 左壁を冷却する水平温度勾配を与えると, 各層の壁面近傍において加熱壁側では上昇, 冷却壁側では下降する流れが熱浮力により発生し, 4つの反時計回りの渦を形成する(a). 上下各層において壁面近傍の2つの渦は容器中央へと発達, 合併し, 容器内には上下に半時計回りの2つの主対流が形成する(b). この流れの発達に伴って各層内上部には青色の高温域, 下部に赤色の低温域が拡大していく. そして, 各層内の2つの対流が対向する中心付近で大きな温度勾配と濃度勾配が存在し, 加熱壁側では下層での上層流, 冷却壁側では上層での下降流によってわずかに右上がりに傾いた鮮明な境界面が形成される. その後温度場は変化しなくなり, 系は熱的擬定常状態となる. この期間はかなり長い間持続する. 但しこの間も上下層間において溶質の移動は行われており, 境界面の傾きは少しずつ増していく(c). 溶質の移動が進行するにつれ上下層の濃度差が小さくなり境界面の傾きが大きくなると, 境界面付近での流れは湾曲し始め, 等温線がゆらぎ始める(d). しばらくすると, 境界面およびその近傍の等温線があたかも波打っているような現象が起こる(e). これを波打ち現象と呼ぶ. やがて加熱壁側では上向きに, 冷却壁側では下向きに境界面が浸透を始め, 他層へ突出する(f). これを垂直境界層と呼ぶ. 垂直境界層が発達を始めると, 境界面の波打ちはおさまリ, 急激に境界面の傾きが増していく. 大きく傾いた境界面は加熱壁面側から崩壊し, 下層の流体が上層に流れ込み, 上下層の混合が始まる. この瞬間を境界面崩壊時間とする. この時系内は上側高温高濃度,

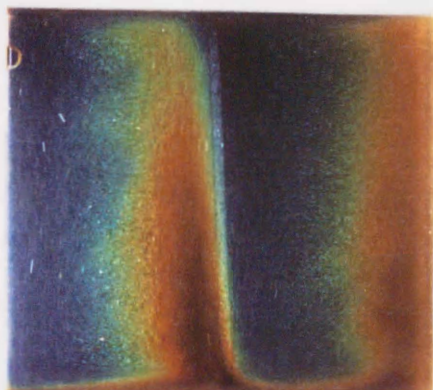




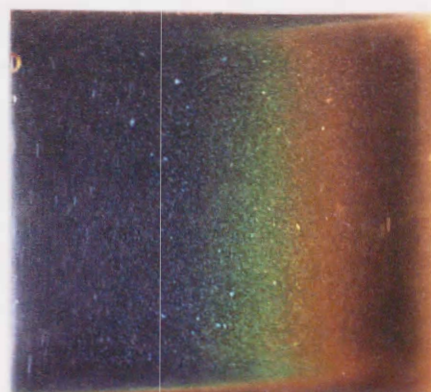
(a)  $t=45\text{sec}$



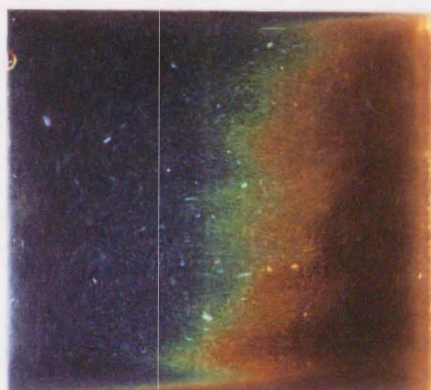
(b)  $t=1.0\text{min}$



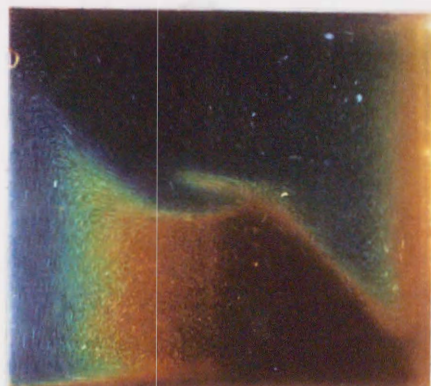
(c)  $t=30\text{min}$



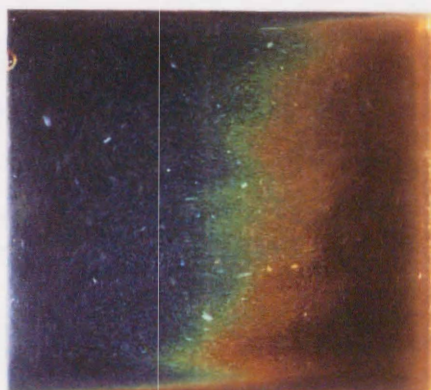
(d)  $t=210\text{min}$



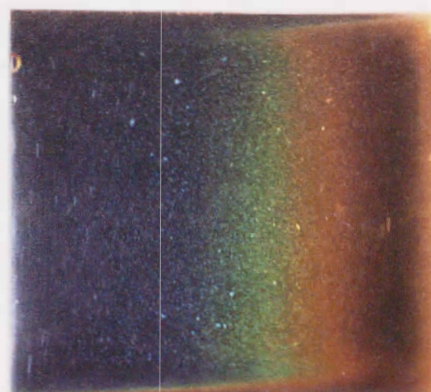
(e)  $t=213\text{min}$



(f)  $t=220\text{min}$



(g)  $t=224\text{min}$



(h)  $t=270\text{min}$

Fig.4-1 温度場の可視化実験 (runA:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



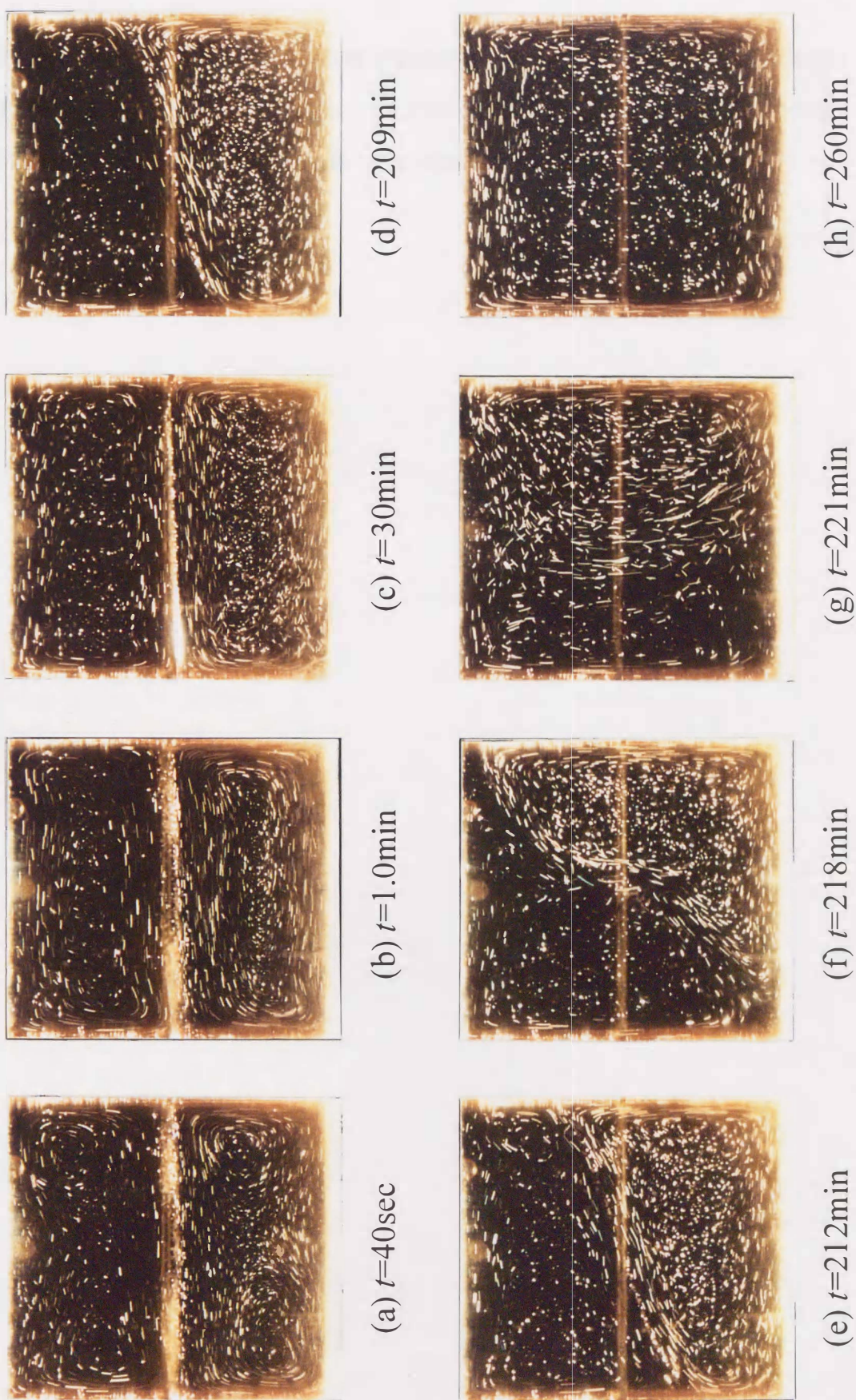


Fig.4-2 流れ場の可視化実験 (runA:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )

下側低温低濃度という極めて不安定な状態となるため、ソルトフィンガー (finger 型対流) と呼ばれる複雑な 3 次元対流が発生し、それに伴って等温線も大きく乱れる(g)。その後、流体の濃度は均一化し、ひとつの熱対流に支配されるようになる(h)。



#### 4-3 局所温度測定実験

Fig4-3 に runA における垂直断面 ( $X=0.5$ ) での下層の局所 ( $Y=0, 1/8, 2/8, 3/8, 4/8$ ) 温度時間変化を示す。実験開始直後、初期温度  $30^{\circ}\text{C}$  であったそれぞれの局所温度は変化し始める。約 20min 後、系内が擬定常状態に入るとそれぞれの局所温度は多少の振動はあるものの、ほぼ一定の温度を保つようになる。170min 近くになると局所温度は上がり始める。これは境界面が不安定となり、その傾きが増加すると上下各層左右の加熱冷却面積の差が大きくなるため、下層（上層）はかなり偏って加熱（冷却）されるためである。その後その温度上昇があるピークを迎えるとすべての温度は急激に減少する。これは垂直近くまで傾いた境界面が各測定点を通過するためでありこの頃が層境界面崩壊時間  $t_m$  である。境界面崩壊後は 1 層の温度対流が支配的となるため温度はまた一定値を取り続ける。

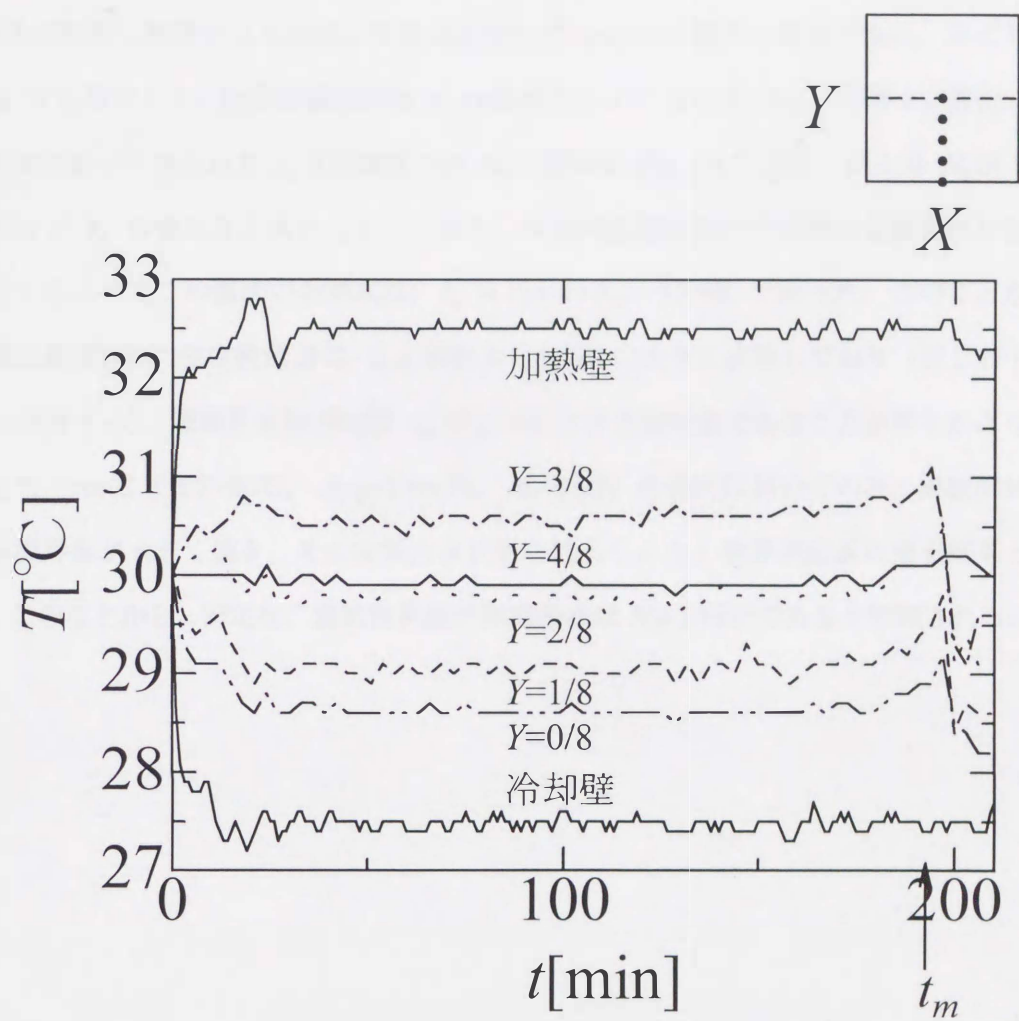


Fig.4-3 垂直断面 ( $X=0.5$ ) での局所温度の時間変化 (runA)



#### 4-4 層境界面崩壊時間 $t_m$ と初期浮力比 $N_0$

初期条件が変化した場合も大局的な現象は前述した runA の場合と同様である。ただし Table4-1 でも示すように境界面崩壊時間  $t_m$  は条件によって 60~550min と様々に変化した。本実験において得られた  $t_m$  と初期浮力比  $N_0$  の関係を Fig.4-4 に示す。図より  $N_0$  が大きくなるほど  $t_m$  の値もまた大きくなっており、本実験範囲において両者は直線関係にある事が分かる。またこの直線の相関式は、 $t_m = 113.95N_0 - 55.48$  であった。このことから、二重拡散境界面の安定性は  $\Delta T$ ,  $\Delta c_0$  単独よりも  $N_0$  に大きく依存しており（但し若干  $\Delta T$  にも依存する）、層境界面崩壊時間  $t_m$  がこれにより予測可能であることが明らかとなった。また、runE ( $\Delta T=20^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.8\text{wt\%}$ ,  $N_0=0.97$ ) の条件においてのみ、実験開始直後から境界面が大きく傾き、その後擬定常状態を経ることなく境界面崩壊に至る結果となった。このことから、安定な二重拡散界面の形成条件は  $N_0=1$  付近であると推測される。

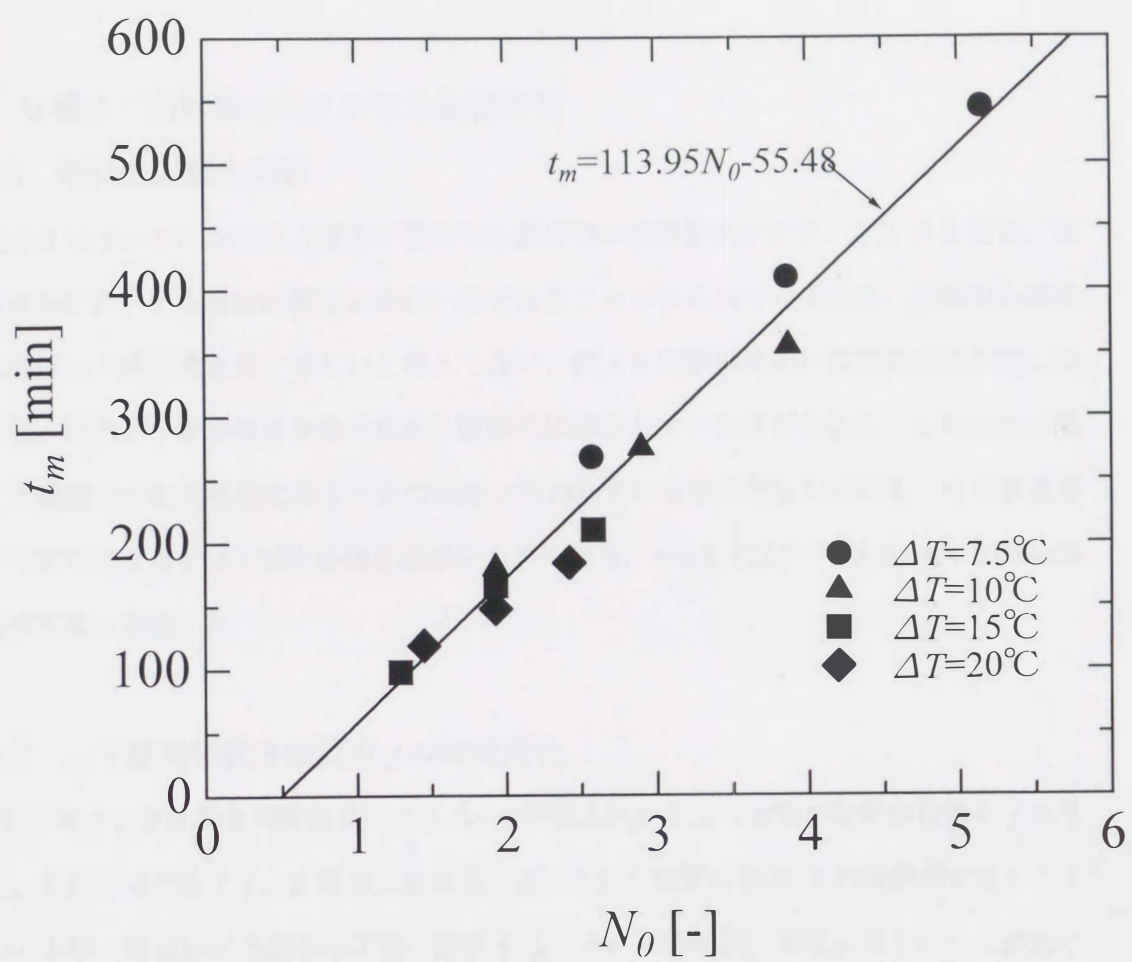


Fig.4-4  $t_m$ と $N_0$ の関係



## 4-5 2層系二重拡散対流における物質移動

### 4-5-1 局所濃度測定実験

Fig.4-5 に runA における上層と下層の中心濃度差の時間変化を示す。ここで 2 層系二重拡散対流において各層内の濃度はほぼ一様であることが知られているため、各層中心濃度差はほぼ上下層間濃度差に等しいと考えて良い。図より実験開始から擬定常状態の間において  $\Delta c$  はほぼ一定の傾きを保ちながら直線的に減少している事が分かる。これはこの間の上下層間での物質移動はある一定の速度で行われている事を意味している。その後境界面が不安定になると  $\Delta c$  減少の傾きは若干大きくなり、runA においては  $\Delta c \approx 0.05\text{wt}\%$  で層境界面は崩壊した。

### 4-5-2 上下層間物質移動流束 $j$ の時間変化

前節における濃度測定実験結果による  $\Delta c$  の時間変化から上下層間の物質移動流束  $j$  を算出し、それらを比較する。2 層系二重拡散対流において溶質は面積  $S$  の境界面を通して下層から上層へあるいは上層から下層へ移動する。その単位時間、単位面積あたりに移動する溶質の流束を  $j$  とする。

本研究においては境界面を通して溶質が移動し、下層において平均濃度  $\bar{c}_d$  から平衡濃度  $c_{eq}$  に近づくモデルを考える。また、下層の平均濃度  $\bar{c}_d$  は下層中心 ( $X=0.5, Y=0.25$ ) 濃度  $c_d$  で近似する。また現象は境界面が崩壊するまではほぼ点対称で進行することから、上下各層の体積は  $V$  のまま等しく変化しないと仮定する。この場合溶質移動流束  $j$  は

$$j = \frac{V}{S} \cdot \left| \frac{d(c_d - c_{eq})}{dt} \right| \quad (4.1)$$

となる。ここで容器高さを  $H$  とすると下層の体積は  $V = \frac{H}{2} \cdot S$ 、平衡濃度は  $c_{eq} = \frac{c_d + c_u}{2}$

で表すことができる。これらを代入して式(4.1)を変形すると、

$$j = \frac{H}{4} \cdot \left| \frac{d(\Delta c)}{dt} \right| \quad (4.2)$$

となる。ここで  $\Delta c = c_d - c_u$  [mol/m<sup>3</sup>]である。この式(4.2)より  $j$  を算出した。

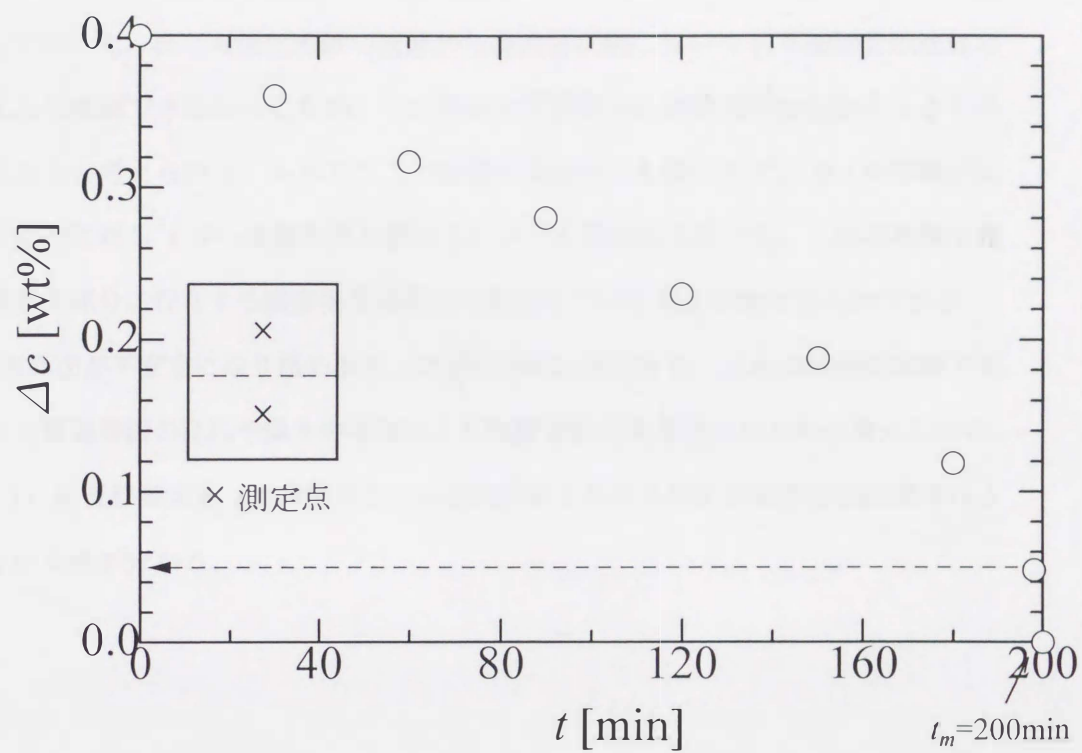


Fig.4-5 上層および下層の中心濃度の時間変化 (runA)



Fig.4-6 に runA における  $j$  の時間変化を示す。

図より擬定常状態における  $j$  はほぼ一定値を取り続けており、その値は約  $2.5 \times 10^{-5} \text{ mol/(m}^2 \cdot \text{s)}$  であった。また可視化実験の結果から擬定常状態において上下層間での流体の直接的な流入は視認できなかったため、この間の上下層間での物質移動は拡散によるものが支配的であると考えられる。しかしここで拡散が支配的に関わらず、 $\Delta c$  が直線的に減少していくのに対し  $j$  が一定値を取り続けるという矛盾が生じている。これは現象を通して、層境界面部分に存在する濃度境界層厚さが変化している事を示唆するものである。

その後層境界面が不安定になり始めると  $j$  の値は急激に増加する。これは可視化実験で見られたような層境界面の乱れや傾きの増加により物質移動が促進されたためと考えられる。

以上のように物質移動流束  $j$  の時間変化と可視化実験より得られた現象の定性的推移はよく一致している事が分かる。

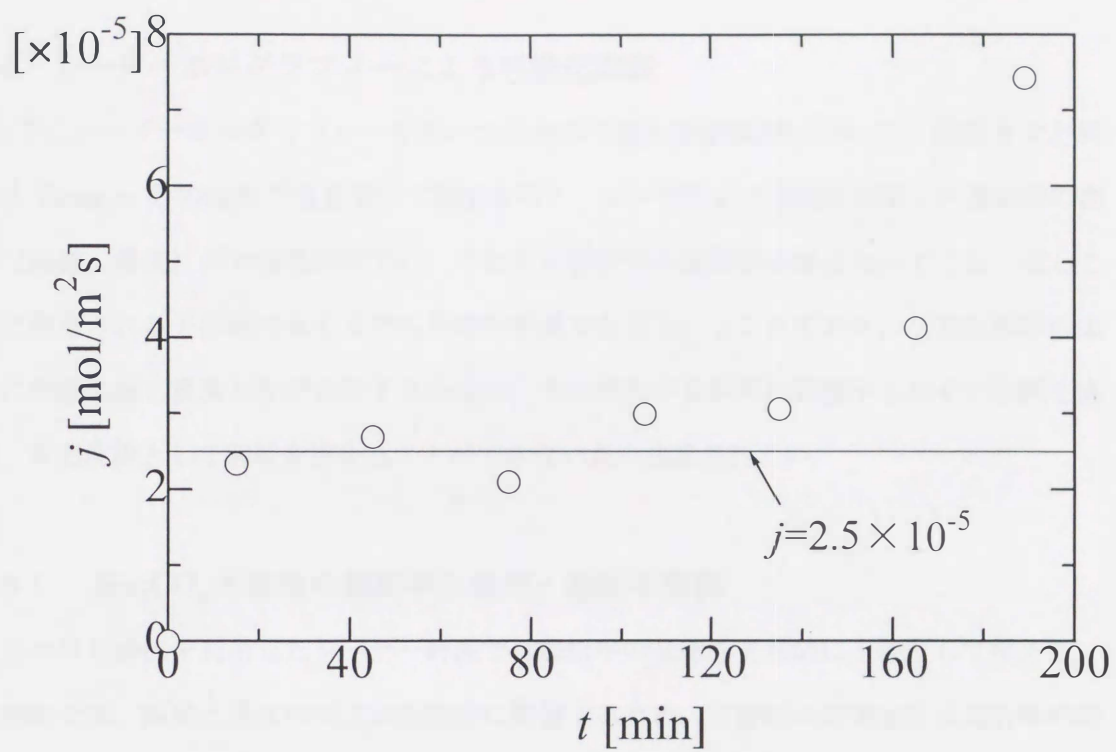


Fig.4-6 上下層間物質移動流束 $j$ の時間変化 (runA)



#### 4-6 レーザーホログラフィーによる可視化実験

以下にレーザーホログラフィーを用いた系内の可視化実験結果について、前節までと同じく Yamane らの報告<sup>40)</sup>を参照して説明を行う。レーザ光の干渉性を利用した流体中の密度（温度、濃度）の光学的測定では、それらと屈折率の関係が必要となってくる。但しここで観察される干渉縞はあくまでも等屈折率線であるということであり、二重拡散系のよう温度勾配と濃度勾配が共存する場合は、その両方が屈折率に影響するため干渉縞を直接、等密度線として解析を進めることができない点に注意されたい。

##### 4-6-1 $\text{Na}_2\text{CO}_3$ 水溶液の屈折率と温度・濃度の関係

光の可干渉性を利用したレーザー計測では屈折率の変化を光学的に干渉として捉える。本実験では、温度と濃度の両方が屈折率に影響するため、干渉縞の定量化には屈折率の温度変化率、濃度変化率が明らかである必要がある。そこで、実験に使用した  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  水溶液について、アッペの屈折率計を用いた屈折率の測定結果を Fig.4-7 にプロット点で示す。それぞれの濃度における測定値を二次式で最小二乗近似し、 $\text{Na}_2\text{CO}_3$  の屈折率  $n$  の温度、濃度変化として次式を得た。

$$n = aT^2 + bT + c \quad (4.3)$$

$$a = -3.90625 \times 10^{-7} c^2 + 3.4003 \times 10^{-6} c - 8.37575 \times 10^{-6}$$

$$b = 1.98102 \times 10^{-5} c^2 - 1.78013 \times 10^{-4} c + 3.07532 \times 10^{-4}$$

$$c = -3.98438 \times 10^{-4} c^2 + 5.49688 \times 10^{-3} c + 1.32874$$

なお、同図中の実線はこの近似曲線であり、温度、濃度の二次式としては精度よく近似されていることがわかる。つまり式(4.3)より、温度、濃度が明らかな場所についてその屈折率が算出できる。

##### 4-6-2 $\text{Na}_2\text{CO}_3$ 水溶液の屈折率と密度の関係

$\text{Na}_2\text{CO}_3$  水溶液の密度  $\rho$  と屈折率  $n$  の関係を Fig.4-8 に示す。なお屈折率の算出には式(4.3)を、密度の算出には次式を用いた。

$$\rho = \rho_0 \{1 - \beta_T (T - T_0) + \beta_C (C - C_0)\} \quad (4.4)$$

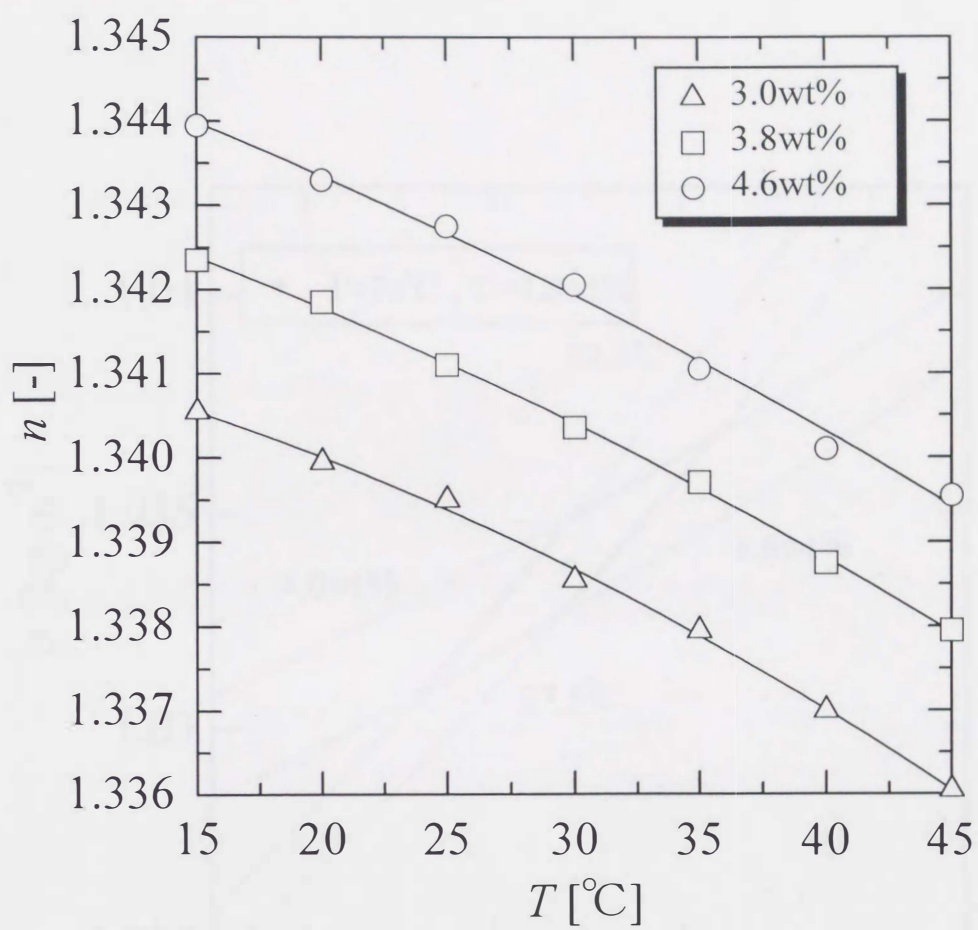


Fig.4-7  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ 水溶液の屈折率と温度，濃度変化の関係



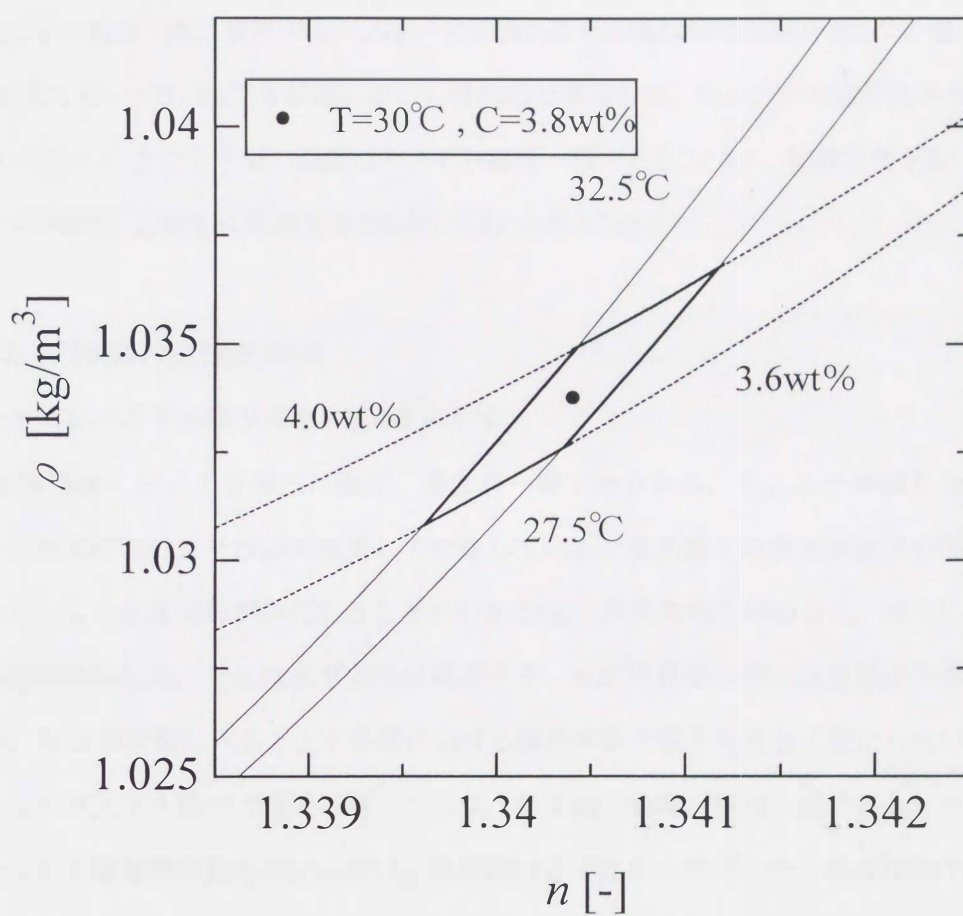


Fig.4-8  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ 水溶液における屈折率と密度の関係

図中の太線で囲まれた領域が、今回解析の対象とした条件において、密度および屈折率が変化する範囲である。この図から、屈折率が密度と一対一に対応していないことがわかる。これは境界面付近の温度勾配、濃度勾配が大きい所に表れる干渉縞は等密度線を表さない場合があることを意味する。一方、擬定常状態において層内部で温度分布、および干渉縞が水平方向にほぼ一様となること、また上下層の濃度はそれぞれほぼ一様であることから、境界近傍を除いたバルク中の干渉縞は、近似的に等密度線とみなしてよいと考えられる。

#### 4-6-3 干渉縞の定性的解析

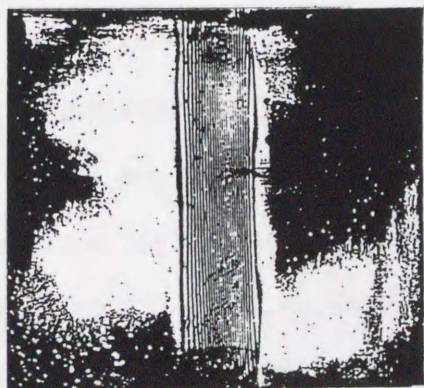
runA における干渉縞写真を Fig.4-9 に示す。

対流開始前において各層内は温度、濃度が一様であるため、そこに干渉縞見られない。しかし層境界部分に干渉縞が密集して存在している。境界面での濃度拡散が原因で現れたもので大きな密度勾配が存在することがわかる(a)。加熱冷却を始めると、直ちに各層内に干渉縞が現れ始め、それは水平方向に発達する。また境界面近傍には複雑な干渉縞が現れる(b)。擬定常状態に入ると上下各層における縞の本数や様子も大きく変化しない状態が続く。これは上下各層内で温度成層しており、なおかつ濃度が終始一様であるためである。しかし上下層間濃度差の減少に伴い、境界面付近では初め密だった干渉縞は徐々に粗くなっていく(c)(d)。物質移動が進み境界面が不安定になるころ、境界面は揺らぎ出す(e)。やがて層境界面は垂直近くまで傾きを増し(f)、層境界面崩壊に至る(g)。その後系内はソルトフィンガー現象により激しく混合する(h)。混合部分での流れは三次元的であるため、干渉縞は大きく乱れて観察される。

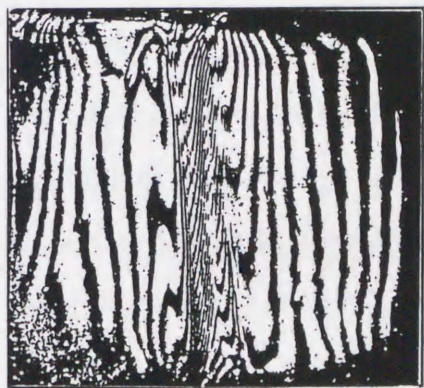
#### 4-6-4 干渉縞の定量化

次に、容器中央垂直断面の温度測定、及び現象のビデオ撮影から得られた干渉縞の定量化を試みた。既知濃度で均一な系において内部温度差により生じる干渉縞は、局所温度を測定すれば式(4.3)より定量化が可能となる。そこで、この方法を利用して干渉縞の定量化を行うべく、左右壁間温度差  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ 、初期濃度差  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$  の条件について干渉縞のビデオ撮影を行うと共に、局所温度測定を行った。

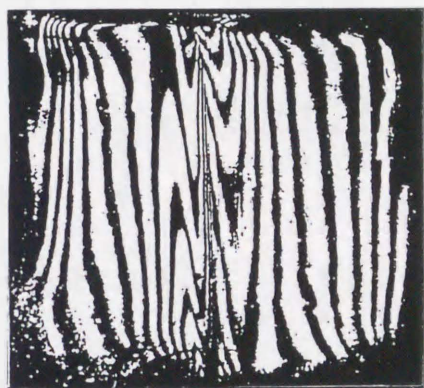




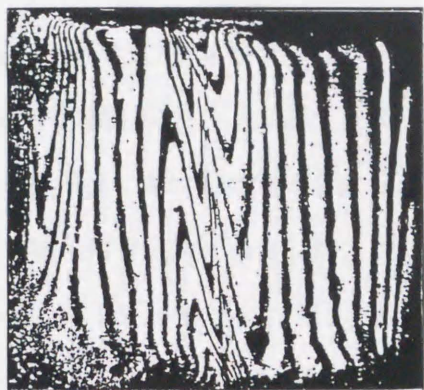
(a)  $t=0\text{min}$



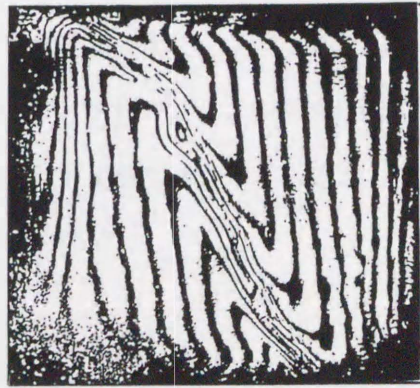
(b)  $t=3\text{min}$



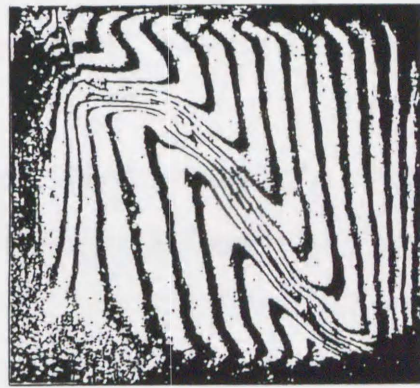
(c)  $t=60\text{min}$



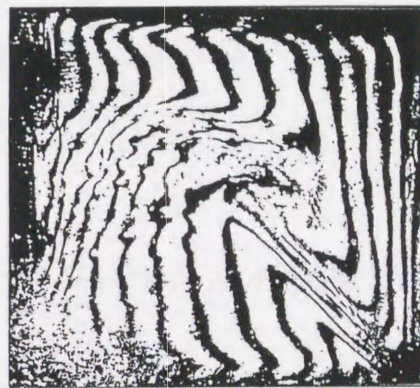
(d)  $t=180\text{min}$



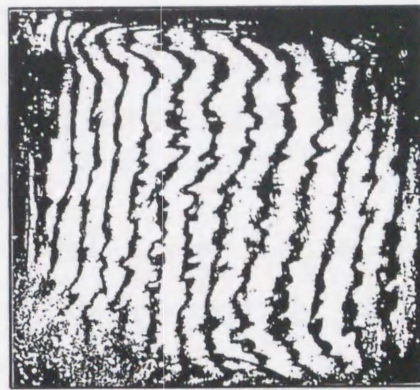
(e)  $t=203\text{min}$



(f)  $t=207\text{min}$



(g)  $t=214\text{min}$



(h)  $t=217\text{min}$

Fig.4-9 レーザーホログラフによる屈折率場の可視化実験  
(runA:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



Fig.4-10(a)は二重拡散境界面が崩壊して、テストセクション内に熱対流のみが存在するときの干渉縞である。右加熱，左冷却のため，対流は反時計回りである。そのときの容器中央垂直断面における温度分布を Fig.4-10(b)に示す。

上下層流体が完全に混合した後であるため，内部濃度が 3.8wt%であること，そして(b)図の温度分布データより，式(4.3)を用いて各縞の屈折率が算出可能である。得られた屈折率の分布図を Fig.4-10(c)に示す。また，この図より求められた干渉縞一本あたりの屈折率の変化  $\Delta n$  を Fig.4-10(d)に示す。

ここで一般に，縞の間隔と温度  $T$ ，濃度  $C$  の関係は次式で表される<sup>39),40)</sup>。

$$\delta = \frac{\lambda}{L \frac{dn}{dx}}, \quad \text{ここで} \quad \frac{dn}{dx} = \frac{\partial n}{\partial T} \frac{dT}{dx} + \frac{\partial n}{\partial C} \frac{dC}{dx} \quad (4.5)$$

均一濃度においては  $\frac{dC}{dx} = 0$  となり，温度に対する縞 1 本当たりの屈折率変化  $\Delta n$  は

$$\Delta n \left( = \delta \frac{dn}{dx} \right) = \frac{\lambda}{L} \quad (4.6)$$

となる。この(4.6)式より求められた  $\Delta n$  は理論値であり，その値は  $\Delta n = 4.240 \times 10^{-5}$  であった。これを Fig.4-10(d)中破線で示す。

Fig.4-10(d)より，実験値は上下壁面に近いところで理論値から大きくずれ，極端に小さな値になっている。この部分での理論値と実験値の不一致は上下壁面のアクリル板を通ったレーザ光が偏向することによると考えられる。また，その影響が無視できると考えられる中央部分（下から 3～6 本目）の実験値について，その平均は  $\Delta n = 3.879 \times 10^{-5}$  であり，理論値と比べて幾分小さな値を示しているが，これは実測値が透過面のガラス板によって受けるレーザ光の波長変動の影響を含んでいるための差異であると考えられる。そこで，この実験条件で得られた  $\Delta n$  分布について， $\Delta n$  をテストセクションの無次元高さ  $y/H$  の関数として，次のように 3 つの直線（(d)図中の実線）で近似することにした。

$$\begin{aligned} (\pi) \Delta n &= 1.708 \times 10^{-4} y/H + 1.625 \times 10^{-5} \quad (0 < y/H < 0.1363) \\ (\theta) \Delta n &= 3.879 \quad (0.1363 < y/H < 0.75) \\ (\rho) \Delta n &= -2.124 \times 10^{-4} y/H - 2.064 \times 10^{-4} \quad (0.75 < y/H < 1) \end{aligned} \quad (4.7)$$



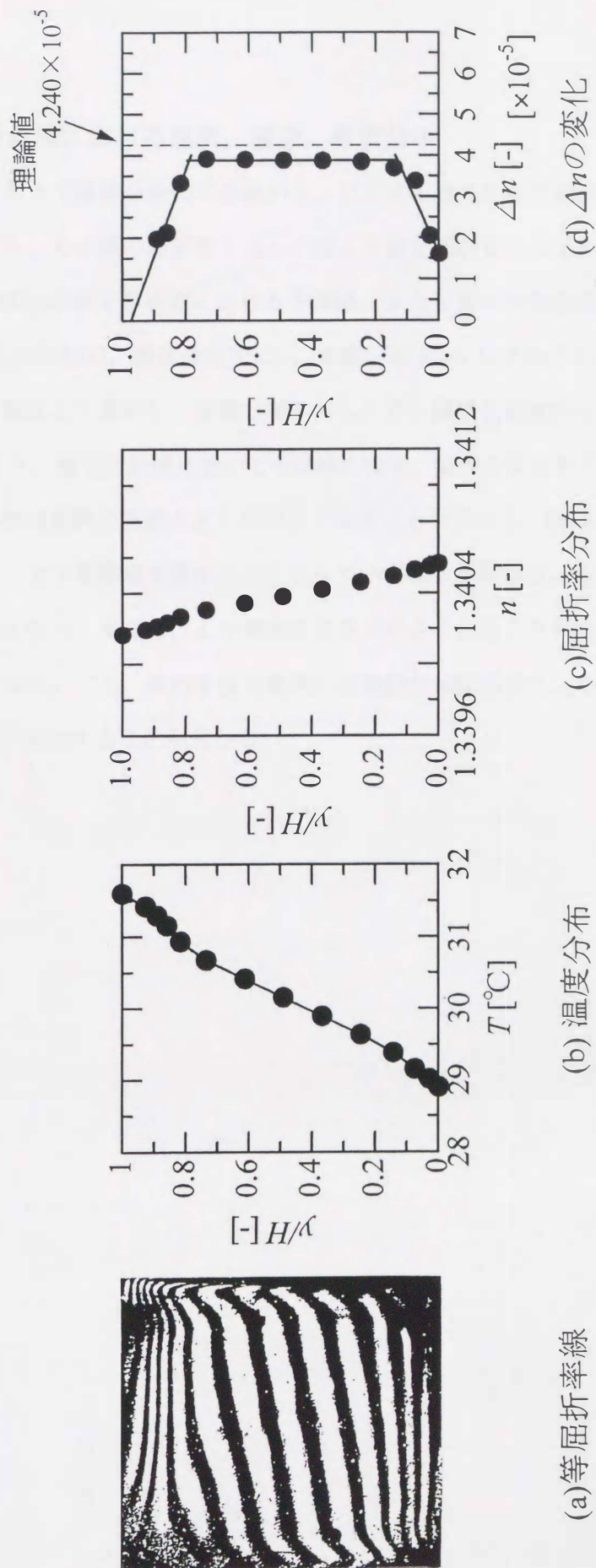


Fig.4-10 1層系温度対流における温度および屈折率分布

#### 4-6-5 擬定常状態における温度、濃度、密度分布

先に定量化した上下層混合後の干渉縞から、ビデオを逆再生して屈折率がわかっている一本の縞をたどり、その縞の屈折率と  $\Delta n$  の値より擬定常状態における各縞の屈折率を算出した。Fig.4-11(a)に擬定常状態における干渉縞、また容器中央垂直断面における屈折率分布を(b)、温度分布を(c)、濃度分布を(d)、密度分布を(e)にそれぞれ示す。なお、濃度分布は屈折率と温度より算出し、密度分布はさらにその濃度と温度から算出したものである。(b)、(c)図より、擬定常状態において干渉縞の様子、温度分布は殆ど変化しないが、上下層間の屈折率差は時間の経過とともに小さくなることが分かる。(d)より上下層内濃度はほぼ均一なまま、上下層間濃度差が小さくなっていく様子が分かる。(e)より、密度は各層内で一定の勾配を保ったままで、上下層間密度差が小さくなることがわかる。そして上下層間で濃度差が存在しても、系内全体で密度が直線的な勾配を示すようになる頃、現象は境界面不安定期に移行することが分かる。



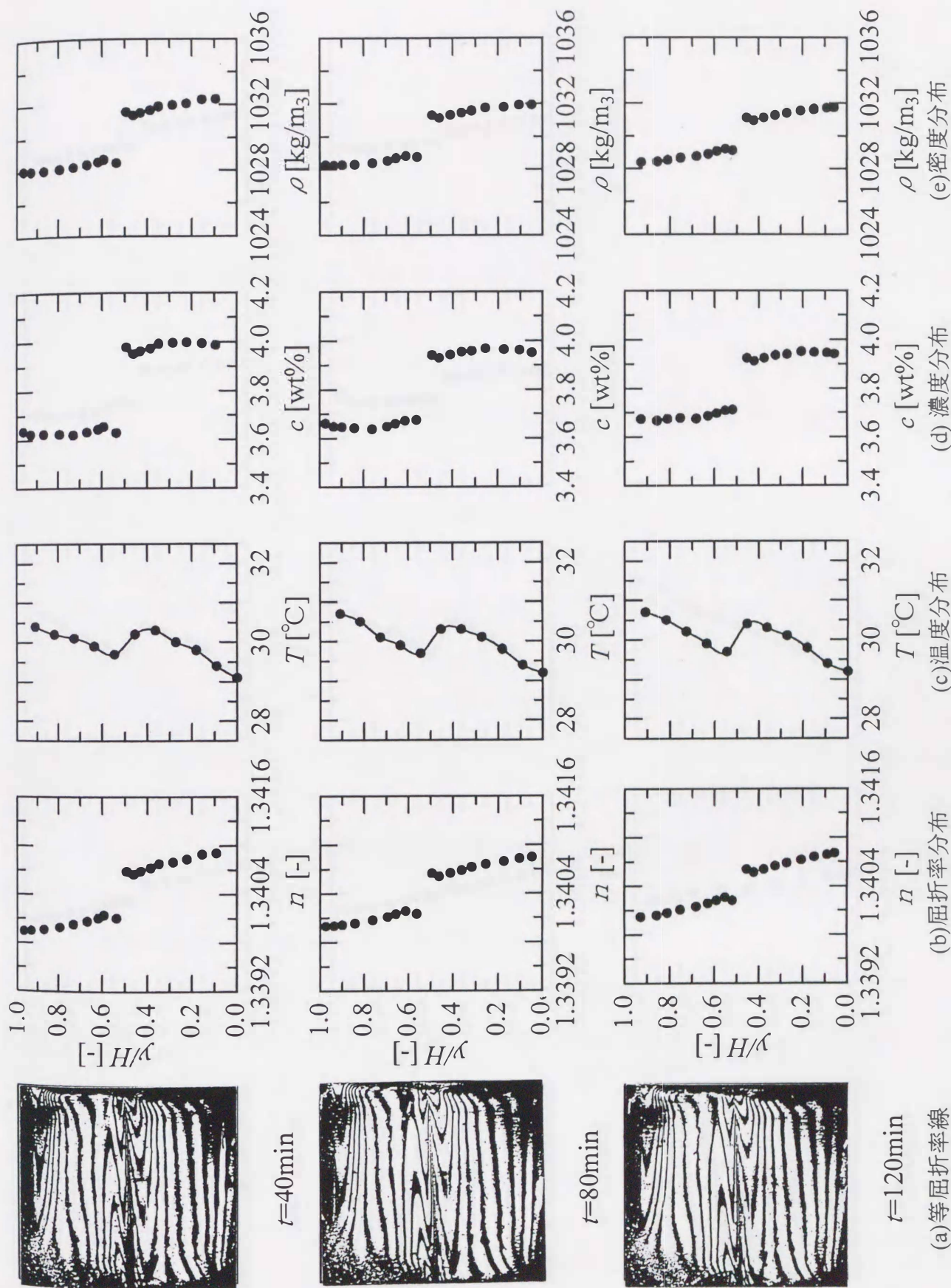


Fig.4-11 擬定常状態における等屈折率線および屈折率、温度、濃度、密度分布  
(runA:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ ) [1/2]



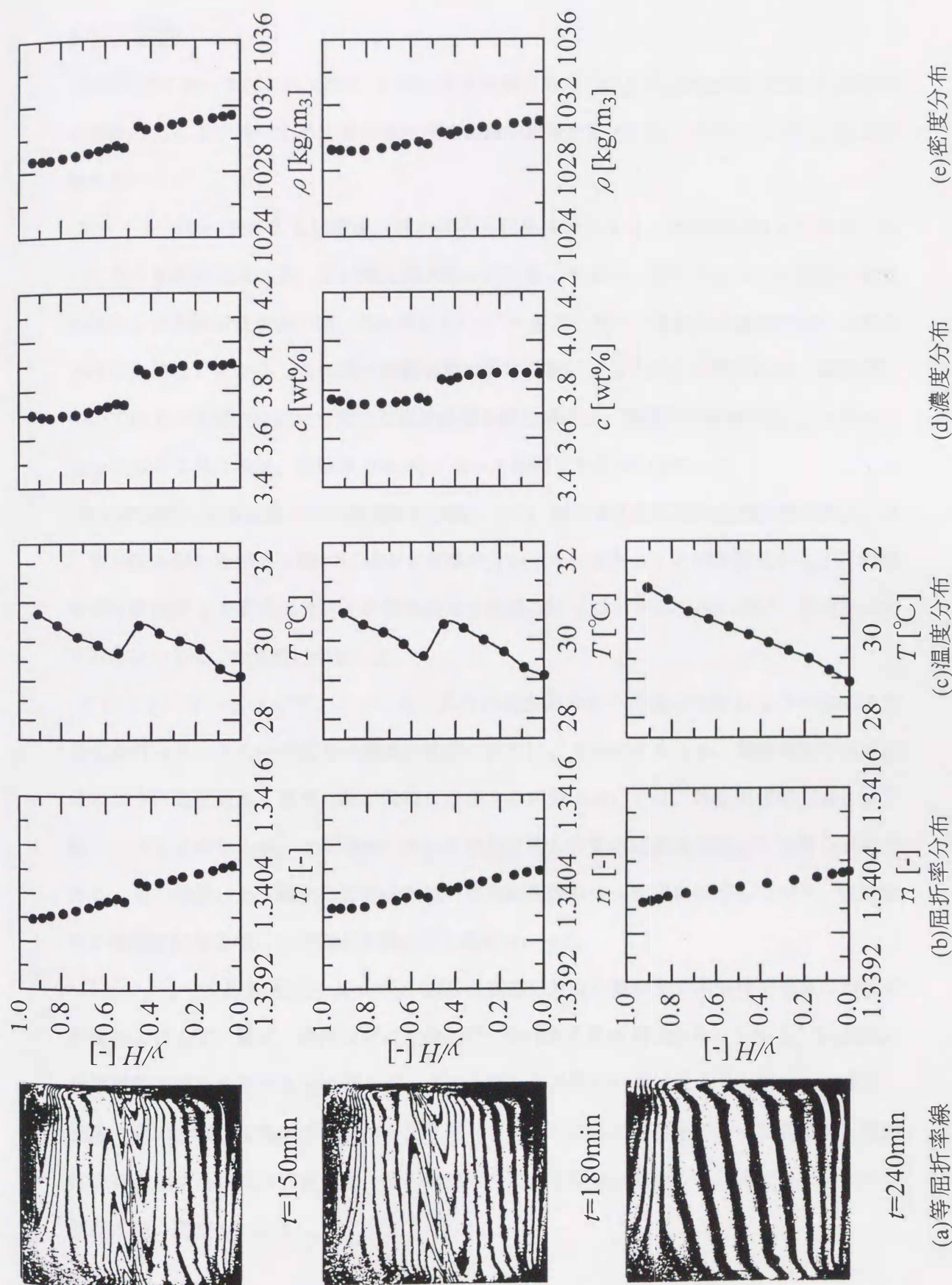


Fig.4-11 擬定常状態における等屈折率線および屈折率、温度、濃度、密度分布  
(runA:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt\%}$ ,  $N_0=1.93$ ) [2/2]



#### 4-7 結論

本研究室において行われてきた 2 層に濃度成層させた  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  水溶液を左右から加熱冷却することにより発生する二重拡散対流の実験的研究をまとめると以下のような結論が得られる。

まずトレーサー法による温度場、流れ場の可視化実験により、実験開始後上下各層においてセル対流が形成され、長い擬定常状態を経た後、不安定となり崩壊に至る過程が観察された。また擬定常状態の間、流れ場において 2 層間において直接的な流体の流入は観察されなかったことから、この間の物質移動は主に拡散によるものと予想された。温度場については上下各層内において安定な温度成層を保ち続けた。層境界面崩壊時間  $t_m$  は条件によって大きく異なるが、初期浮力比  $N_0$  によって相関できる事が分かった。

溶液抽出法による各層の中心濃度測定実験により、擬定常状態の間上下層間濃度差  $\Delta c$  は一定勾配を保ちながら直線的に減少する事が分かった。また  $\Delta c$  の時間変化から上下層間物質移動流束  $j$  を算出した。その結果擬定常状態の間  $j$  は一定値を保ち続け、層境界面が不安定になる頃  $j$  は急激に増加した。

さらにレーザーホログラフィーによる系内の屈折率分布の可視化実験および干渉縞の定量化を行った。ここで屈折率は温度と濃度の両方により変化するため、層境界面や壁面近傍のように温度勾配と濃度勾配が同時に存在する部分においてはこれを直接密度場として扱うことはできないが、上下層内においては屈折率分布をほぼ密度分布として扱う事ができる。その結果、上下層内の密度分布は一定勾配を保ちつつ安定に成層しており、密度分布が連続的になる頃に境界面が崩壊に至る事が分かった。

以上のような実験的研究によって 2 層系二重拡散対流の概略や初期条件が現象に及ぼす影響および温度、濃度、密度などの定量的データはある程度得られた。しかし、2 層間の物質移動機構を解明するには至らず、それに関して必要不可欠になろうと思われる濃度、密度などの詳細な定量的データはまだ不足している。これには実験において濃度場を直接的に可視化する技術が存在せず、その過渡的な変化を詳細に捉えることができないという問題が深く関わっている。

## 第5章 2層系二重拡散対流の実験結果と計算結果の比較検討

前章においてトレーサーを用いた流れ場や温度場の可視化および溶液注出法による層内局所濃度測定、さらにはレーザーホログラフィーによる系内屈折率分布の可視化といった様々な実験的検討を行った結果を示した。しかし実験的研究より得られるデータの精度にも限界があり、特に濃度や密度といった直接的可視化のできない場における詳細な定量的データの不足は否めず、それに伴って2層間で行われる物質移動機構についての解明は十分になされていないのが現状である。そこで本研究では数値計算による2層系二重拡散対流の理論的解析から層間物質移動機構の解明を行う事とした。ここで、二重拡散対流のように複数の拡散成分を含む系を数値的に解析する場合は、その複雑さ故に計算結果の信用性、信頼性が重視されるべきであり、ひいては高い計算精度が要求されと考えられる。しかしながら、これまで二重拡散対流における数値解析は多くの研究者によって行われているにも関わらず、実験結果と計算結果を直接比較検討して解の妥当性を調査した例はほとんど無い。本章では現象の解析を行うに先立ち、まずは現象を正しく表現できる数値解析プログラムの作成を目的とし、二重拡散対流の実験結果と計算結果の定性的、定量的な比較検討から、その解の妥当性を明らかとする。

### 5-1 計算条件

Table 5-1 に計算条件を示す。計算に用いた系は Fig. 3-1 である。初期状態では容器内の流体は濃度成層しており、上層濃度  $C=0$ 、下層濃度  $C=1.0$  である。また流体温度は  $\Theta=0.5$  で、容器内に流れはない。そしてこれに対してある瞬間に冷却面 ( $X=0$ ) を  $\Theta=0$ 、加熱面 ( $X=1$ ) を  $\Theta=1$  で一定とした場合を考える。容器の上下壁は断熱である。なお計算の対象としたのは  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  水溶液である。本数値解析においては物性値の温度依存性は考慮せず、加熱、冷却壁面の平均温度  $30^\circ\text{C}$  の値で一定としプラントル数  $Pr=6.67$ 、ルイス数  $Le=187$  とした。また容器のアスペクト比は  $A=1.1$  である。空間刻みは Fig. 3-2 に示すような横 100 × 縦 100 の不等分割格子を用いた。また時間刻みはすべて  $\Delta \tau = 1.0 \times 10^{-6}$  とした。



Table5-1 計算条件

run	$\Delta c_o$ [wt%]	$\Delta T$ [°C]	$Ra_c \times 10^{-7}$ [-]	$Ra_T \times 10^{-7}$ [-]	$N_d$ [-]
1	0.4	5	1.565	0.811	1.93
2	0.4	7.5	1.565	1.216	1.29
3	0.6	7.5	2.348	1.216	1.93
4	0.8	7.5	3.130	1.216	2.57
5	0.8	10	3.130	1.621	1.93
6	0.8	15	3.130	2.432	1.29
7	1.2	15	4.695	2.432	1.93
8	0.4	3.75	1.565	0.608	2.57

## 5-2 数値解析による 2 層系二重拡散対流の概要と可視化実験結果との比較

ここでは 4 章に示した実験条件 runA ( $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $N_\sigma=1.93$ ) に相当する run1 の計算結果を例として実験結果との定性的な比較検討を行う。なお実験と同様に、数値計算においても現象の推移についてはすべての条件において大局的に同様である。

Fig.5-1 に等温度線図, Fig.5-2 に等流れ関数線図を示す。それぞれの図における等値線の間隔は、無次元値で等温線間隔 0.1, 等流れ関数線間隔 5 である。これらを用いて数値計算による 2 層系二重拡散対流の概要について説明する。

2 層に濃度成層した静止流体に対して右壁面を加熱、左壁面を冷却すると、流体に密度差が生じ、加熱側の流体は上昇を、冷却側の流体は下降をし始める。そして上下各層の壁面近傍で反時計回りの 4 つの渦を形成し、それに伴い等温線が蛇行する(a)。2 つの渦は左右壁面から上下各層の中心へと成長していき、各層内でひとつのセル対流を形成するようになる(b)。各層で熱対流が支配的になると、等温度線はほぼ水平方向に一樣になり、各層内で温度成層を形成する。この後系内は見えた目上の変化がなくなり、系は長い擬定常状態となる(c)。しかし、この間も境界面を通して溶質は移動しており、時間の経過に伴い境界面の傾きは徐々に増していく(d)。その後上下層間濃度差がある程度小さくなると、境界面は不安定となり、境界面付近の流れはうねり始める(e)。その後 偏って加熱された下層の流体が右壁へ、偏って冷却された上層の流体が左側へ反時計回りに移動し、垂直近くまで傾いた温度界面が垂直近くまで大きく傾く(f)。これが界面崩壊時間に相当し、その後ソルトフィンガーと呼ばれる 3 次元的な対流が支配的となり等温度線、等流れ関数線ともに大きく乱れ 2 層系は完全に消失する(g)。間もなく系内の濃度が均一な 1 層の温度対流が支配的となり温度場は安定に成層する (h)。

これら一連の現象の推移を可視化実験結果 Fig.4-1, 4-2 と比較すると、計算結果は対流開始からセル対流形成、その後の擬定常状態、境界面の不安定挙動を経て境界面崩壊に至る過程を良好に表現できていることが確認できる。またここで run1 の実験における  $t_m$  (約 200min) と比較して、計算による層境界面崩壊時刻  $t_m$  は約 212min で現象の進行速度においてもほぼ一致した結果となった。但し、現象の極初期において実験結果と計算結果に時間的ずれが見られる (図中(a), (b)の時間に注目されたい)。これは実験においては加熱



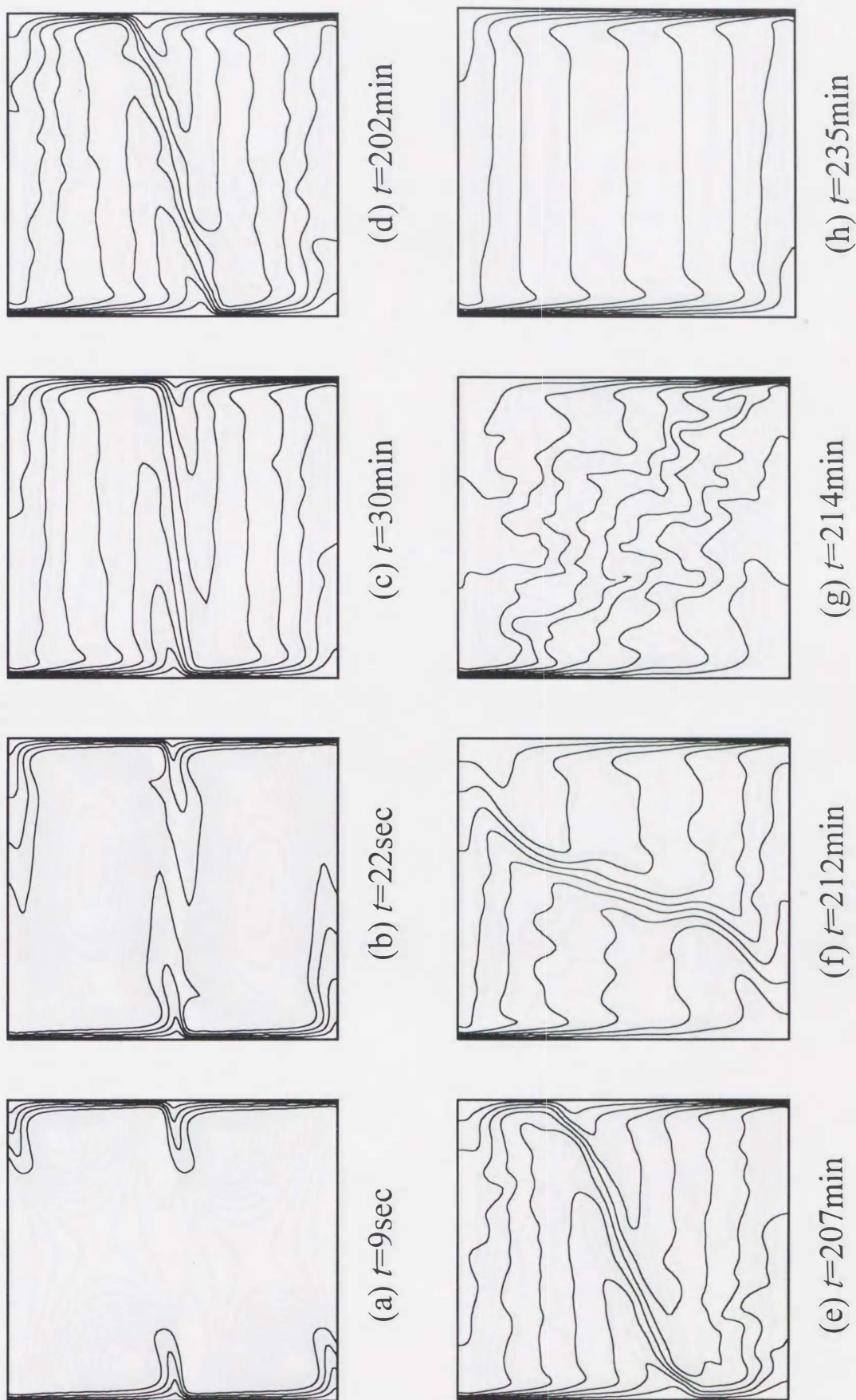


Fig.5-1 等温度線図 (run1:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



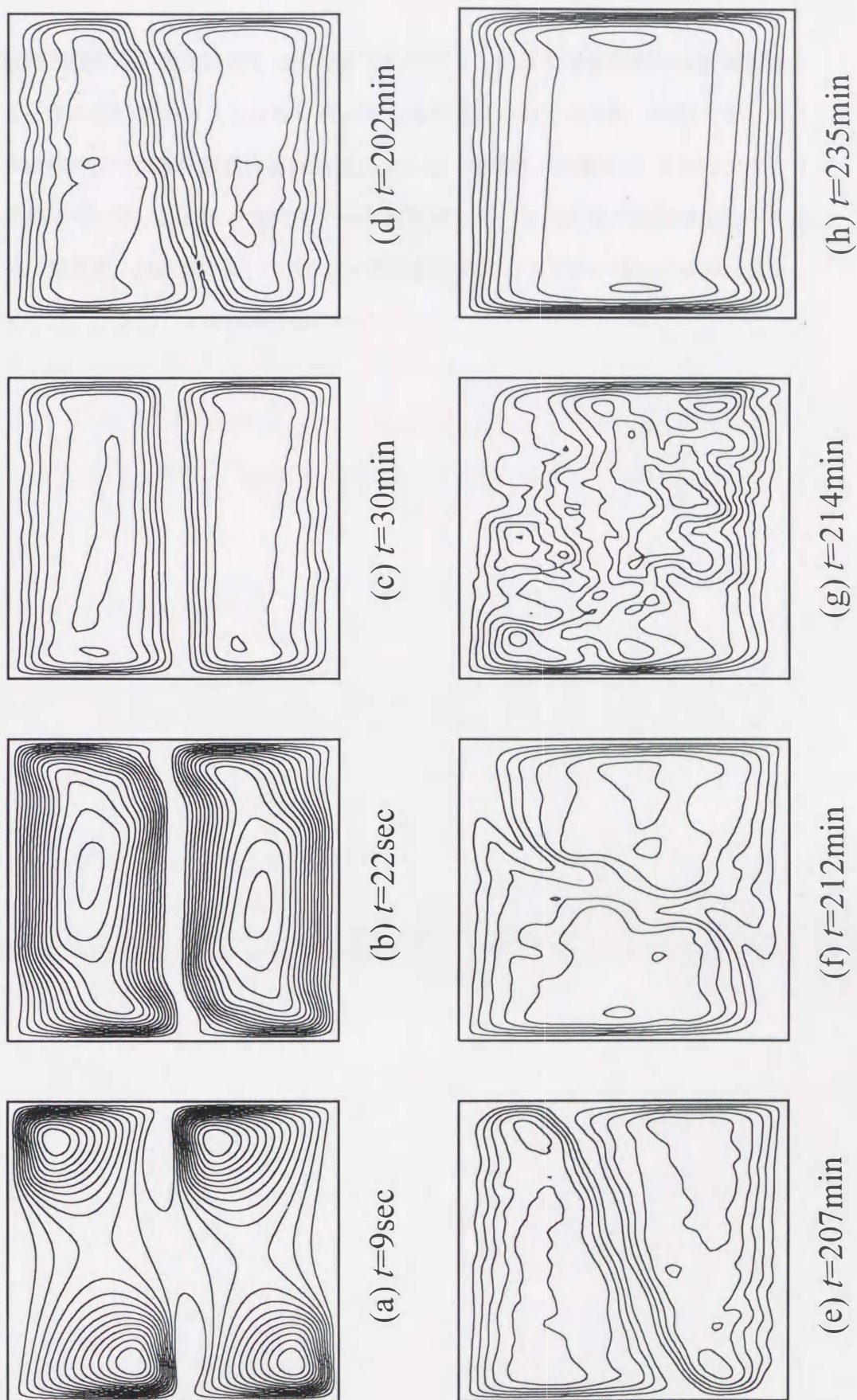


Fig.5-2 等流れ関数線図 (run1:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



冷却壁面温度が緩やかに設定温度まで変化するのに対し、計算では瞬間的に設定温度差を与えることによる違いである。これらの違いによる影響については後節で検討する。また 2 層系二重拡散対流の現象の解析に直接関係はないが、層境界面崩壊後の 3 次元ソルトフィンガー対流について、2 次元を仮定した本数値解析においては表現が困難であろうと推測されたが、温度場、流れ場において finger 型対流特有の上下方向に歪んだ分布形状はある程度表現できているのではないかと思われる。

### 5-3 局所温度の時間変化

ここでは温度について実験と数値計算の定量的比較を行う。Fig.5-3 に run1 における実験および数値解析により得られた垂直断面( $X=0.5$ )における下層の局所( $Y=1/8, 2/8, 3/8$ )温度の時間変化を示す。実験によると、対流開始直後より初期温度  $30^{\circ}\text{C}$  から、 $Y=0.375$  の点では温度が上昇、 $Y=0.125$  の点では温度が下降し、しばらくするとそれぞれある一定を保つようになる。また  $Y=0.25$  の点は下層のほぼ中心であるため初期温度  $30^{\circ}\text{C}$  からあまり変化しない。その後境界面の傾きが増加すると、下層は加熱壁面側の面積が増加するため、すべての点の温度は僅かに上昇し始め、その後境界面崩壊時に至る際に、測定点を境界面が通過するため大きく減少する。実験結果と計算結果を比較すると、すべての点において実験と計算による局所温度はほぼ同じ値を推移している事が分かる。



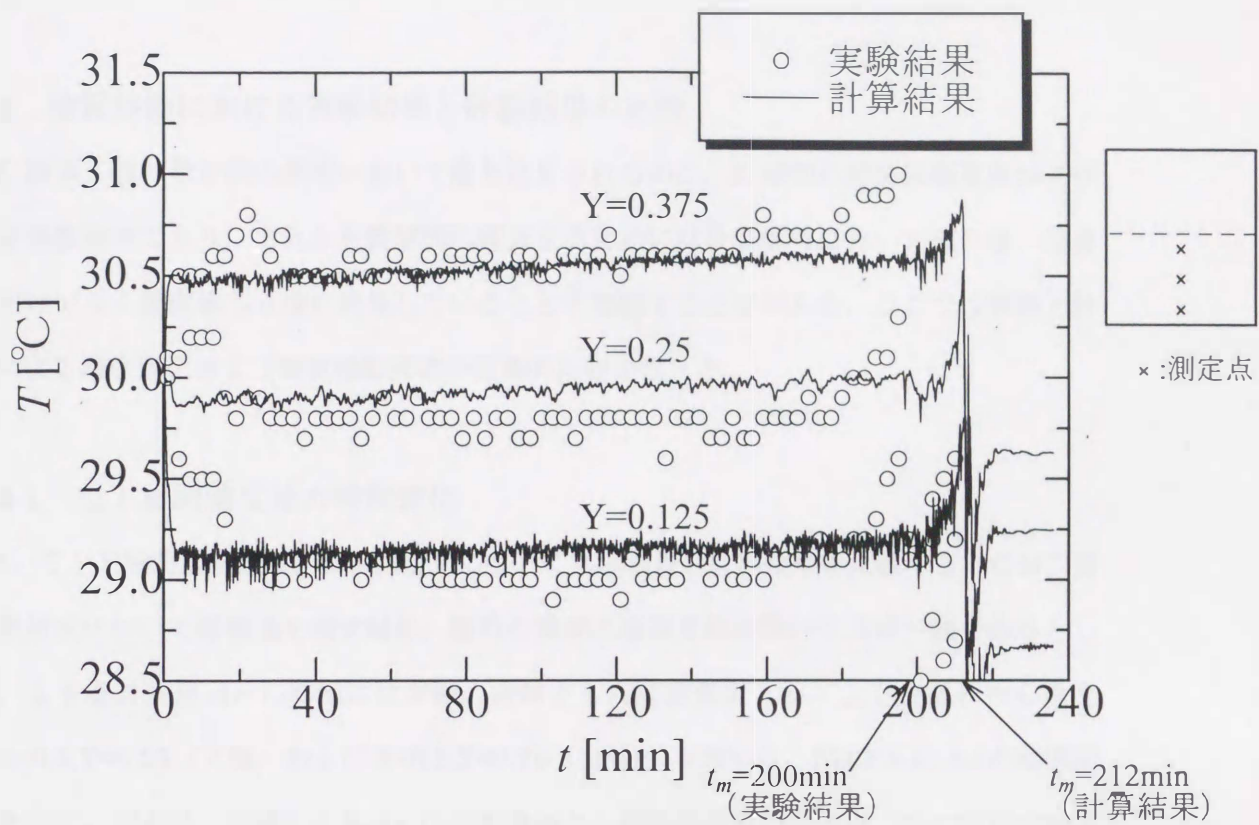


Fig.5-3 局所温度の時間変化(run1:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N=1.93$ )

#### 5-4 物質移動における実験結果と計算結果の比較

2 層系二重拡散対流の解析において最も注目されるのは、2 層間の溶質移動速度および溶質移動機構であり、これらを数値的に調査するためには数値解析において流れ場、温度場だけでなく濃度場も正確に表現していることを確認する必要がある。ここでは実験と計算による濃度変化および物質移動流束の定量的比較を行った。

##### 5-4-1 上下層間濃度差の時間変化

続いて上下層間濃度差  $\Delta c$  の時間変化について実験結果と計算結果を比較する。なお二重拡散対流において層構造を成す場合、層内の濃度は層境界面を除いてほぼ一様であるとして、上下層濃度差  $\Delta c$  の算出には実験、計算ともに代表濃度として上下各層の中心濃度  $\{X=0.5, Y=0.25$  (下層) および  $X=0.5, Y=0.75$  (上層) $\}$  を用いた。Fig.5-4 に  $\Delta c$  の時間変化を示す。図より、計算による  $\Delta c$  は対流開始から擬定常状態の間ほぼ一定の割合で減少しており、また実験結果と計算結果で  $\Delta c$  減少の傾きはほぼ一致している事が分かる。また現象の後期において、実験と計算の濃度変化には若干違いが見られるが、これは境界面崩壊時間の違いによるものである。実験において厳密な意味（分単位）での再現性は得られにくく、run1 の条件における境界面崩壊時間も 200~220min の間でばらつきがあった。これを考慮すれば、計算では実験とほぼ一致した結果が得られているといえる。

##### 5-4-2 上下層間物質移動流束の時間変化

前節における数値計算による  $\Delta c$  の時間変化から上下層間の物質移動流束  $j$  を算出し、それらを比較した。なお  $j$  の算出方法は実験でのものとまったく同様である。Fig.5-5 に  $j$  の時間変化を示す。図より、計算結果において対流開始直後では濃度差の変化が殆ど無いため  $j$  の値 0 である。擬定常状態において実験、計算結果ともに  $j$  はほぼ一定値を取り続け、実験結果では約  $2.5 \times 10^{-5} \text{ mol/(m}^2 \cdot \text{s)}$ 、計算結果では約  $2.5 \sim 3.0 \times 10^{-5} \text{ mol/(m}^2 \cdot \text{s)}$  であり両者はよく一致している。境界面が不安定になる頃には  $j$  は急激に上昇しており、この期間において物質移動が大きく促進されている様子が分かる。



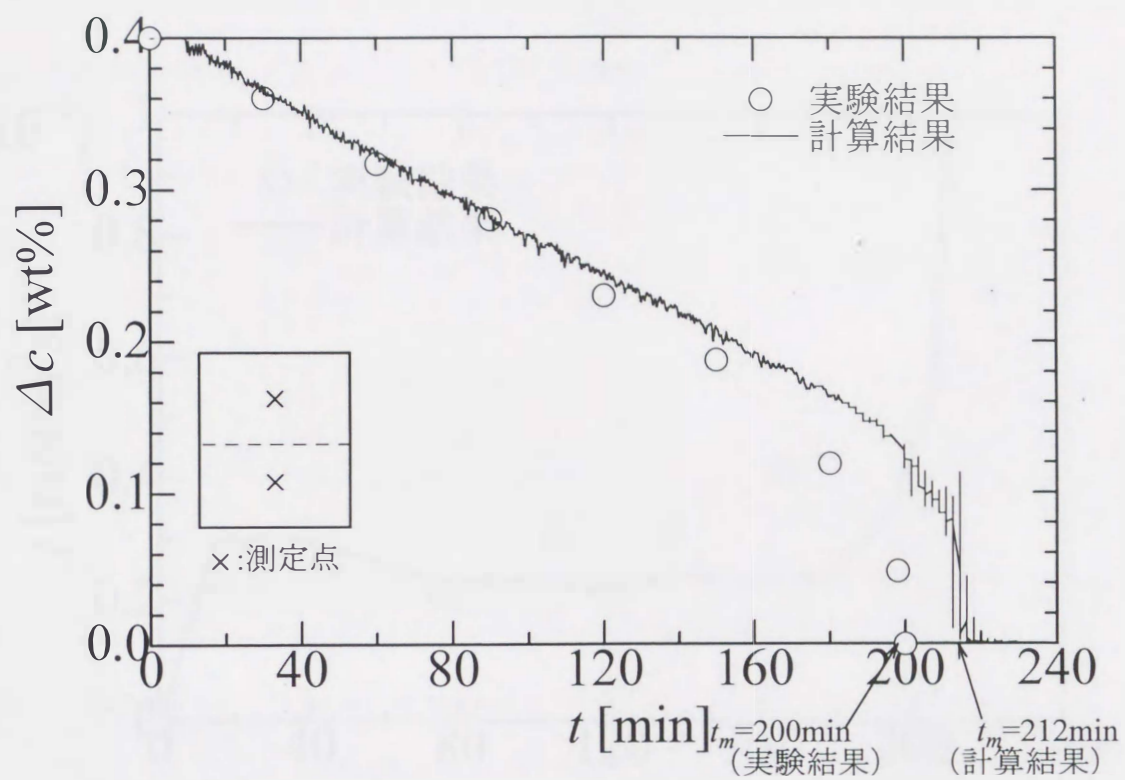


Fig.5-4 上下層間濃度差  $\Delta c$  の時間変化  
(run1:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt\%}$ ,  $N_0=1.93$ )

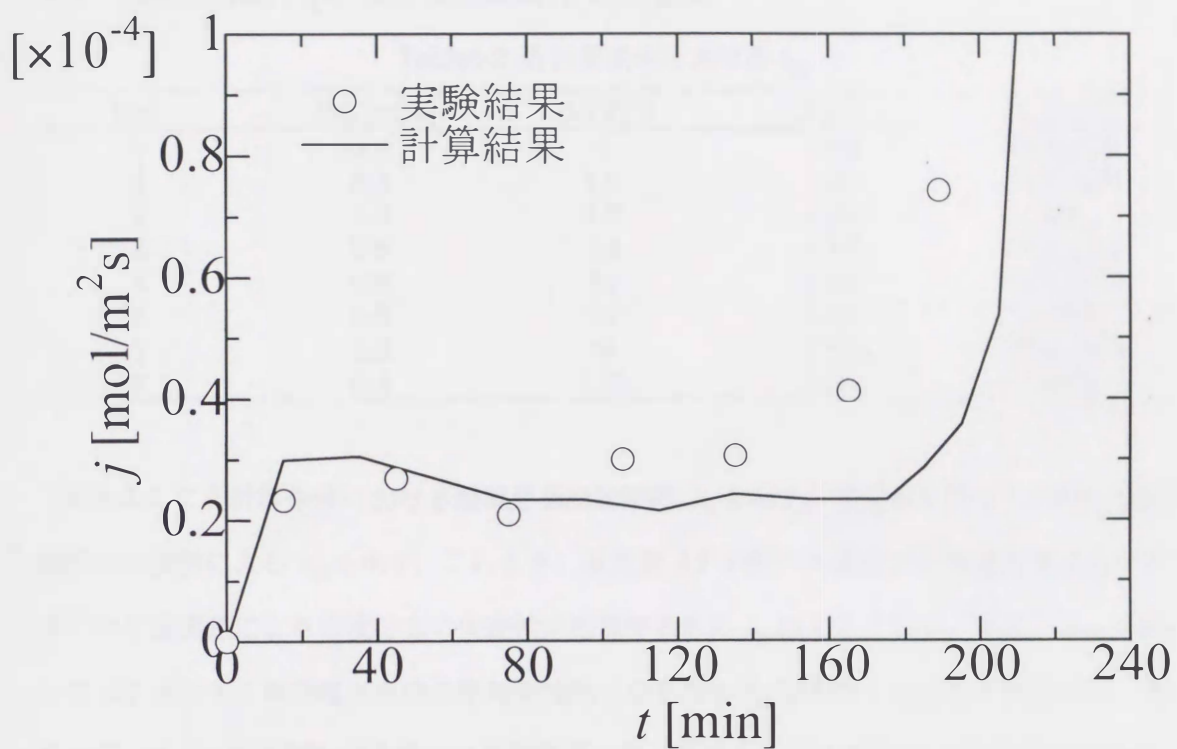


Fig.5-5 上下層間物質移動流束 $j$ の時間変化  
(run1:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



## 5-5 初期浮力比 $N_0$ と境界面崩壊時間 $t_m$ の関係

Table5-2 各計算条件における  $t_m$

run	$\Delta c_0$ [wt%]	$\Delta T$ [°C]	$N_0$ [-]	$t_m$ [min]
1	0.4	5	1.93	212(200)
2	0.4	7.5	1.29	113(100)
3	0.6	7.5	1.93	195
4	0.8	7.5	2.57	263(261)
5	0.8	10	1.93	187(180)
6	0.8	15	1.29	95(98)
7	1.2	15	1.93	167(166)
8	0.4	3.75	2.57	295

Table5-2 に各計算条件における層境界面崩壊時間  $t_m$  を示す。また表中のカッコ内には同条件での実験による  $t_m$  を示す。これより、温度差  $\Delta T$  が同一の場合は初期濃度差  $\Delta c_0$  が大きいほど濃度差による密度分布の安定性が増加するため  $t_m$  は大きくなる、また、 $\Delta c_0$  が同一で  $\Delta T$  が小さくなるほど系内の熱対流は弱くなるため  $t_m$  は大きくなることが分かる。また  $\Delta T$ 、 $\Delta c_0$  ともに変化する場合には初期浮力比  $N_0$  が大きくなるほど  $t_m$  も大きくなっている。つまり境界面崩壊時間  $t_m$  は  $\Delta T$ 、 $\Delta c_0$  に依らず初期浮力比  $N_0$  によって決まるものといえる。これは前章に示した実験結果とまったく同様である。さらに実験および計算による  $t_m$  を比較すると、全体的に計算結果が若干大きい値をとるものの両者はほぼ一致している事が分かる。Fig.5-6 に  $t_m$  と  $N_0$  の関係を示す。図より  $t_m$  は幾分  $Ra_T$  にも依存するものの  $N_0$  に大きく依存し両者は直線関係にある事が分かり、この直線の相関式は、 $t_m = 130.9N_0 - 53.75$  となった。図中直線の式は実験結果と計算結果で若干違いが見られるが大きなものではない。

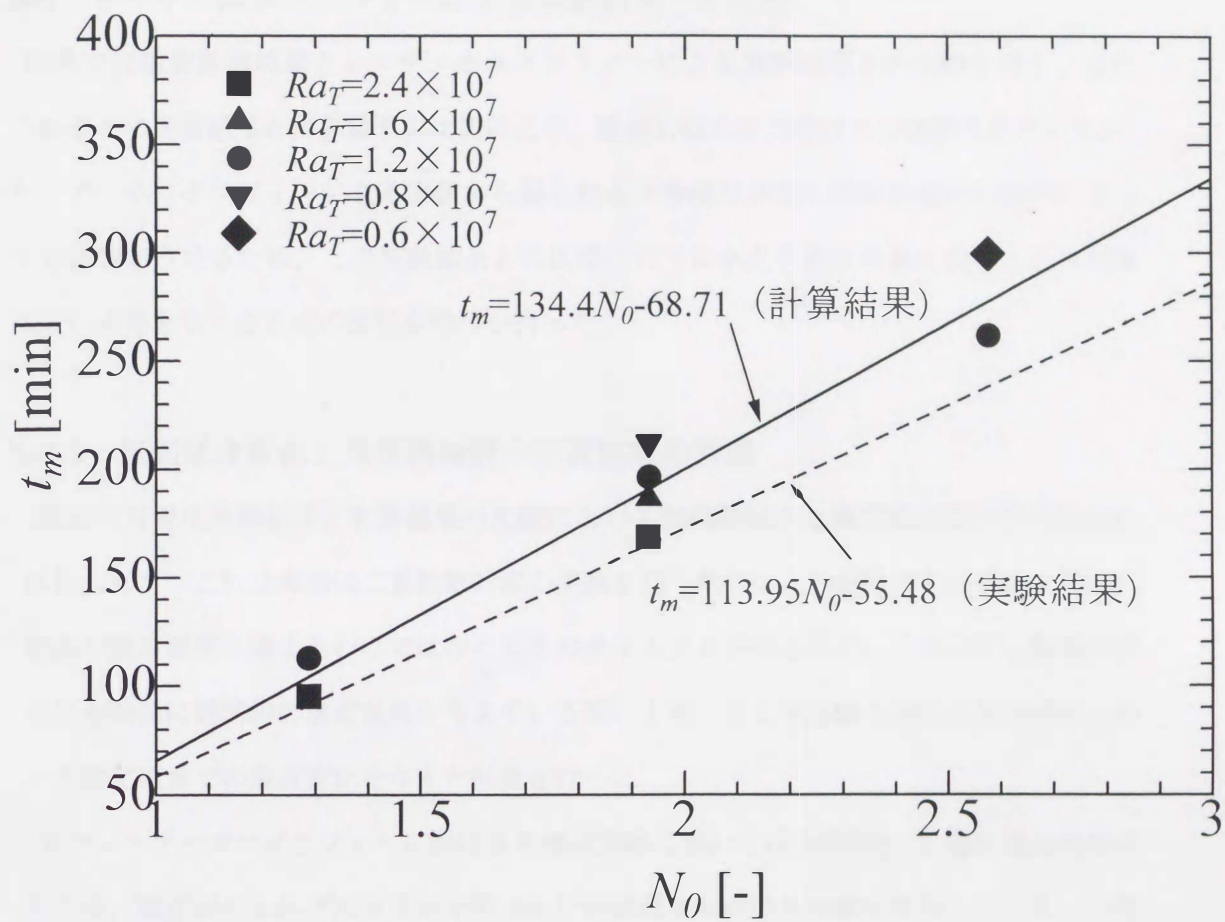


Fig.5-6 初期浮力比 $N_0$ と境界面崩壊時間 $t_m$ の関係



## 5-6 レーザーホログラフィーによる実験結果との比較

以降では数値計算結果とレーザーホログラフィーによる実験結果との比較を行う。またこれまでの実験結果と計算結果の比較により、数値計算の妥当性は十分確認されているが、レーザーホログラフィーによる実験から得られる干渉縞は非常に微妙な条件の違いによっても影響をうけるため、この実験結果との比較を行うにあたり数値計算においてより実験に近い条件を与えるための検討を幾つか行った。

### 5-6-1 壁面温度変化と対流開始前の溶質拡散の考慮

前節の可視化実験結果と計算結果の比較において対流開始から極初期の間に時間的ずれが見られた。これは実際に二重拡散対流の実験を行う際には、加熱冷却を始めたと同時に壁面が設定温度に達するわけではなく若干のタイムラグが生じるが、これに対し数値計算は左右壁面に瞬間的に設定温度を与えている事による。そこで実験と同じく左右壁面において設定値までの温度変化を与えた計算を行った。

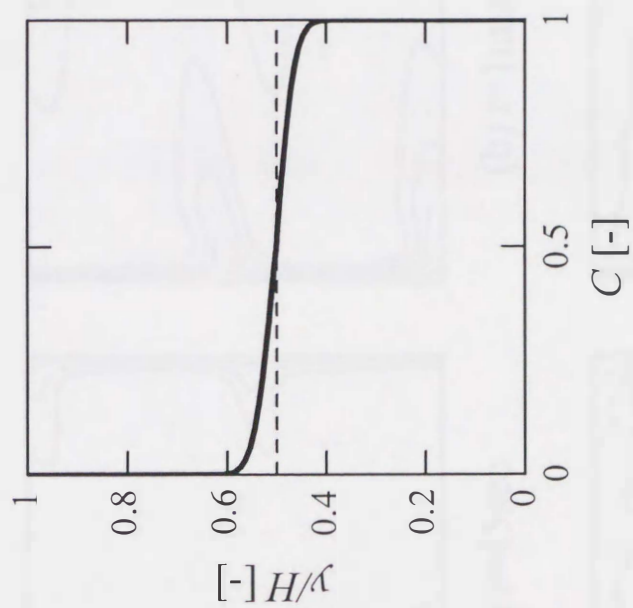
またレーザーホログラフィーにおける可視化実験においては水溶液を2層に濃度成層させた後、境界面の乱れが治まるまで約20分間静置させたのち実験を開始している。これにより実験開始時には僅かではあるが2層間には溶質拡散による濃度分布が生じており、現象の極初期において計算結果と実験結果で2層間の境界層厚さにも若干違いが見られる場合がある。そこで壁面温度変化と共に、初期条件として境界面に20分間濃度拡散させた濃度分布を与えた。

Fig.5-7(a)に初期濃度分布、(b)に壁面温度の時間変化を示す。

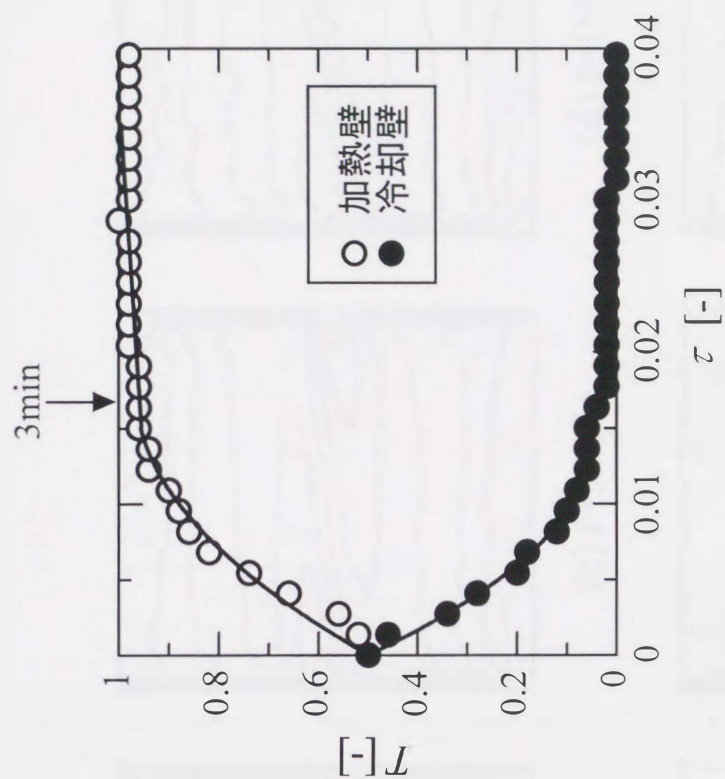
### 5-6-2 壁面温度変化および初期濃度分布が計算結果に与える影響

ここでは壁面温度変化ならびに溶質拡散を考慮した場合（以下考慮有りと略す）の計算結果と、これまで通り階段状濃度勾配に瞬間的に温度勾配を与えた場合（以下考慮無しと略す）の計算結果を比較しその違いについて検討する。

Fig.5-8, 5-9 には run1 の条件において考慮有りの等温度線図および等流れ関数線図を示す。なお等値線刻みは無次元値で Fig.5-8(a),(b)は 0.05, その他 0.1, また Fig.5-9 はすべ



(a)濃度分布 (初期条件)



(b)壁面温度の時間変化 (境界条件)

Fig.5-7 初期濃度分布と壁面温度変化  
(run1:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



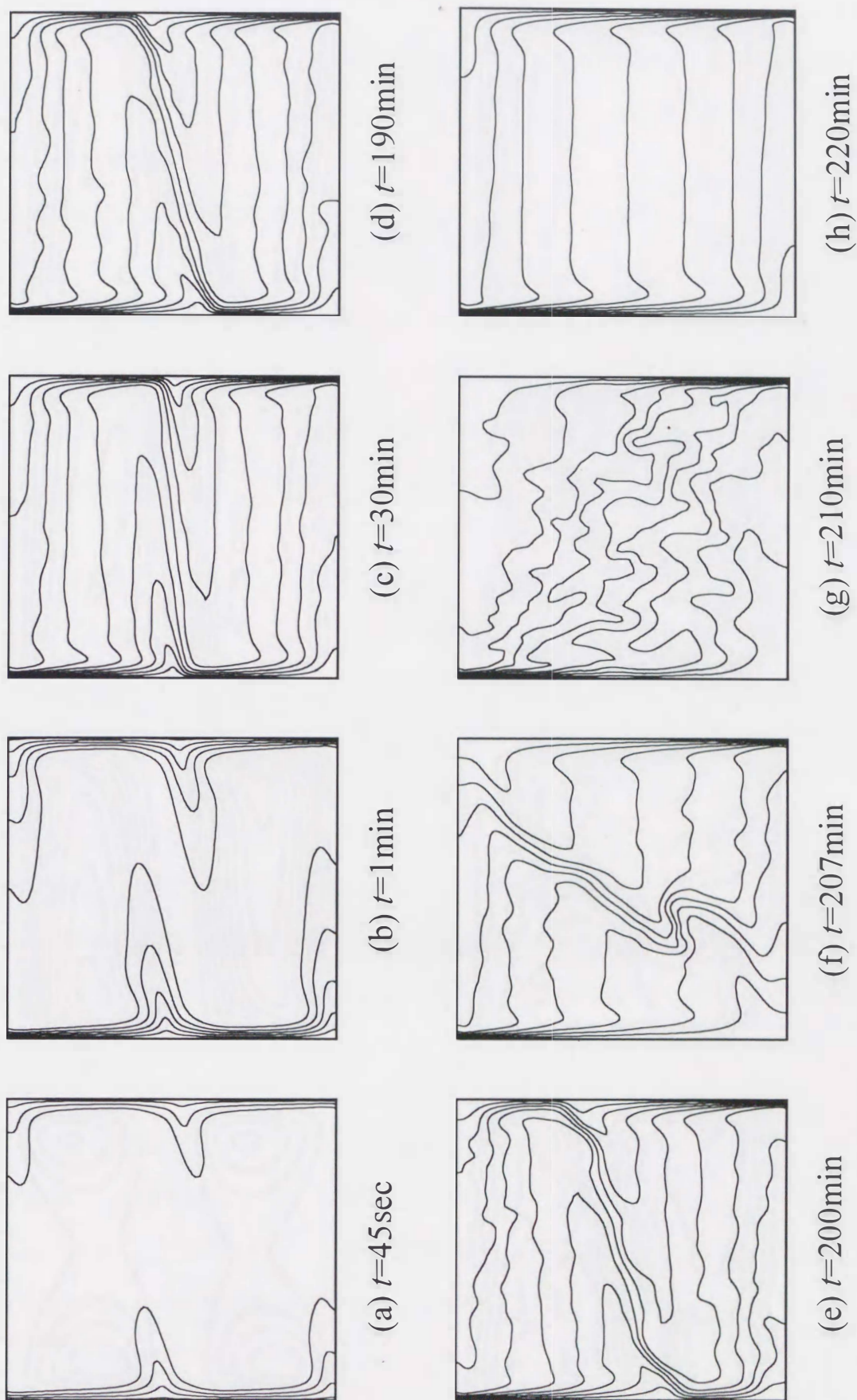


Fig.5-8 等温度線図 (壁面温度変化および初期濃度分布考慮有り,  
run1:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



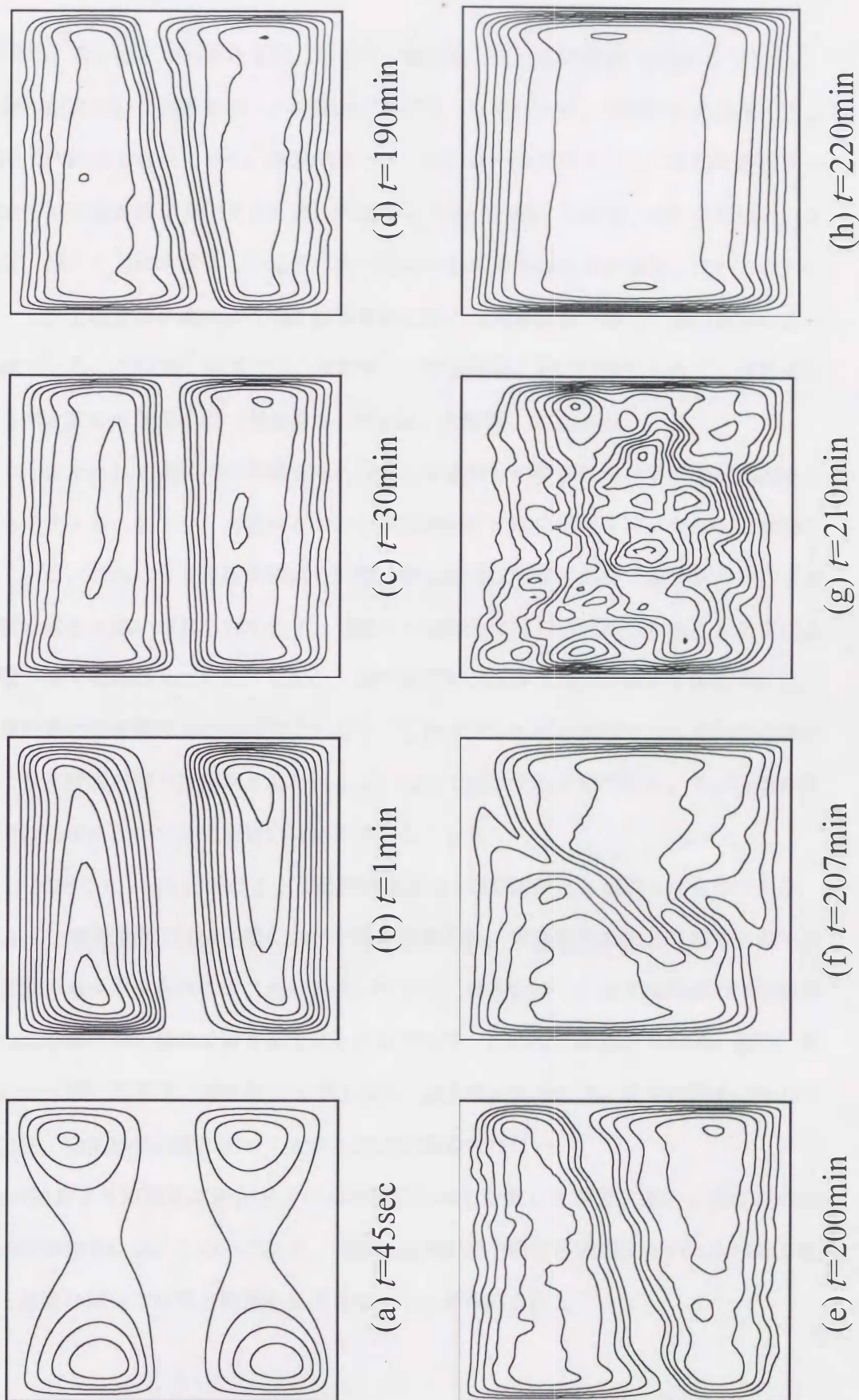


Fig.5-9 等流れ関数線図 (壁面温度変化および初期濃度分布考慮有り,  
run1:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )

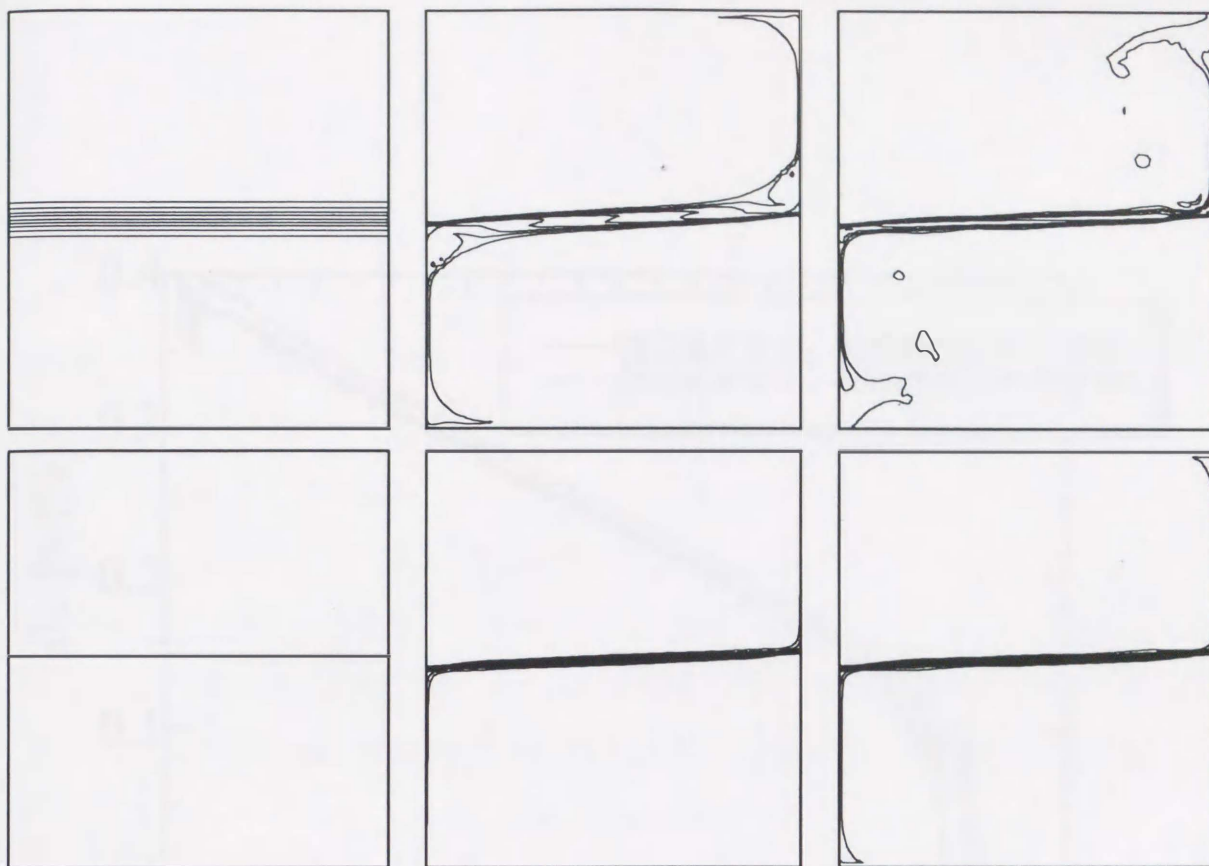


て 4 である。5-2 節に示した考慮無しの場合の温度場、流れ場の発達 (Fig5-1, Fig5-2) には、極初期において実験結果との時間的ずれが見られていたが、考慮有りの場合にはこの時間的ずれは解消されており、実験結果とより良好な一致が見られる。また考慮有りの場合は徐々に壁面温度が変化するため、考慮無しに比べ初期の対流強さがかなり弱い。さらに温度、流れともに考慮無しの場合に比べ初期の層境界面の厚さが増加していることが分かる。しかし擬定常状態に入る頃には境界面の厚さは考慮無しの場合と殆ど変わらないまでに減少する。その後、考慮有りと考慮無しで計算結果に違いは認められず、境界面崩壊時間も殆ど変わり無かった (考慮有り 207min, 考慮無し 212min)。

Fig.5-10 は run1 の条件での考慮有りの場合と考慮無しの場合における等濃度線図を比較したものである。図より、考慮有りの場合対流開始前に既に厚みを持った濃度拡散層が形成している。これにより温度や流れと同様、両結果には初期において境界面における濃度境界層の厚さに違いが見られており、考慮有りの場合には初期濃度分布を与えた事により境界層が厚く表現されている。しかし、濃度境界層の厚さは急激に減少し擬定常状態に入ると両結果の境界層厚さはほぼ同じとなる。これはセル対流が形成すると境界面近傍の流れにより濃度境界層が直接削り取られるようにして減少するためである。その後境界面崩壊までの過程において大きな違いは認められなくなる。

Fig.5-11 は同じく run1 における上下層間濃度差  $\Delta c$  の時間変化を比較したものである。図より  $\Delta c$  の時間変化には極初期において違いが見られ、考慮有りの場合は初期に若干大きな濃度差の減少が見られる。これは前述したように厚みを持った濃度境界層内の流体が削り取られる様にして層内に取り込まれたためである。このため考慮有りの  $\Delta c$  値は、考慮無しに比べ常に若干低い値を取りつづけるが、擬定常状態での  $\Delta c$  減少の傾きは殆ど一致しており、物質移動速度において大きな違いは認められない。

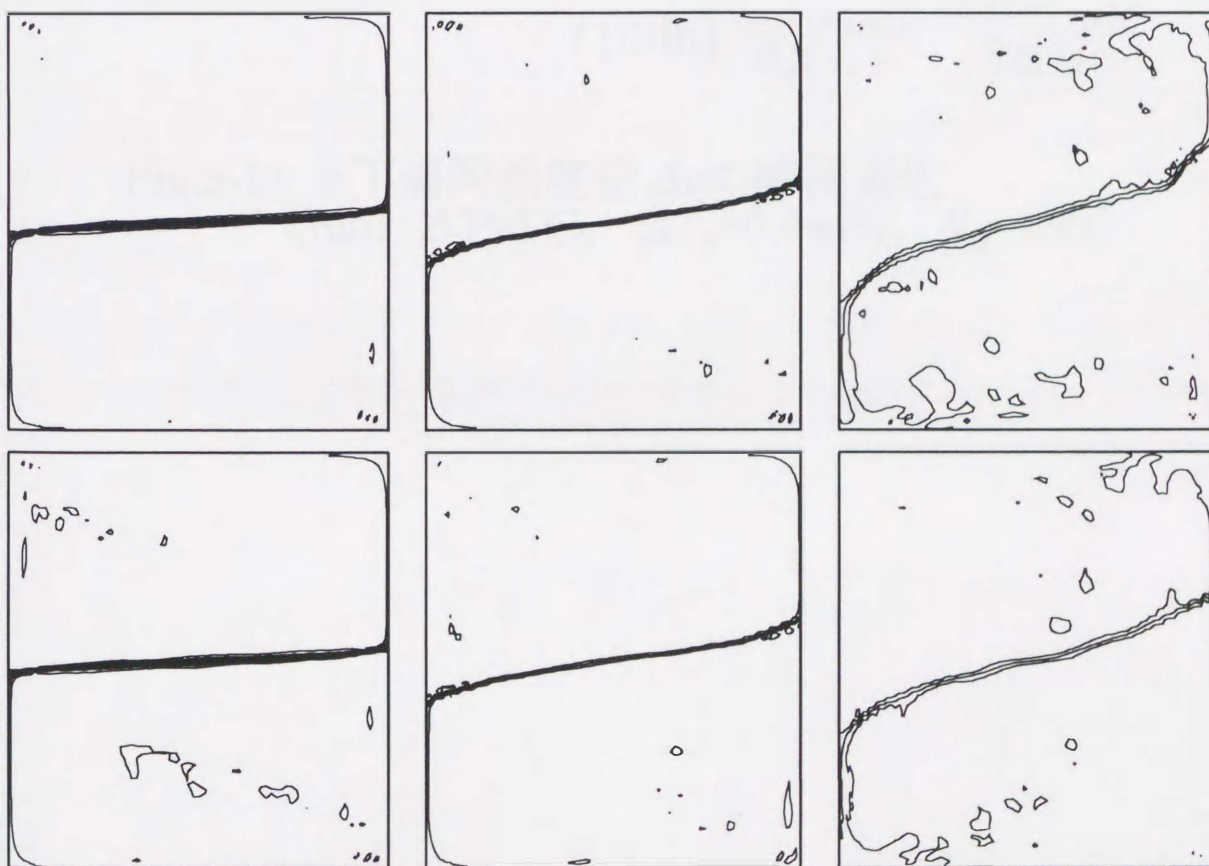
これらの結果より壁面温度変化および初期濃度分布を考慮した場合、違いが現れるのは計算の極初期部分においてのみであり、境界面崩壊時間や物質移動速度といった現象を決定付ける重要な部分には殆ど影響を及ぼさないことが確認された。



(a)  $t=0s$

(b)  $t=3min$

(c)  $t=5min$



(d)  $t=60min$

(e)  $t=180min$

(f)  $t=200min$

Fig.5-10 濃度場の時間変化(  $\Delta T=5^{\circ}C$ ,  $\Delta c_0=0.4wt$ ,  $N_0=1.93$  )  
上段 : 壁面温度変化, 初期濃度分布考慮有り 下段 : 考慮無し



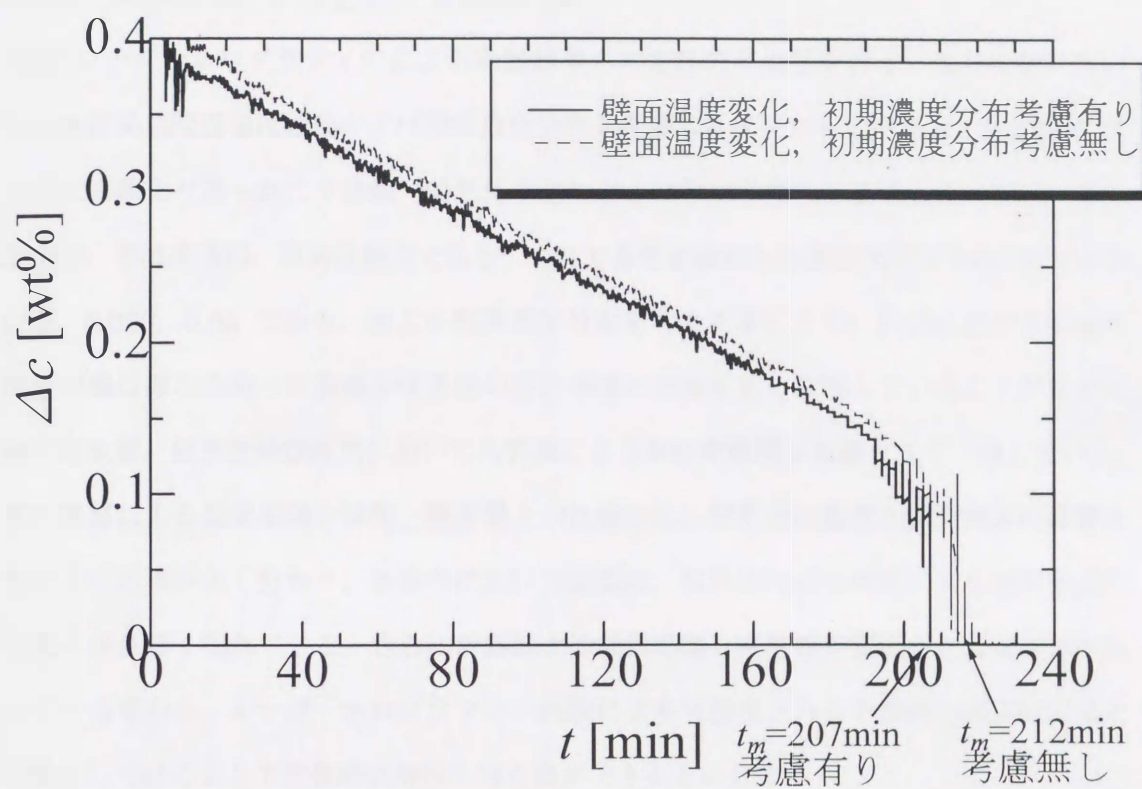


Fig.5-11 上下層間濃度差  $\Delta c$  の時間変化  
 (run1:  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c_0 = 0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0 = 1.93$ )

### 5-6-3 実験結果との定性的、定量的比較

次にレーザーホログラフィーによる実験結果との定性的な比較を行う。なお比較に用いる計算結果は壁面温度変化および初期濃度分布を考慮した場合のものである。Fig.5-12 は可視化実験より得られた干渉縞（等屈折率線）および数値計算による等屈折率線図、等温度線図、等濃度線図、等密度線図である。ここで各等値線刻みは無次元値でそれぞれ 0.033, 0.05, 0.025, 0.05 である。図より初期濃度分布を与えた事により、計算における初期の屈折率場は厚みを持った複雑な境界面の屈折率場の形状を良く表現していることが分かり、擬定常状態、境界面崩壊直前においても計算による屈折率線図は実験とよく一致している。また計算による屈折率場と温度、濃度場との比較から、屈折率は温度と濃度両方の影響を受けている事がよく分かり、各層内においては温度、境界面付近は濃度による屈折率変化の様子が色濃く現れている。さらに計算による屈折率場と密度場が類似した分布形状を取っている事から、レーザーホログラフィー実験により可視化される干渉縞もほぼ密度場と可視化しているとして定性的な解析を行う事ができると言える。

Fig5-13 は屈折率、温度、濃度、密度の  $X=0.5$  断面分布について実験結果と計算結果を比較したものである。図よりいずれの分布においても計算結果と実験結果はよく一致していると判断できる。

これらの結果より、本数値解析プログラムは温度、濃度のみならず屈折率場、密度場においても定性的、定量的に実際の現象をよく表現可能である事が確認された。



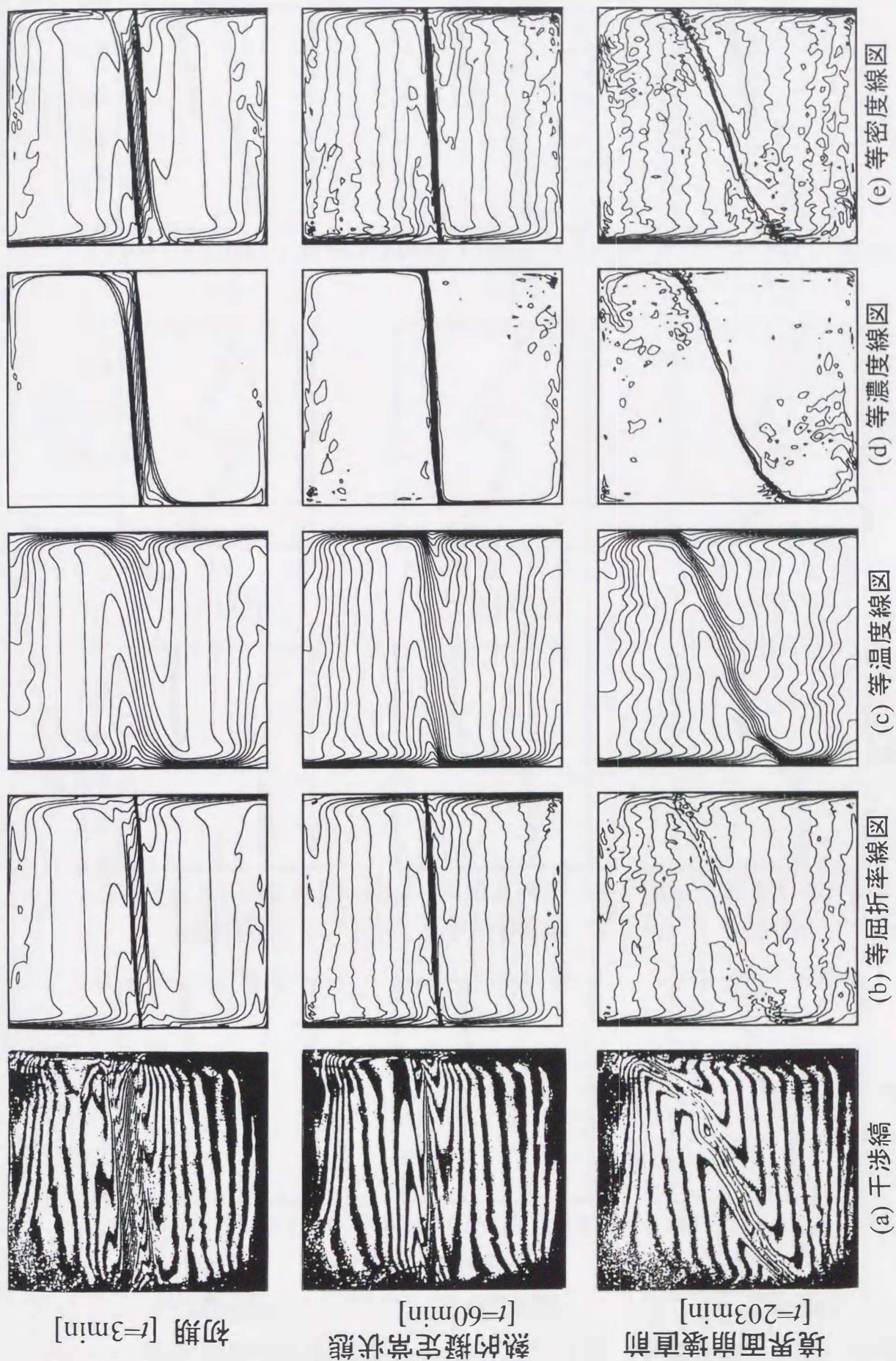


Fig.5-12 干渉縞と計算結果の定性的比較 ( $\text{run1: } \Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



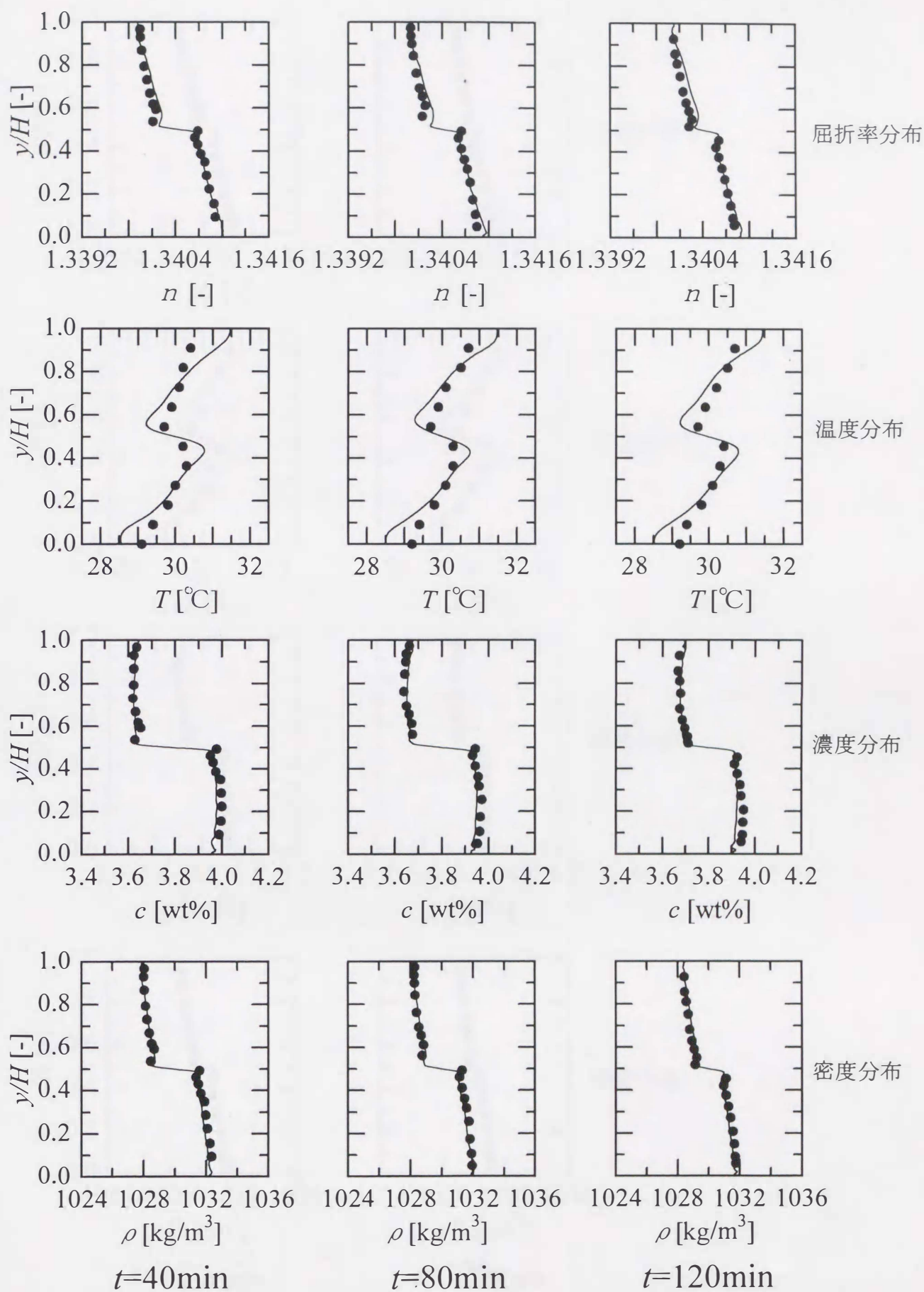


Fig.5-13 擬定常状態における各分布の比較 (● : 実験結果, 実線 : 計算結果)  
(run1:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ ) [1/2]



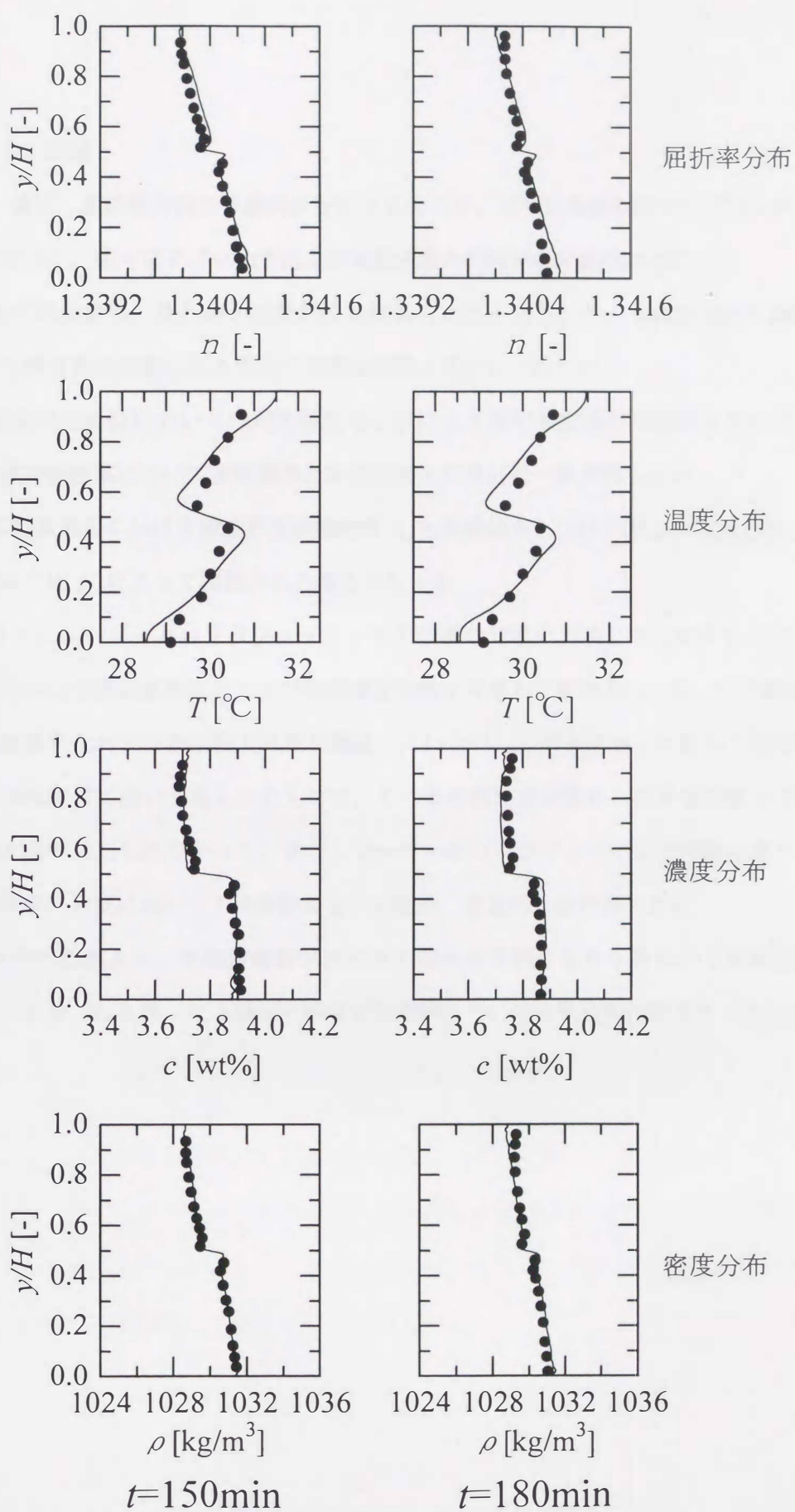


Fig.5-13 擬定常状態における各分布の比較 (● : 実験結果, 実線 : 計算結果)  
 (run1:  $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ ) [2/2]

## 5-7 結論

2 層系二重拡散対流の数値解析を行うにあたり、まずは数値解析プログラムの妥当性を確認すべく、様々なアプローチによる実験結果との詳細な比較検討を行った。

まずは温度場、流れ場の定性的な比較を行ったところ、セル対流形成から擬定常状態を経て層境界面崩壊に至る現象の推移は実験と良好に一致した。

定量的な比較においては局所温度ならびに上下層間濃度差の時間変化さらには上下層間物質移動流束について実験結果と計算結果との良好な一致が得られた。

各計算条件における層境界面崩壊時間  $t_m$  も実験結果とほぼ一致し、実験と同じく  $t_m$  は初期浮力比  $N_0$  によって相関される結果となった。

さらにレーザーホログラフィーによる干渉縞の可視化実験との比較を行うため、数値計算において壁面温度変化および初期濃度拡散を考慮した計算を行った。その結果、従来（壁面温度変化および初期濃度拡散を考慮していない）の計算結果と比較して初期における層境界面厚さに違いが見られたものの、その後の擬定常状態から境界面崩壊までの現象には殆ど違いは見られなかった。また、レーザーホログラフィーによる実験結果との比較から屈折率、密度においても実験結果との定性的、定量的な一致が得られた。

本章の結果より、本数値解析プログラムは十分信頼に足りうるものであることが確認され、以後これを用いた 2 層間の物質移動機構についての数値的解明を行っていく。



## 第6章 2層系二重拡散対流における層間物質移動の数値的解析

前章における実験結果と計算結果の詳細な比較検討から、本数値解析プログラムは2層系二重拡散対流現象をほぼ忠実に再現できるものであることが確認された。本章では数値計算による濃度場を中心とした数値的調査を行い、2層間の物質移動機構の解明や初期条件が物質移動に及ぼす影響、層境界面の安定性と浮力比の関係など、実験的研究による解明が困難な部分について明らかとする。なお前章において壁面温度変化や初期濃度分布を考慮した場合についても示したが、それらの考慮による層間物質移動（特に擬定常状態において）に及ぼす影響が殆ど見られなかったため、以下に示す計算結果は、すべて対流開始前の濃度拡散を考慮せず、左右壁面に瞬間的に設定温度差を与えたものである。

### 6-1 2層系二重拡散対流現象の期間区分

Fig.6-1 に run1 ( $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ) における上下層間濃度差  $\Delta c$  および上下層間物質移動流束  $j$  の時間変化を改めて示す。ここで、図中に示すように、計算結果による濃度差の時間変化には幾つかその変化傾向が異なる部分があり、これらの期間においてそれぞれ特徴的な物質移動機構が存在するのではないかと考えられた。そこで以後において一連の現象を次の3つの期間に分けて考えることにする。すなわち、

- (A) 対流発生直後の濃度変化が殆ど見られない期間（セル対流形成期）
- (B) ほぼ一定の勾配を保ちながら直線的に濃度差が変化する期間（擬定常状態期）
- (C) 境界面が不安定となり濃度差の変化が増加する期間（境界面不安定期）

以後これらを期間 A, 期間 B, 期間 C と呼ぶ。

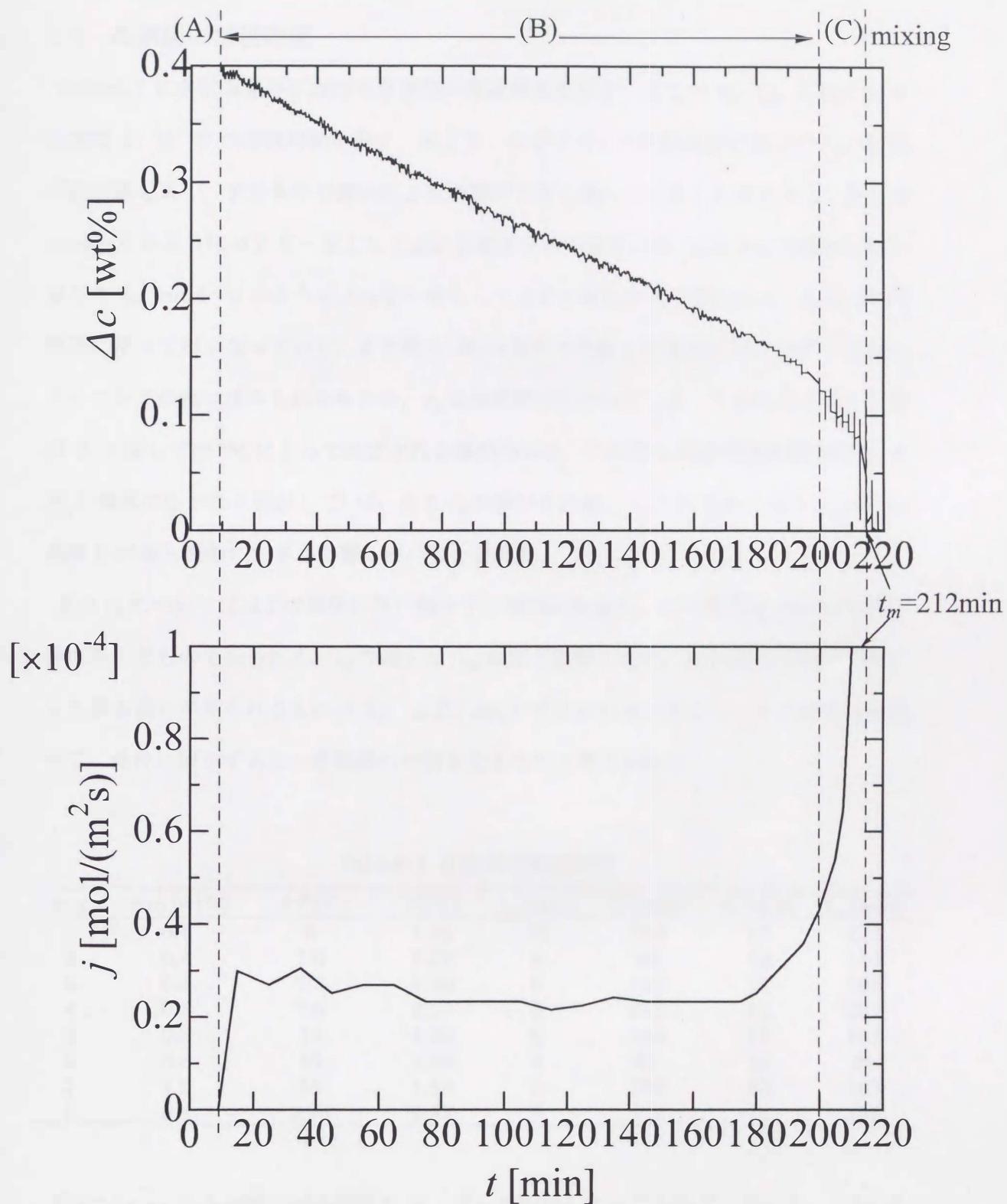


Fig.6-1  $\Delta c$ および $j$ の時間変化における各期間区分  
(run1:  $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



## 6-2 各期間の持続時間

Table6-1 に各計算条件における各期間の持続時間を示す。ここで  $t_A$ ,  $t_B$ ,  $t_C$  はそれぞれ期間 A, B, C の持続時間を表す。表より、まずすべての計算条件において  $t_B$  の持続時間が最も長く、また条件の違いによる影響が大きく現れていることが分かる。例えば run2~4 のように  $\Delta T$  を一定として  $\Delta c_0$  を変化させた場合には  $t_B$  は  $\Delta c_0$  の増加に伴い長くなり、run4~6 のように  $\Delta c_0$  を一定として  $\Delta T$  を変化させた場合には、 $t_B$  は  $\Delta T$  の増加に伴って短くなっている。また同じ  $N_0$  の条件で比較した場合には、 $\Delta T$  の条件によって若干の違いはみられるものの、 $t_B$  はほぼ同じとなっている。これらのことから期間 B に関しては  $N_0$  によって決定される事が分かる。このことは境界面崩壊時間  $t_m$  と  $N_0$  の関係にもかなり類似している。また  $t_B$  が伸びるに従い  $t_m$  もまた長くなることから、期間 B が最も現象に大きく影響しているといえる。

また  $t_A$  については  $\Delta T$  の増加に伴い減少する傾向にあるが、この期間 A の持続時間自体が小さなものであるため、 $t_A$  の違いは  $t_m$  に殆ど影響しない。 $t_C$  に関しては、条件により多少違いが見られるものの  $N_0$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta c_0$  いずれにもはっきりとした依存性は見出せず、条件に依らずある一定範囲内の値を取るものと考えられる。

Table6-1 各期間の持続時間

run	$\Delta c_0$ [wt%]	$\Delta T$ [°C]	$N_0$ [-]	$t_A$ [min]	$t_B$ [min]	$t_C$ [min]	$t_m$ [min]
1	0.4	5	1.93	10	190	12	212
2	0.4	7.5	1.29	8	95	10	113
3	0.6	7.5	1.93	8	176	11	195
4	0.8	7.5	2.57	8	241	14	263
5	0.8	10	1.93	6	168	13	187
6	0.8	15	1.29	4	81	10	95
7	1.2	15	1.93	5	152	10	167
8	0.4	3.75	2.57	9	272	14	295

Fig.6-2a~c に各期間の持続時間を  $N_0$ ,  $Ra_T$  で相関したものを示す。図より、 $t_A$  は  $N_0$  には依存していないが、 $Ra_T$  に依存する傾向が見られ、 $Ra_T$  の増加に伴って緩やかに減少している。 $t_B$  は前述のとおり  $N_0$  と直線関係にあり、 $Ra_T$  には依存性は見られない。 $t_C$

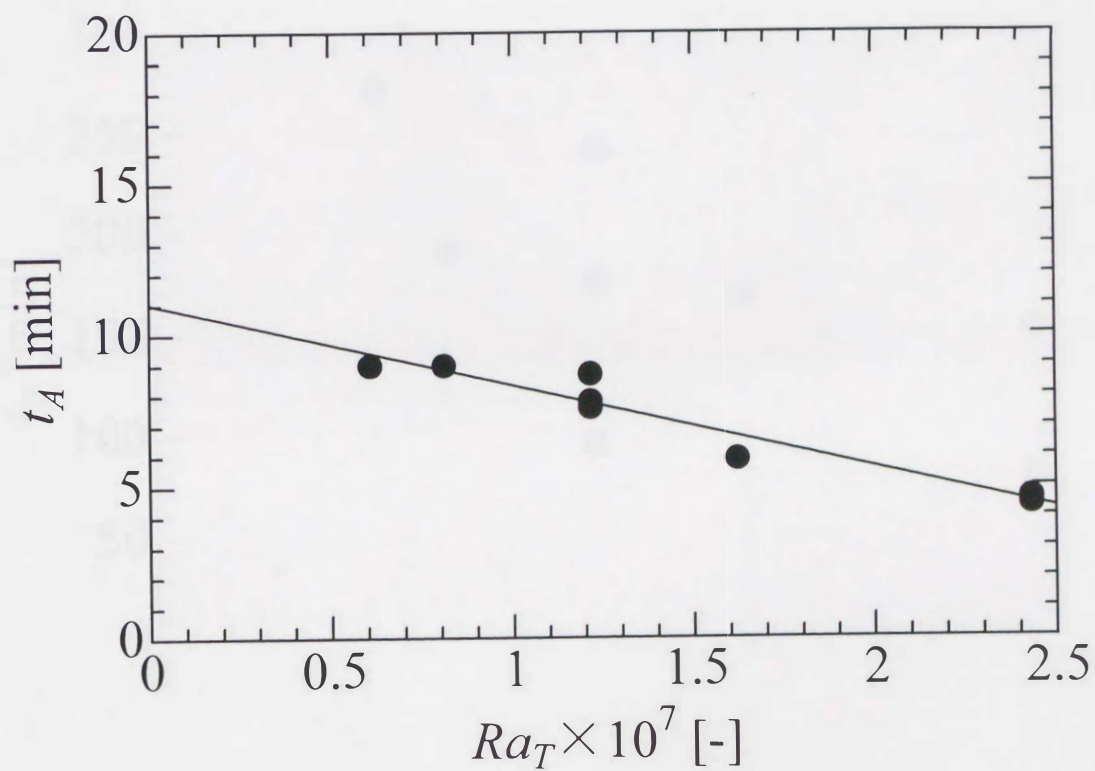
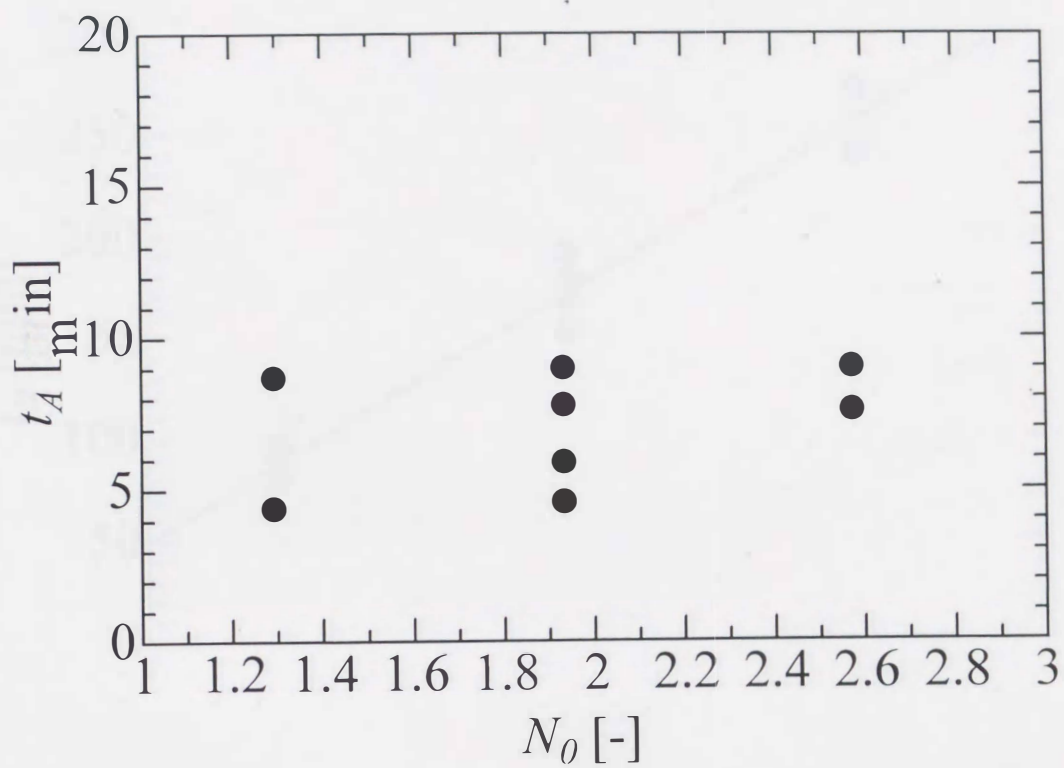


Fig.6-2a  $t_A$ と $N_0$ および $Ra_T$ の関係



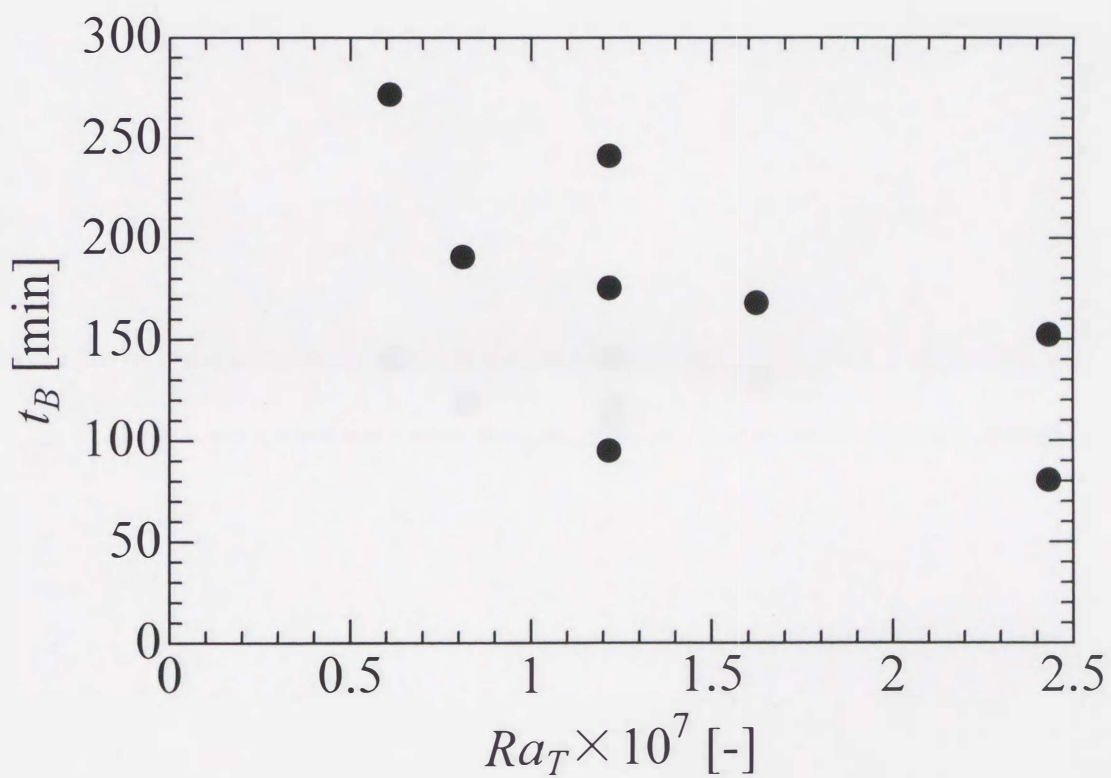
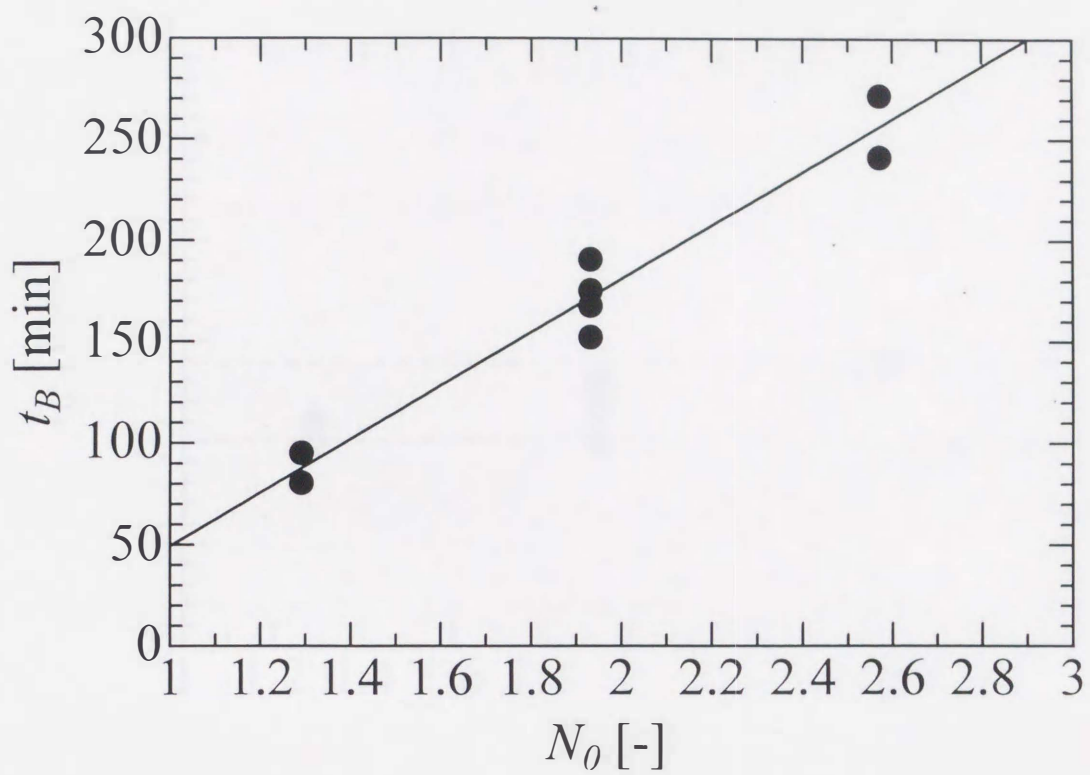


Fig.6-2b  $t_B$ と $N_0$ および $Ra_T$ の関係

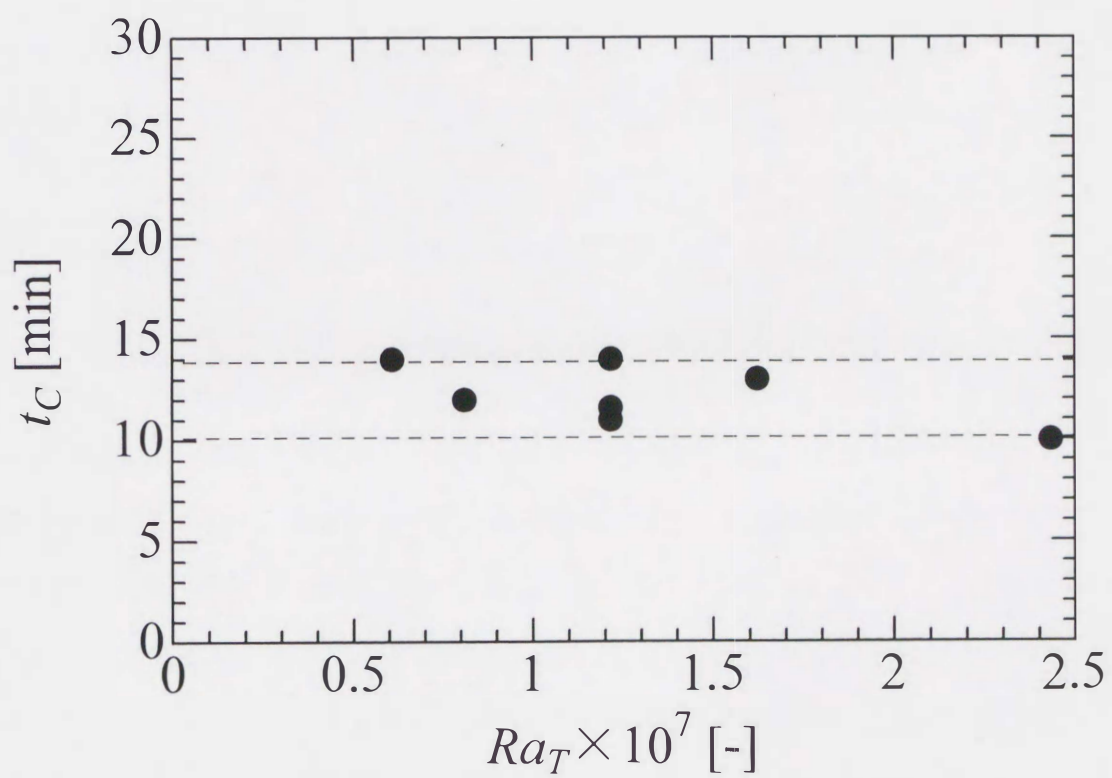
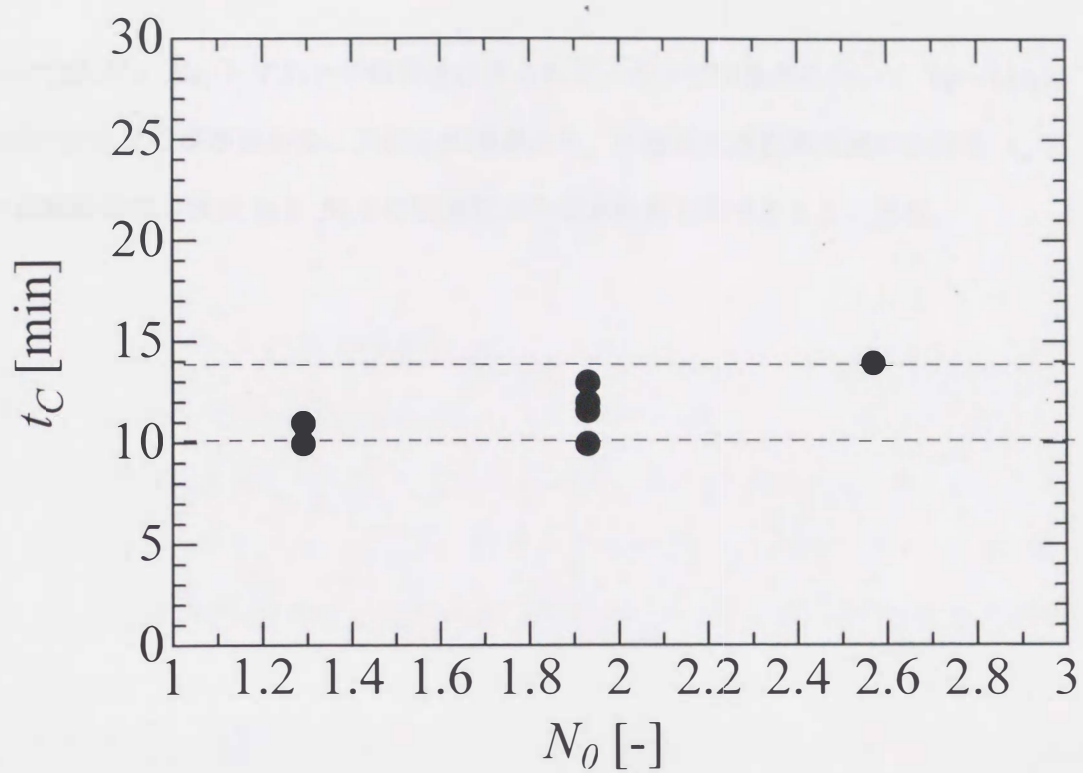


Fig.6-2c  $t_C$ と $N_0$ および $Ra_T$ の関係



については  $N_0$ ,  $Ra_T$  いずれとの依存性は見られず, すべての条件において 10~14min の範囲の値をとる事が分かる. これらの結果より, 2 層系二重拡散対流における  $t_m$  と  $N_0$  の直線関係は, ほぼ  $t_B$  と  $N_0$  との関係により導かれるものであるといえる.

### 6-3 各期間における系内分布の変化および物質移動機構

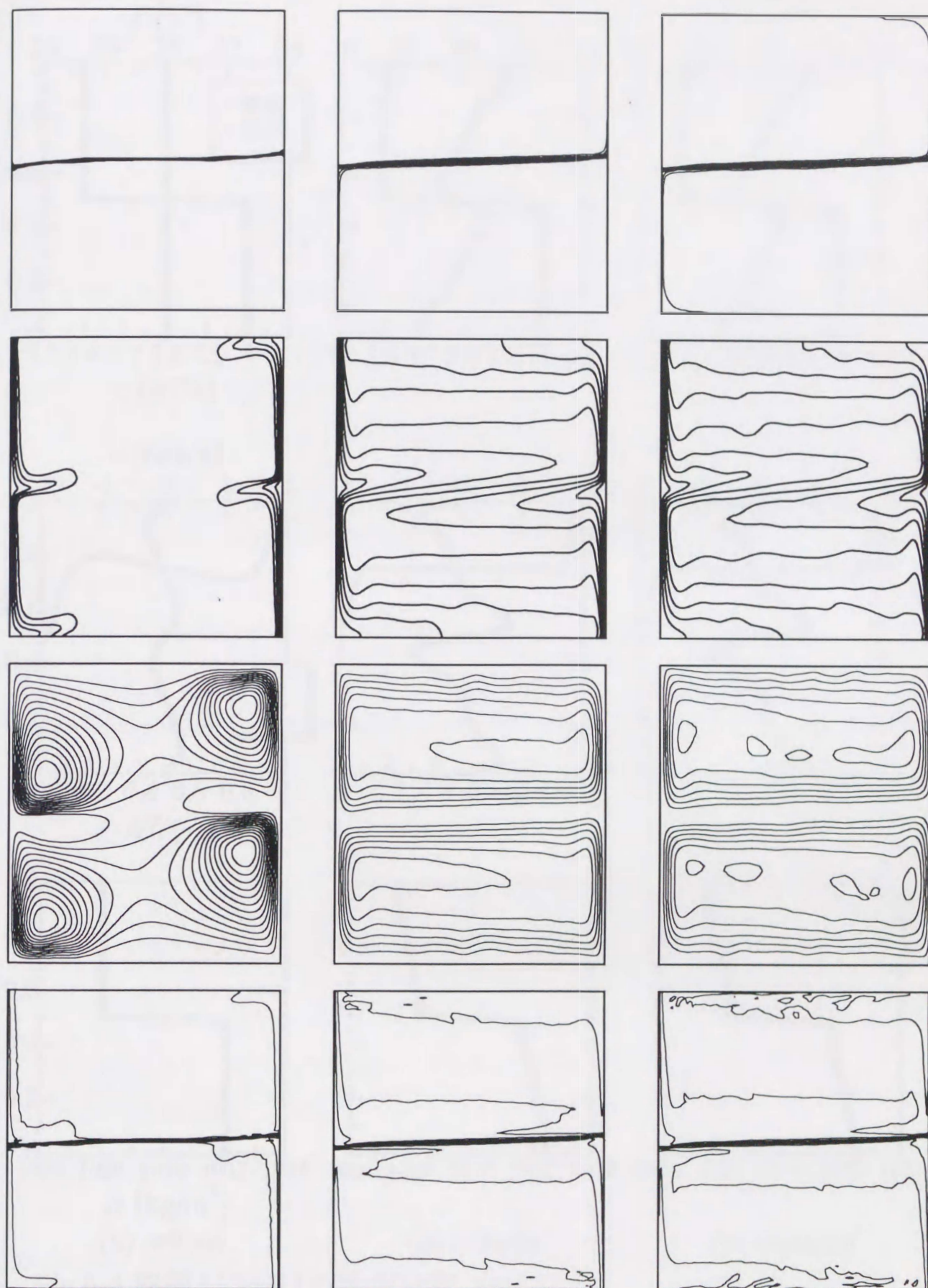
ここでは run1 の計算結果をもとに期間 A, B, C における系内分布の変化を調べる。  
また濃度場、密度場の変化など含め各期間における物質移動機構について考える。

#### 6-3-1 期間 A (セル対流形成期)

Fig.6-1 から分かる通り、この期間において上下層間の濃度差は殆ど変化しない。これは溶質の拡散速度が極めて小さく、現象初期において温度場や流れ場に比べ濃度場の発達がかかなり遅いためである。Fig.6-3 に期間 A における濃度場、温度場、流れ場、密度場の推移を示す。対流開始時には濃度場に変化は殆ど見られない。その後上層では加熱側、下層では冷却側の垂直壁面に沿って極薄い濃度境膜が発達していく。各層内で発達した濃度境膜は水平壁面に到達すると方向を変えるが、水平方向にはあまり発達せず容器角の流れの無い淀んだ領域に留まり、その後大きな発達は見られなくなる。密度場を見ると、対流開始時には左右壁面近傍では温度変化による密度差が生じている。また同時に層境界面近傍の濃度差による大きな密度勾配は対流の発達に伴い徐々に緩やかになっていく。流れ場、温度場については第 5 章で説明した通りであり、この期間は対流の無い静止状態から安定な 2 層の対流セルが形成するまでの過渡的な期間である事が分かる。

Fig.6-4 には期間 A における系内の断面分布を示す。対流を開始するとまもなく温度は各層内で安定に、層境界面を挟んでは不安定に一方、濃度は上下壁面付近でやや対流の影響が見られるものの、各層内ではほぼ一様な状態を保つ。速度は初め大きく特に垂直壁面には強い流れが生じているが、時間の経過と共に徐々に弱くなり、やがて安定する。これはセル対流が形成されると、層境界面での対向流によって対流強さが抑制されていくためである。また密度分布は各層内で緩やかな一定勾配を持つ事が分かるが、濃度が各層内ではほぼ一様であることから、層内の密度勾配はほぼ温度によるものといって良い。





(a)  $t=9\text{sec}$

(b)  $t=3\text{min}$

(c)  $t=10\text{min}$

Fig.6-3 期間Aにおける濃度場，温度場，流れ場，密度場 (run1)  
(上から濃度，温度，流れ関数，密度)



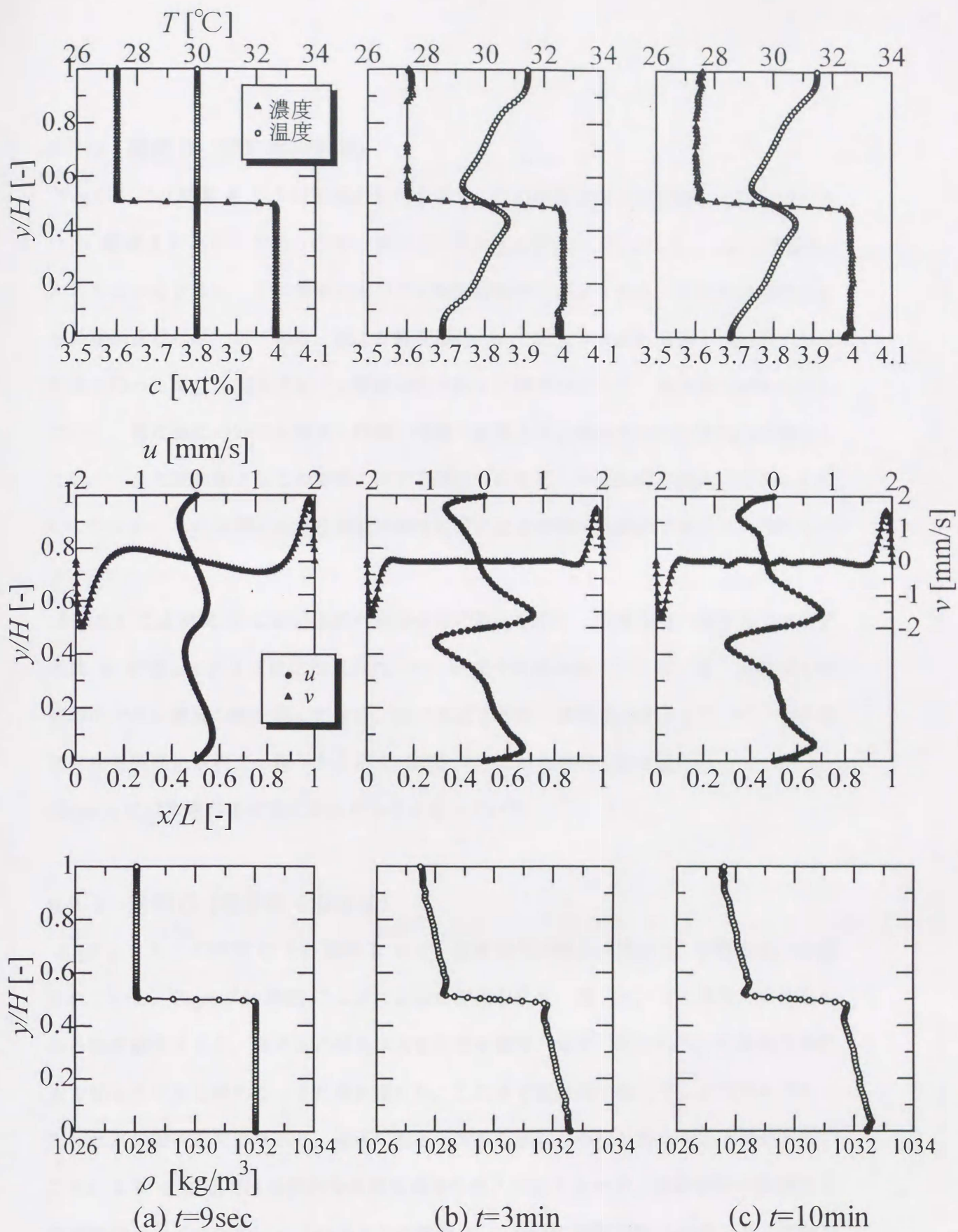


Fig.6-4 期間Aにおける断面分布 (run1)  
 (濃度, 温度, 密度:  $X=0.5$ 断面, 速度:  $X=0.5$ および $Y=0.75$ 断面)



### 6-3-2 期間 B (擬定常状態期)

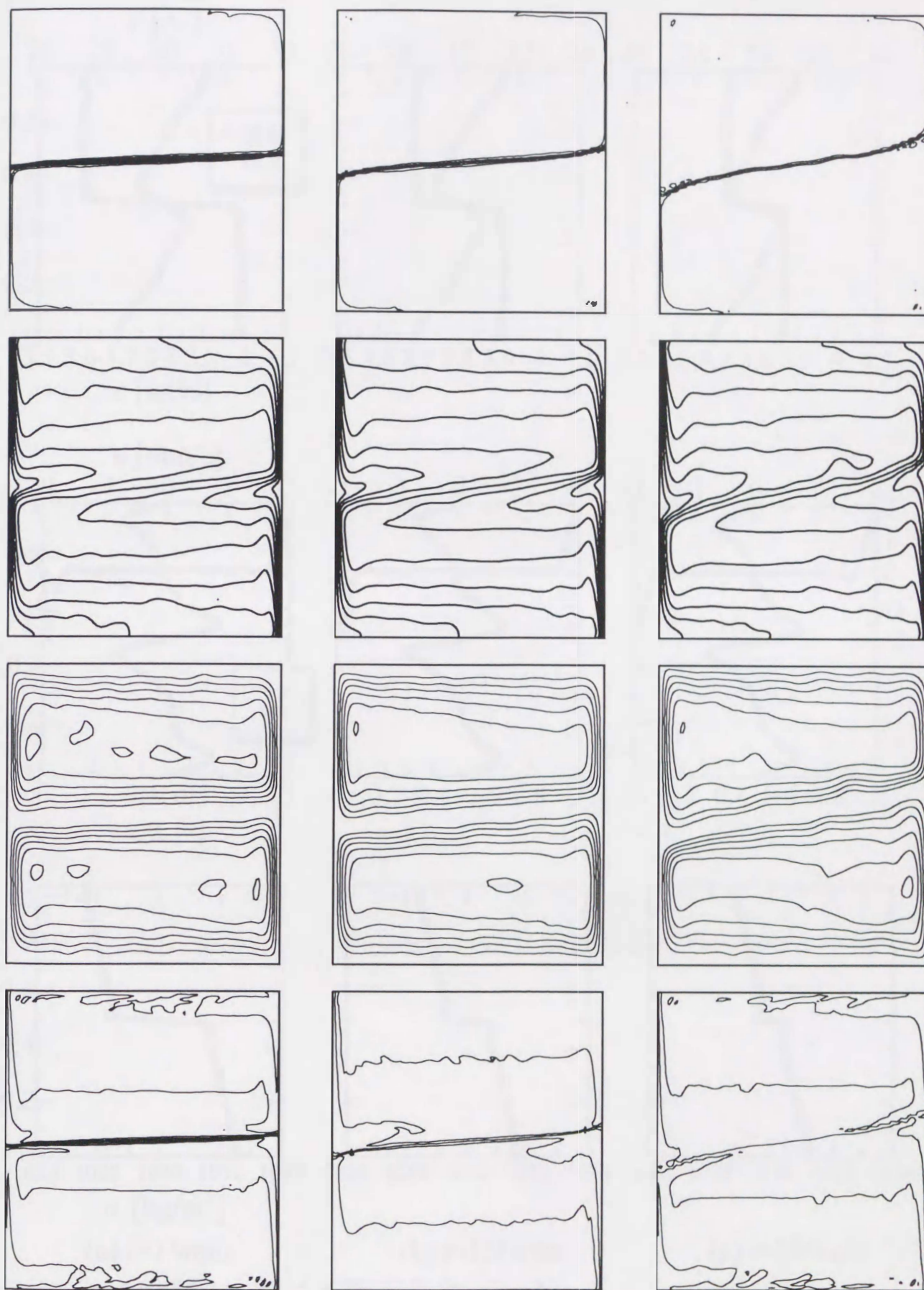
Fig.6-5 には期間 B における場の変化を示す。この期間は擬定常状態に対応しているため、期間 A に見られたような各分布における大きな変化は見られない。しかし Fig.6-1 からも分かるように、この期間においても物質移動は行われており、その単位時間当たりの移動量はほぼ一定である。図より濃度場については大きな乱れも無くほぼ同じ分布形状を保ったまま、層境界面での濃度勾配が徐々に緩やかになり、境界面の傾きも増していく。密度場についても濃度と同様に時間の経過と共に境界面での密度勾配が減少していく。また流れ場よりこの期間における層境界面を通した直接的な流入は認められないことから、この期間における物質移動は拡散による移動が支配的であろうと考えられる。

Fig.6-6 には期間 B における系内断面分布の変化を示す。温度分布、速度分布ともに期間 B を通して大きな変化は見られない。濃度分布は各層内ではほぼ一様、境界面では直線的で高い濃度勾配を保ったまま、徐々に上下層間の濃度差が減少していく。また密度分布も同様に系内での緩やかな密度勾配を保ちながら層間の密度差は減少してゆき、190min には層間の密度差はかなり小さくなっている。

### 6-3-3 期間 C (境界面不安定期)

Fig.6-1 よりこの期間 C では期間 B に比べ濃度変化の傾きが増加し、物質移動が促進されている。Fig.6-7 に期間 C における場の変化を示す。図より、上下層間の濃度差がある程度減少すると、境界面の傾きは大きくなり濃度、温度、流れにおいて層境界面付近で揺らぎが生じ始める。また流れ場から、これまで境界面を挟んで上下で別々であった流れが側壁付近でつながり、壁面に沿った大きな流れが形成し始めることが分かる。これにより 2 層間では直接的な異濃度流体の流入が起こるため、物質移動は促進され濃度場は大きく乱れていく。つまりこの期間 C において物質移動は対流による移動が支配的であるといえる。

Fig.6-8 には期間 C における系内断面分布を示す。濃度はこれまでと同様に、各層内



(a)  $t=15\text{min}$

(b)  $t=130\text{min}$

(c)  $t=190\text{min}$

Fig.6-5 期間Bにおける濃度場，温度場，流れ場，密度場 (run1)  
(上から濃度，温度，流れ関数，密度)



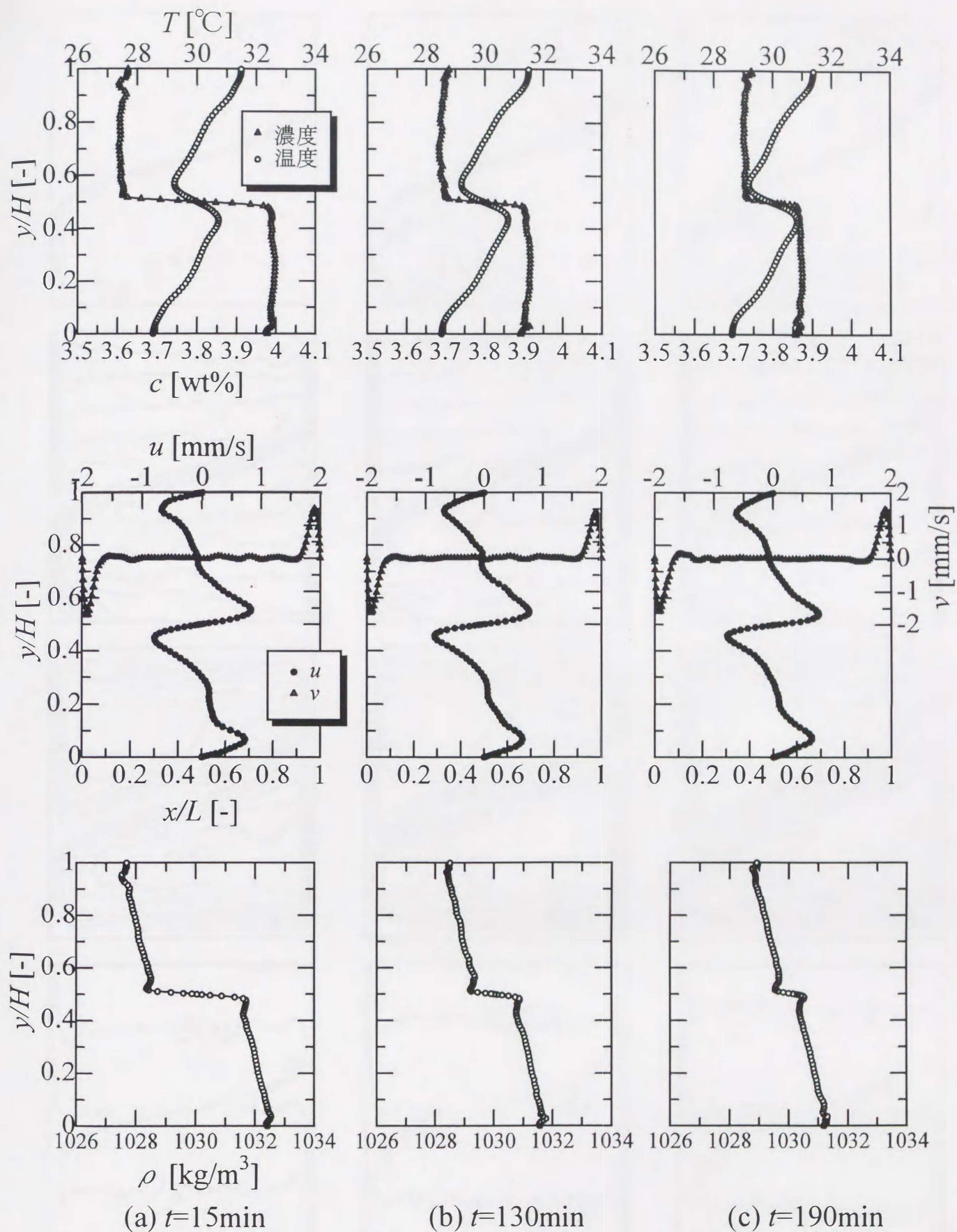
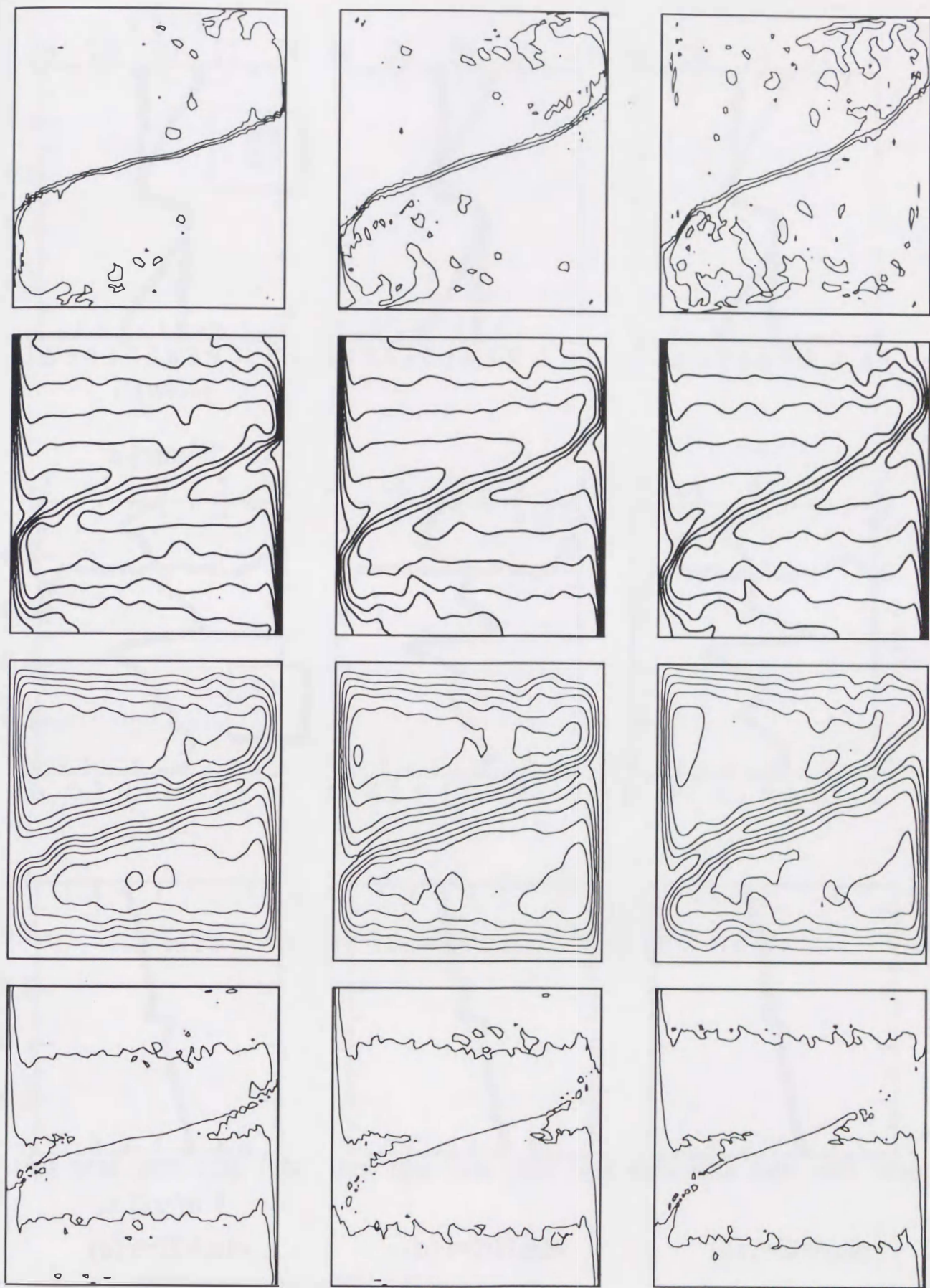


Fig.6-6 期間Bにおける断面分布 (run1)  
(濃度, 温度, 密度:  $X=0.5$ 断面, 速度:  $X=0.5$ および $Y=0.75$ 断面)





(a)  $t=204\text{min}$

(b)  $t=207\text{min}$

(c)  $t=209\text{min}$

Fig.6-7 期間Cにおける濃度場, 温度場, 流れ場, 密度場 (run1)  
(上から濃度, 温度, 流れ関数, 密度)



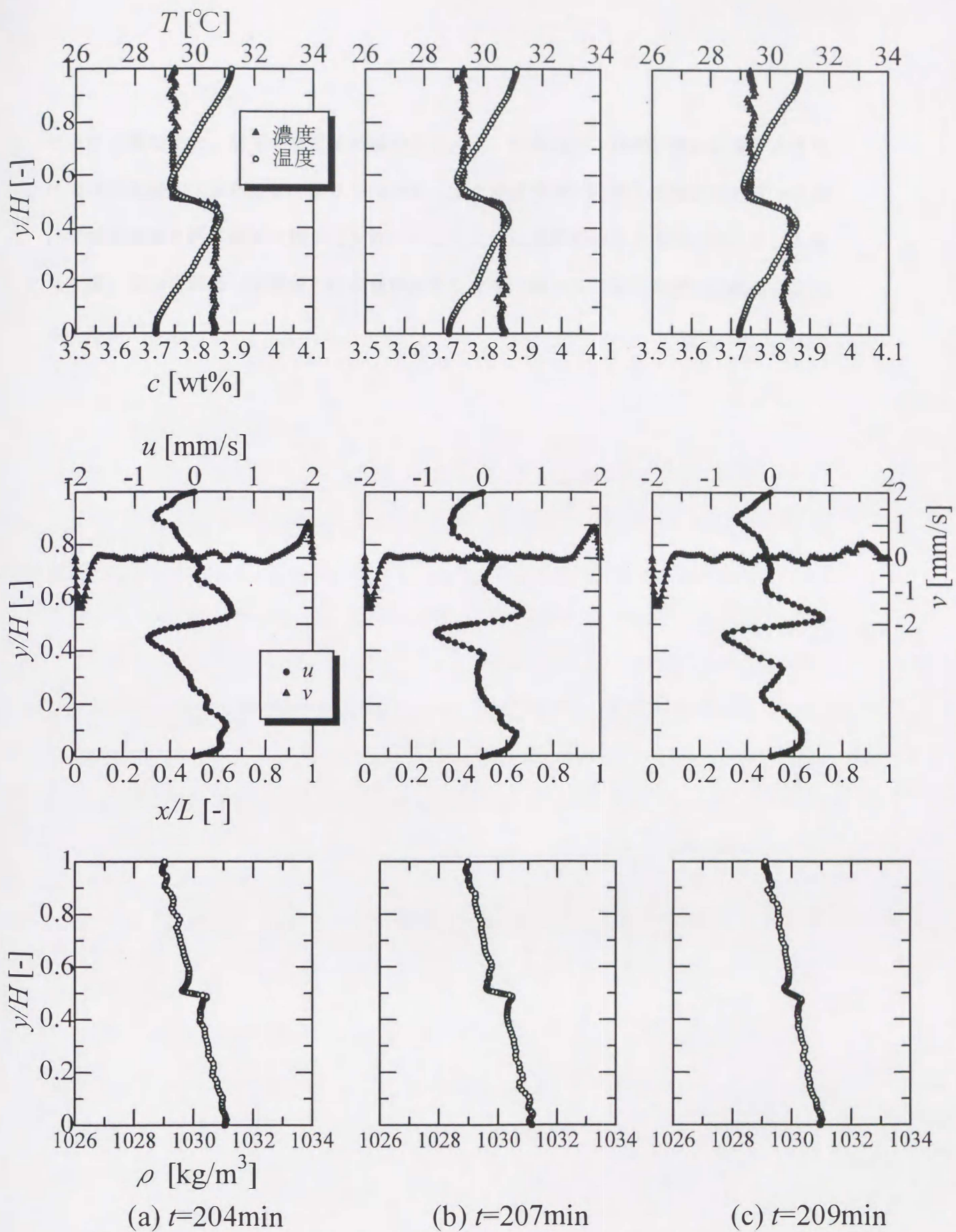


Fig.6-8 期間Cにおける断面分布 (run1)  
(濃度, 温度, 密度:  $X=0.5$ 断面, 速度:  $X=0.5$ および $Y=0.75$ 断面)

ではほぼ一様なまま、層間の濃度差が減少していく。密度は上下層間に僅かに差があるだけでほぼ連続的な分布形状を取りつつある。また速度分布には特に垂直方向速度  $v$  において加熱面側と冷却面側に差が見られている。これは境界面傾きの増加に伴って、上層（下層）では冷却面（加熱面）の面積が大きくなり、偏って冷却（加熱）されることによるものである。



#### 6-4 期間 B における層間物質移動

6-2 節でも示したように境界面崩壊時間  $t_m$  は、ほぼ期間 B の持続時間  $t_B$  によって決まる。つまりこの事は、期間 B における層間物質移動が現象を左右していることを意味している。以降では run1 の計算結果を用いて期間 B における層間物質移動について検討する。

##### 6-4-1 層間物質移動モデル

前節において、期間 B での物質移動は拡散によるものが支配的であると予想された。Fig.6-9 に 2 層間の物質移動モデルを示す。本研究においては  $j$  について高濃度側からの移動を正方向とする。また層境界面に存在する濃度境界層厚さ  $\delta$  は、実際には水平方向に分布をもっていると考えられるが、簡単のためこれを一定であると仮定する。さらに各時間における断面濃度分布の調査より、各層内の濃度は常にほぼ一様であったことから、濃度は境界面以外において分布を持たず、境界面を通った溶質は対流によって即座に層内に取り込まれるものとする。そして上下層間濃度差  $\Delta c$  を推進力として、厚さ  $\delta$  の境界層を溶質が通り抜ける場合の物質拡散流束  $j$  は

$$j = D \frac{\Delta c}{\delta} \quad (6.1)$$

と表わされる。ここで  $D$  は拡散係数 [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] である。この(6.1)式は Fick の法則とまったく同様な形である。

本研究では濃度境界層厚さ  $\delta$  の算出に容器中央断面 ( $X=0.5$ ) での濃度分布を用い、層境界面において直線的变化をしていると判断できる部分を境界層とした。具体的には、濃度分布を上層、境界面、下層の 3 つに分け、それぞれについて最小二乗近似をおこない、それらの交点を求める事で  $\delta$  を決定した。Fig.6-10 に  $\delta$  の決定例を示す。

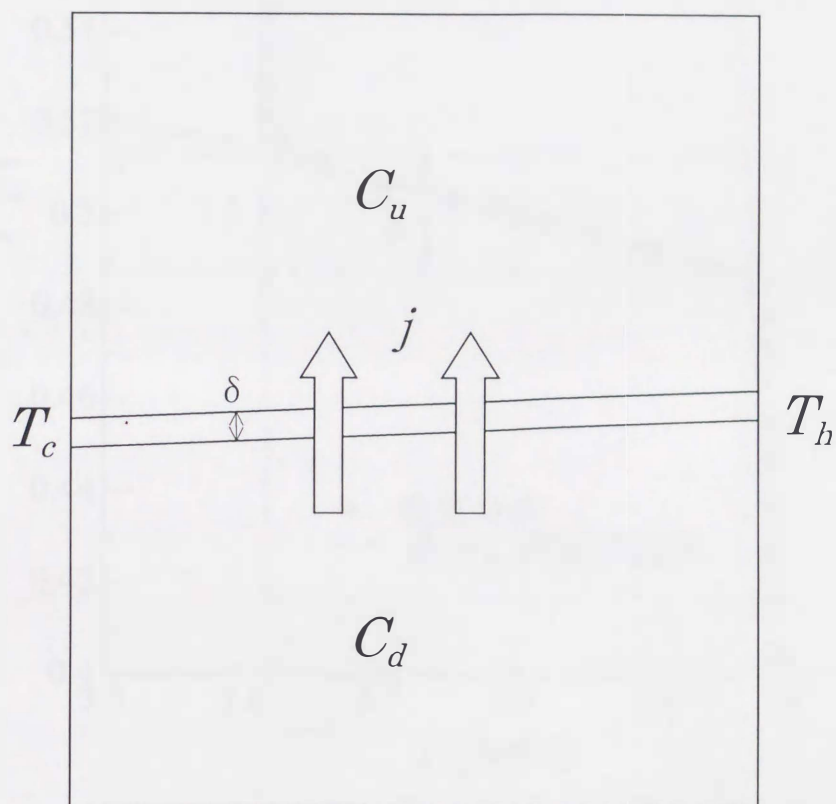


Fig.6-9 期間 B における物質移動モデル



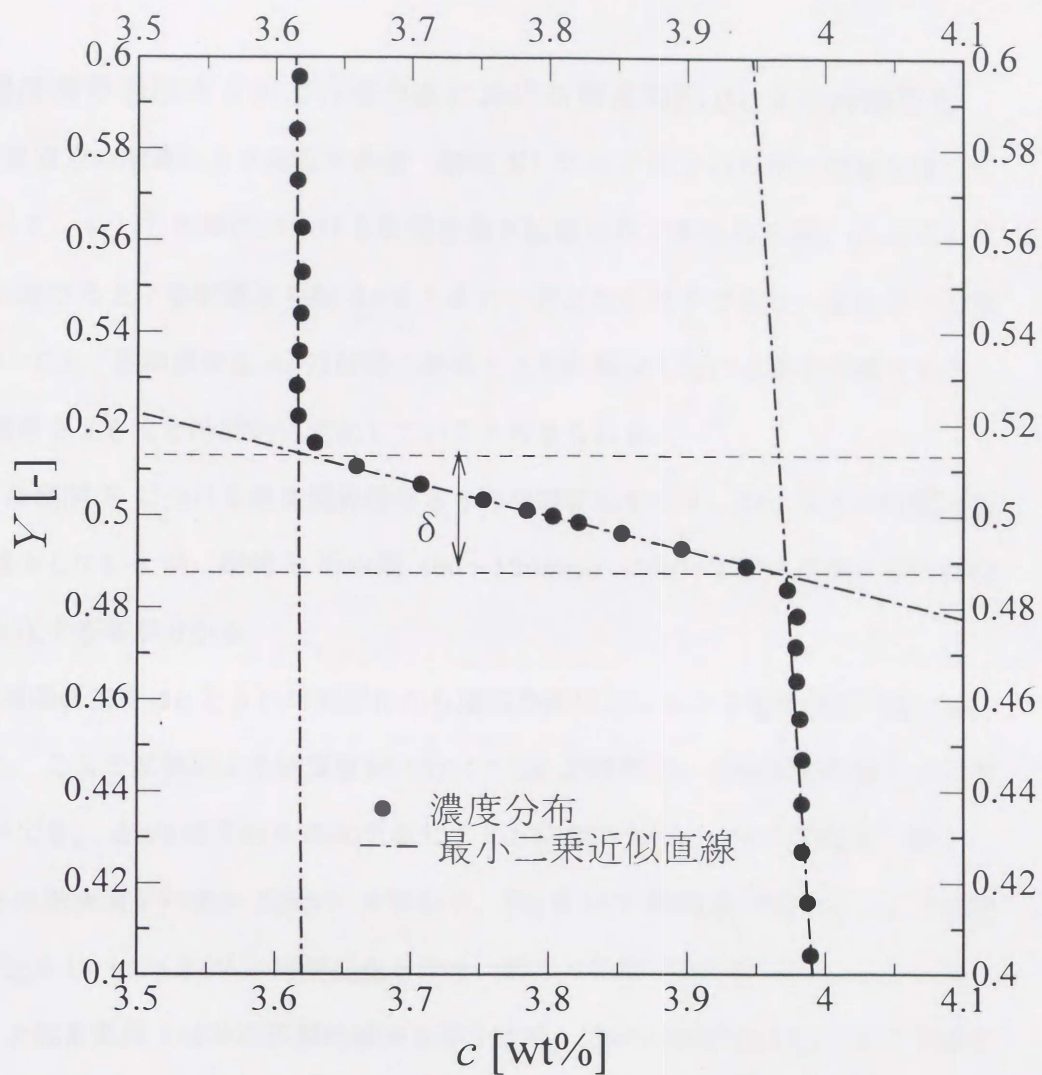


Fig.6-10 境界面における濃度境界層厚さ  $\delta$  の決定法  
(例 : run1 20min,  $\delta = 0.0235$ )

#### 6-4-2 濃度境界層厚さ $\delta$ および境界面における濃度勾配 $\Delta c/\delta$ の時間変化

実験、計算双方の結果により擬定常状態（期間 B）における  $j$  はほぼ一定値を保つことが分かった。もしこの期間における物質移動が拡散のみであるならば、(6.1)式より層境界面における上下層間濃度勾配  $\Delta c/\delta$  もまた一定となるはずである。またここで期間 B において上下層間濃度差  $\Delta c$  は時間の経過とともに減少している事を考慮すると、濃度境界層厚さ  $\delta$  もまた時間的に変化していると考えられる。

Fig.6-11 に期間 B における濃度境界層厚さ  $\delta$  の時間変化を示す。図より  $\delta$  は時間の経過と共に減少していくが、期間 B の中期（60～120min）において変化が殆ど見られない部分が存在する事が分かる。

次に上下層間濃度差  $\Delta c$  と  $\delta$  の時間変化から層境界面における上下層間濃度勾配  $\Delta c/\delta$  を算出した。ここで拡散による物質移動において  $\Delta c$  は推進力、 $\delta$  は拡散抵抗として考えることができ、 $\Delta c/\delta$  はそれらの比を表わすことになるため、 $\Delta c/\delta$  の増加（減少）はすなわち拡散流束  $j$  の増加（減少）を表わす。Fig.6-12 に期間 B での  $\Delta c$  と  $\delta$  の時間変化を、Fig.6-13 には  $\Delta c/\delta$  の時間変化を示す。図より初期（10～50min）においては推進力  $\Delta c$  と拡散抵抗  $\delta$  は共に直線的減少を示すため、 $\Delta c/\delta$  は約 0.35 付近で一定値を取る。しかし中期（60～120min）において、拡散抵抗  $\delta$  は殆ど変化しないため、推進力  $\Delta c$  の減少に伴って  $\Delta c/\delta$  には緩やかな減少が見られる。さらにそれ以降（130～200min）においては再び  $\delta$  が  $\Delta c$  と共に減少し始めるため、 $\Delta c/\delta$  もまた約 0.25 で再び一定値を取り続けている事が分かる。

つまりこの条件（run1）での期間 B における  $j$  は、拡散抵抗  $\delta$  が時間変化しない部分が存在することにより、厳密には常に一定値を保ち続けるのではなく時間の経過と共に徐々に変化し臨界値に近づくという形を取る事が分かる。ここで改めて Fig.6-1 中の  $j$  を見ると、初期に若干高い値（約  $3 \times 10^{-5}$ ）を示し、その後緩やかに減少して一定値（約  $2.5 \times 10^{-5}$ ）を取っている事が分かる（但し、これらの変化量は極めて小さいものであるためほぼ一定値とみなして差し支えないとも考えられる）。これは実験では捉えられていない現象である。



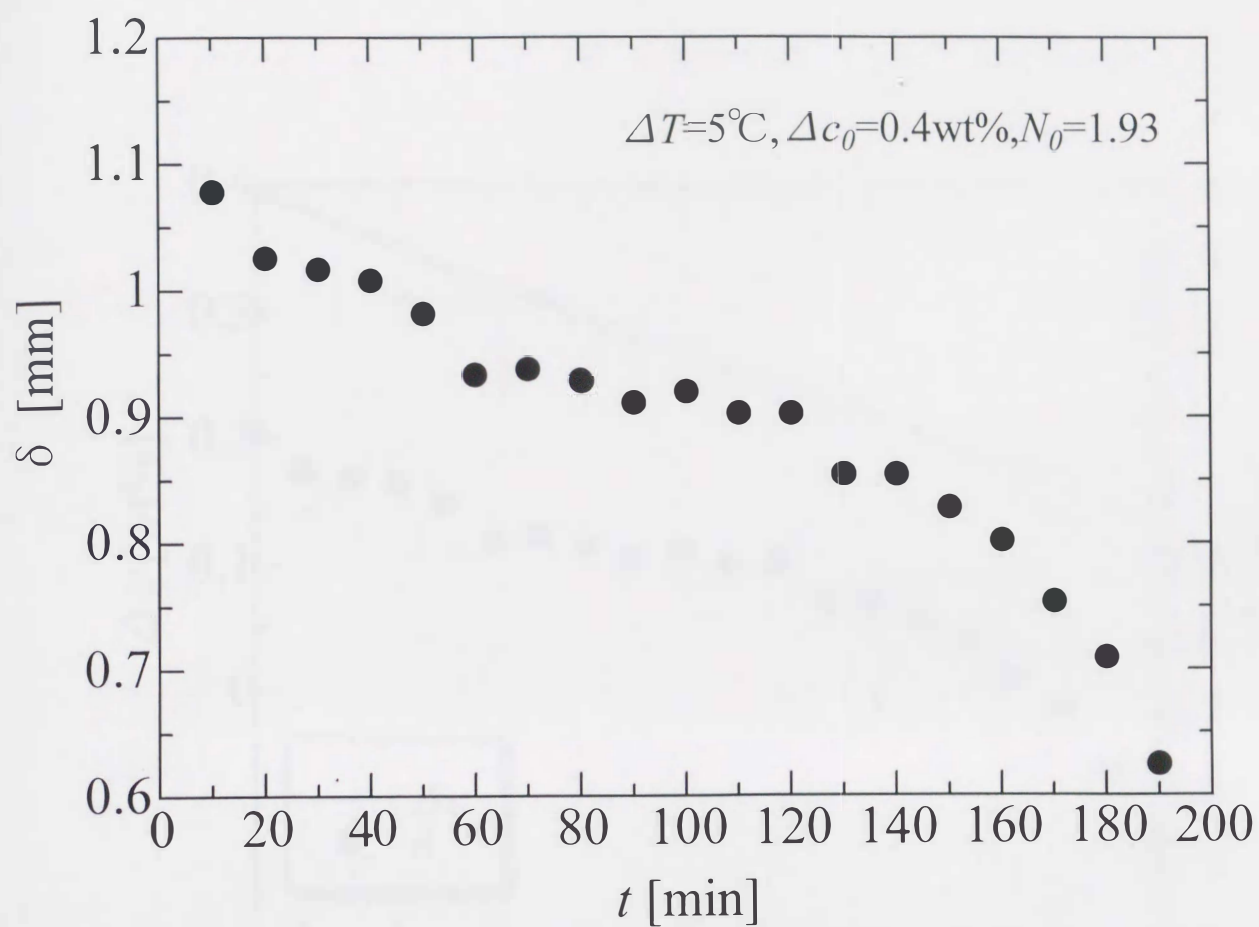


Fig.6-11  $\delta$  の時間変化 (run1)

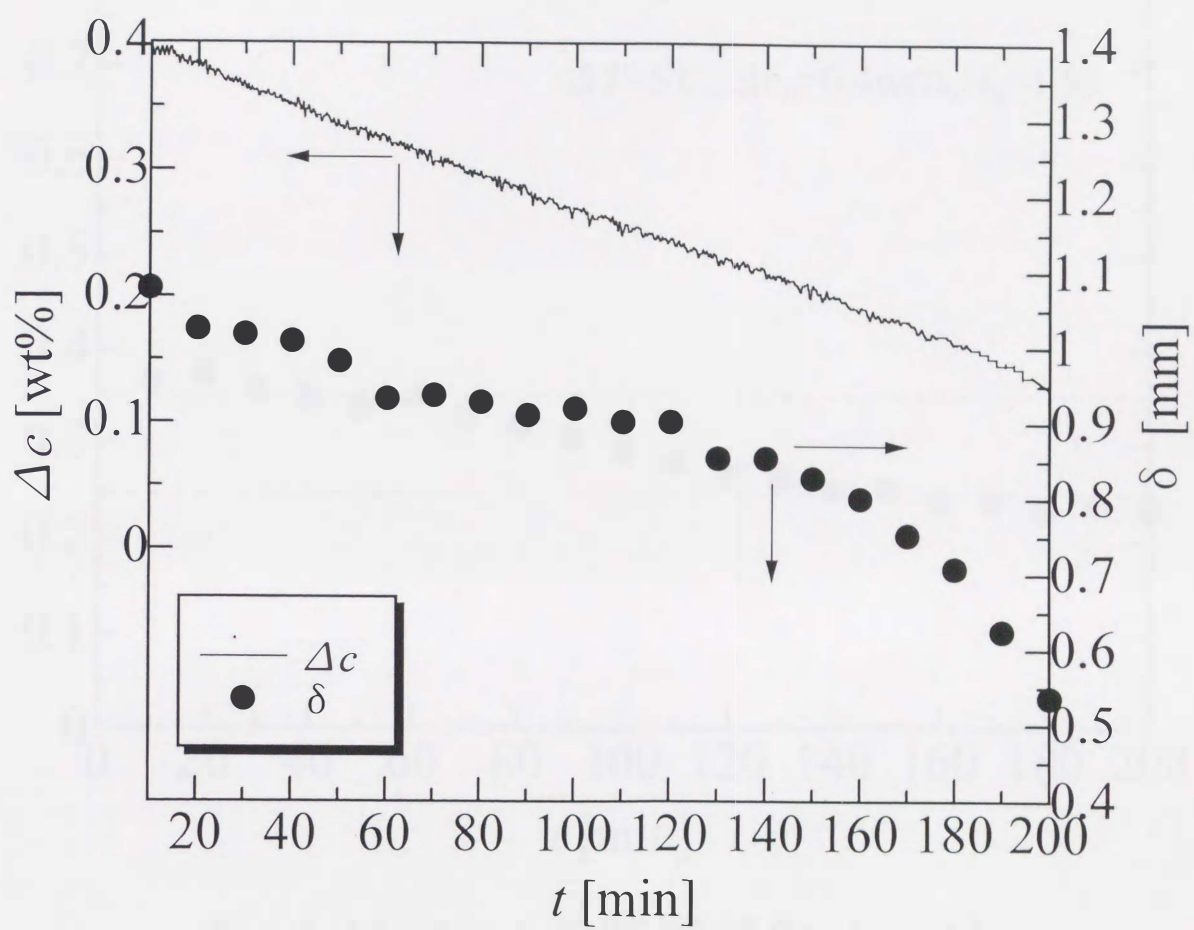


Fig.6-12 期間Bにおける  $\Delta c$  および  $\delta$  の時間変化(run1)



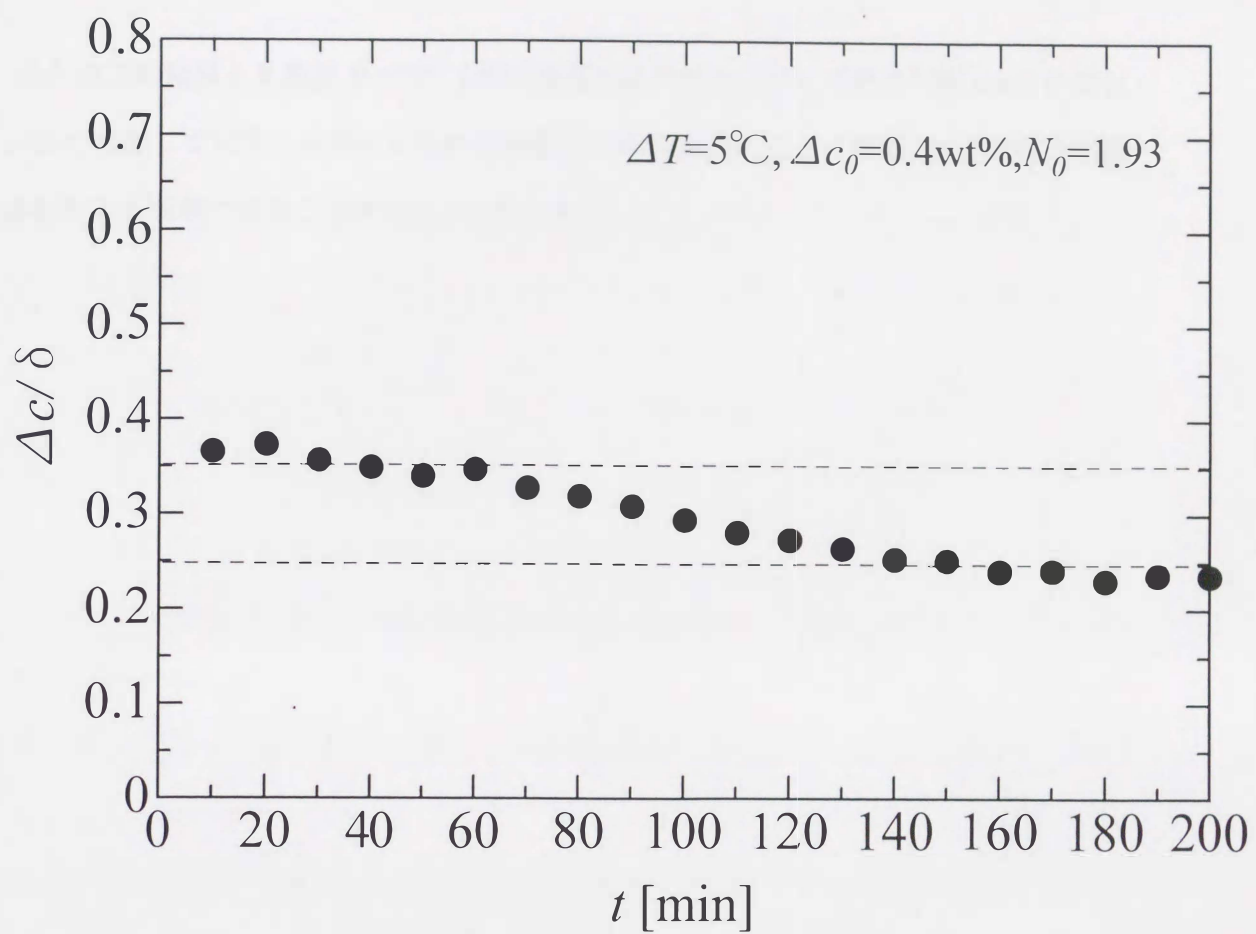


Fig.6-13  $\Delta c/\delta$  の時間変化 (run1)

また以上の結果より期間 B での  $j$  の時間変化は境界面における濃度勾配  $\Delta c/\delta$  の変化によく対応しており、拡散による物質移動モデル式(6.1)によって期間 B における物質移動をよく説明できることが明らかとなった。



## 6-5 初期条件が層間物質移動に及ぼす影響

前節において2層系二重拡散対流の期間Bにおける物質移動機構は拡散が支配的である事が分かった。ここでは、 $\Delta T$ 、 $\Delta c_0$ 、 $N_0$ といった初期条件が期間Bの層間物質移動に及ぼす影響についての説明を行う。

### 6-5-1 上下層間濃度差 $\Delta c$ 、上下層間物質移動流束 $j$ の時間変化

Fig.6-14a~cにそれぞれ初期濃度差 $\Delta c_0=0.8\text{wt\%}$ で一定として、温度差 $\Delta T$ を $7.5^\circ\text{C}$ 、 $10^\circ\text{C}$ 、 $15^\circ\text{C}$ とした場合(run4,5,6)、 $\Delta T=7.5^\circ\text{C}$ で一定として $\Delta c_0$ を0.4, 0.6, 0.8wt%とした場合(run2,3,4)、初期浮力比 $N_0=1.93$ で一定とした場合(run1,3,5)の $\Delta c$ 、 $j$ の時間変化を示す。

Fig.6-14aより $\Delta c_0$ を固定した場合、温度差 $\Delta T$ が大きくなるに従って期間Bにおける濃度差の減少速度は大きくなっており、それに伴って $j$ も $\Delta T$ の増加に伴い高い値を推移している。また $\Delta T$ が $7.5^\circ\text{C}$ から $15^\circ\text{C}$ と2倍に増加することにより、それに対応して $j$ の値は2倍以上[ $\Delta T=7.5^\circ\text{C}$ :  $j$ 約 $4 \times 10^{-5} \text{ mol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ,  $\Delta T=15^\circ\text{C}$ :  $j$ 約 $8.9 \times 10^{-5} \text{ mol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ]となっていることが分かる。

それに対し $\Delta T$ を固定した場合(Fig.6-14b)には、初期濃度差 $\Delta c_0$ が大きくなっても期間Bでの濃度差の減少速度は変わらず、また $j$ の値も同様にすべての条件においてほぼ同じ値、約 $4 \times 10^{-5} \text{ mol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ を取っている。

またFig.6-14cより $N_0$ が同じ条件である場合、境界面崩壊時間 $t_m$ もまたほぼ同じとなるため、 $\Delta c_0$ の増加に伴って濃度差減少の傾きおよび $j$ の値は大きくなる。

以上により層間物質移動速度は $\Delta c_0$ には依存せず、 $\Delta T$ すなわち熱対流の強さに大きく依存している事が分かる。

ここで、初期浮力比 $N_0=1.29$ 以外の条件において、 $j$ が期間Bを通して一定とはならず、ある臨界値に達するまで時間的に変化する部分が見られており、これは実験的解析においては捉えられていない現象である。また2層間の物質移動に関して一つの疑問が生じる。それは、期間B(擬定常状態)における物質移動機構がほぼ拡散によって行

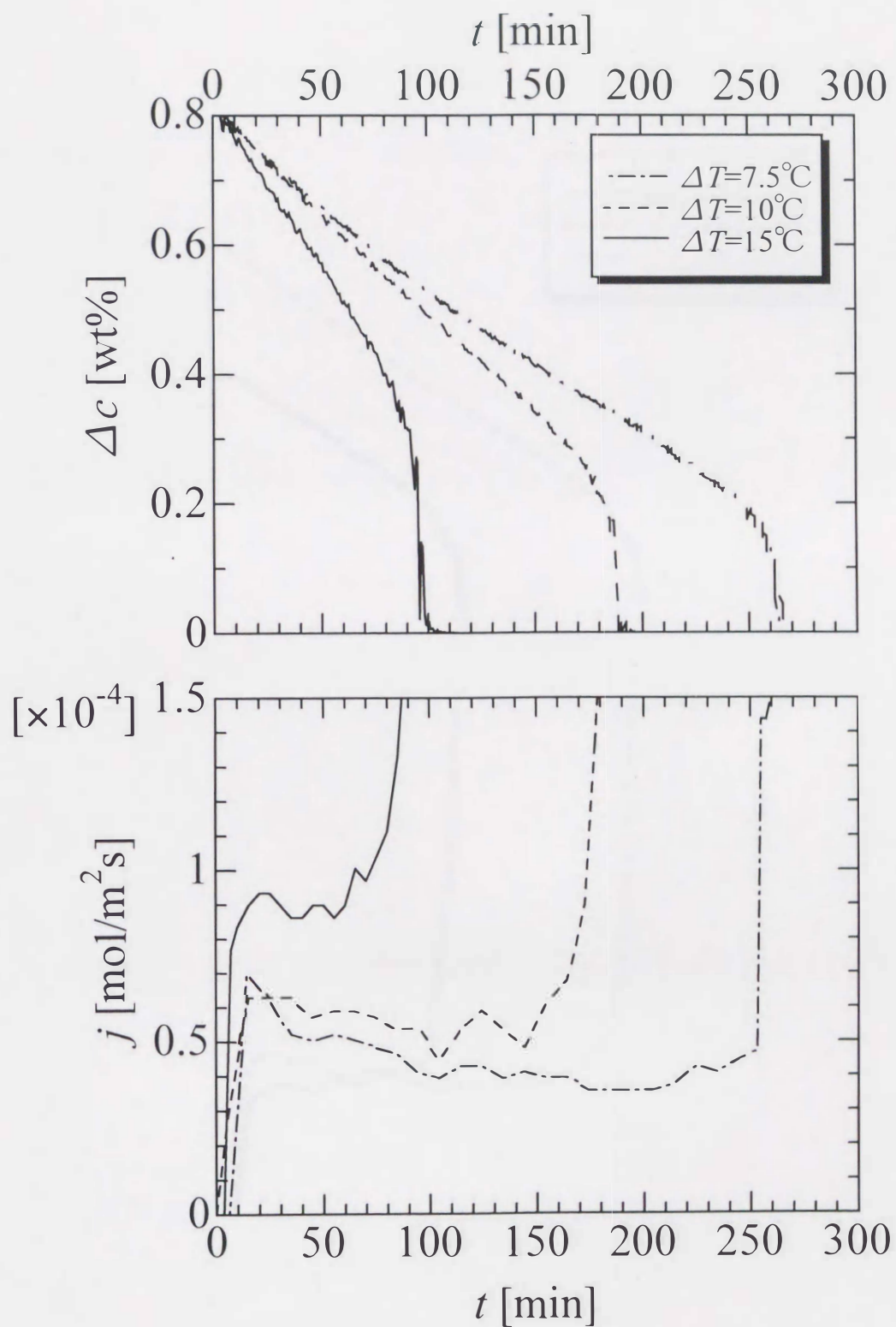


Fig.6-14a  $\Delta c$ および $j$ の時間変化 ( $\Delta c_0=0.8\text{wt\%}$ 固定)



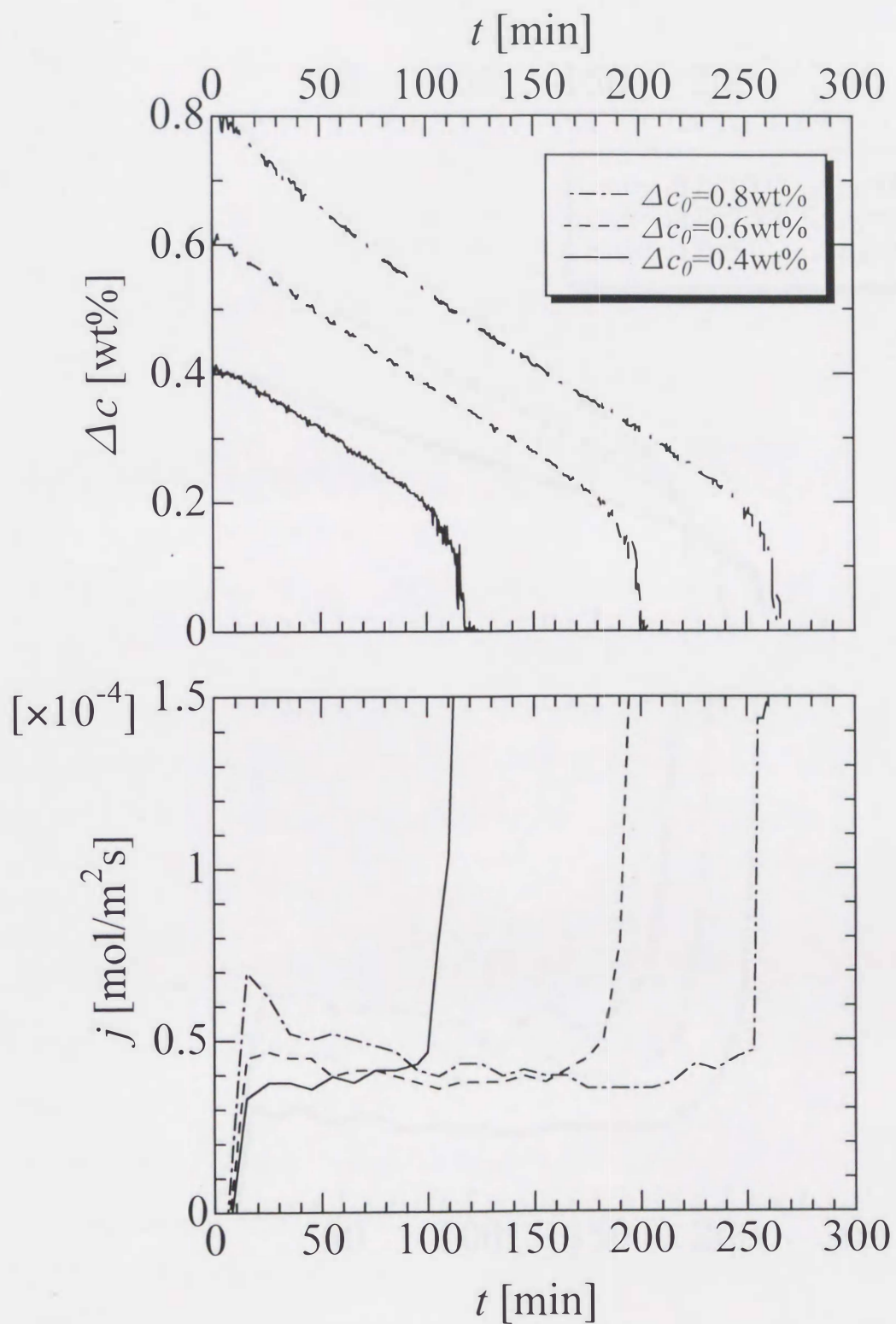


Fig.6-14b  $\Delta c$ および $j$ の時間変化 ( $\Delta T=7.5^\circ\text{C}$ 固定)

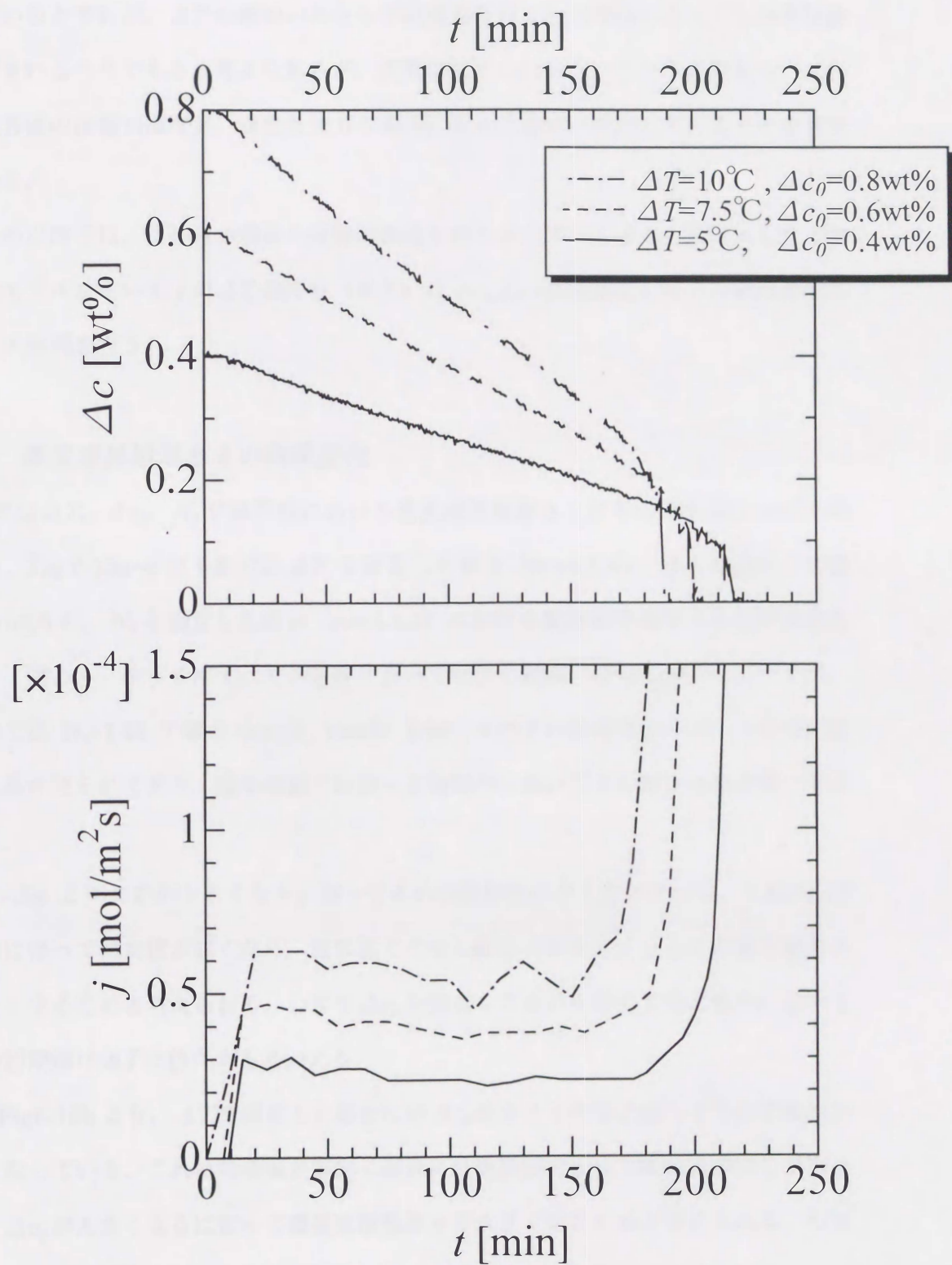


Fig.6-14c  $\Delta c$ および $j$ の時間変化 ( $N_0=1.93$ 固定)



われているとすれば、 $\Delta T$ の増加のみならず初期濃度差 $\Delta c_0$ の増加によっても物質移動が促進されるべきであると考えられるが、実際にはそうならないという点である。これは層境界面の状態が温度差、濃度差双方の条件によって複雑に変化していることを意味している。

このため以降では、これらの現象の理論的根拠を明らかとすべく 6-4-1 節に示した本物質移動モデルを用いて  $j$  の  $\Delta T$  依存性（あるいは  $\Delta c_0$  との無関連性）や  $j$  の時間変化についての解明を行う。

### 6-5-2 濃度境界層厚さ $\delta$ の時間変化

ここでは  $\Delta T$ 、 $\Delta c_0$ 、 $N_0$  が境界面における濃度境界層厚さ  $\delta$  に与える影響について検討する。Fig.6-15a~c にそれぞれ  $\Delta T$  を固定した場合 (run4,5,6)、 $\Delta c_0$  を固定した場合 (run2,3,4)、 $N_0$  を固定した場合 (run1,3,5) における濃度境界層厚さ  $\delta$  の時間変化を示す。図より、まず  $\delta$  はすべての条件において時間の経過に伴って減少していくが、初期浮力比  $N_0=1.29$  の場合 (run2, run6) を除くすべての条件において、 $\delta$  の時間変化に変異が見られており、図中破線で区切った時間内において  $\delta$  の減少は殆ど無い事が分かる。

Fig.6-15a より  $\Delta T$  が大きくなるに従って  $\delta$  の初期値は小さくなっている。これは  $\Delta T$  の増加に伴って熱対流が強くなり、境界面でのせん断応力が大きくなるため境界層厚さが小さくなるためと考えられる。つまり  $\Delta c_0$  を固定して  $\Delta T$  を変化させた場合においては  $\delta$  の初期値は  $\Delta T$  に依存するといえる。

次に Fig6-15b より、 $\Delta T$  を固定した場合には  $\Delta c_0$  が小さくなるに従って  $\delta$  の初期値が小さくなっている。これは対流強さが同じ場合には境界面でのせん断応力が同じであるため、 $\Delta c_0$  が大きくなるに従って濃度拡散層厚さが大きくなるためと考えられる。つまり、 $\Delta T$  を固定して  $\Delta c_0$  を変化させた場合には  $\delta$  は  $\Delta c_0$  に依存することが分かる。

さらに Fig.6-15c より  $N_0$  が同じ条件である場合、 $\delta$  の初期値もまたほぼ同じとなっている事が分かる。

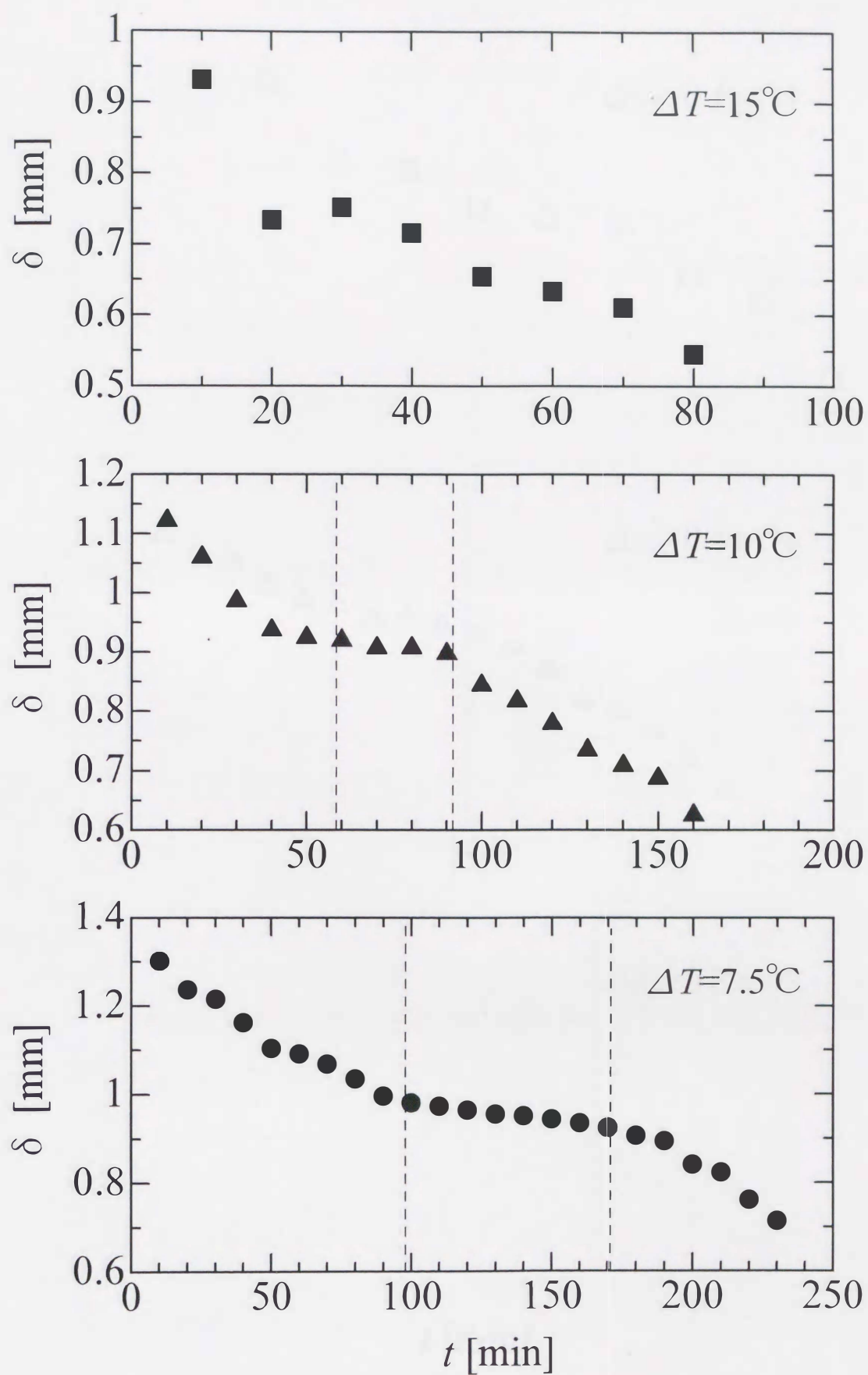


Fig.6-15a  $\delta$  の時間変化 ( $\Delta c_0 = 0.8\text{wt}\%$  固定)



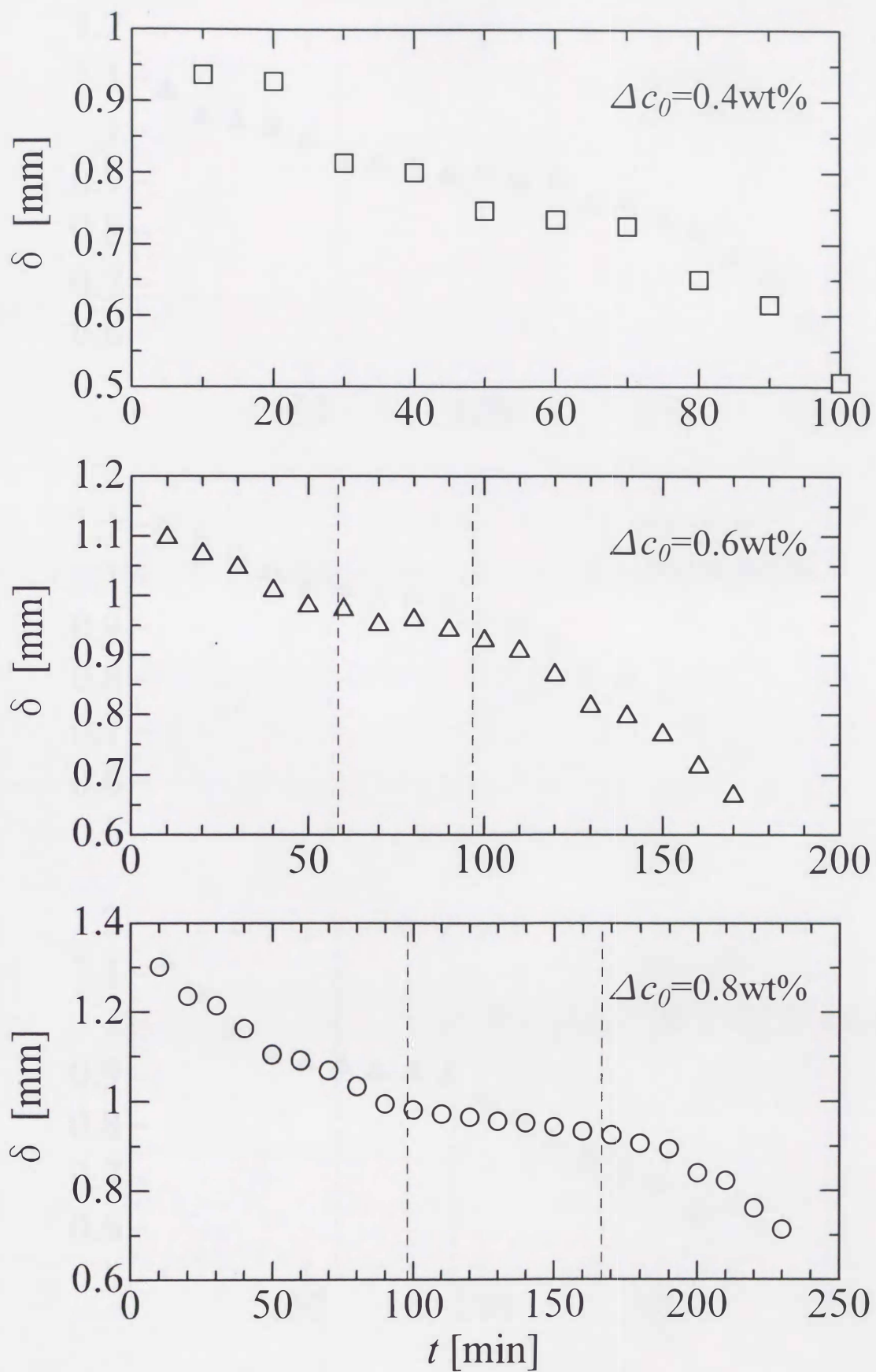


Fig.6-15b  $\delta$  の時間変化 ( $\Delta T=7.5^\circ\text{C}$  固定)

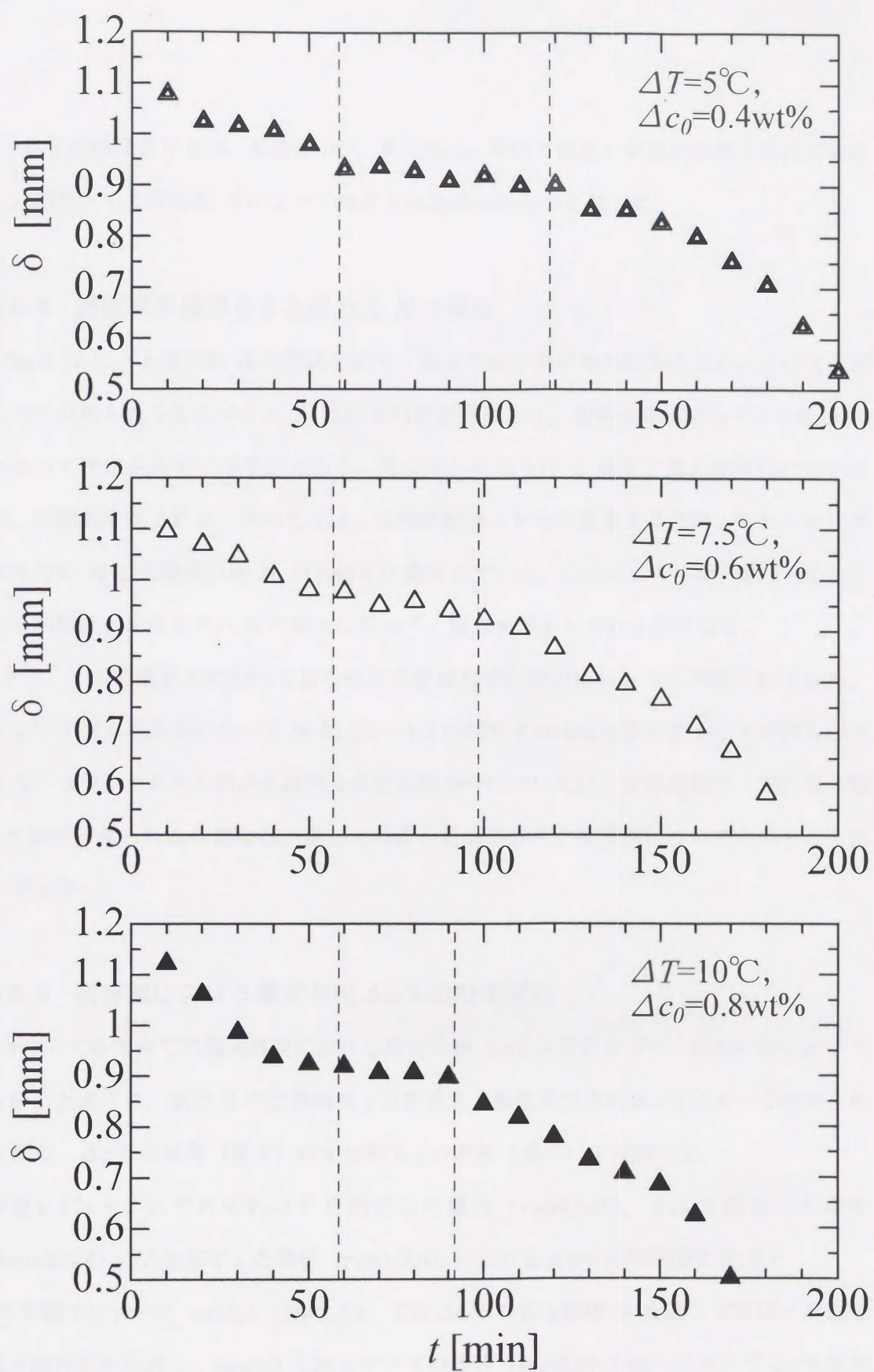


Fig.6-15c  $\delta$  の時間変化 ( $N_0=1.93$ 固定)



これらの結果より  $\delta$  は、温度差  $\Delta T$ 、濃度差  $\Delta c$  単独ではなく双方の影響を受けて変化し、結果として浮力比  $N$  によって決定される事が明らかとなった。

### 6-5-3 濃度境界層厚さ $\delta$ と浮力比 $N$ の関係

Fig.6-16 に  $\delta$  と浮力比  $N$  の関係を示す。図より低い初期浮力比条件においては若干ばらつきが見られるものの  $\delta$  と  $N$  はほぼ相関関係にあり、初期条件に依らず  $\delta$  の値は  $N$  によって決定されている事が分かる。先に示したように 2 層系二重拡散対流においては、初期温度差  $\Delta T$  が一定のもと  $\Delta c$  が時間経過とともに減少するため、それに伴い系内浮力比  $N$  も初期浮力比  $N_0$  から徐々に減少していく。これにより  $\delta$  は、まず  $N_0$  によって初期厚さが決定され  $N$  の減少に伴って、厚さが減少していく事になる。

また、 $\delta$  の時間変化において見られた不変域もまた浮力比によって相関されており、図よりすべての条件において  $N \approx 1.6 \sim 1.2$  の間で  $\delta$  はほぼ不変であることが明らかである。つまりこれらの浮力比範囲を含む初期条件においては、拡散抵抗が一定となる間  $j$  の減少が見られる事になる。但しこの  $\delta$  不変域が存在する理由について今のところ定かではない。

### 6-5-4 境界面における濃度勾配 $\Delta c/\delta$ の時間変化

つづいて各条件での層境界面における濃度勾配  $\Delta c/\delta$  の変化を示す。6-4-2 節においても示したように、期間 B の拡散流束  $j$  は推進力と拡散抵抗の比  $\Delta c/\delta$  によって決定されるため、 $\Delta c/\delta$  の増加（減少）はすなわち  $j$  の増加（減少）を意味する。

Fig.6-17a～c にそれぞれ  $\Delta T$  を固定した場合 (run4,5,6)、 $\Delta c_0$  を固定した場合 (run2,3,4)、 $N_0$  を固定した場合 (run1,3,5) における  $\Delta c/\delta$  の時間変化を示す。

まず図中において run2,6 ( $N_0=1.29$ ) では  $\Delta c/\delta$  の値は期間 B を通してほぼ一定値を取り続けるのに対し、run2,6 を除くすべての条件 ( $N_0=2.57, 1.93$ ) において  $\Delta c/\delta$  は初期にやや高い値を示し、その後緩やかに減少して臨界値となる傾向を示す。これは高い初期浮力比条件において、先に示した  $\delta$  の不変域を含むためである。これらの場合にお

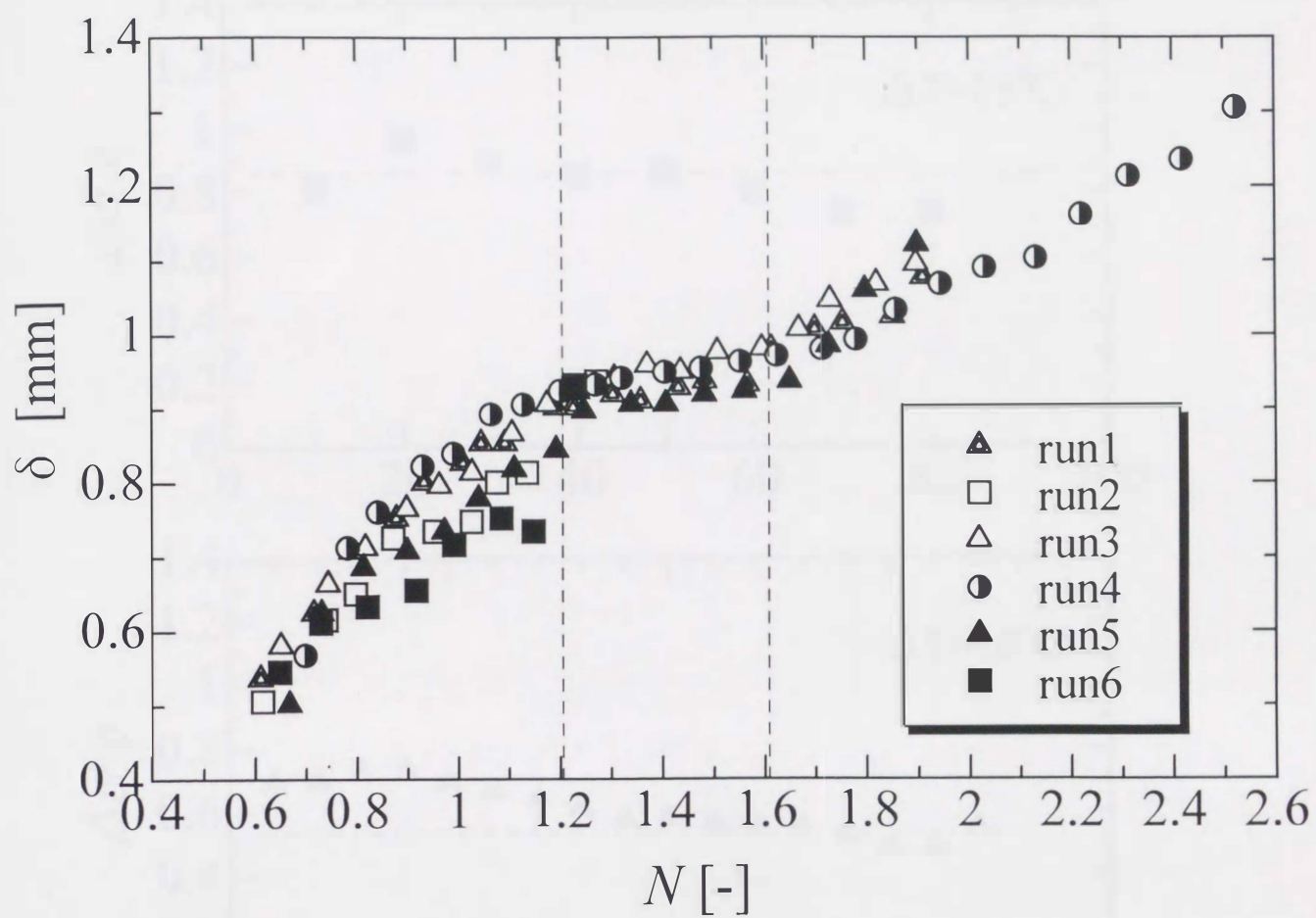


Fig.6-16  $\delta$  と  $N$  の関係



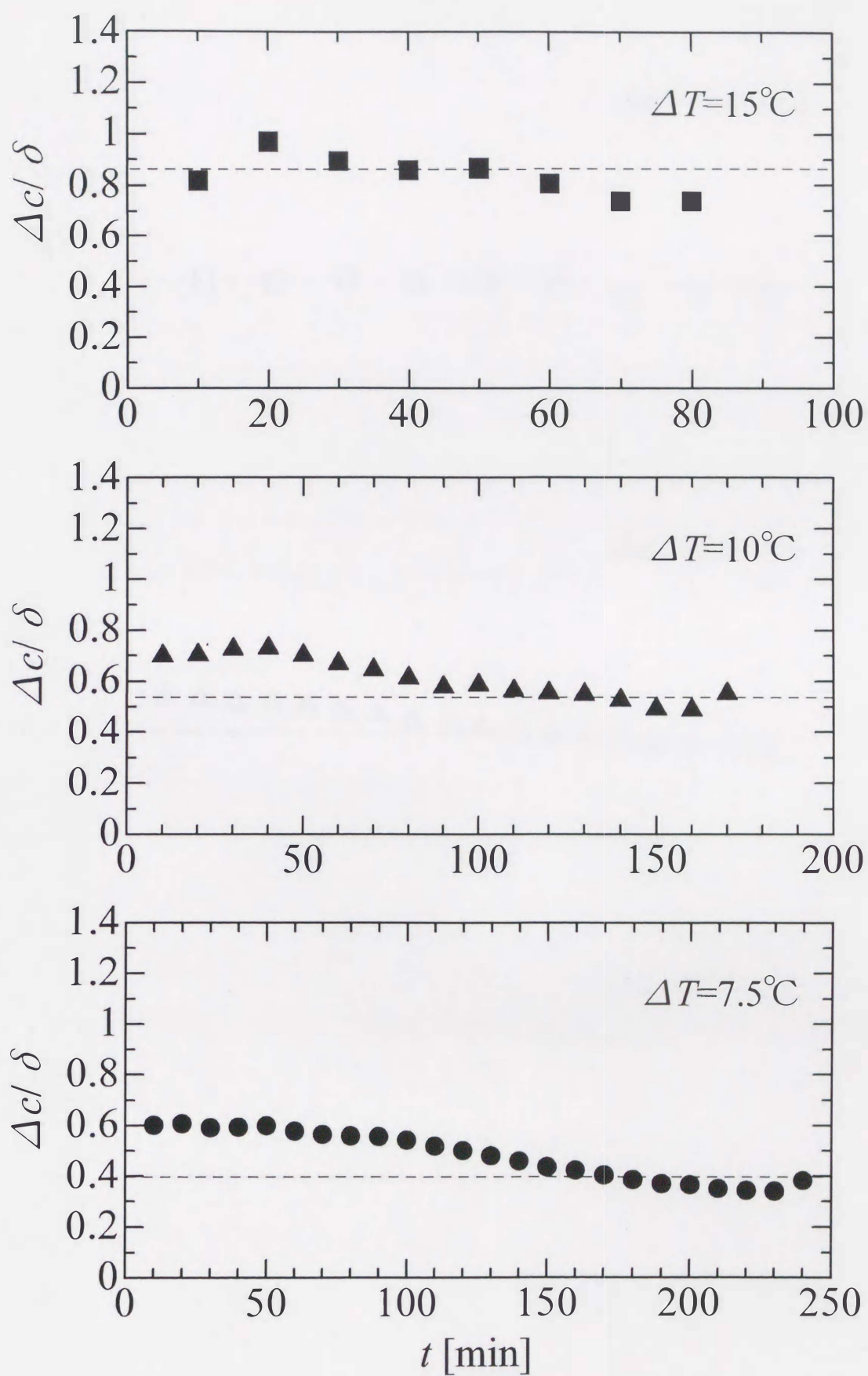


Fig.6-17a 層境界面における濃度勾配の時間変化  
( $\Delta c_0 = 0.8\text{wt}\%$  固定)

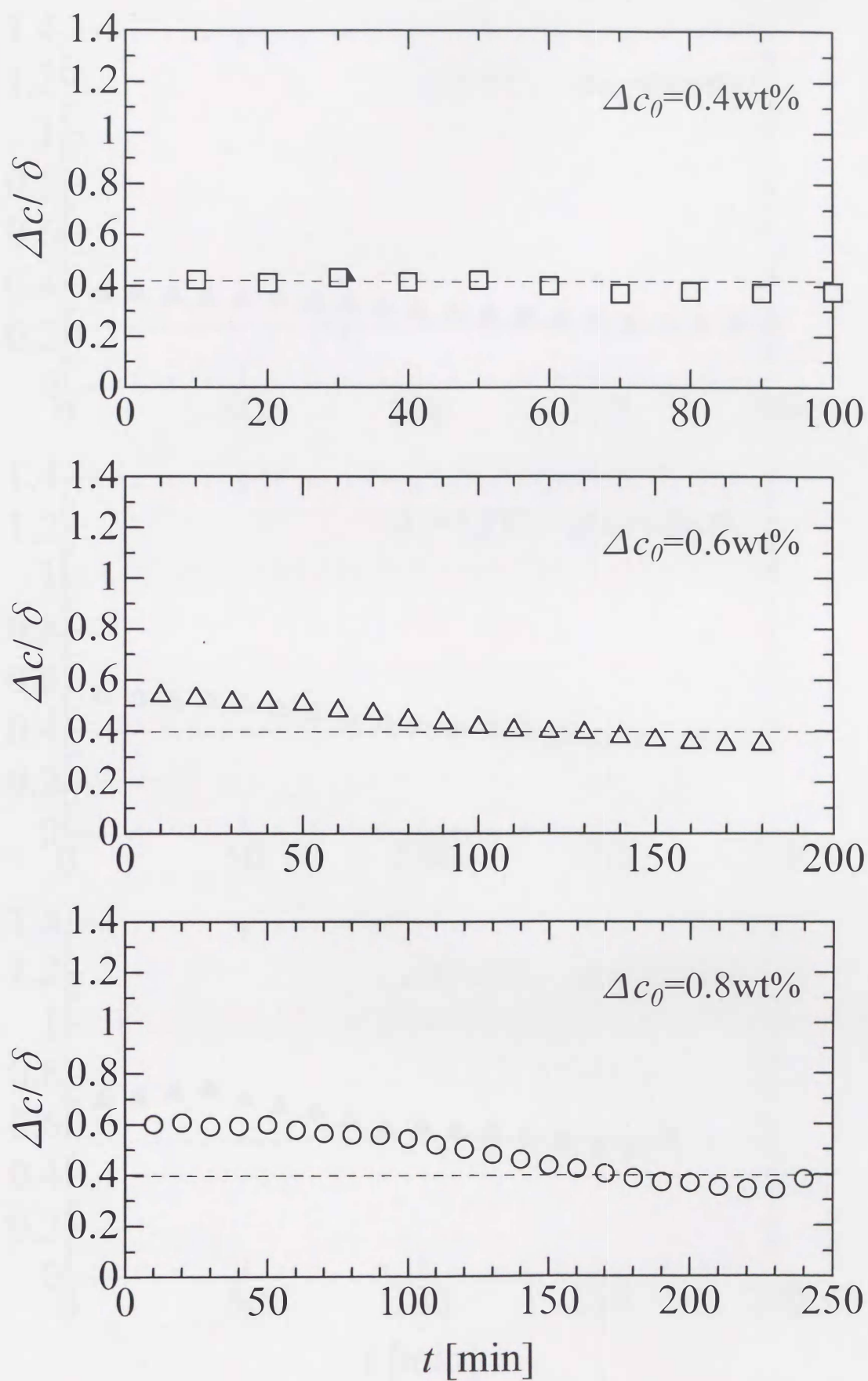


Fig.6-17b 層境界面における濃度勾配の時間変化  
( $\Delta T = 7.5^\circ\text{C}$  固定)



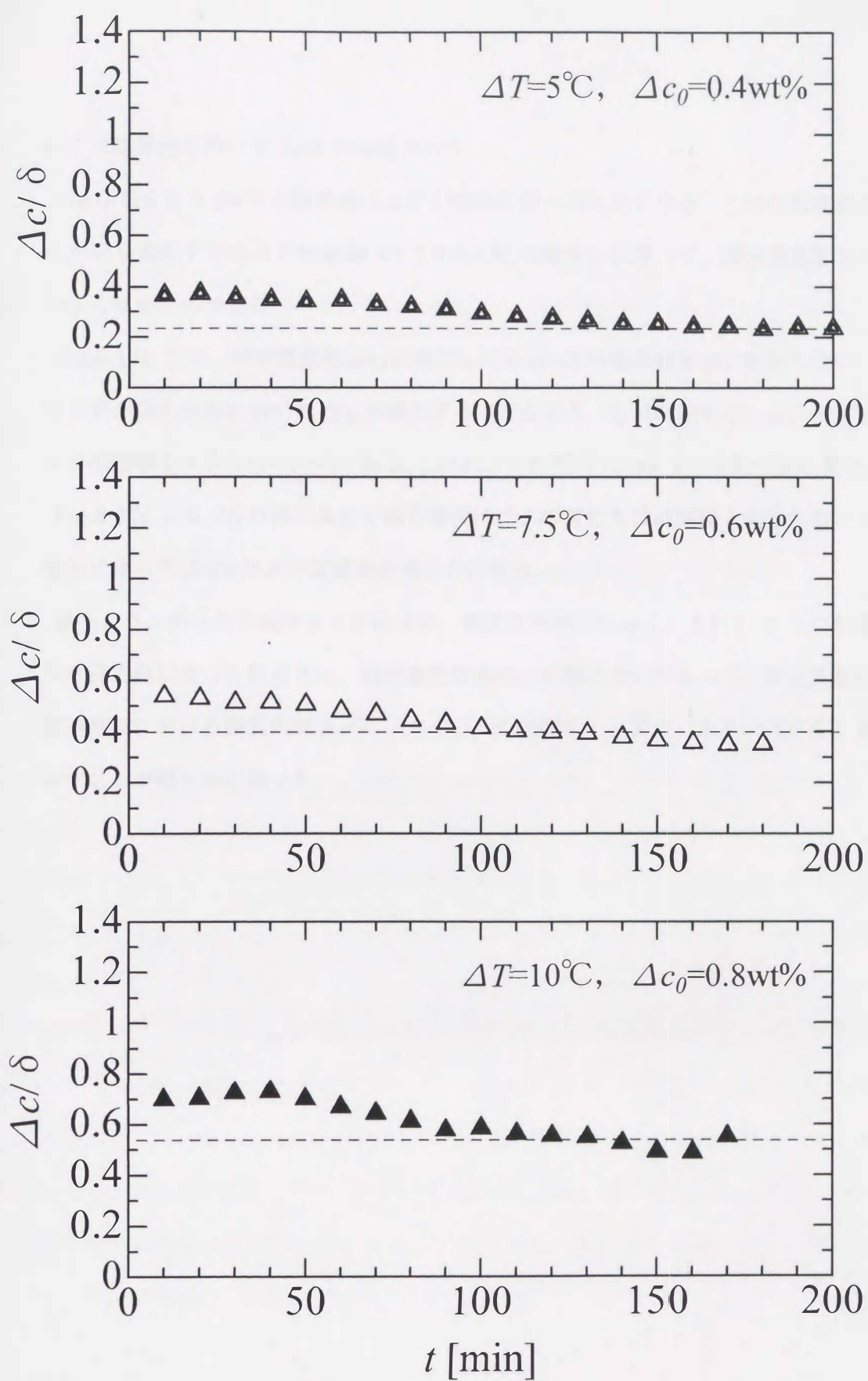


Fig.6-17c 層境界面における濃度勾配の時間変化  
( $N_0=1.93$ 固定)

いては臨界値を用いて  $\Delta c/\delta$  の比較を行う。

Fig.6-17a より  $\Delta c/\delta$  の臨界値は  $\Delta T$  の増加に伴って大きくなる。これは初期濃度差  $\Delta c_0$  が同じ条件下では  $\Delta T$  の増加（すなわち  $N_0$  の減少）に伴って、濃度境界層厚さ  $\delta$  が小さくなるためである。

Fig.6-17b より、初期濃度差  $\Delta c_0$  が増加しても  $\Delta c/\delta$  の臨界値は殆ど変わらない。これは  $\Delta T$  が同じ条件において  $\Delta c_0$  が増加する（すなわち  $N_0$  が増加する）と、それに伴い  $\delta$  の初期値も大きくなるためである。これにより期間 B における  $j$  もほぼ同じ値となる。

Fig.6-17c より  $N_0$  が同じ条件である場合には  $\delta$  の変化もほぼ同様となるため、 $\Delta c_0$  の増加に伴って  $\Delta c/\delta$  は大きな値をとることになる。

以上より、濃度境界層厚さ  $\delta$  が温度差、濃度差単独ではなく、それら 2 つの影響を受けた浮力比によって決定され、初期濃度差条件との兼ね合いによって、擬定常状態での層境界面における濃度勾配  $\Delta c/\delta$ 、ひいては拡散流束  $j$  に変化（あるいは不変）をもたらすことが明らかとなった。



## 6-6 期間 B における擬拡散係数 $D'$

期間 B における物質移動が主に拡散であるとき(6.1)式が成り立つことは既に述べたが、ここで  $j$ ,  $\Delta c$ ,  $\delta$  などが既知であれば同式を用いて、本数値解析における期間 B での物質拡散係数  $D$  を算出する事が可能である。ここで実際の拡散係数  $D$  と区別するため、計算結果により得られた拡散係数を擬拡散係数  $D'$  とする。Fig.6-18 に各条件における  $D$  の時間変化を示す。図よりいずれの条件においても、 $D$  は期間 B においてほぼ一定値を取る事が分かる。また各条件での  $D$  の時間平均値を  $D'_{ave}$  として Table6-2 に示す。

Table6-2 各計算条件における  $D'_{ave}$

$\Delta c_0$ [wt%]	$\Delta T$ [°C]	$N_0$ [-]	$D'_{ave}$ [m <sup>2</sup> /s]
0.4	5	1.93	$9.25 \times 10^{-10}$
0.4	7.5	1.29	$9.57 \times 10^{-10}$
0.6	7.5	1.93	$9.23 \times 10^{-10}$
0.8	7.5	2.57	$9.26 \times 10^{-10}$
0.8	10	1.93	$9.36 \times 10^{-10}$
0.8	15	1.29	$10.4 \times 10^{-10}$

表より、 $N_0$  が小さい条件においては若干高い値をとるものの、温度差、濃度差の条件に依らず  $D'_{ave}$  は約  $9 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup>/s であった。ここで本研究の対象とする Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> 水溶液の拡散係数  $D$  は約  $8 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup>/s (3.8wt%, 30°C) であり、これと比較するとやや高い値ではあるが、実際の拡散係数にもかなり近い値である事が分かる。これにより期間 B における物質移動が拡散支配であることはほぼ間違いないと思われる。また、 $D'_{ave}$  が実際よりも高い値となった原因については、物質移動モデルの定義の際に、 $\delta$  を水平方向に一定であると仮定したが、実際には局所的に変化している（例えば左右壁面付近では対流の影響で  $\delta$  はかなり薄くなっている）、また拡散以外の方法によっても上下層間での物質移動が行われている事などが考えられる。

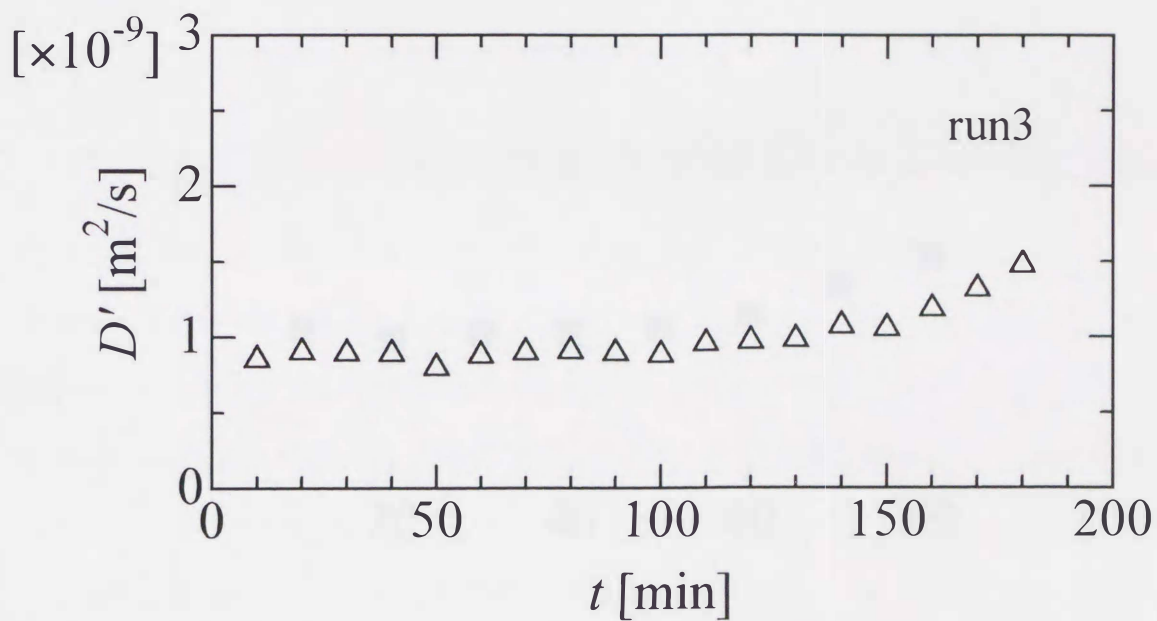
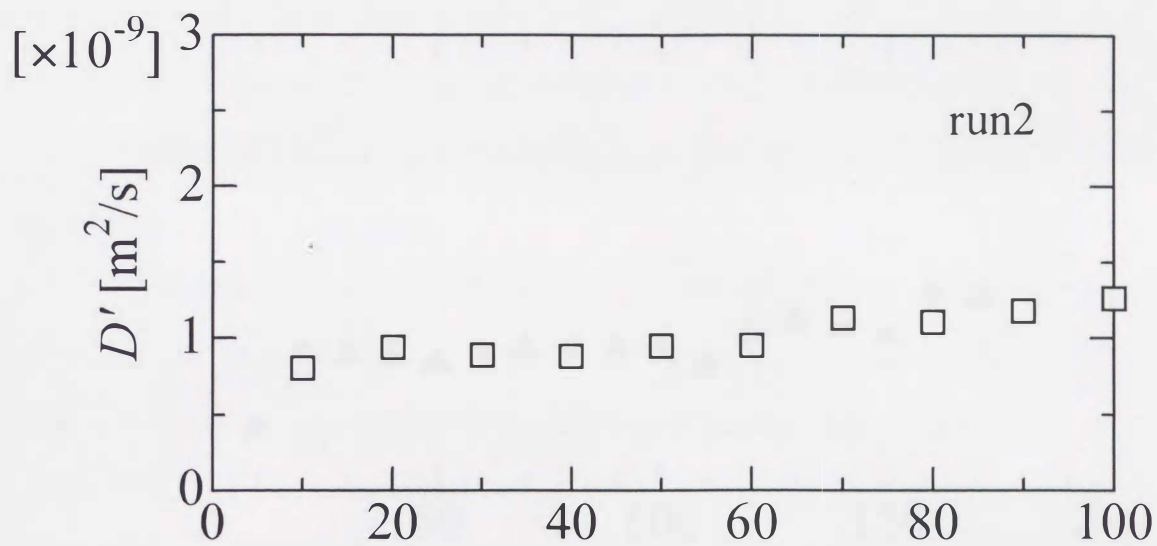
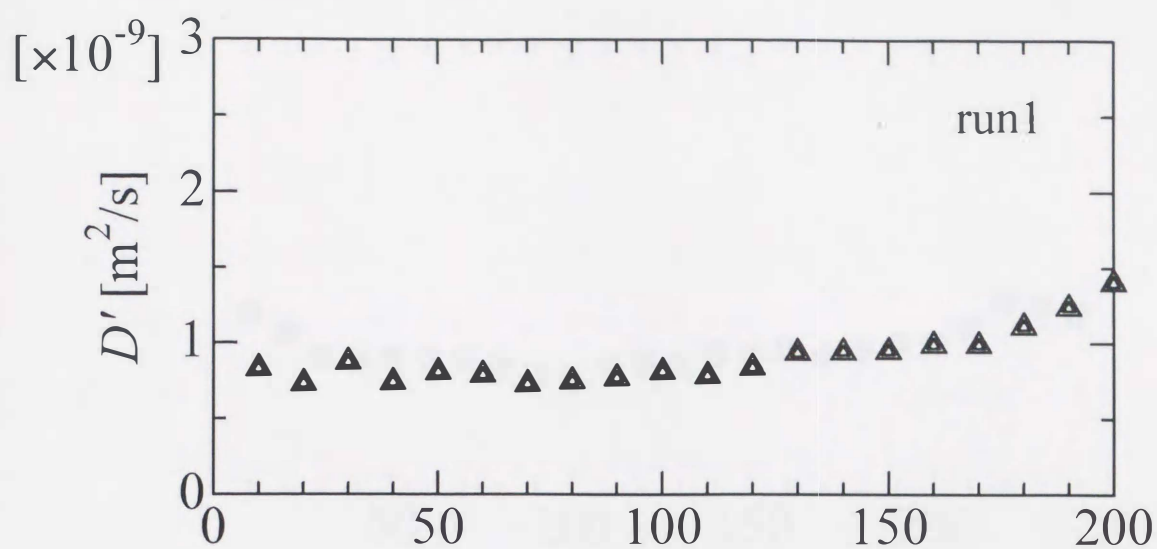


Fig6-18  $D'$ の時間変化 [1/2]



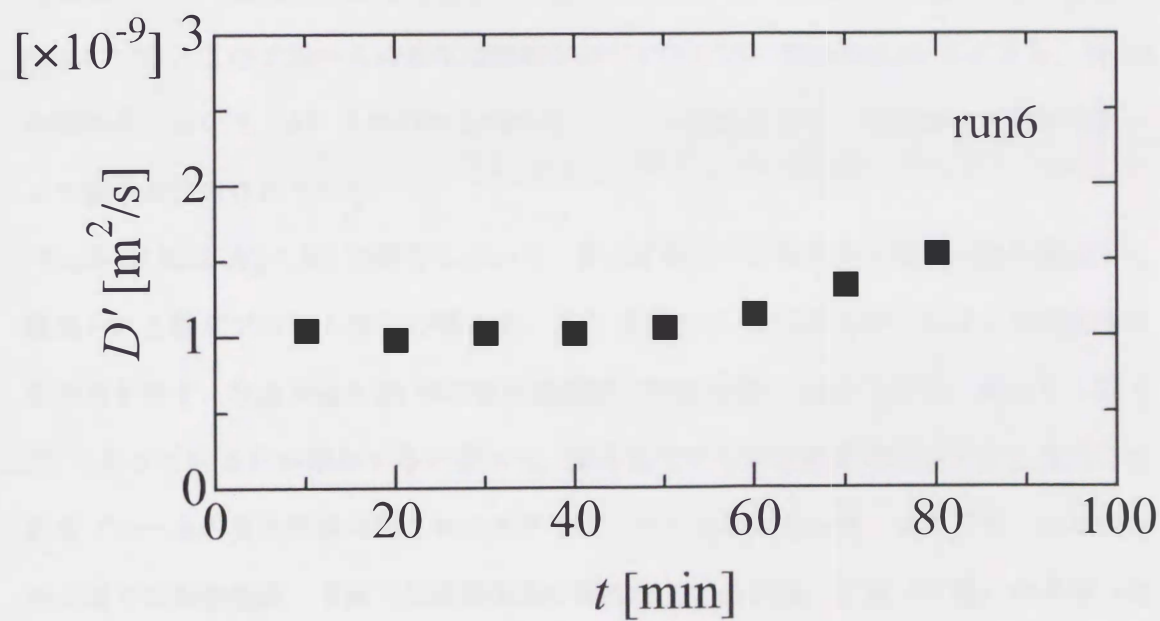
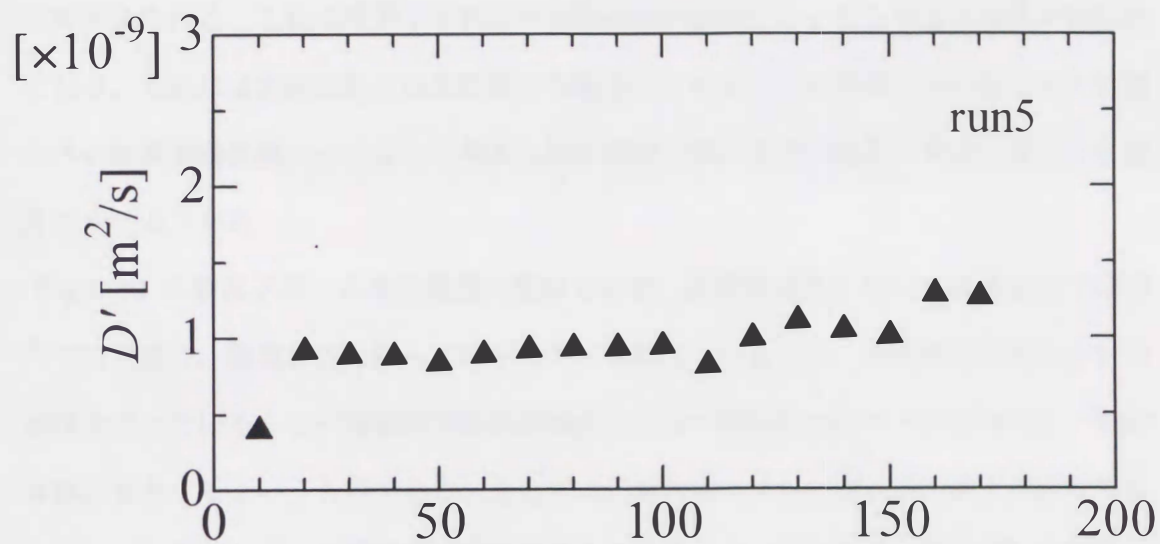
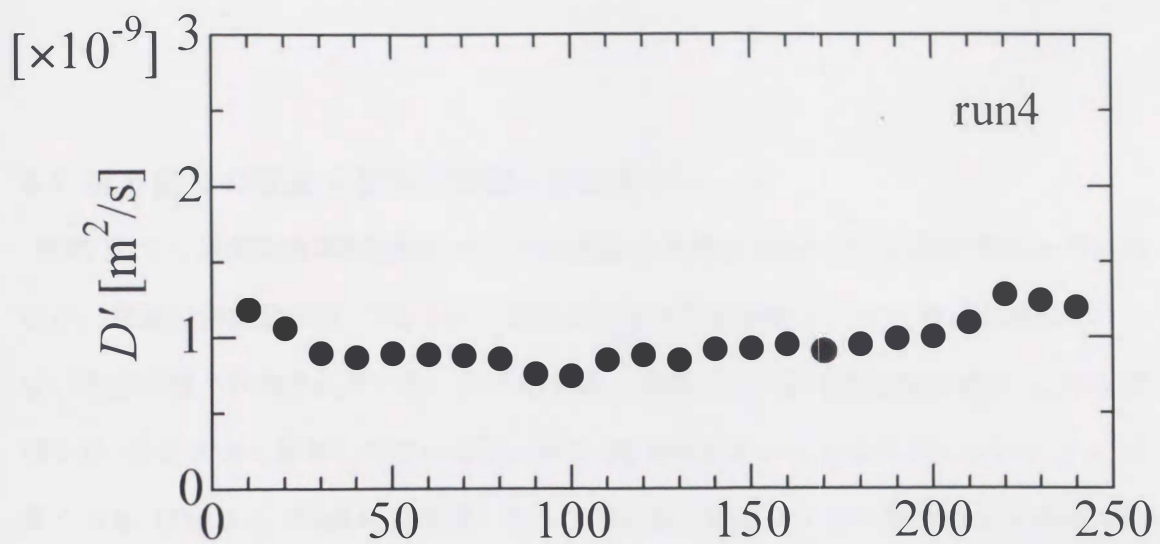


Fig6-18  $D'$ の時間変化 [2/2]

## 6-7 境界面での温度不安定に起因した濃度ブルーム

期間 B での層間物質移動機構については拡散が支配的であることは既に明らかではあるが、前節の擬拡散係数  $D$  を含め、拡散による物質移動のみという事では説明のつかない部分は幾つか残されている。例えば実験、計算ともに層境界面崩壊時間  $t_m$  は初期浮力比  $N_0$  に大きく依存してはいるが、同じ  $N_0$  条件においても  $\Delta T$  が大きいほど  $t_m$  が短くなる (Fig.4-4, Fig5-6 を参照) など、幾分かは温度レイリー数  $Ra_T$  にも依存する傾向が見られる。これは若干ではあるが拡散以外の機構によっても物質の移動が行われており、それは  $\Delta T$  が大きくなるに従って増加していることを意味している。その拡散以外の物質移動機構の一つとして考えられるのが、境界面での温度不安定に起因した濃度ブルームである。

Fig.6-19 に濃度ブルーム発生機構の概略を示す。擬定常状態において温度は上下各層内では安定に、層境界面を挟んでは不安定に成層しているため、境界面は温度的不安定領域となっている。この温度的不安定が要因となって間欠的なブルームが発生し、物質移動に寄与するというものである。そして  $\Delta T$  が大きくなるに従いその温度不安定性も増加し、ブルームの発生規模も大きくなると考えられる。本実験系 ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$  水溶液) においては、このブルームの発生は観察されていないが、Nishimura らにより、 $\text{NaCl}$  水溶液系において LIF と呼ばれる特殊なレーザー光源を用いた境界面の可視化実験により観察が報告されている。

Fig.6-20 には  $N_0=1.93$  の場合において、各  $\Delta T$  条件での境界面近傍の等濃度線図から観察される濃度ブルーム発生の様子を、また Fig.6-21 には各条件における垂直断面温度分布を示す。なお Fig.6-20 中の等値線間隔は無次元値で 0.05 である。図より、同じ  $N_0$  であっても  $\Delta T$  が増加するに従って、境界面での不安定温度勾配が大きくなるため濃度ブルームの発生規模は明らかに大きくなっている事が分かる。またブルームの発生が上層では加熱壁側、下層では冷却壁側に限られているのは、上層 (下層) の冷却 (加熱) 壁側では層内主対流による下降流 (上昇流) によってブルームの発生が抑制されることによると考えられる。



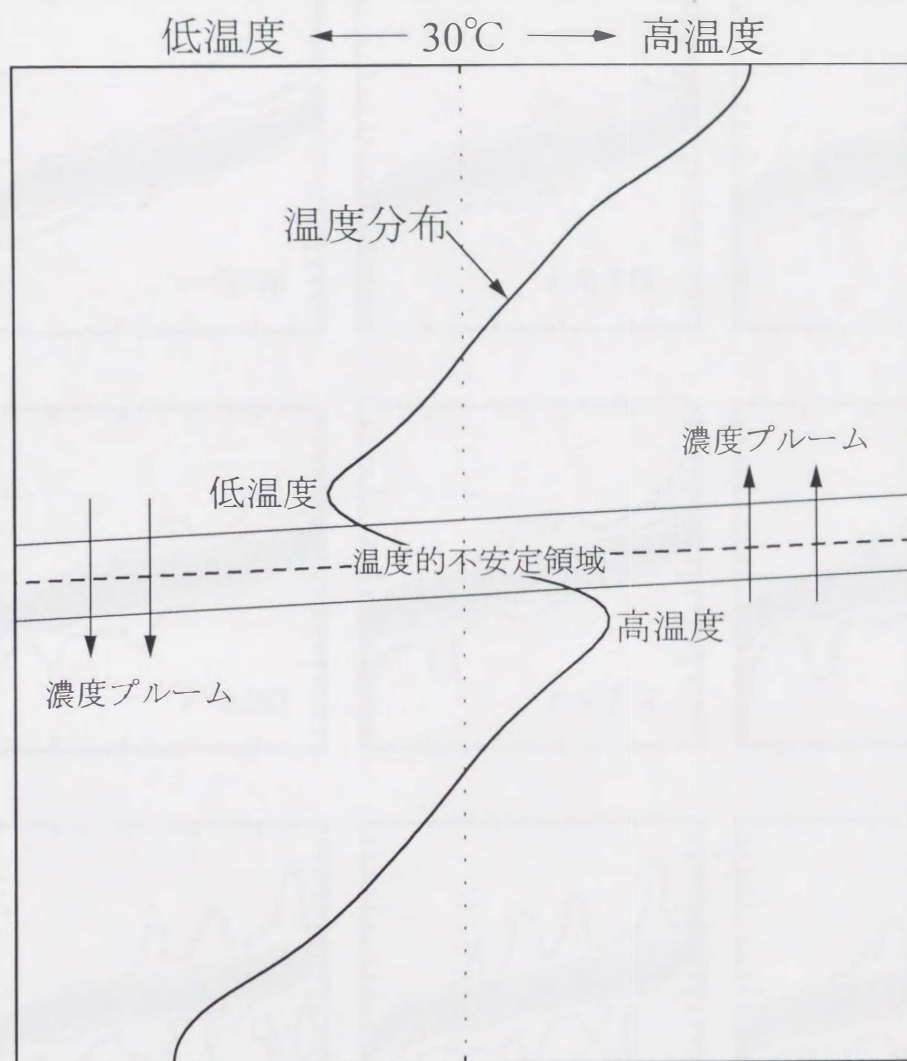


Fig.6-19 濃度プルーム発生概念図

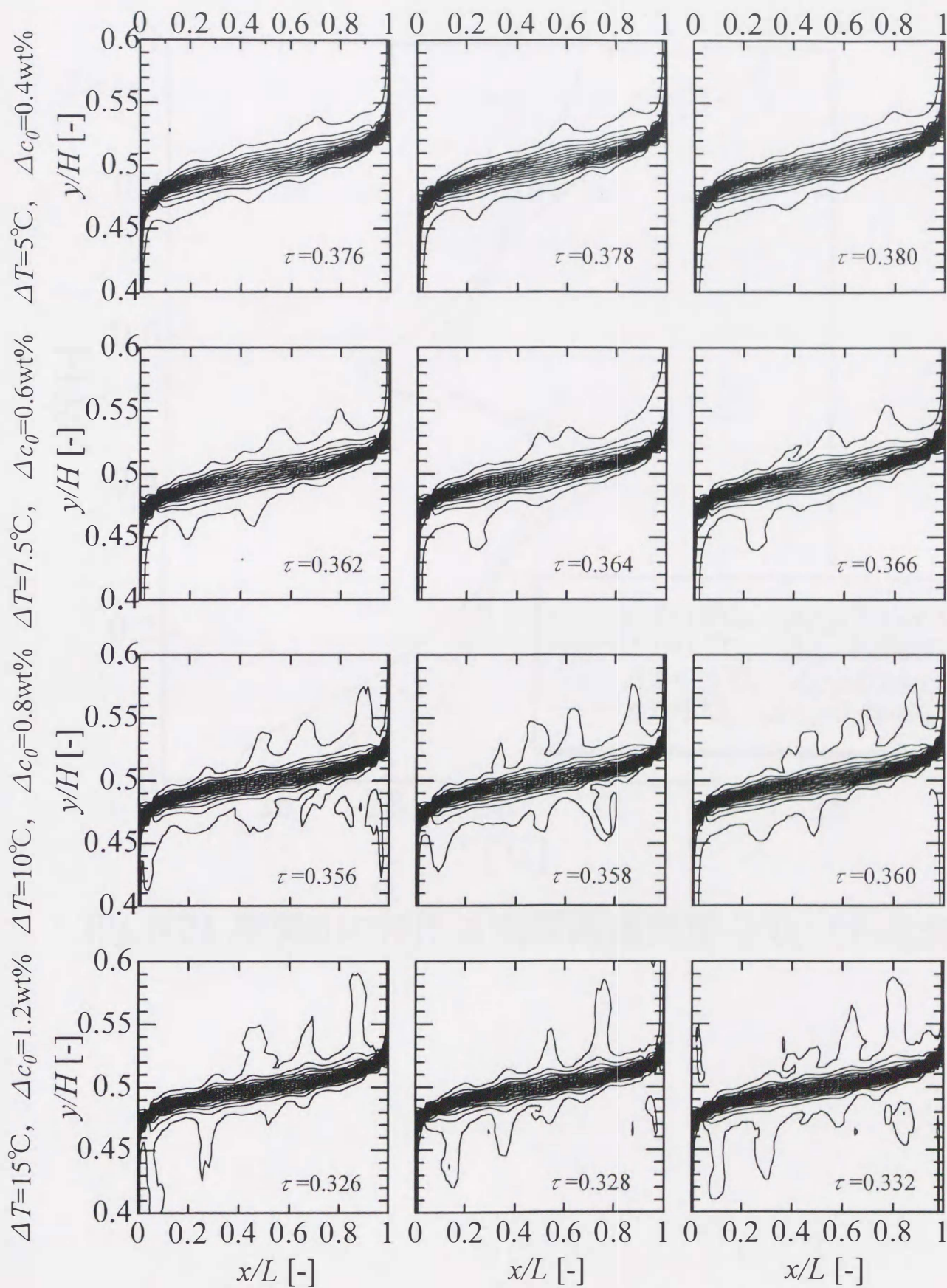


Fig.6-20 期間Bにおける各条件での濃度プルーム ( $N_0=1.93$ ) (境界面拡大)



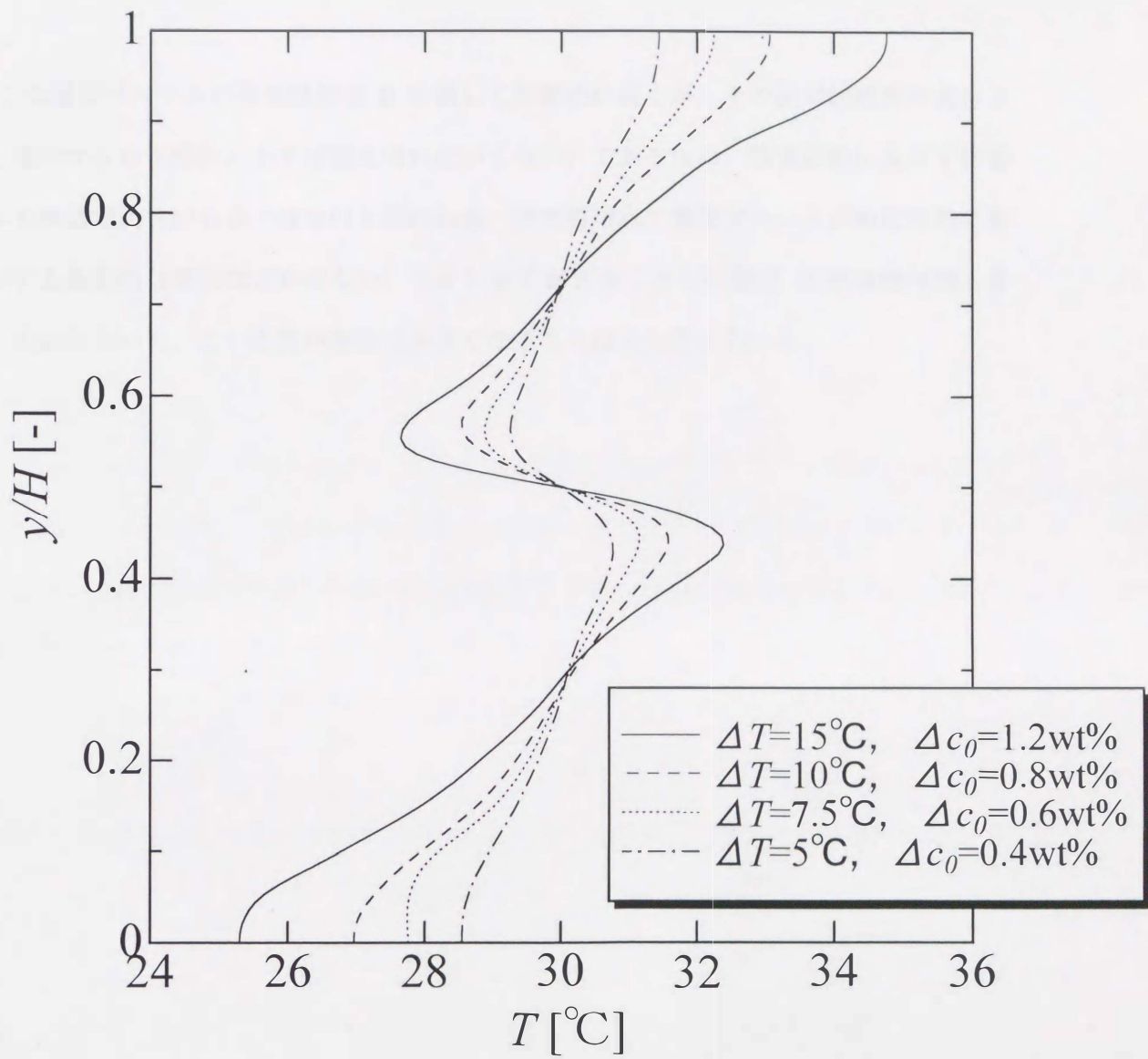


Fig.6-21 期間Bにおける垂直断面温度分布 ( $X=0.5$ )

この濃度プルームの発生は期間 B を通して断続的に続くが、その絶対的規模の大きさも僅かなもの（流れとしては捉え切れないくらい）であるため、物質移動に及ぼす影響はそれほど大きいものではないと思われる。また現時点で濃度プルームが物質移動に寄与する具体的な割合は定かでない。しかし  $\Delta T$  が大きくさらに期間 B の持続時間も長い条件において、この影響が無視できなくなることは十分考えられる。



## 6-8 シャーウッド数 $Sh$

### 6-8-1 シャーウッド数の定義

これまで述べてきたように、期間  $B$  における物質移動は拡散が支配的である。このような場合において物質の移動し易さを考える場合、物質移動係数  $k$  が用いられる。ここで  $k$  は

$$k = j / \Delta c \quad (6.2)$$

と表わされる。この  $k$  は  $[m/s]$  の次元をもち、溶液の種類や速度などが変化するとそれに伴い変化するので、必ずそれらに付属した条件を述べなくてはならない。そこでより普遍的な物質の移動しやすさを表わすものとしてシャーウッド数  $Sh$  と呼ばれる無次元数を用いるのが良い。ここで  $Sh$  は

$$Sh = j / D \frac{\Delta c}{L} \quad (6.3)$$

と表わされる。ここで(6.2)式を用いて変形すると

$$Sh = k \frac{L}{D} \quad (6.4)$$

ここで  $Sh$  はシャーウッド数[-]、 $L$  は代表長さ[m]、 $D$  は拡散係数[m<sup>2</sup>/s]である。

また  $k$  を本研究における物質移動モデルに適用すると(6.1)式より

$$k = D / \delta \quad (6.5)$$

となる。ここで前述したように  $\delta$  は時間的に変化するので、 $k$  は一定とならない。そこで、期間  $B$  の持続時間  $t_B$  の間に上下層間濃度差が  $\Delta c_{AB}$  から  $\Delta c_{BC}$  まで変化したとすると物質移動係数の平均値  $\bar{k}$  は(6.2)式および第4章に示した(4.2)式から

$$\bar{k} = -\frac{H}{4t_B} \int_{\Delta c_{AB}}^{\Delta c_{BC}} \frac{1}{\Delta c} d(\Delta c) \quad (6.6)$$

これを変形して

$$\bar{k} = -\frac{H}{4t_B} \ln \frac{\Delta c_{BC}}{\Delta c_{AB}} \quad (6.7)$$

となる。この(6.7)式で求めた  $\bar{k}$  を用いて  $Sh$  数を次式で定義する。

$$Sh = \bar{k} \frac{L}{D} \quad (6.8)$$

#### 6-8-2 シャーウッド数 $Sh$ と温度レイリー数 $Ra_T$ の関係

これまでの計算結果より物質移動速度は  $\Delta T$  に依存することが分かっている。そこで温度差を表わす無次元数  $Ra_T$  と  $Sh$  の関係を調べた。Fig.6-22 に  $Sh$  と  $Ra_T$  の関係を示す。図より、すべての条件における  $Sh$  は  $Ra_T$  と共に増加し、両対数グラフ上において直線関係にあることが分かる。またその直線の式は、 $Sh = 0.077 Ra_T^{0.411}$  となった。



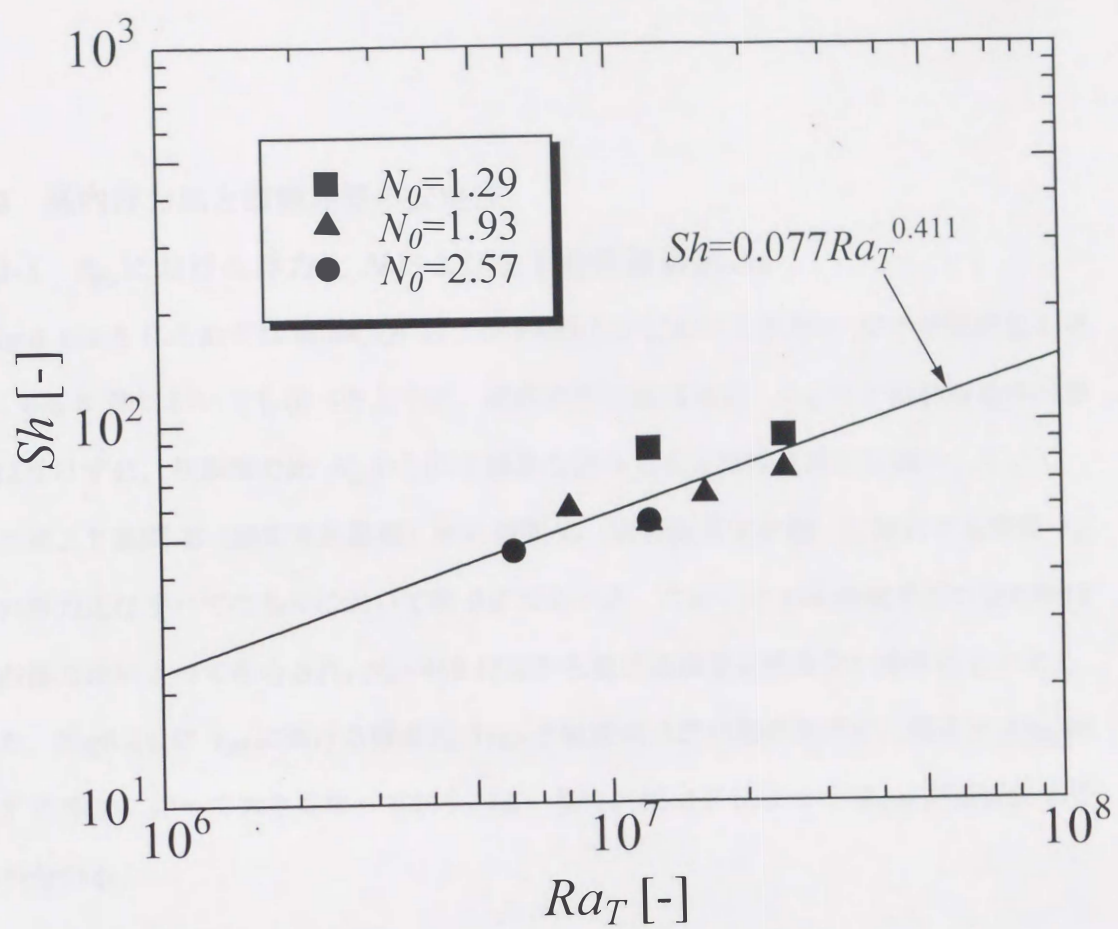


Fig.6-22  $Sh$ と $Ra_T$ の関係

## 6-9 系内浮力比と層境界面の安定性

### 6-9-1 $t_{BC}$ における浮力比 $N$ および上下層間濃度差 $\Delta c$

Fig.6-23a,b にそれぞれ run4,5,6 および run2,3,4 における浮力比  $N$  の時間変化を示す。6-5-3 節においても述べたように、系内の浮力比は  $\Delta T$ ,  $\Delta c_0$  などの初期条件の影響は受けずに、初期浮力比  $N_0$  から同じ傾きを保ったままほぼ直線的に減少していく。また図より期間 B (擬定常状態期) から期間 C (境界面不安定期) に移行する時間  $t_{BC}$  での浮力比はすべての条件において約 0.6 であった。このことから層境界面の安定性は系内浮力比によって左右され、 $N_{BC}=0.6$  付近から境界面は安定性を失い始めるといえる。また、Fig6-24 に  $t_{BC}$  における濃度差  $\Delta c_{BC}$  と温度差  $\Delta T$  の関係を示す。図より  $\Delta c_{BC}$  は  $\Delta T$  の増加に伴って大きくなっており、言い換えれば  $\Delta T$  によって  $\Delta c_{BC}$  がほぼ決まる事が分かる。

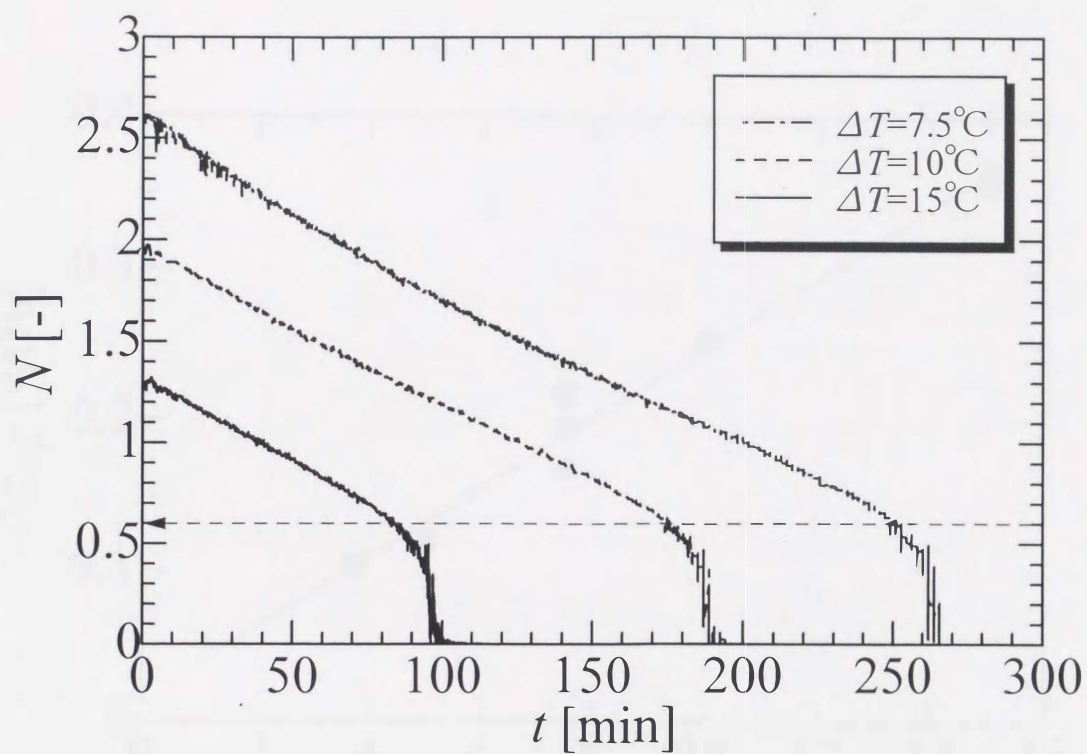
### 6-9-2 臨界浮力比 $N_m$

Fig.6-25 に計算結果における境界面崩壊時間  $t_m$  と浮力比の関係を示す。図よりすべての計算条件において系内浮力比が約 0.3~0.4 の間 (平均的には 0.36) で境界面崩壊に至る結果となった。この結果に前節の結果を加えて考えると、温度差、濃度差の条件に関わらず、層境界面は系内浮力比  $N=0.6$  付近から安定性を失い始め、臨界浮力比  $N_m=0.36$  を迎えた時点で崩壊する事、またこれに伴い期間 C (境界面不安定期) の持続時間は条件に依らずほぼ一定となることが明らかとなった。

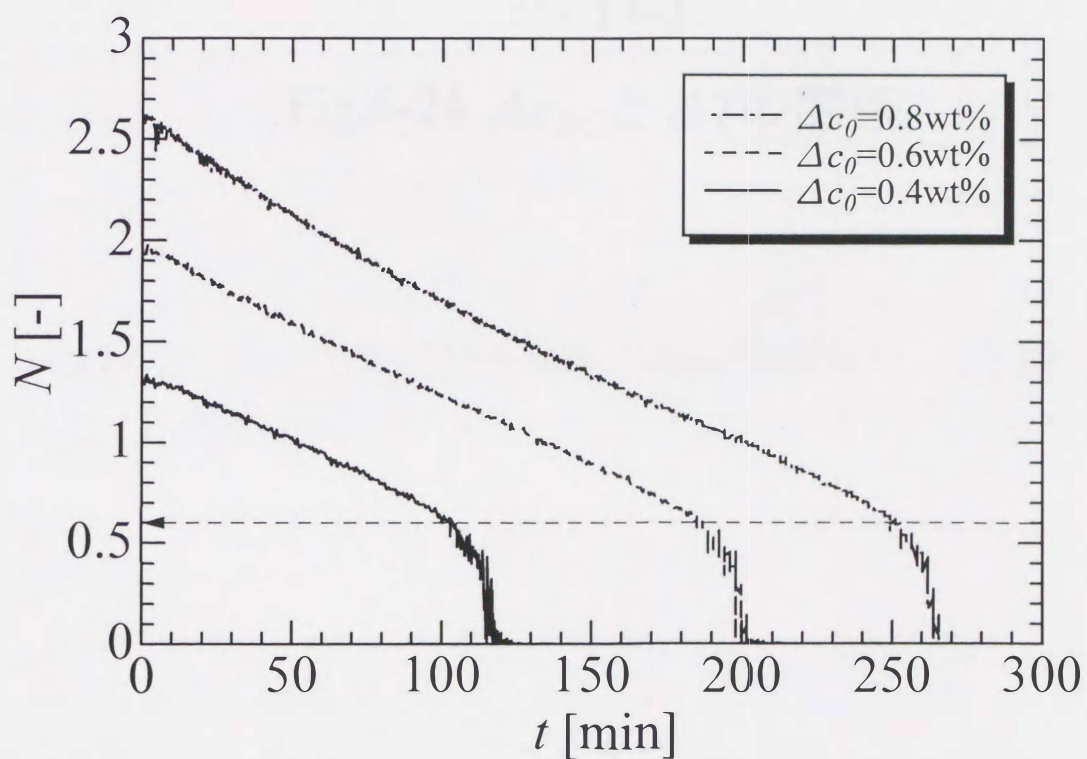
### 6-9-3 境界面崩壊時 $t_m$ における濃度分布および密度分布

Fig.6-26,6-27 に各条件における境界面崩壊時  $t_m$  での濃度および密度の  $X=0.5$  断面分布を示す。図より、すべての条件において上下層間での濃度差が今だ存在しているにも関わらず、系内の密度分布が上下層を通して直線的となった時点で層境界面は崩壊している事が分かる。また  $\Delta T$  が大きい条件であるほど、系内の温度勾配が大きくなるため密度分布の傾きもまた大きくなる事が分かる。Yamane らのレーザーホログラフィーに





(a)  $\Delta c_0 = 0.8 \text{ wt}\%$  固定



(b)  $\Delta T = 7.5^\circ\text{C}$  固定

Fig.6-23 浮力比 $N$ の時間変化

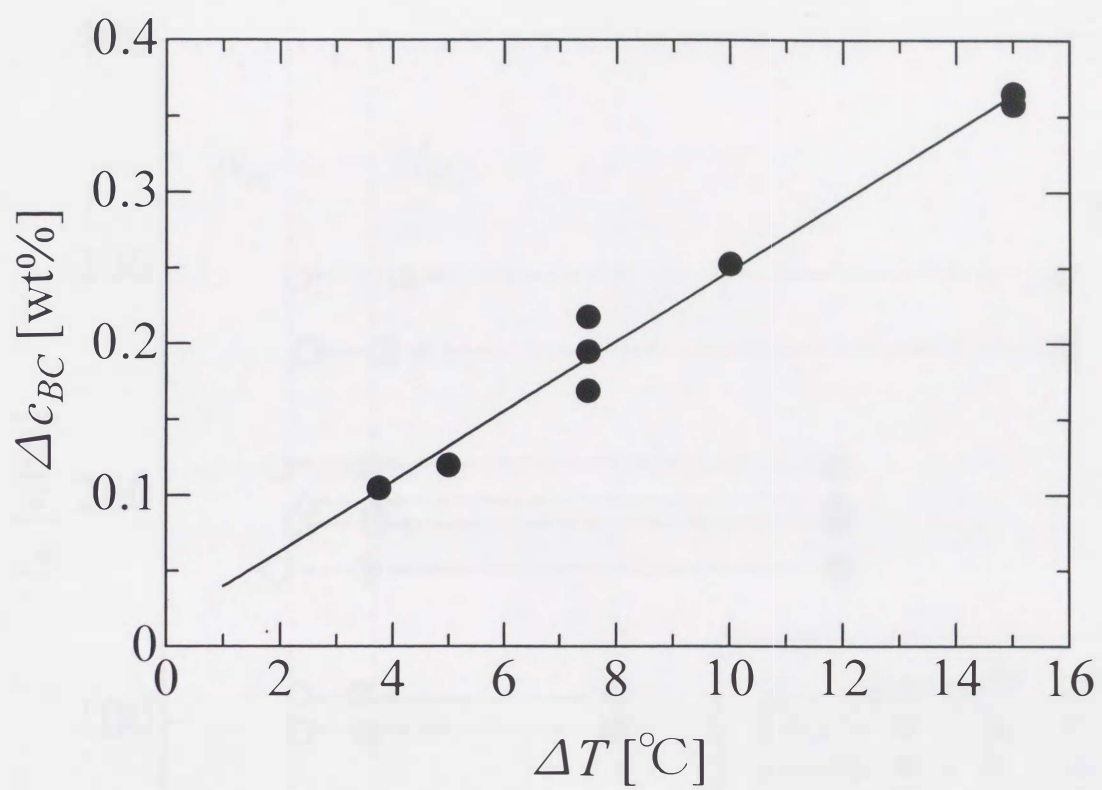


Fig.6-24  $\Delta c_{BC}$ と  $\Delta T$ の関係



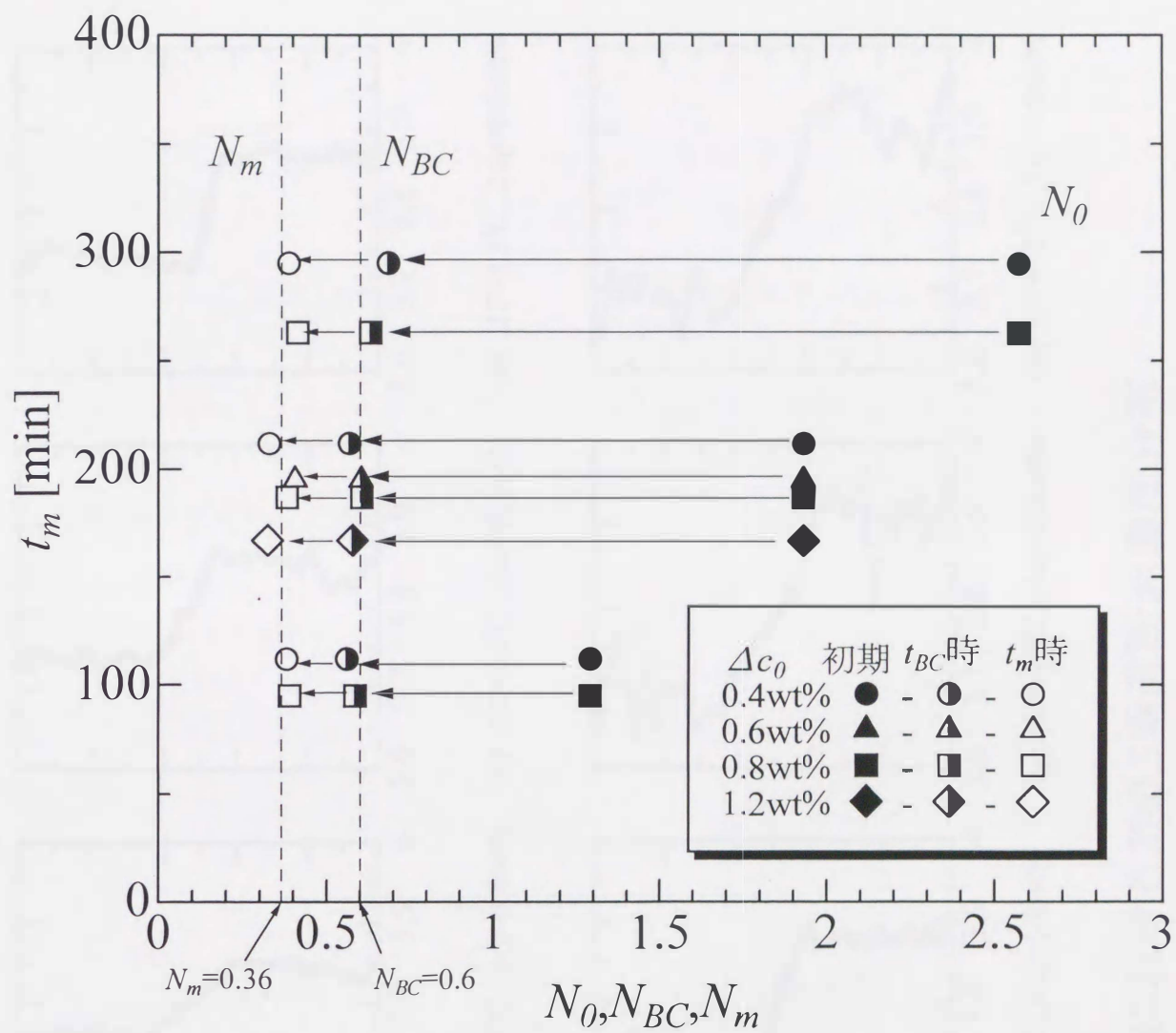


Fig.6-25 浮力比と境界面崩壊時間の関係

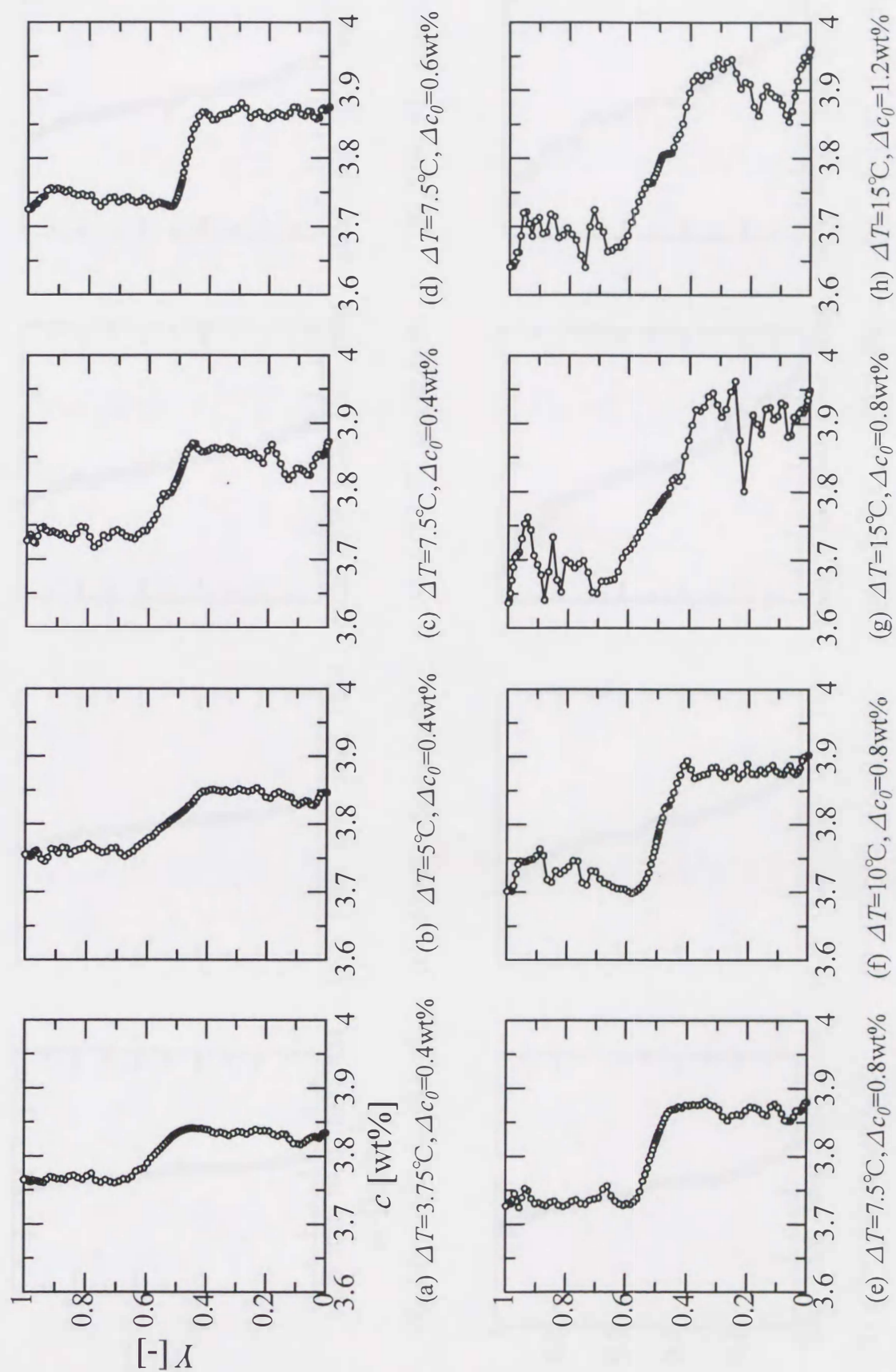


Fig.6-26  $t_m$ における $X=0.5$ 垂直断面濃度分布



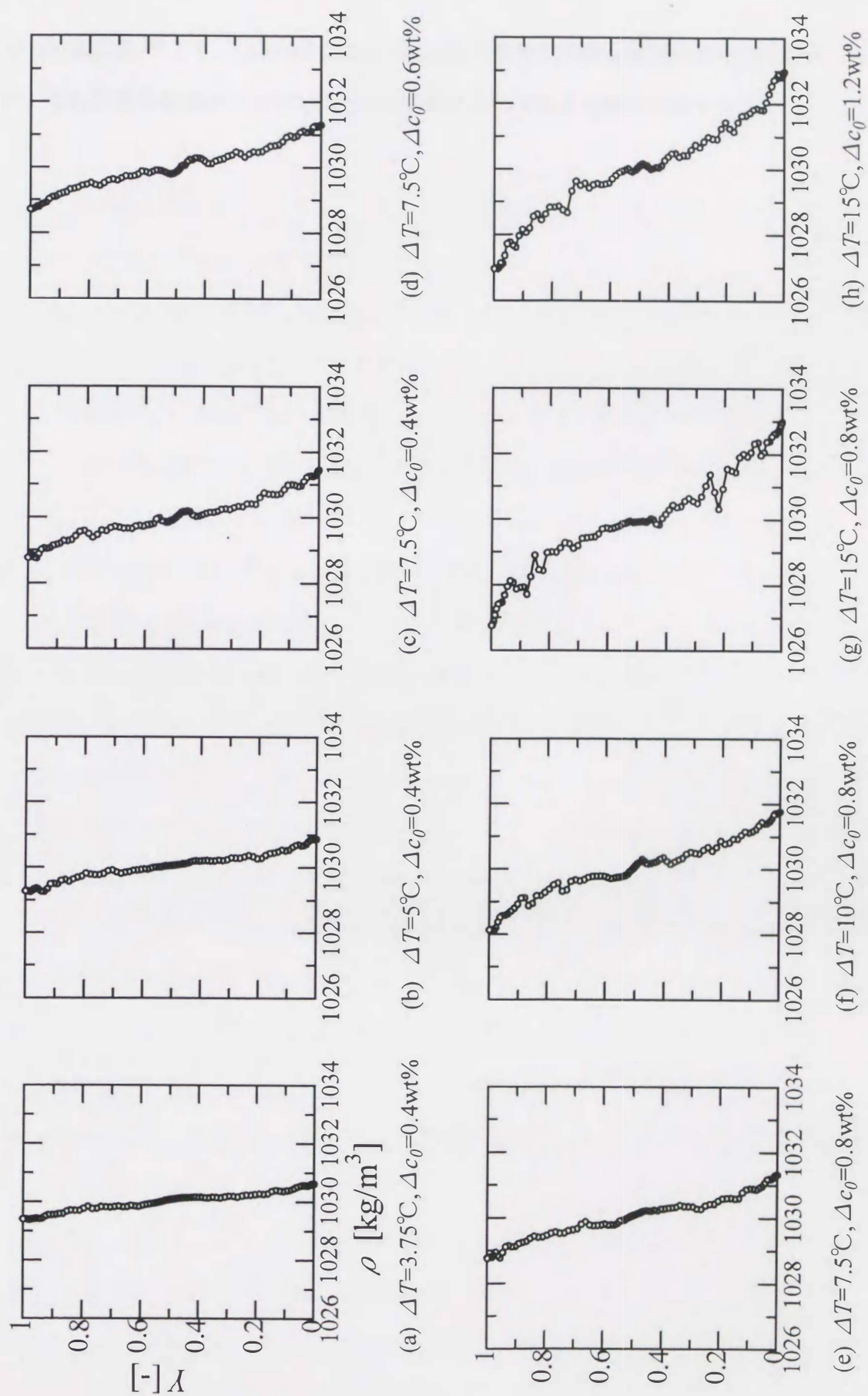


Fig.6-27  $t_m$ における $X=0.5$ 垂直断面密度分布

よる実験結果<sup>40)</sup>より、 $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ 、 $\Delta c_0=0.4\text{wt\%}$ の条件で同様な結果は既に得られていたが、本計算条件範囲内において、それは条件に依らず言える事が確認できた。



## 6-10 結論

2 層系二重拡散対流の層間物質移動について数値的解析を行ったところ、以下のよう  
な結論が得られた。

まず上下層間濃度差の時間変化において、傾向の異なる部分について区分けを行う事  
により、一連の現象は3つの期間に分けて考える事ができた。すなわち

(A) 対流発生直後の濃度変化が殆ど見られない期間（セル対流形成期）

(B) ほぼ一定の勾配を保ちながら直線的に濃度差が変化する期間（擬定常状態期）

(C) 境界面が不安定となり濃度差の変化が増加する期間（境界面不安定期）

すべての計算条件において、これら期間 A, B, C の持続時間を比較したところ、期  
間 B（擬定常状態期）の持続時間において最も顕著な違いが見られ、期間 B における  
物質移動が境界面崩壊時間  $t_m$  に直接影響を及ぼす事が分かった。

また各期間における系内分布の時間変化を観察することにより、それぞれの期間にお  
いて特徴的な物質移動機構を持つ事が分かり、特に期間 B においては拡散が支配的で  
あると予想された。そこで拡散による層間物質移動をモデル化し、濃度境界層厚さおよ  
び境界面での濃度勾配について時間的变化を調査した。その結果、本モデルを用いる事  
で期間 B における  $j$  の時間変化をよく説明できることが明らかとなった。これにより  
期間 B の物質移動機構は拡散が支配的であると断定された。

続いて数値計算により初期条件が層間物質移動に及ぼす影響について調査した。その  
結果、系内浮力比の変化に伴って濃度境界層厚さ  $\delta$  もまた変化し、境界面における濃度  
勾配に大きく影響を与える事、またそれにより層間物質移動速度は温度差  $\Delta T$  に依存し、  
初期濃度差  $\Delta c_0$  の変化には無関係となることが明らかとなった。さらに  $\delta$  はある浮力比  
の範囲内において殆ど変化せず、それによって期間 B における  $j$  に時間変化に影響を  
与えることが分かった。

期間 B におけるシャーウッド数  $Sh$  を算出した結果、 $Sh$  は温度レイリー数  $Ra_T$  とと  
もに増加し両対数グラフ上で両者は直線関係にあることが分かった。

浮力比  $N$  の時間変化からは、初期条件に依らず系内浮力比が約 0.6 となった時点で境

界面は不安定挙動を示し始め、 $N_m$ =約 0.3~0.4 において境界面が崩壊する事が明らかとなった。またこれにより、期間 C の持続時間が条件に依らずほぼ一定となることが説明された。



## 第7章 総括

### 7-1 本研究の総括

2層の階段状濃度分布に水平方向からの加熱冷却を加えた場合の二重拡散対流の把握は、海洋学、冶金学、熱工学など様々な分野において有用となるため、これまで数多くの研究が行われてきた。しかし今だ未解明な部分は多く、特に2層間の物質移動機構に関する理解は十分得られていない。本研究では炭酸ナトリウム水溶液を対象とした2層系二重拡散対流について層間物質移動機構を中心とした諸現象について把握すべく、実験的および数値的な検討を行った。

まず4章においてはYamaneらの報告<sup>40),43)</sup>を参照して2層系二重拡散対流の実験的研究の概要を説明した。それをまとめると以下のような結論が得られる。

まず感温液晶およびポリスチレン粒子を用いた温度場、流れ場の可視化実験を行った。その結果、実験開始後上下層間には鮮明な境界面が形成され、上下各層において対流セルが発生し、長い擬定常状態を経て、境界面が不安定となりやがて崩壊に至る過程が観察された。また層境界面崩壊時間 $t_m$ は条件によって大きく異なるが、初期浮力比 $N_0$ によって相関できる事が分かった。

溶液注出法による各層の中心濃度測定実験により、擬定常状態の間上下層間濃度差 $\Delta c$ は一定勾配を保ちながら直線的に減少する事が分かった。また $\Delta c$ の時間変化から上下層間物質移動流束 $j$ を算出した結果、擬定常状態の間 $j$ はほぼ一定値を保ち続け、層境界面が不安定になる頃 $j$ は急激に増加する傾向が見られた。

さらにレーザーホログラフィーによる系内の屈折率分布の可視化実験および干渉縞の定量化を行った。ここで屈折率は温度と濃度の両方により変化するため、層境界面や壁面近傍のように温度勾配と濃度勾配が同時に存在する部分においてはこれを直接密度場として扱うことはできないが、定性的解析においては上下層内の屈折率分布をほぼ密度分布として扱う事ができる。その結果、上下層内の密度分布は一定勾配を保ちつつ安定に成層しており、密度分布が連続的になる頃に境界面が崩壊に至る事が分かった。

これら実験的研究により2層系二重拡散対流の大局的な性質について把握はできたとい

える。しかし、2 層間の物質移動機構について十分な解明には至らなかった。これには濃度場の詳細な変化を捉える必要があると考えられたため、本研究では数値計算による理論的解析から 2 層間の物質移動機構の解明を行うことにした。

第 5 章においては、まず数値的検討を行うに先立ち、数値計算の妥当性を検討すべく、実験結果との比較検討を行った。その結果、流れ場、温度場の推移において定性的一致が得られた。また各条件における層境界面崩壊時間についても良好に一致した。2 層間の物質移動についても、 $\Delta c$  の時間変化ならびに物質移動流束  $j$  の時間変化において定量的一致が得られた。さらにレーザーホログラフィーによる干渉縞の可視化実験結果と計算結果の比較より、屈折率場および密度場においても定性的、定量的一致が得られた。これらの結果より本数値解析プログラムの信頼性が確認された。

つづいて第 6 章において数値解析による 2 層間の物質移動機構について検討した。まず  $\Delta c$  の時間変化において、変化の傾向が異なる部分を区分けする事により、一連の現象は、期間 A（セル対流形成期）、期間 B（擬定常状態期）、期間 C（境界面不安定期）の 3 つに分けられ、それぞれの期間において特徴的な物質移動機構を持つ事が分かった。また各期間の持続時間を比較したところ、期間 B における物質移動が現象を大きく左右する事が分かった。そこで期間 B における物質移動は拡散が支配的であるとした近似モデルを仮定し境界面を通した物質移動について検討した。その結果境界面における濃度境界層厚さ  $\delta$  は時間的に変化しており、境界面における濃度勾配  $\Delta c/\delta$  が一定に保たれることで、 $j$  もまたほぼ一定に保たれることが判明した。

初期条件が物質移動に及ぼす影響について検討したところ、 $\delta$  の初期値が浮力比によって決定される事により、 $\Delta c_0$  が一定の場合  $\Delta T$  の増加に伴い  $\Delta c/\delta$  が大きくなるのに対し、 $\Delta T$  一定の場合において  $\Delta c_0$  が増加しても  $\Delta c/\delta$  は変化しない事により、 $j$  は初期濃度差  $\Delta c_0$  には依存せず、 $\Delta T$  に依存する事が分かった。また条件に依らず、 $\delta$  の変化においてある浮力比の範囲内で不変となる領域が存在し、期間 B の  $j$  に若干の時間的变化をもたらす事が分かった。さらに計算結果より各条件で期間 B における擬拡散係数  $D$  を算出したところ、実際の炭酸ナトリウムの分子拡散係数  $D$  の値と非常に近い値が得られた。

拡散以外の層間物質移動機構の一つとしては境界面近傍の温度不安定に起因した濃度ブ



ルームが考えられ、同じ初期浮力比条件においても  $\Delta T$  の増加に伴い、プルームの発生規模が大きくなる様子が数値解析により観察された。

期間 B におけるシャーウッド数  $Sh$  を算出した結果、 $Sh$  は温度レイリー数  $Ra_T$  と共に増加し、両対数グラフ上で両者は直線関係にあった。

各条件における浮力比の時間変化からは、期間 B から期間 C に移行する時間  $t_{BC}$  において、条件に依らず  $N_{BC}=0.6$  となることが分かった。また実験結果と同じく数値計算結果においてもすべての条件で層境界面崩壊時における臨界浮力比  $N_m$  はある一定値を取り、その値は約 0.36 であった。

本研究により、2 層系二重拡散対流における諸現象の理解は深まった。特に 2 層間の物質移動機構についてはほぼ解明でき、数値解析によりその理論的根拠も得られたと言える。また本論文で用いた数値解析プログラムは現象を忠実に再現できるものとして、今後様々な系（例えば気体系あるいは凝固を伴う場合など）に対する解析にも拡張が可能である。

さらに本研究で得られた結論は、冒頭で述べたような多成分系の凝固を伴う材料製造技術のみならず、昨今の環境問題に対応し、拡散を利用した分離技術やエネルギー工学に関連した蓄熱技術などにおいて応用可能であり、それらシステムの高効率化やプロセス制御の面において大いに役立つものと考えてる。

## 記号表

$A$ : アスペクト比( $=H/L$ )	[-]
$c$ : 溶質濃度	[-]
$c_d$ : 下層の流体濃度	[wt%]
$c_u$ : 上層の流体濃度	[wt%]
$c_0$ : 流体の平衡濃度	[wt%]
$C$ : 流体の無次元濃度 $\{(c-c_u)/(c_d-c_u)\}$	[-]
$D$ : 溶質の拡散係数	[m <sup>2</sup> /s]
$g$ : 重力加速度	[m/s <sup>2</sup> ]
$H$ : 容器の高さ	[m]
$j$ : 物質移動流束	[mol/(m <sup>2</sup> ·s)]
$k$ : 物質移動係数	[m/s]
$L$ : 容器幅	[m]
$Le$ : レイス数( $=\alpha/D$ )	[-]
$m$ : アスペクト比の逆数( $=L/H$ )	[-]
$n$ : 屈折率	[-]
$\Delta n$ : 屈折率の変化	[-]
$N$ : 浮力比 $\{=(\beta_c \Delta c)/(\beta_T \Delta T)\}$	[-]
$N_0$ : 初期浮力比 $\{=(\beta_c \Delta c_0)/(\beta_T \Delta T)\}$	[-]
$N_m$ : 界面崩壊時の臨界浮力比 $\{=(\beta_c \Delta c)/(\beta_T \Delta T)\}$	[-]
$p$ : 流体の圧力	[N/m <sup>2</sup> ]
$P$ : 流体の無次元圧力 $\{=pL^2/(\rho \alpha^2)\}$	[-]
$Pr$ : プラントル数( $=\nu/\alpha$ )	[-]
$Ra_C$ : 濃度レイリー数 $\{=g\beta_c \Delta c(L^4/H)/(\alpha \nu)\}$	[-]
$Ra_T$ : 温度レイリー数 $\{=g\beta_T \Delta T(L^4/H)/(\alpha \nu)\}$	[-]
$S$ : 境界面の面積	[m <sup>2</sup> ]
$t$ : 時間	[s]



$t_A$ : 期間 A の持続時間	[s]
$t_B$ : 期間 B の持続時間	[s]
$t_C$ : 期間 C の持続時間	[s]
$t_m$ : 界面崩壊時間	[s]
$T$ : 流体の温度	[°C]
$T_h$ : 加熱温度	[°C]
$T_c$ : 冷却温度	[°C]
$T_i$ : 初期温度	[°C]
$u$ : $x$ 方向の速度成分	[m/s]
$U$ : $x$ 方向の無次元速度成分( $=uL/\alpha$ )	[-]
$v$ : $y$ 方向の速度成分	[m/s]
$V$ : $y$ 方向の無次元速度成分 $\{=vL^2/(\alpha H)\}$	[-]
$W$ : 容器奥行き	[m]
$x$ : 水平座標	[m]
$X$ : $x$ 方向の無次元距離( $=x/L$ )	[-]
$y$ : 垂直座標	[m]
$Y$ : $y$ 方向の無次元距離( $=y/H$ )	[-]
$\alpha$ : 温度伝導度	[m <sup>2</sup> /s]
$\beta_c$ : 濃度に関する体膨張係数	[1/wt%]
$\beta_t$ : 温度に関する体膨張係数	[1/°C]
$\Delta c$ : 上下層間濃度差	[wt%]
$\Delta T$ : 加熱冷却間温度差	[°C]
$\delta$ : 境界面での濃度境界層厚さ	[m]
$\Theta$ : 流体の無次元温度 $\{=(T-T_c)/(T_h-T_c)\}$	[-]
$\lambda$ : 熱伝導度	[W/(m·K)]
$\nu$ : 動粘度	[m <sup>2</sup> /s]
$\mu$ : 粘度	[kg/(m·s)]

$\rho_0$ : 基準密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho(T, c)$ : 密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$ : 無次元時間(= $\alpha t/L^2$ )	[-]
$\phi$ : 流れ関数	[m <sup>2</sup> /s]
$\psi$ : 無次元流れ関数	[-]
$Z$ : 不等分割に変換後の $x$ 方向の無次元距離	[-]
$\xi$ : 不等分割に変換後の $y$ 方向の無次元距離	[-]



### 参考文献

- 1)吉田次郎,長島秀樹,"海洋中の二重拡散対流" *ながれ*(1990),9,93-114.
- 2)H.Stommel,A.B.Arons and D.Blanchard, "Blanchard An oceanographical curiosity : the perpetual salt fountain" *Deep-Sea Res*(1956),3,152-153.
- 3)M.E.Stern, "The 'salt-fountain' and thermohaline convection" *Tellus* (1960),12,172-175.
- 4)J.S.Turner,"The behavior on a stable salinity gradient heated from below" *J.Fluid Mech*(1968),33,183-200.
- 5)F.P.Incropera and R.Viskanta,"Optical studies of mixed layer development in a double-diffusive thermohaline system" *Proc. 7<sup>th</sup> Int.Heat Transfer Conf*(1982),2,419-424.
- 6)C.F.Chen,D.G.Briggs and R.A.Wirtz,"Stability of thermal convection in a salinity gradient due to lateral heating" *Int.J.Heat Mass Transfer*(1971),14,57-65.
- 7)H.E.Huppert,R.C.Kerr and M.A.Halwarth,"Heating or cooling a stable compositional gradient from the side" *Int.J.Heat Mass Transfer*(1984),27,1395-1401.
- 8)J.Lee,M.T.Hyun and K.W.Kim,"Natural convection in confined fluids with combined horizontal temperature and concentration gradients" *Int.J.Heat Mass Transfer* (1988),31,1969.
- 9)H.Han and T.H.Kuehn,"Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure-I Experimental study" *Int.J.Heat Mass Transfer*(1991),34,449-459.
- 10)Y.Kamotani,L.W.Wang,S.Ostrach and H.D.Jiang,"Experimental study of natural convection in shallow enclosures with horizontal temperature and concentration gradients" *Int. J. Heat Mass Transfer*(1985), 28, 165.
- 11)T.L.Bergman and A.Ungun, "A note on lateral heating in a double-diffusive system" *J.Fluid Mech* (1988),194,175-186.
- 12)K.Kamakura and H.Ozoe, "Double-diffusive natural convection between vertical parallel walls -Experimental study of two-layer convection-" *J.Chem.Eng.Japan*(1991),5,622-627.
- 13)T.Nishimura,S.Sakura,Y.Ogata and K.Gotoh, "Mass transfer between double-

- diffusive layers under a horizontal temperature gradient" *Heat Transfer*(1998),3,23-28.
- 14)R.A.Wirtz and C.S.Reddy, "Heat and mass transfer across diffusive interfaces bounded by turbulent convecting regions" *Int.J.Heat Mass Transfer*(1976),19,471-478.
- 15)J.M.Hyun and J.W.Lee,"Double-diffusive convection in a rectangle with cooperating horizontal gradients of temperature and concentration" *Int.J.Heat Mass Transfer*(1990),33,1605-1617.
- 16)H.Han and T.H.Kuehn, "Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure— II. Numerical study" *Int .J.Heat a Mass Transfer* (1991),34,461-471.
- 17)M.T.Hyun and T.L.Bergman, " Direct simulation of double diffusive layered convection" *J.Heat Transfer*(1995),117,334-339.
- 18)T.Nishimura, Al.M.Morega, K.Kunitsugu and S.Sakura,"Direct Simulation of Double-diffusive Convection in a Salt-stratified System," *Proc. 5th ASME/JSME Joint Thermal Eng Conf*(1999), p.1-9, Sandiego,California,USA.
- 19)K.Kamakura and H.Ozoe, "Effect of the temperature dependence of fluid properties on the migration of an interface in double-diffusive natural convection" *Int.Heat Mass Transfer*(1995),38,3413-3421.
- 20)K.Kamakura and H.Ozoe, "Oscillatory double diffusive natural convection in a two-layer system" *Proceedings 10th International Heat Transfer Conference*(1994),7,67-72.
- 21)K.Ghorayeb and A.Mojtabi, "Double diffusive convection in a vertical rectangular cavity" *Physics of Fluids*(1997),9,2339-2348.
- 22)長島秀樹,吉田次郎,永浜由徳, "3 次元数値モデルによるソルトフィンガー"ながれ (1996),15,1-2.
- 23)西村龍夫, "凝固プロセスにおける二重拡散対流"化学工学(1997),61,924-927.
- 24)T.Nishimura,T.Imoto and H.Miyashita "Occurrence and development of double-diffusive convection during solidification of a binary system" *Int.J.Heat Mass Transfer*(1994),37,1455-1464.
- 25)西村龍夫, "二重拡散対流における熱・流体計測および数値シミュレーション"第 63 回



化学工学会年会講演要旨集,F313,103-105.

26) 柏木孝夫, “ホログラフィー干渉法による応用計測技術”, 冷凍(1978), 第 53 巻, 第 610 号 33-42.

27) スパス V, パタンカー “コンピュータによる熱移動と流れの数値解析” 森北出版株式会社 (1985).

28) 香月正司, 中山顕 “熱流動の数値シミュレーション” 森北出版株式会社(1990).

29) 荒川忠一, “数値流体工学” 東京大学出版会(1994).

30) 斎藤武雄, “数値伝熱学” 養賢堂(1989).

31) T.Saitoh and K.Hirose, “High-accuracy bench mark solutions to natural convection in a square cavity” *Computational Mechanics*(1989), 4, 417-427.

32) 山根岳志, “水溶液の加熱冷却による二重拡散対流—対流セルの構造と界面近傍での移動現象—” 平成 6 年度修士論文, 富山大学.

33) 中島栄次, “MAC 法による二重拡散対流の数値解析” 平成 8 年度修士論文, 富山大学.

34) 喜多克仁, “2 層系二重拡散対流における層間物質移動機構” 平成 9 年度修士論文, 富山大学.

35) 一色治美, “水溶液の加熱冷却による二重拡散対流の数値解析” 平成 10 年度修士論文, 富山大学.

36) 金田哲生, “レーザーホログラフィーを用いた 2 層系二重拡散対流の可視化” 平成 10 年度修士論文, 富山大学.

37) 中島栄次, 山根岳志, 一色治美, 吉田正道, 宮下 尚 “MAC 法による二重拡散対流の数値解析” 富山大学工学部紀要(1997), 48, pp.111-120.

38) 山根岳志, 中島栄次, 外山和宏, 喜多克仁, 吉田正道, 宮下 尚 “二重拡散界面における物質移動速度の解析” 富山大学工学部紀要(1997), 48, pp.89-97.

39) 金田哲生, 中島栄次, 山根岳志, 吉田正道, 宮下 尚 “レーザーホログラフィーを用いた 2 層系二重拡散対流における密度場の解析” 富山大学工学部紀要(1999), 50, pp.29-37.

40) 山根岳志, 吉田正道, 宮下 尚 “レーザーホログラフィーを用いた 2 層系二重拡散対流の可視化” 化学工学シンポジウムシリーズ 67 流れの数値解析と熱・物質移動現象, 化学

工学会「熱物質流体工学」特別研究会編,pp.153-162, 1999.

41) 中島栄次,山根岳志,吉田正道,宮下 尚 “水のベナール対流において密度反転が及ぼす影響” 化学工学論文集(1999),25,pp.629-634.

42)中島栄次,山根岳志,吉田正道,宮下尚 “水平温度勾配による 2 層系二重拡散対流の数値解析” 化学工学論文集(2000),26,pp.474-479.

43)山根岳志,中島栄次,吉田正道,宮下尚 “水溶液の加熱冷却による 2 層系二重拡散対流” 化学工学論文集(2000),26,pp.604-608.



## 謝辞

本研究の遂行と本論文作成にあたり，終始懇切丁寧な御指導，御教示を賜りました富山大学工学部宮下尚教授ならびに吉田正道助教授，山根岳志助手には心から感謝申し上げます。また，本論文の作成にあたり，熊澤英博教授並びに山崎量平教授からも暖かい御支援と御指導を頂きましたことに深く感謝致します。

備品の調達などでお世話になった中村善志技官に感謝致します。また数値計算の遂行並びにデータ整理などにおいて御協力頂いた本田正樹院生に感謝致します。

末筆ながら苦楽を共にし，常に暖かい励ましを頂いた富山大学工学部宮下研究室の学生諸氏に厚くお礼申し上げます。

## Appendix 二重拡散対流の数値解析における

### 中心差分法と風上差分法の適性評価

#### A-1 緒言

当研究室における数値計算による 2 層系二重拡散対流の理論的解析の試みは、本研究が初めてではなく、数年前より既に行われてきた。しかし過去の数値解析においては、現象を解析する以前に計算結果と実験結果の良好な一致が得られないという問題に悩まされ続けていた。ここで特に焦点となったのは、過去の数値解析において定性的な現象の推移は表現できているにも関わらず、物質移動速度が実験に比べ大きく評価されるあまり、結果として現象の進行を速めてしまうという事であった。そこで空間分割を大幅に増加するなど計算精度の向上を行ってもみたが、大きな成果は見られなかった。このことから計算精度不足以外にも物質移動速度を大きく見積もるような要因があるのではないかと考えられた。例えば計算に用いる差分近似手法などがそれである。

過去の数値解析においては、対流項の差分近似に 1 次精度の風上差分法を用いてきた。これは、風上差分法はこれまで自然対流の数値解析において広く一般的に用いられてきた信頼性の高い手法であること、また同手法を用いる事で空間分割数が比較的少ない条件においても安定な解が得られること、さらに中心差分法を用いた場合には動的不安定が生じ、これを解消するためには多大な空間分割数が必要となり、結果として膨大な計算時間を要すること、などの理由による。しかし風上差分を用いる場合、安定に解が求まる反面、偽拡散（実際には発生しない数値的拡散）が生じることもまた知られている。この偽拡散が二重拡散対流の数値計算に何らかの影響を及ぼしている事は否定できないが、これまでその影響について具体的に調査した例はない。また近年のコンピュータ技術の発展は目覚しく、これまでは空間分割数 30~50 分割の計算が限度であったのに対し、最新型のコンピュータを用いる事で空間分割数 100 分割以上の計算を比較的短時間でしかもローコストで行うことが可能となった。そこで本研究における数値解析では対流項の離散化に 2 次精度の中心差分法を新たに導入した。ここでは、自然対流の数値



解析において中心差分法と風上差分法を用いた場合で計算結果にどのような違いが見られるかを検討し、特に二重拡散対流の数値解析における両差分近似手法の適性評価を行った。

## A-2 風上差分法と中心差分法<sup>27),30)</sup>

本編第 3 章でも示したように、本研究では流体の数値解析を行うにあたり支配方程式（偏微分方程式）の離散化に際し有限差分近似を用いているが、特に対流項のように非線形特性の強く現れる項を差分化する場合には注意を要する。例えば運動方程式(3.8)の左辺第 2 項に示される対流項 $U(\partial U/\partial X)$ について考えると、2 次精度の中心差分表示は節点  $i,j,k$  において以下のように表される。

$$U \frac{\partial U}{\partial X} \Big|_{i,j,k} = U \frac{U_{i,j,k} - U_{i,j,k}}{2\Delta X} \quad (\text{A.1})$$

この値は数値解析の際、特に分布形状が非線形性を持つ部分において数値的な振動を生じることが知られており、これを防ぐためには十分な空間分割数を必要とする。しかし過去においては数値計算を行うコンピュータの性能や計算に要する膨大な時間との兼ね合いにより、中心差分法によって安定に解を得られるだけの空間刻みを数値計算に与える事は事実上困難であった。このように空間分割数がある程度限られた条件下において数値的振動を取り除き、安定な解を得る方法として風上差分法が考案されている。

1 次精度の風上差分法によると、上式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial X} \Big|_{i,j,k} &= U \frac{U_{i,j,k} - U_{i-1,j,k}}{\Delta X} \quad (U \geq 0) \\ U \frac{\partial U}{\partial X} \Big|_{i,j,k} &= U \frac{U_{i+1,j,k} - U_{i,j,k}}{\Delta X} \quad (U \leq 0) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

つまり風上差分法とは、両隣の格子点においてどちらが流れの上流側であるかを速度の符号によって判断し、上流側の格子点だけを参照して解を求める手法である。この風上差分法は少ない空間分割数でも数値的振動が生じず安定に解が求まるため、これまで多くの研究者による自然対流解析において用いられてきており、本研究室の数値解析においても利用され続けてきた。またこの風上差分法は偽拡散（数値的拡散が付加されることにより、実際の場合に比べ拡散量が多く見積もられること）を生じること知られているが、この偽拡散が計算結果に及ぼす影響については、非現実的な解を導き出すほ



ど大きなものではないとされてきた。しかし特に二重拡散系のように拡散係数の小さい溶質の移動を含む場合において偽拡散の影響は否定できず、過去にそれを具体的に調査した例は無い。本研究ではこの偽拡散が物質移動に及ぼす影響について具体的に明らかとする事で、二重拡散対流の数値解析における両差分近似手法の適性について評価することを目的とした。

### A-3 水溶液の温度対流の数値解析

まずは数値解析プログラムの妥当性を検討する意味を含め、水溶液の温度対流を対象として1次精度風上差分法（以下風上差分と略す）ならびに2次精度中心差分法（以下中心差分と略す）を用いた数値計算を行い、実験結果との比較を行った。

#### A-3-1 計算条件

計算に用いた系は Fig.A-1 であり、容器のアスペクト比は  $A=1.1$  である。系内の濃度が均一な静止流体を、右壁面を加熱、左壁面を冷却し水平方向に温度勾配を与えた場合を考える。計算条件は平衡温度  $30^{\circ}\text{C}$  として左右壁面温度差は  $\Delta T=4^{\circ}\text{C}$ 、流体濃度  $c=3.8\text{wt}\%$  とする。流体は  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  水溶液を対象とし、Prandtl 数  $Pr=6.67$  とした。また空間刻みは本編 Fig.3-2 に示した横  $100 \times$  縦  $100$  の不等分割格子を用い、時間刻み  $\Delta \tau=1.0 \times 10^{-3}$  とした。

#### A-3-2 実験結果との比較

Fig.A-2 に前述した条件における温度場の可視化実験によって得られた定常状態での可視化写真を示す。図中の虹色の蛇行線が感温液晶の発光部分であり、青、緑、黄色、赤がそれぞれ  $30.4^{\circ}\text{C}$ 、 $30^{\circ}\text{C}$ 、 $29.6^{\circ}\text{C}$ 、 $29.0^{\circ}\text{C}$  に相当する。また、同図に中心差分および風上差分を用いた数値解析によって得られた等温度線図も併せて示す。ここで、等温度線の間隔は無次元温度  $\theta$  で  $0.1$ 、有次元温度で  $0.4^{\circ}\text{C}$  である。

図より中心差分を用いた場合と風上差分を用いた場合を比較すると、両者の違いは全く見られず良好に一致している。また実験と比較してみても、中心差分、風上差分ともに、十分に実験の現象を再現できているものと考えられる。これによって、どちらの離散化手法を用いても定性的には実験結果と良好な一致が得られることが分かる。

次に、Fig.A-3 に熱電対を用いた局所温度測定実験および計算結果による局所温度 ( $X=0.5, Y=0.25$ ) の時間変化を示す。図より、中心差分を用いた場合と風上差分を用いた場合では全く一致しており、両者とも約  $5\text{min}$  で  $30^{\circ}\text{C}$  から約  $29.44^{\circ}\text{C}$  に達し、その後一



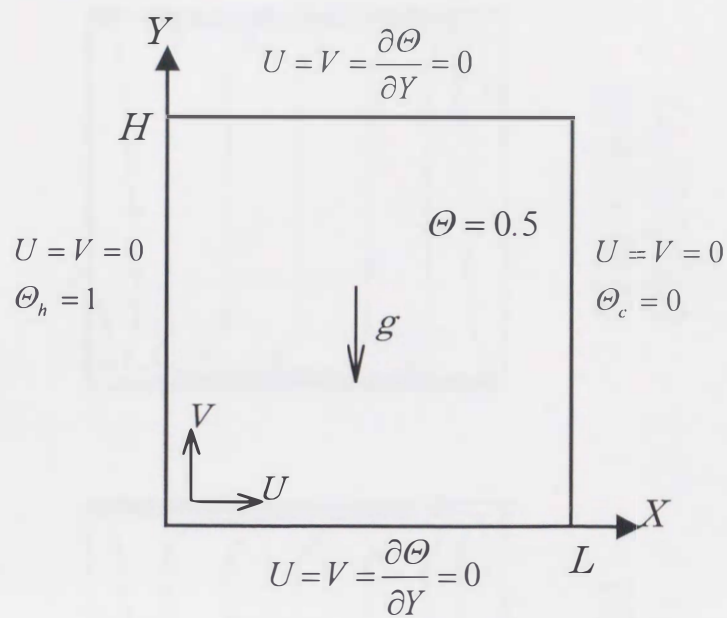
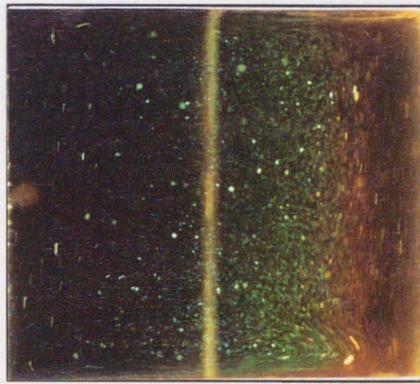
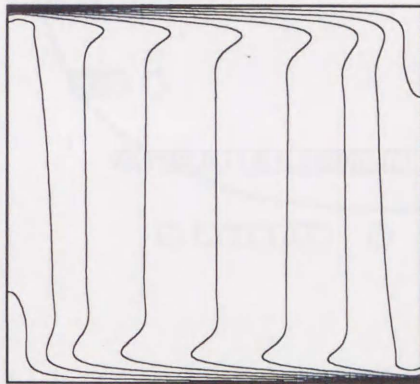


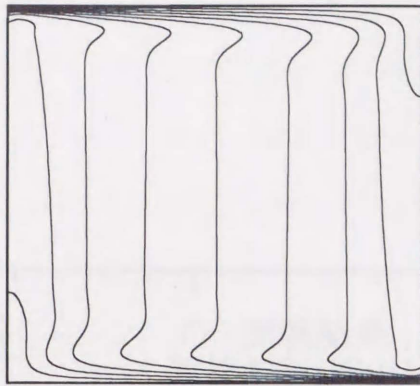
Fig.A-1 解析系 (1 層系温度対流)



可視化実験による  
温度場



等温度線図  
(中心差分)



等温度線図  
(風上差分)

Fig.A-2 定常状態における可視化写真  
および等温度線図 ( $\Delta T=4^{\circ}\text{C}$ )



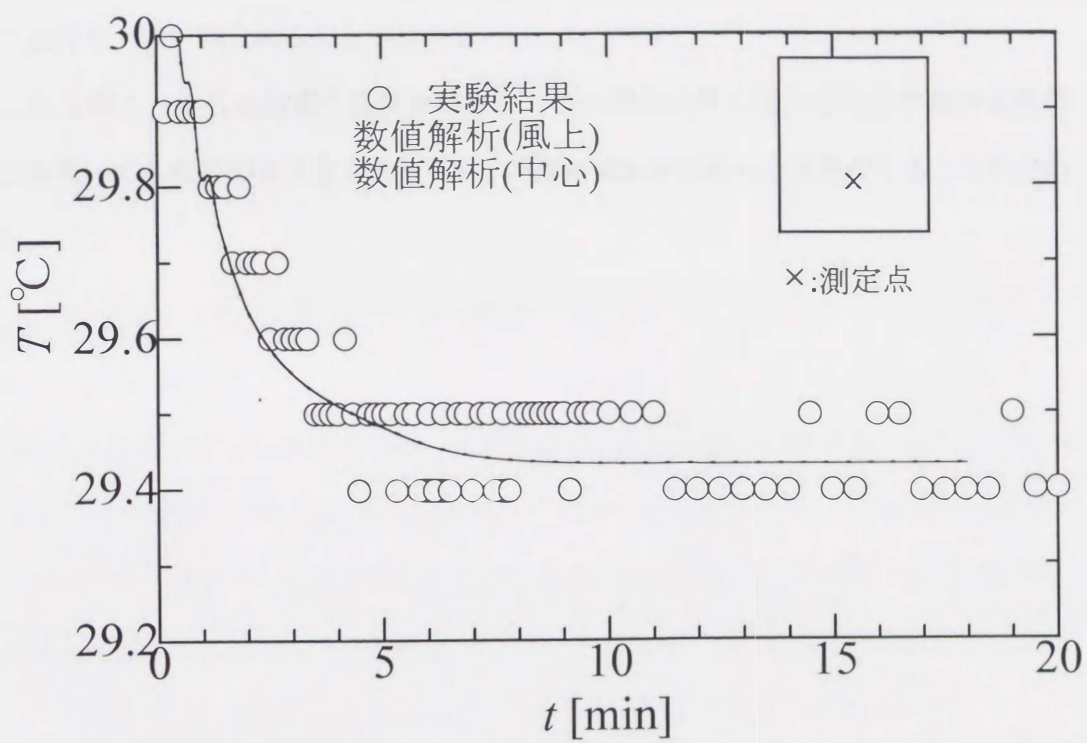


Fig.A-3 局所温度の時間変化( $\Delta T=0.4:X=0.5,Y=0.25$ )

定値を取り続けている。また実験結果においても、初期温度  $30^{\circ}\text{C}$  から温度が減少していき約 5 分以降から計算結果とほぼ同じく  $29.4\sim 29.5^{\circ}\text{C}$  の間の温度を推移している。

ここで実験での温度が  $29.4\sim 29.5^{\circ}\text{C}$  の間で振動しているのは測定装置の精度が  $0.1^{\circ}\text{C}$  であるためである。これにより両離散化手法を用いた計算結果ともに、定量的にも実験結果と良好な一致が得られることが分かる。

これらのことから水溶液の温度対流では、中心差分と風上差分どちらの差分近似の手法を用いても解析結果は全く変わらず、実際の現象を忠実に再現できることが分かった。



## A-4 水平方向に熱と溶質が移動する場合の二重拡散対流の数値解析

前節において水溶液の温度対流において風上差分を用いた場合と中心差分を用いた場合で計算結果に違いは見られず、実験結果と良好な一致を示すことが確認された。次に系内に温度勾配に加えて濃度勾配も同時に存在する場合について調査する。本節では熱と溶質が水平方向に移動する場合の二重拡散対流を対象とし、風上差分と中心差分を用いた場合で計算結果にどのような違いが見られるか比較検討した。計算は温度 Rayleigh 数  $Ra_T$ 、濃度 Rayleigh 数  $Ra_C$  および Lewis 数  $Le$  をいくつか変化させて行った。

### A-4-1 計算条件

Fig.A-4 に示すような高さ  $H$ 、幅  $L$  の矩形容器内の対流現象を考える。上下水平断面は断熱されており、重力は  $Y$  軸に平行に下向きである。初め容器内は  $\Theta = 0.5$ 、 $C = 0.5$  で均一とする。これをある瞬間に左壁面を高温高濃度、右壁面を低温低濃度とした場合を考える。計算条件を Table A-1 に示す。容器アスペクト比  $A=1$ 、Prandtl 数は  $Pr=1$  とした。空間刻みは前節と同様の  $100 \times 100$  の不等分割格子を用いた。

Table A-1 計算条件

RUN	$Ra_T [-]$	$Ra_C [-]$	$Le [-]$
1	$1.0 \times 10^5$	$1.0 \times 10^5$	2
2	$1.0 \times 10^5$	$1.0 \times 10^5$	10
3	$1.0 \times 10^5$	$1.0 \times 10^5$	100
4	$1.0 \times 10^7$	$1.0 \times 10^7$	100

### A-4-2 結果と考察

#### A-4-2-1 定常状態での温度分布および濃度分布 ( $Ra_T = Ra_C = 10^5$ の場合)

Fig.A-5～Fig.A-7 に RUN1～RUN3 での定常状態における等温度線図および等濃度線図を示す。図より RUN1 では、風上差分および中心差分を用いた場合で計算結果に

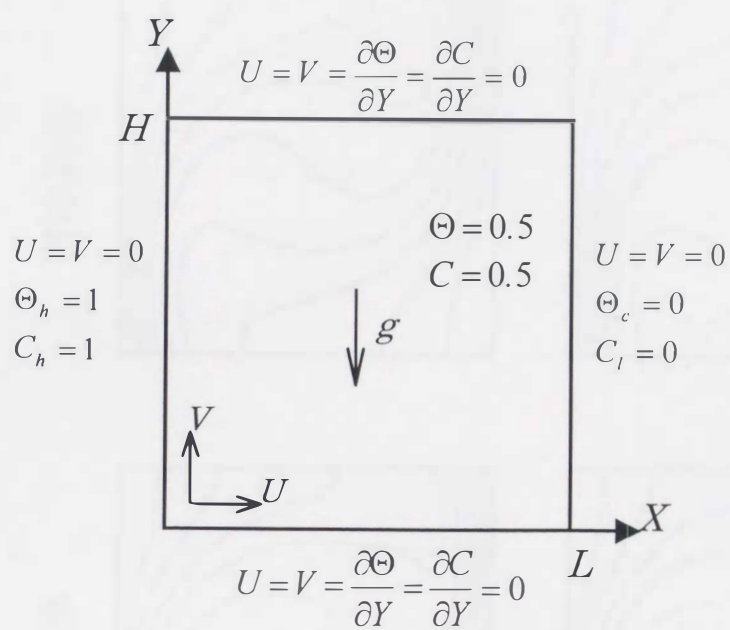
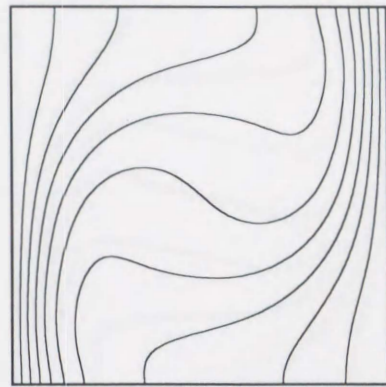
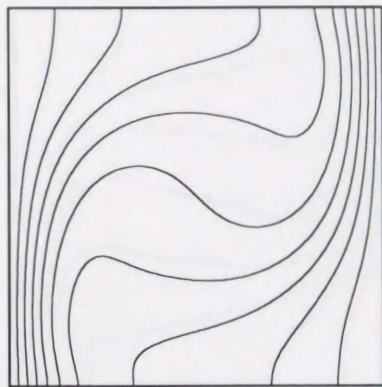


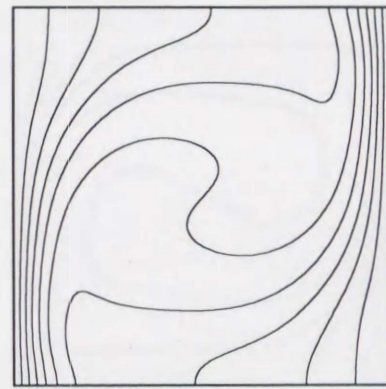
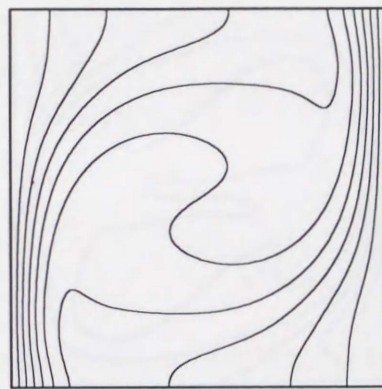
Fig.A-4 解析系 (二重拡散系)



温度分布



濃度分布



中心差分

風上差分

Fig.A-5 定常状態における等温度線図および等濃度線図  
(RUN1: $Ra_T = Ra_C = 10^5, Le = 2$ )

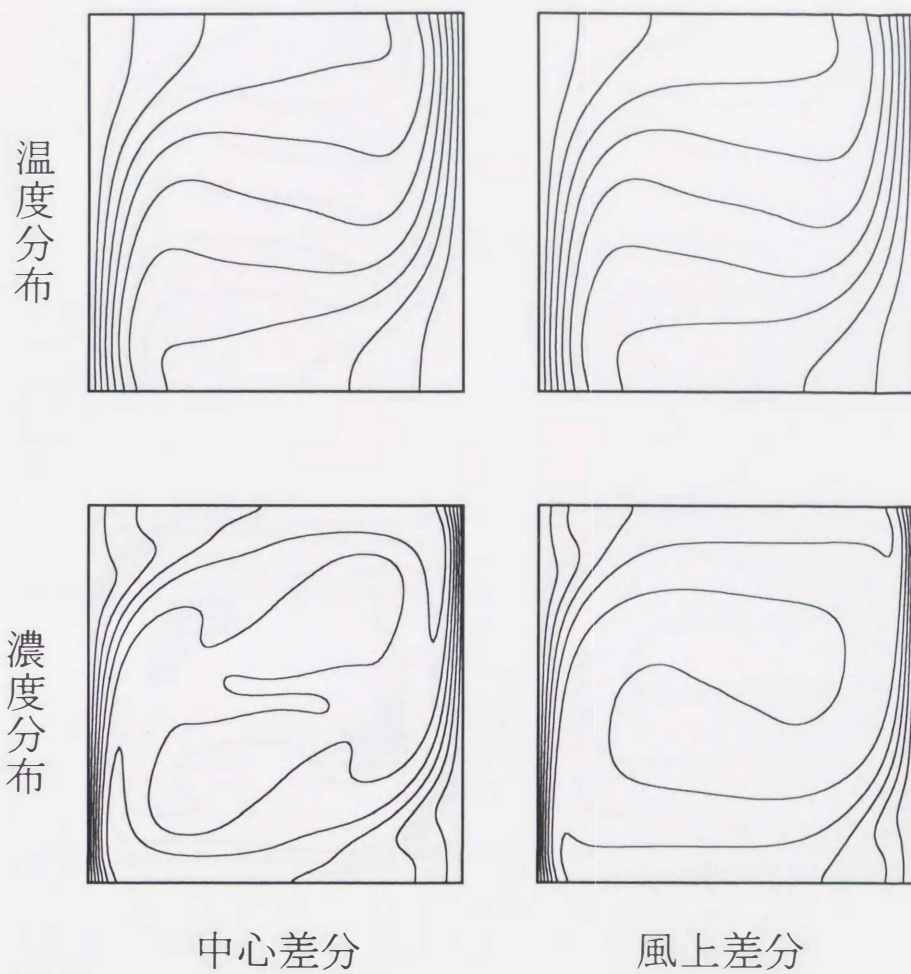
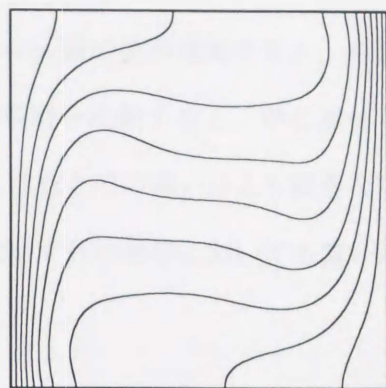
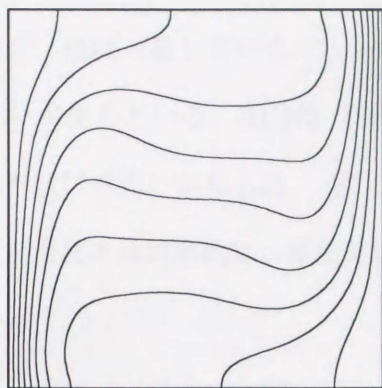


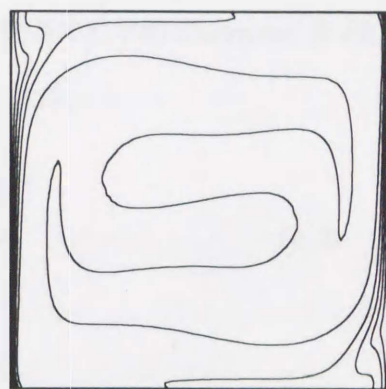
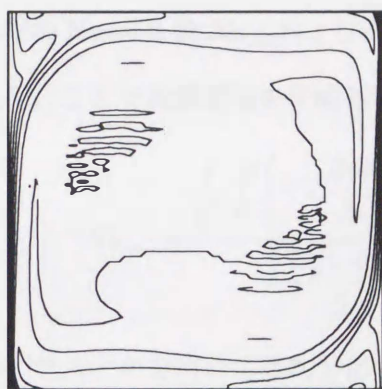
Fig.A-6 定常状態における等温度線図および等濃度線図  
(RUN2: $Ra_T = Ra_C = 10^5$ ,  $Le = 10$ )



温度分布



濃度分布



中心差分

風上差分

Fig.A-7 定常状態における等温度線図および等濃度線図  
(RUN3: $Ra_T=Ra_C=10^3$ ,  $Le=100$ )

大きな違いは見られず、ほぼ一致している。しかし Lewis 数の値が増加すると、特に濃度分布において違いが生じている。RUN2 の等濃度線図を比較すると、中心差分と風上差分による分布形状には違いが見られ、RUN3 になるとその違いはより顕著なものとなっている。また濃度とは対照的に、温度分布にはいずれの条件においても違いはあまり認められなかった。

#### A-4-2-2 平均 Nusselt 数と平均 Sherwood 数

次に加熱壁面での平均 Nusselt 数  $Nu_{ave}$  および高濃度壁面での平均 Sherwood 数  $Sh_{ave}$  を算出し比較を行った。ここで加熱壁面の平均 Nusselt 数は、

$$Nu_{ave} = \frac{\frac{1}{H} \int_0^H \left( -\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right)_{x=0} dy}{\lambda \frac{\Theta_h - \Theta_l}{L}} \quad (A.3)$$

で示される。無次元パラメータを用いて無次元化すると、

$$Nu_{ave} = - \int_0^1 \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)_{X=0} dY \quad (A.4)$$

となる。同様に高濃度壁面の平均 Sherwood 数は

$$Sh_{ave} = - \int_0^1 \left( \frac{\partial C}{\partial X} \right)_{X=0} dY \quad (A.5)$$

となる。 $Nu_{ave}$  は(A.4)式を、 $Sh_{ave}$  は(A.5)式を用いてそれぞれ算出した。Fig.A-8 に RUN1 ～RUN3 における  $Nu_{ave}$  および  $Sh_{ave}$  の時間変化を示す。図より、まず RUN1 ( $Le=2$ ) においては  $Nu_{ave}$  および  $Sh_{ave}$  とともに風上差分、中心差分を用いた場合に違いは見られない。次に RUN2 ( $Le=10$ ) では  $Nu_{ave}$  に違いは見られないが、 $Sh_{ave}$  については若干違いが見られており、風上差分の計算結果は中心差分の場合より  $Sh_{ave}$  が僅かに大きくなっていることが分かる。さらに RUN3 ( $Le=100$ ) では定常状態に向かうに従い両結果は近づいていくものの、非定常状態において  $Sh_{ave}$  の変化において違いが大きくなっており、終始風上差分による  $Sh_{ave}$  の値は中心差分のそれより高い値を推移していく結



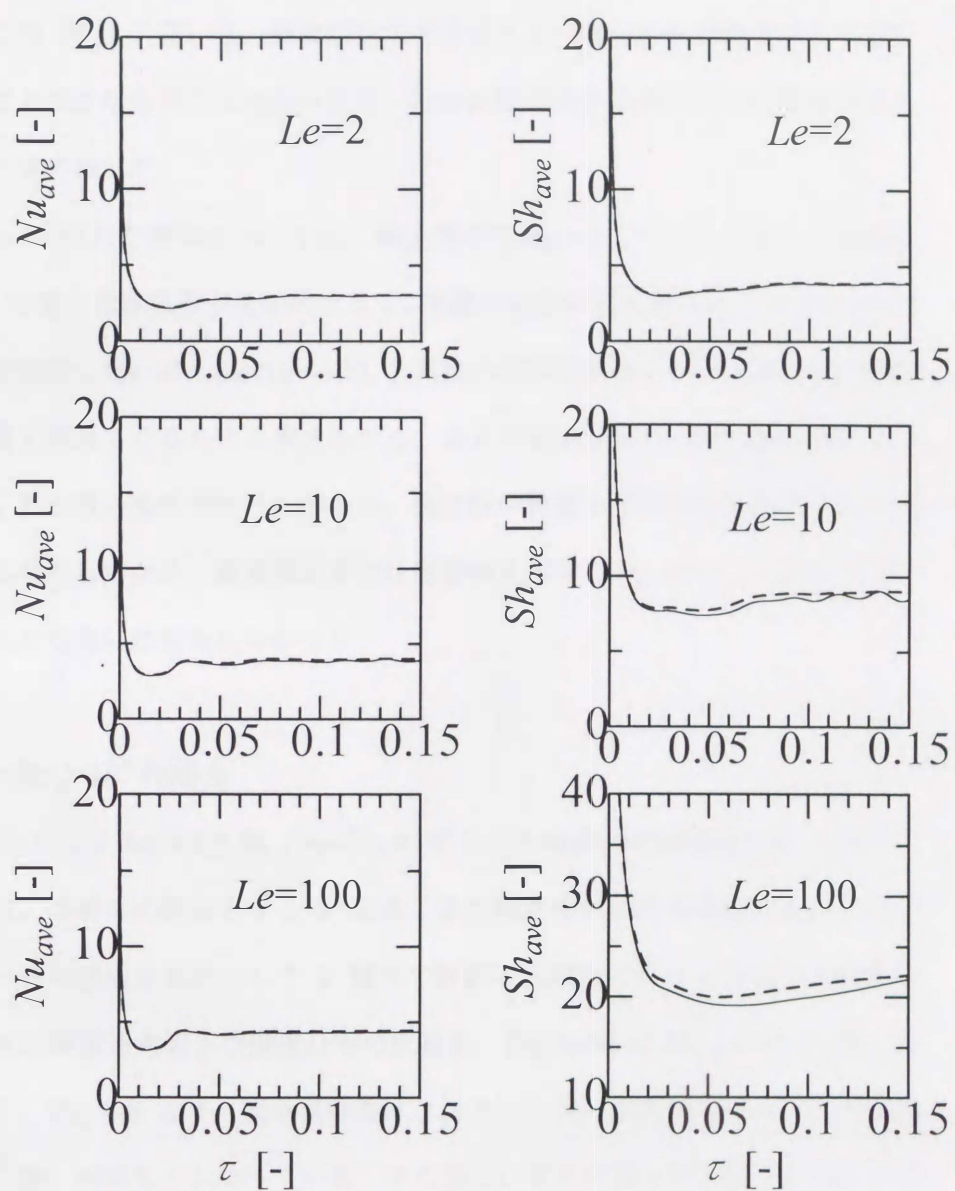


Fig.A-8 各条件における $Nu_{ave}$ および $Sh_{ave}$ の時間変化  
( $Ra_T=Ra_C=10^5$ , —:中心差分 ----:風上差分)

果となった。この  $Sh_{ave}$  の違いは、分布形状が示す見た目の違いから予想されるものに比べればそれほど大きなものではなかったが、Lewis 数が大きくなるにつれ顕著になる傾向は明らかに見て取れた。

このような違いが現れた原因については、風上差分を用いることにより生じる偽拡散が考えられる。溶質の拡散係数が比較的大きく、実際の拡散が偽拡散に比べ大きい  $Le=2$  の場合には殆ど影響しないが、 $Le=10\sim100$  と実際の溶質拡散が小さくなるに従い偽拡散の影響が色濃く現れてくるものと考えられる。また本節の場合は  $Ra_T=Ra_C=10^5$  と比較的 Rayleigh 数の低い条件であったためか、偽拡散の影響も平均的にみればそれほど大きなものではなかったため、温度場にまでは影響が及ばず  $Nu_{ave}$  についてはすべての条件において大きな違いは見られなかった。

#### A-4-2-3 $Ra_T=Ra_C=10^7$ の場合

次に、 $Le=100$  として Rayleigh 数  $Ra_T=Ra_C=10^7$  とした場合の RUN4 について示す。この計算条件は、本研究の対象とする 2 層系二重拡散対流における条件に近いものであり、基礎データの採取を目的として 2 層系の計算に先駆けて行う上で有用な条件である。Fig.A-9 に温度分布および濃度分布の比較を、Fig.A-10 に  $Nu_{ave}$  および  $Sh_{ave}$  の時間変化を示す。Fig.A-9 より、両計算結果はこれまでと違い濃度分布のみならず温度分布においても違いが明らかとなっている。中心差分による計算結果は風上差分によるそれに比べ温度分布、濃度分布ともに乱れた分布形状をとっており、特に濃度分布においてその傾向は顕著に現れている。また Fig.A-10 を見ると  $Nu_{ave}$ 、 $Sh_{ave}$  ともに風上差分の場合は中心差分の場合に比べ高い値をとるが、特に  $Sh_{ave}$  は 20% 近く違いが現れており、風上差分の場合はそれだけ物質移動が大きく計算されている事になる。この違いの原因もまた前節と同様に風上差分による偽拡散であると考えられ、Rayleigh 数の増加によって偽拡散の影響がさらに大きくなっている。これは Rayleigh 数の増加に伴い系内の物質、熱などの移動は対流によるものが支配的となるため対流項における偽拡散の影響が強く現れたためと考えられ、前節の条件 ( $Ra_T=Ra_C=10^5$ ) に比べて濃度場



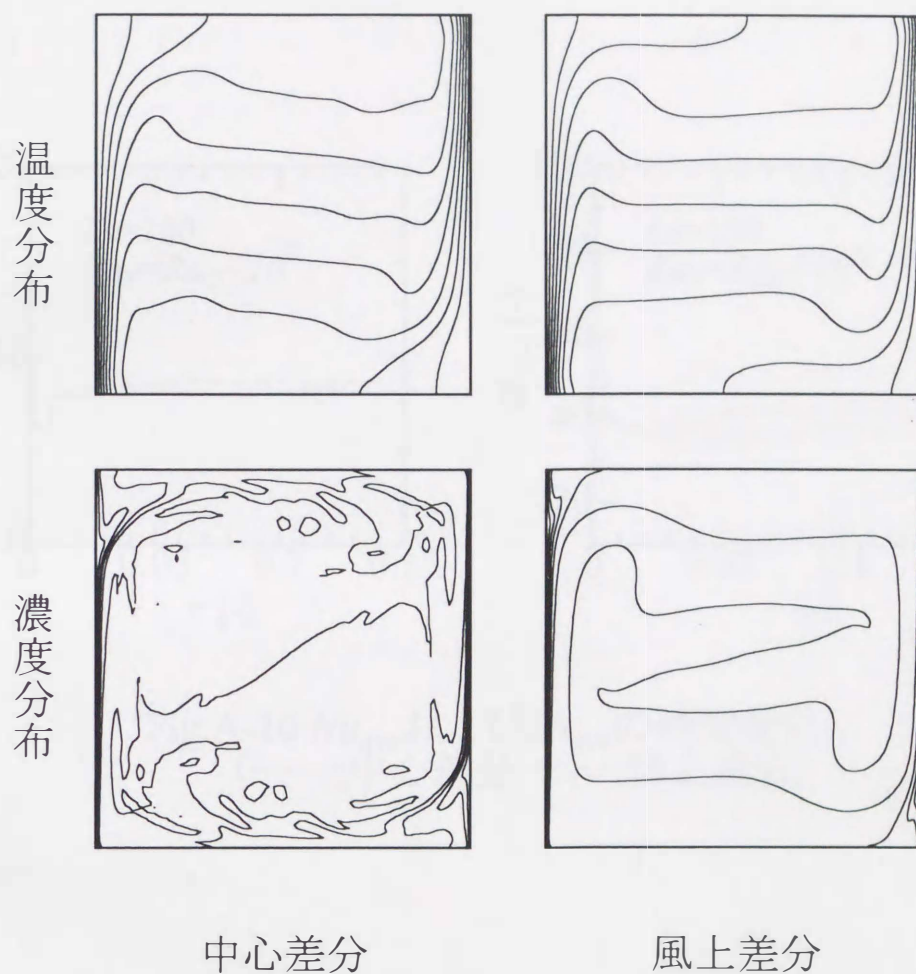


Fig.A-9 定常状態における等温度線図および等濃度線図  
(RUN4: $Ra_T=Ra_C=10^7$ ,  $Le=100$ )

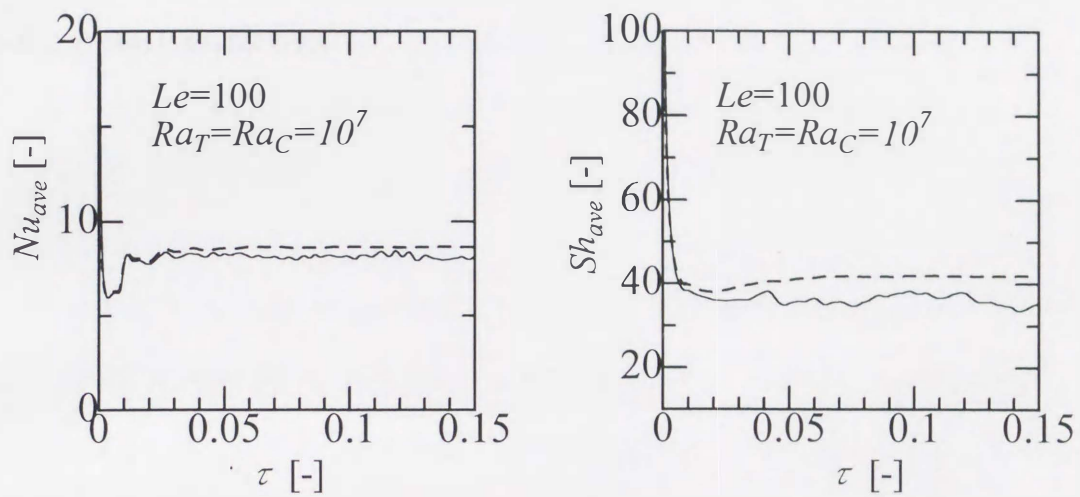


Fig.A-10  $Nu_{ave}$ および $Sh_{ave}$ の時間変化  
(——:中心差分 ----:風上差分)



のみならず温度場にまで偽拡散の影響が波及する結果となった。

以上の結果より二重拡散対流の数値解析において、Rayleigh 数、Lewis 数ともに高い条件である場合、風上差分法を用いることにより発生する偽拡散の影響は比較的強く現れることが明らかとなった。

## A-5 2層系二重拡散対流の数値解析結果

続いて2層系二重拡散対流の計算結果を示す。ここで計算に用いた無次元パラメータや空間分割条件(100×100 不等分割)などはすべて本編と同様である。また計算例としたのは $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ の条件(本編中のrun1)での結果である。

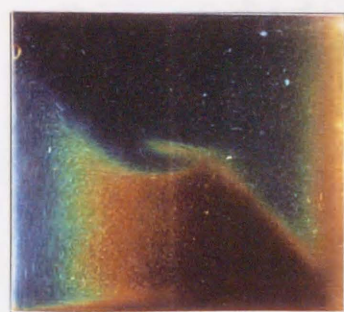
Fig.A-11の上段に実験より得られた温度場の可視化写真を、中段および下段にはそれぞれ中心差分、風上差分を用いた場合の数値解析における温度場(図中実線)、流れ場(図中破線)の推移を示す。図より現象の推移について定性的に見た場合、両計算結果ともにほぼ同様であり実験の現象を再現できているが、現象進行速度には大きな違いが見られ、層境界面崩壊時間 $t_m$ は中心差分を用いた場合は約213minと実験結果とほぼ一致しているが、風上差分を用いた場合の $t_m$ は実験に比べ2倍以上速く約90minとなった。

Fig.A-12には実験および数値解析における上下層間濃度差の時間変化を示す。図より $\Delta c$ の変化において中心差分を用いた場合には濃度差の値や変化の傾向ともに実験結果と良好な一致を示しているが、風上差分を用いた場合には実験に比べ上下層間濃度差はかなり急激に減少している事が分かる。つまり風上差分を用いた数値解析においては溶質の移動速度が実験に比べて大きく、これが層境界面崩壊時間の違いをもたらす大きな原因となっている事が分かる。

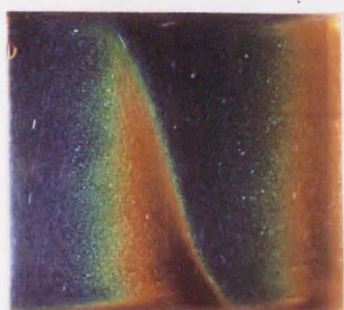
Fig.A-13に $j$ の時間変化を示す。図より実験により得られた擬定常状態における $j$ の平均値は約 $2.5 \times 10^{-5} [\text{mol}/\text{m}^2\text{s}]$ であり、中心差分を用いた計算結果は実験値とほぼ一致しているが、風上差分を用いた計算結果では約 $5 \times 10^{-5} [\text{mol}/\text{m}^2\text{s}]$ と実験値のほぼ2倍の値となっていることが分かる。このような違いが現われた原因は前節までの計算結果と同様に、風上差分法を用いた場合の偽拡散による影響が考えられ、特に本解析系のように溶質の拡散係数が極めて小さい場合において実際より溶質移動量を多く見積もってしまい、これが結果として現象進行速度の違いとなって現われてしまうのではないかと考えられる。

以上の結果から、二重拡散対流の数値解析を行う場合において対流項の差分近似に風

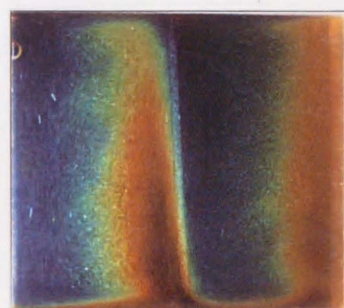




$t=220\text{min}$



$t=210\text{min}$

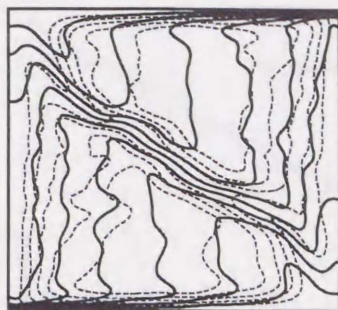


$t=10\text{min}$

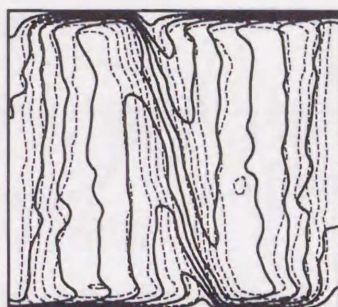


$t=50\text{sec}$

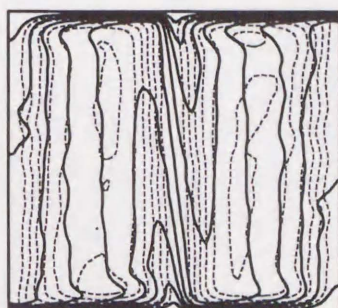
実験  
(可視化写真)



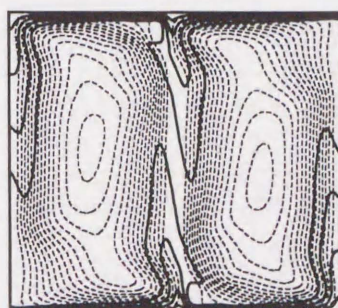
$t=212\text{min}$



$t=200\text{min}$

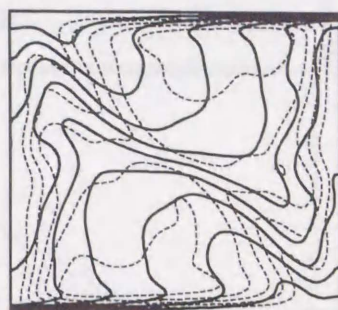


$t=11\text{min}$

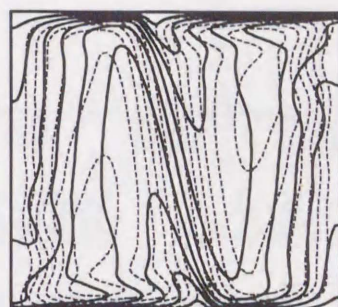


$t=22\text{sec}$

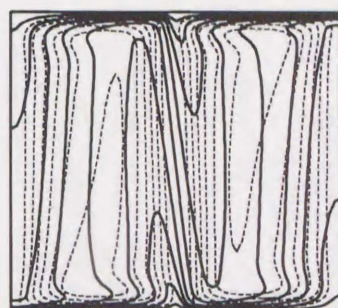
数値解析  
(中心差分)



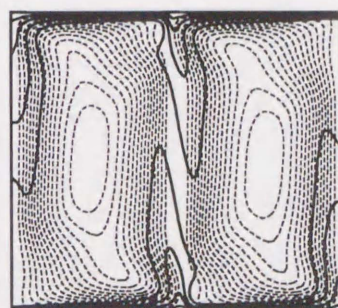
$t=89\text{min}$



$t=82\text{min}$



$t=11\text{min}$



$t=22\text{sec}$

数値解析  
(風上差分)

FigA-11 温度場および流れ場 ( $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N=1.93$ )



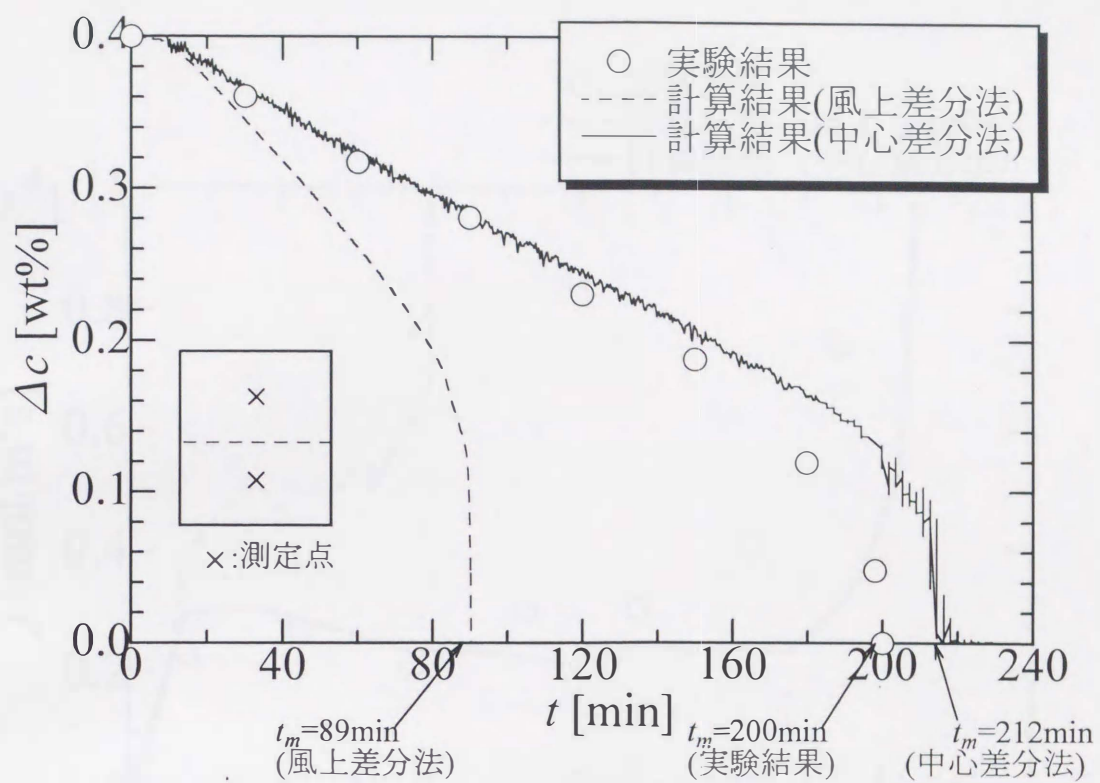


Fig.A-12 上下層間濃度差の時間変化 ( $\Delta T=5^\circ\text{C}$ ,  $\Delta c=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )



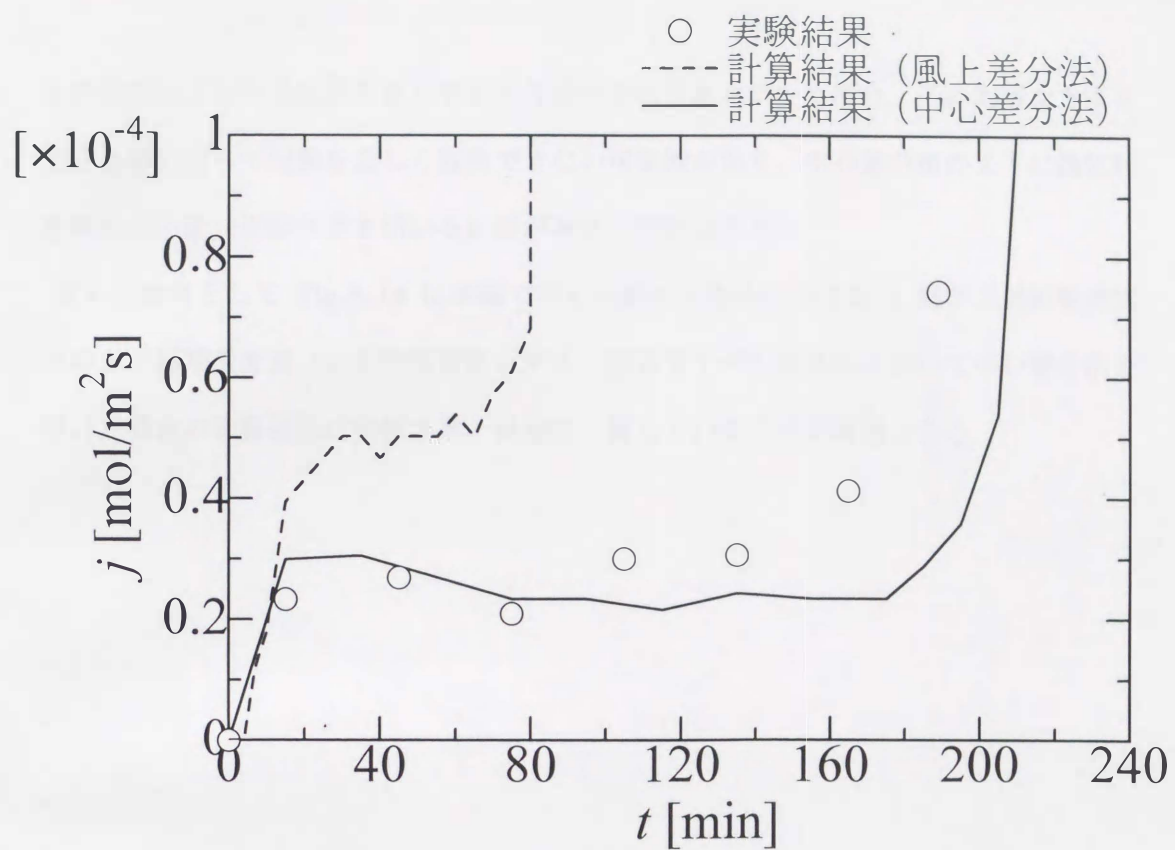


Fig.A-13 上下層間物質移動流束 $j$ の時間変化  
 ( $\Delta T=5^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta c_0=0.4\text{wt}\%$ ,  $N_0=1.93$ )

上差分法のように偽拡散を生じるような差分近似手法を用いた場合、その影響を大きく受ける事によって現象を正しく表現できない可能性があり、中心差分法のように偽拡散を伴わない差分近似手法を用いる必要があると判断された。

さらに参考として Fig.A-14 に本編で示した様々な条件における 2 層系二重拡散対流での上下層間濃度差  $\Delta c$  の時間変化を示す。図よりすべての条件において中心差分法を用いた場合の計算結果は実験結果と良好に一致していることが確認できる。





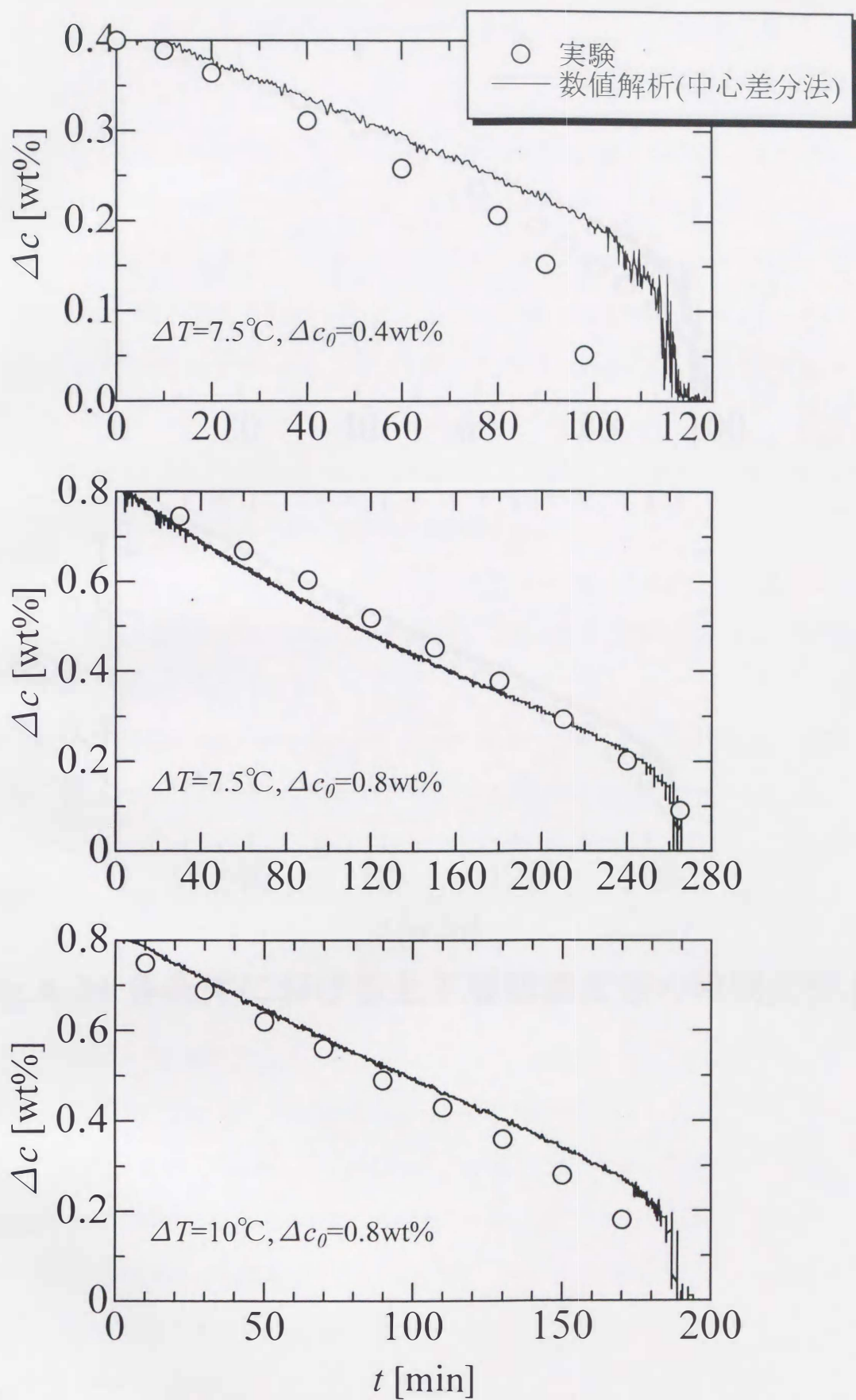


Fig.A-14 各条件における上下層間濃度差の時間変化 [1/2]

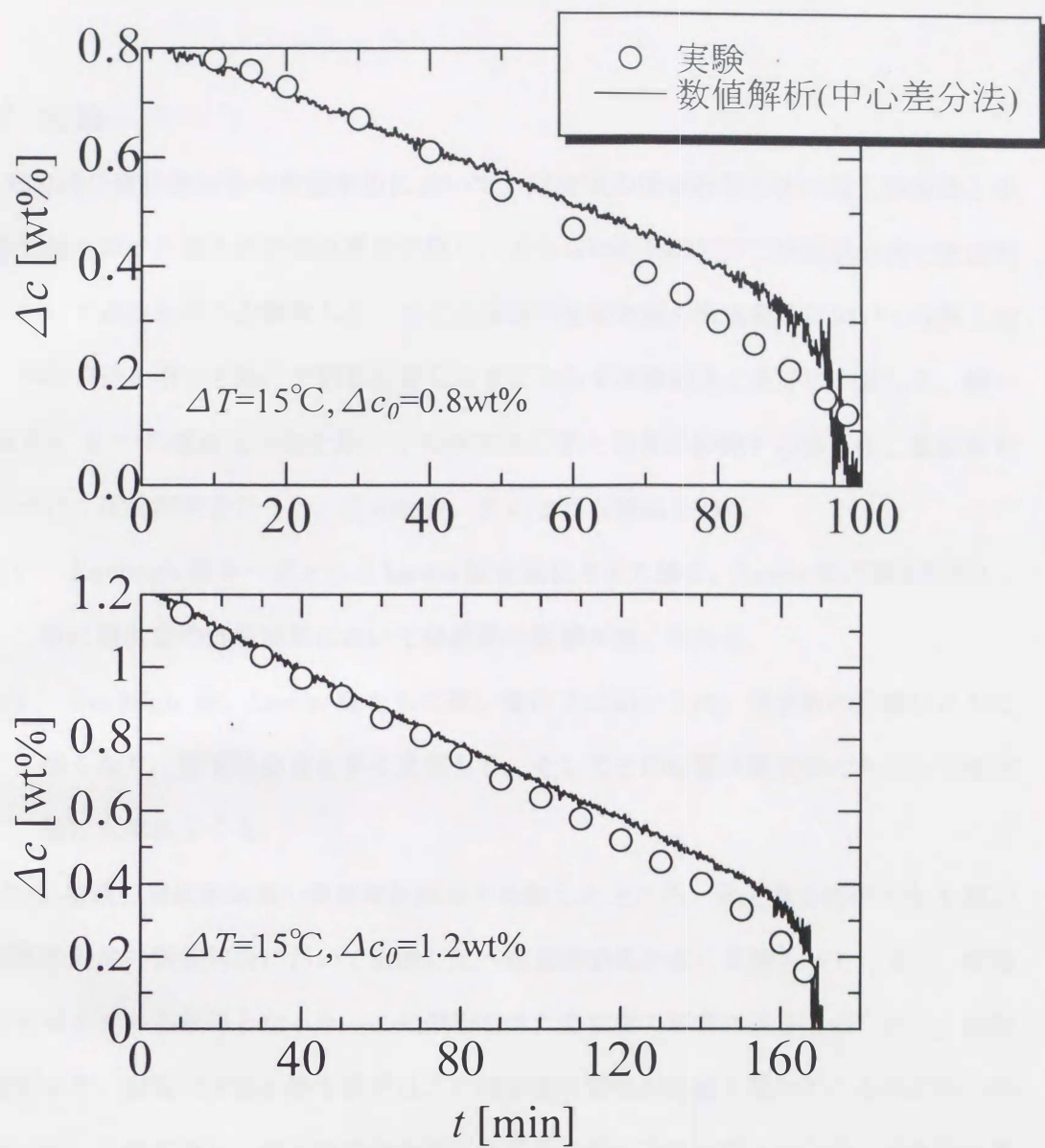


Fig.A-14 各条件における上下層間濃度差の時間変化 [2/2]



## A-7 結論

本章では二重拡散対流の数値解析において、対流項の差分近似手法に風上差分法と中心差分法を用いた場合の計算結果を比較し、どちらの差分近似が二重拡散対流の数値解析において適性を持つか調査した。まず水溶液の温度対流の数値解析においては風上差分、中心差分を用いた場合で計算結果は殆ど変わらず実験結果と良好に一致した。続いて同じく 2 つの離散化手法を用いて水平方向に熱と溶質が移動する場合の二重拡散対流について数値解析を行った。その結果、次のような結論を得た。

- (1) Rayleigh 数を一定として Lewis 数を変化させた場合、Lewis 数の増加に伴い、特に濃度場の計算結果において偽拡散の影響が強く現れる。
- (2) Rayleigh 数、Lewis 数ともに高い条件下においては、偽拡散の影響はさらに強くなり、溶質移動量を多く見積もる。そしてその影響は濃度場のみならず温度場にも現れてくる。

次に 2 層系二重拡散対流の数値解析結果を比較したところ、風上差分法による 2 層系二重拡散対流の数値解析において実験に比べ溶質移動量を多く見積もってしまい、現象進行速度を速める結果となった。この原因もまた偽拡散の影響によるものであり、拡散速度が小さい溶質の移動を伴う場合はこの偽拡散の影響が色濃く現れてくる事が明らかとなった。これに対し、中心差分法を用いた計算結果は実験結果と定性的、定量的に良好な一致を示した。

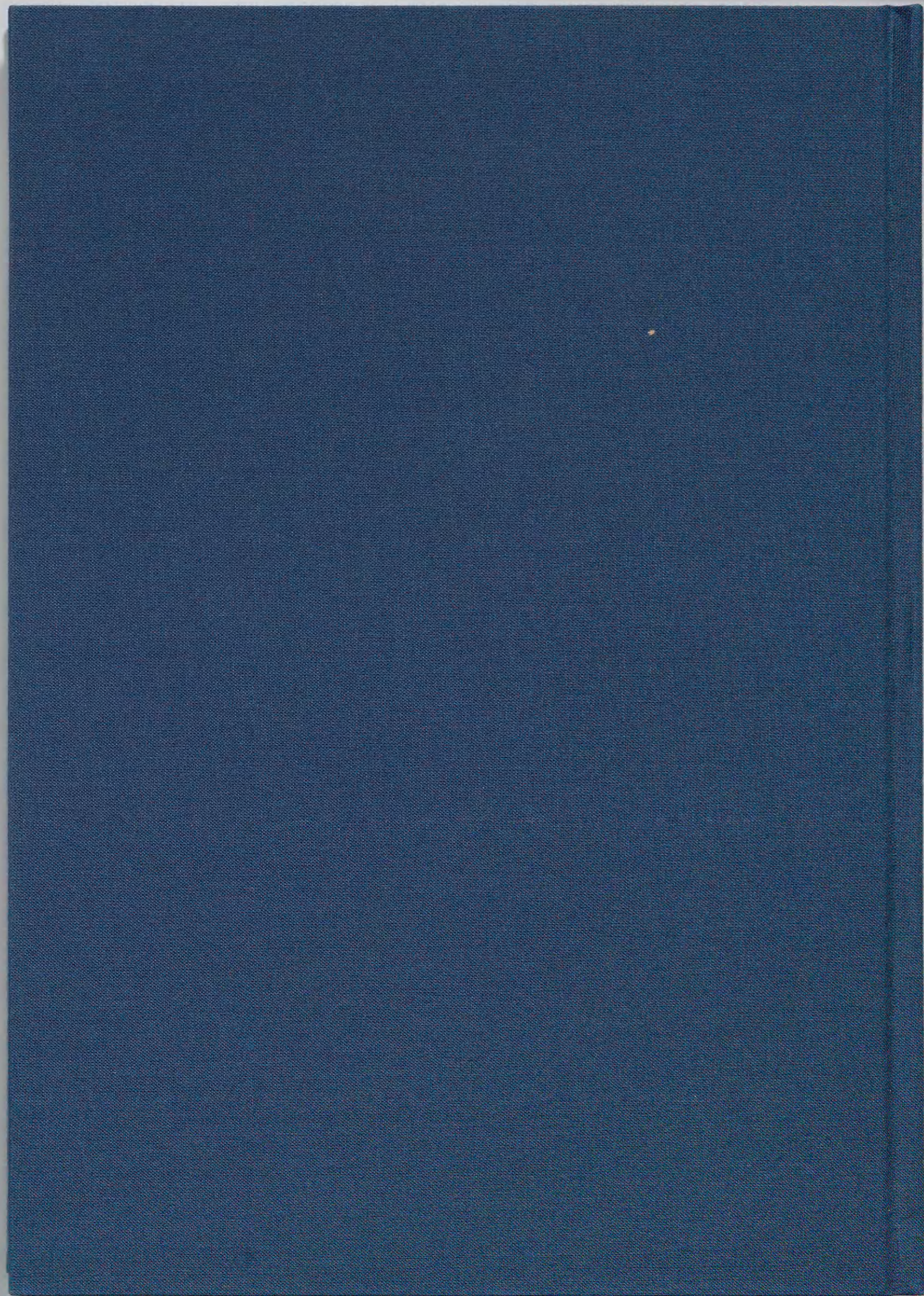
これらの結果から二重拡散対流の数値解析において、対流項の差分近似に風上差分法を用いる事は適切ではなく、中心差分法が適性をもつと判断された。

但し、これらの結論は偽拡散というものの存在を知った時点である程度容易に予想されて然るべきではあった。しかし特に二重拡散系において、これまで具体的に例をとって偽拡散の影響が論じられた事はなく、「どのような条件でどの程度」といった指標として考える上で、本計算結果は十分有用なものであると思われる。

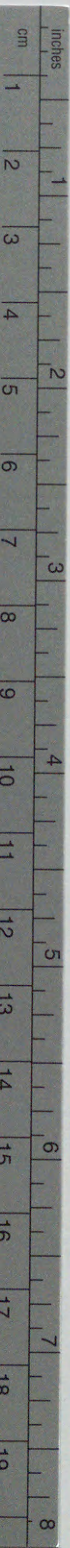
さらに本結論は数値解析において風上差分法の使用をすべて否定するものではなく、場合によっては偽拡散の影響を憂慮する必要があるという事を示唆するものである。事

実, 温度対流のみの条件においては風上差分法を用いても実験結果とよく一致しており, 二重拡散対流の数値解析においても Rayleigh 数, Lewis 数ともにそれほど高くない条件下では偽拡散の影響はそれほど問題とはならない場合もあるとも考えられる.





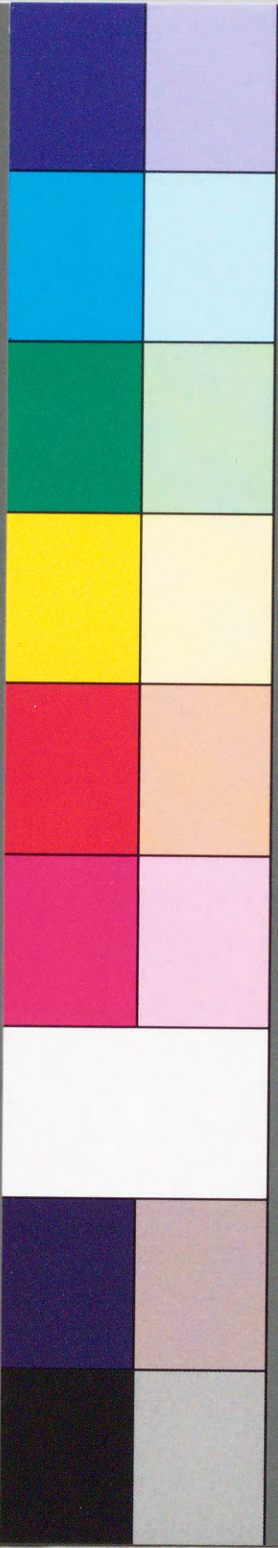




# Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



## Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

