

# 多気筒機関のバランスに関する研究 (1)

桐 昭弘, 服部 功, 伊藤 紀男

## Balancing of Multi-Cylinder Engine (1)

Akihiro KIRI, Isao HATTORI and Norio ITO

Many of internal combustion engines used now are a reciprocating motion engine by a piston crank mechanism. The speed of the piston changes periodically in such engine. Therefore, inertia force produces in the moving parts of engine and it causes various vibrations of engine. Then in this paper, we treat the reciprocating engine as a rotary machine which makes the crankshaft a center axis and analyze the balance problem of multi-cylinder engine in dynamics of machine and we inquire into the possibility of the balancing of engine. That is, this paper describes the effect when the balance shafts are used for multi-cylinder engine in detail.

**Key Words** : Reciprocating Engine, Inertia Force, Multi-Cylinder Engine, Exciting Moment, Balance Shaft, Balance Weight

## 1. 緒 言

現用の内燃機関の主流は、ピストン・クランク機構による往復運動機関である。この種の容積型熱機関の原理は、1862年ドイツ人N.A.Otto氏によって発見されたが、その後、今日に至るまで機構的な原理は変わっていない。往復運動機関であるためピストン速度は周期的に変化し、加速度が生じるため、運動部分の慣性によって機関全体が影響を受け、各種の振動の要因となっている。

本論文は、このような往復運動機関によって構成される直列多気筒機関のバランス問題を機械力学的に解析し、バランスングの可能性について追及する。解析の方法は、まず、単気筒機関のピストン、接続棒、クランク軸の運動について機構学的な厳密解を求め、従来の展開式との関係を示す。多気筒機関は、運動学的には単気筒機関群に位相差をつけてクランク軸まわりに直列、V型、星型などに配列したものであるが、ここでは直列配置の多気筒機関のバランスングについて考察する。

## 2. 基礎理論

### 2.1 単気筒機関の運動

単気筒機関の解析に関しては、すでに多くの書物<sup>(1)</sup>や文献<sup>(2)</sup>によって示されているが、ここでは本論文で使用する記号の説明も兼ねて簡単に述べる。

図1は、点Oを回転中心とするピストン・クランク機構のクランク軸直角断面図である。ピスト

ンピンの中心を  $O_p$  とし、その運動方向を X 軸、クランク軸を Z 軸とする右手系直交座標  $O-XYZ$  を定める。いま、 $O_c$  点をクランクピンの中心とすれば、 $\overline{O_c O_p}$  は接続棒を代表するので、その長さを  $l$ 、クランク半径  $\overline{O O_c}$  を  $r$  で表す。ピストンの変位を  $x$ 、 $\angle O_c O O_p$  を  $\theta$ 、 $\angle O_c O_p O$  を  $\delta$  とし、角度  $\theta$ 、 $\delta$  の符号は反時計回りを正とする。 $\delta$  は X 軸、すなわちシリンダ中心線に対する相対角度を表す。ここで、 $\lambda = r/l$  とし、クランクが正の方向に  $\omega$  なる一定角速度で回転するものと考え、ピストンの加速度  $\ddot{x}$  は、次のように表される。

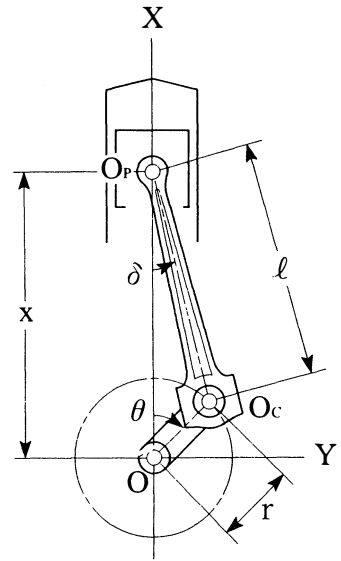


図1 ピストン・クランク機構

$$\ddot{x} = -r\omega^2 \left( \cos \theta + \frac{\lambda \cos 2\theta}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2 \theta}} + \frac{\lambda^3 \sin^2 2\theta}{4 (\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2 \theta})^3} \right) \dots\dots\dots (1)$$

これを従来の展開式で表すと、次のようになる。

$$\ddot{x} = -r\omega^2 \left( \cos \theta + \sum_{n=1}^{\infty} 4n^2 A_{2n} \cos 2n\theta \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{1}{4} \lambda + \frac{1}{16} \lambda^3 + \frac{15}{512} \lambda^5 + \dots\dots\dots \\ A_4 &= -\frac{1}{64} \lambda^3 - \frac{3}{256} \lambda^5 - \dots\dots\dots \\ A_6 &= \frac{1}{512} \lambda^5 + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$\lambda$  の値は普通  $1/3 \sim 1/5$  であるから、 $\lambda^3$  以上の項を省略すれば、式 (2) は、次のようになる。

$$\ddot{x} = -r\omega^2 (\cos \theta + \lambda \cos 2\theta) \dots\dots\dots (4)$$

2.2 接続棒、クランクの慣性質量と等価系

ピストンとピストンピンの質量の和を  $m_p$  とすれば、その慣性力  $F_p$  は次のようになる。

$$F_p = -m_p \ddot{x} \dots\dots\dots (5)$$

図2は、クランクの質量分布を示したものである。図2(a)は、クランクアームとクランクピンの質量  $m_{ca}$  と重心  $C_{ca}$  の位置を示している。クランクピンの質量を  $m_{cp}$ 、重心を  $G_{cp}$

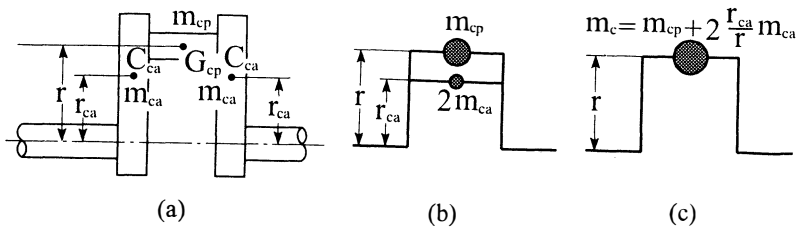


図2 クランクの質量分布

とする。重心  $C_{ca}$ ,  $G_{cp}$  のクランク軸中心からの距離をそれぞれ  $r_{ca}$ ,  $r$  とする。このとき、クランクには、質量的にはクランクピンの重心に、次式のような質量  $m_c$  の質点があると等価であると考えることができる。

$$m_c = m_{cp} + 2 m_{ca} \frac{r_{ca}}{r} \quad \dots\dots\dots (6)$$

このことを示したのが図2(c)である。クランクに働く遠心力は、図2(b)より、次のように求められる。

$$m_{cp} r \omega^2 + 2 m_{ca} r_{ca} \omega^2 = (m_{cp} + 2 m_{ca} \frac{r_{ca}}{r}) r \omega^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

よって、図2(c)の慣性力  $F_c$  は、次のように表すことができる。

$$F_c = \omega^2 r (m_{cp} + 2 m_{ca} \frac{r_{ca}}{r}) = \omega^2 r m_c \quad \dots\dots\dots (8)$$

図3は、接続棒の静力学的等価系を示したものである。図3(a)の  $m_r$ ,  $G$  はそれぞれ接続棒の質量及び重心で、 $O_p, G$  を  $l_p$ ,  $O_c, G$  を  $l_c$  と表す。接続棒の慣性力は、重心の  $x, y$  変位と重心まわり  $\delta$  回転から導かれるが、簡略法として図3(b)のように、質量  $m_r$  を静力学的に接続棒の両端(小端と大端の等価質量  $m_{rp}$  と  $m_{rc}$ ) に振り分けた等価系で  $x, y$  方向の慣性力を考える。

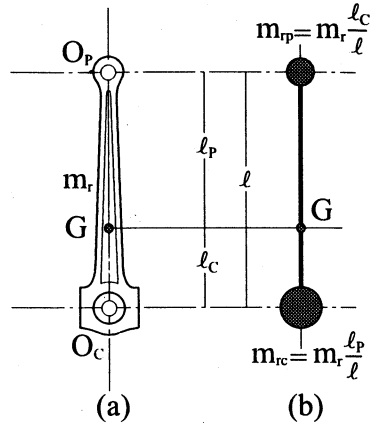


図3 接続棒の静力学的等価系

このとき、小端と大端の等価質量  $m_{rp}$  と  $m_{rc}$  はそれぞれ  $m_p$ ,  $m_c$  とともに動くから、接続棒の往復部質量を  $m_{rec}$ , 回転部質量を  $m_{rot}$  とすると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} m_{rec} &= m_p + m_{rp} \\ m_{rot} &= m_c + m_{rc} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ピストン・クランク機構の  $x, y$  方向慣性力,  $F_x, F_y$  は、次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= -m_{rec} \ddot{x} + m_{rot} \omega^2 r \cos \theta \\ F_y &= m_{rot} \omega^2 r \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

重心  $G$  を通り紙面に垂直な軸まわりの慣性モーメント  $I'_r$  は、次のようになる。

$$I'_r = m_{rp} l_p^2 + m_{rc} l_c^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $I_r$  を等価系によらない重心  $G$  に関する接続棒の慣性モーメントとし、 $k$  をその回転半径とすると、次式を得る。

$$I_r = m_r k^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

一般的には、 $I'_r$ と $I_r$ は、次のような関係にある。

$$I'_r > I_r \quad \dots\dots\dots (14)$$

したがって、修正慣性モーメントを $I''_r$ とすると、次式のように求められる。

$$I''_r = I_r - I'_r \quad \dots\dots\dots (15)$$

次に、接続棒をその小端を支点とする振り子として振らせ、その周期を測定する。回転角を $\phi$ とすると、運動方程式は、次のようになる。

$$\left( I_r + m_r \ell_p^2 \right) \frac{d^2 \phi}{dt^2} = -m_r g \ell_p \sin \phi \quad \dots\dots\dots (16)$$

振り子の回転角 $\phi$ を微小とすると、その周期 $\tau$ は、次のようになる。

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{k^2 + \ell_p^2}{\ell_p}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

よって、周期 $\tau$ を測定することにより、 $I''_r$ を計算することができる。

以上のことより、接続棒を等価力学系で置き換える場合、その運動により生ずる慣性力と慣性偶力は、次の3つよりなる。

- (I)  $m_{rp}$ の質量がピストンとともに往復運動をするために生ずる慣性力
- (II)  $m_{rc}$ の質量がクランクピンとともに回転運動するために生ずる慣性力、すなわち遠心力
- (III) 修正慣性モーメント $I''_r$ により生ずる慣性偶力 $-I''_r d^2 \phi / dt^2$

クランクはピストンに作用するガス圧力および慣性力に起因する回転モーメントを受けるが、それ以外に(III)によっても回転モーメントにある程度の影響を受ける。しかし、ガス圧力により生ずる回転モーメントに比べ、(III)によるものは著しく小さいため無視してよく、実用上は接続棒をピストンピンとともに往復運動させる質量 $m_{rp}$ とクランクピンとともに回転運動をする質量 $m_{rc}$ とで代表させることができる。

### 2.3 クランク軸トルク

実物の接続棒の重心Gおよび慣性モーメント $I_r$ は実験的に求めることができる。その結果として、等価系による慣性モーメント $I'_r$ との間には差が生じる。同時に、重心とピストンピン $O_p$ 、クランクピン $O_c$ との距離も等価系と実物とは異なってくる。

図4は、図1にピストンの往復運動によってX軸方向に発生する起振力 $F_{px}$ と、 $F_{px}$ の接続棒方向の成分 $F_{pt}$ を書き入れたものである。 $F_{px}$ 、 $F_{pt}$ は次のように求められる。

$$F_{px} = m_{rec} \ddot{x} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$F_{pt} = \frac{m_{rec}}{\cos \delta} \ddot{x} \quad \dots\dots\dots (19)$$

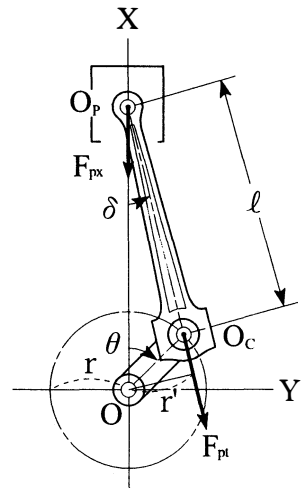


図4 ピストン・クランク慣性力

図4より往復部慣性力によるクランク軸トルクを  $T_r$  とすると、次のようになる。

$$T_r = -F_{pt} \cdot r' \\ = -rm_{rec} \ddot{x} \left( \sin \theta + \frac{\lambda \cos \theta \cdot \sin \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} \right) \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $F(\theta)$ 、 $G(\theta)$  を次のように表す。

$$F(\theta) = \cos \theta + \frac{\lambda \cos \theta}{\cos \theta} + \frac{\lambda^3 \sin^2 2\theta}{4 \cos^3 \delta} \\ = \cos \theta + \lambda \cos 2\theta + \dots\dots\dots (21)$$

$$G(\theta) = \sin \theta + \frac{\lambda \cos \theta \cdot \sin \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} \\ = \sin \theta + \frac{1}{2} \lambda \sin 2\theta + \dots\dots\dots (22)$$

このとき、式(20)は、次のように表すことができる。

$$T_r = m_{rec} r^2 \omega^2 F(\theta) G(\theta) \dots\dots\dots (23)$$

さらに、修正慣性モーメント  $I_r''$  が省略できない量であれば、これによって生じる修正軸トルクを  $T_r'$  とすれば、次のようになる。

$$T_r' = -I_r'' \ddot{\delta} \dots\dots\dots (24)$$

この修正軸トルク  $T_r'$  と、 $T_r'$  がクランク軸まわりに与える修正軸トルク  $T_m$  との関係は、図4より

$$\frac{T_r'}{\ell \cos \delta} = \frac{-T_m}{r \cos \theta} \dots\dots\dots (25)$$

となり、これより次式を得る。

$$T_m = -T_r' \frac{r \cos \theta}{\ell \cos \delta} \\ = I_r'' \omega^2 \lambda^2 (1 - \lambda^2) \frac{\sin \theta \cos \theta}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^2} \dots\dots\dots (26)$$

式(26)の変動部分を  $J(\theta)$  とおくと、次式のように表される。

$$T_m = I_r'' \omega^2 \lambda^2 (1 - \lambda^2) J(\theta) \dots\dots\dots (27)$$

よって、クランク軸トルクを  $T_{rm}$  とすると

$$T_{rm} = T_r + T_m \dots\dots\dots (28)$$

となる。

2.4 接続棒の等価系の運動による計算

図5は、図1、4と同様の図であるが、接続棒の等価系の運動を説明するためのものである。実物の接続棒を使った実験と等価質量  $m_{rp}$ 、 $m_{rc}$  による等価系では、図5のように  $l$  は  $l'$  となり、 $O_p O_c$  は  $O_p Q$  となる。したがって等価系の質量配分の中心は点  $O_p$  と点  $Q$  となり、点  $Q$  の座標  $(x_q, y_q)$  をとすると、次式が得られる。

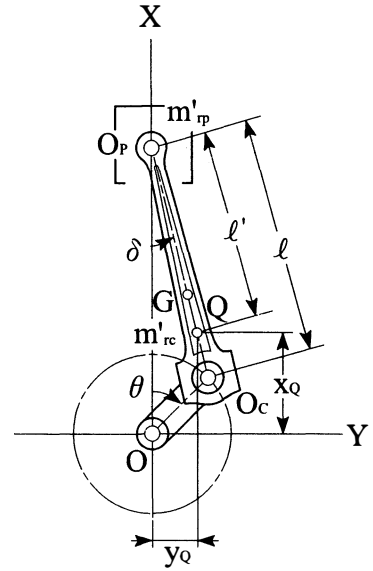


図5 接続棒の等価系の運動

$$\left. \begin{aligned} x_q &= r \cos \theta + (l - l') \cos \delta \\ y_q &= (l' / l) r \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

上式より、次式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{x}_q &= -\left(\frac{l'}{l}\right)r\omega^2 \cos \theta - \left(\frac{l-l'}{l}\right)r\omega^2 \\ &\times \left\{ \cos \theta + \frac{\lambda \cos 2\theta}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2 \theta}} + \frac{\lambda^3}{4} \frac{\sin^2 \theta}{(\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2 \theta})^3} \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots (30)$$

$$\ddot{y}_q = -\left(\frac{l'}{l}\right)r\omega^2 \sin \theta \dots\dots\dots (31)$$

さらにこのとき、厳密な等価質量を  $m'_{rp}$ 、 $m'_{rc}$  とすると、それらは次のように決定できる。

$$m'_{rc} = m_r \frac{l_p}{l'} = m_{rc} \frac{l}{l'} \dots\dots\dots (32)$$

$$m'_{rp} = m_r \frac{l' - l_p}{l'} \dots\dots\dots (33)$$

よって、質量分布が変化することによる往復運動慣性力への影響は、往復運動に対する換算質量が

$$m'_{rp} + m_{rc} \frac{l - l'}{l'} = m_{rp} \dots\dots\dots (34)$$

となり、 $m_{rc} = m_p + m_{rp}$  として慣性力が作用するため、式(10)に変更はないことになる。また、慣性力を  $F_{x_q}$ 、 $F_{y_q}$  とすると

$$F_{x_q} = m_{rc} r \omega^2 \cos \theta + m_{rc} r \left(\frac{l-l'}{l'}\right) \omega^2 F(\theta) \dots\dots\dots (35)$$

$$F_{y_q} = m_{rc} r \omega^2 \sin \theta \dots\dots\dots (36)$$

となる。このとき  $F_{x_q}$  の第1項と  $F_{y_q}$  は、カウンタウイトによって消去可能であるが、 $\ddot{x}_q$  は点  $Q$  に作用するため  $F_{x_q}$  の第2項がモーメントとして作用する。

### 2.5 往復部慣性力とピッチングモーメントおよびヨーイングモーメント

直列多気筒機関に生じる慣性力について考える。多気筒機関を構成する単気筒機関に生じる X 軸、Y 軸方向の慣性力は式 (1) と式 (11) より、次のように得られる。

$$F_x(\theta) = m_{rec} r \omega^2 \left\{ \left( 1 + \frac{m_{rot}}{m_{rec}} \right) \cos \theta + \frac{\lambda \cos^2 \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} + \frac{\lambda^3 \sin^2 2\theta}{4\sqrt{(1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^3}} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

$$F_y(\theta) = m_{rec} r \omega^2 \left( \frac{m_{rot}}{m_{rec}} \right) \sin \theta \dots\dots\dots (38)$$

各気筒のクランクアームを Z 軸まわりに等間隔に配置すれば、回転質量による慣性力の総和  $\Sigma F_x(\theta)$ 、 $\Sigma F_y(\theta)$  は、次のように表せる。

$$\begin{aligned} \Sigma F_x(\theta) &= m_{rot} r \omega^2 \sum_{i=0}^{n-1} \cos \left( \theta + i \frac{2\pi}{n} \right) \\ &= m_{rot} r \omega^2 \sin \left( \theta + \frac{(n-1)\pi}{n} \right) \sin \pi / \sin \frac{\pi}{n} \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y(\theta) &= m_{rot} r \omega^2 \sum_{i=0}^{n-1} \sin \left( \theta + i \frac{2\pi}{n} \right) \\ &= m_{rot} r \omega^2 \cos \left( \theta + \frac{(n-1)\pi}{n} \right) \sin \pi / \sin \frac{\pi}{n} \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

ここで、図6は、直列多気筒機関のクランク軸の構成を示したものである。クランク軸の中央部に原点 O をとり、クランク軸方向に Z 軸、ピストンの運動方向に X 軸、それらと垂直に Y 軸をとったものである。図6(a)が偶数気筒の場合、図6(b)が奇数気筒の場合である。隣接する気筒間隔は h とする。偶数気筒の場合は、クランクのインデックスを  $2\pi/(N/2)$  とすれば、原点に対して左右対称に配列できる。このような場合は、ピッチングモーメント  $M_y$  およびヨーイングモーメント  $M_x$  は共に零にすることができる。一方、奇数配列の場合は、偶数の場合とは異なり  $M_y$ 、 $M_x$  を零にすることはできず、アンバランスが生ずることになる。 $M_x$ 、 $M_y$  の合成モーメントを  $M_s$  とすると、次式となる。

$$M_s = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

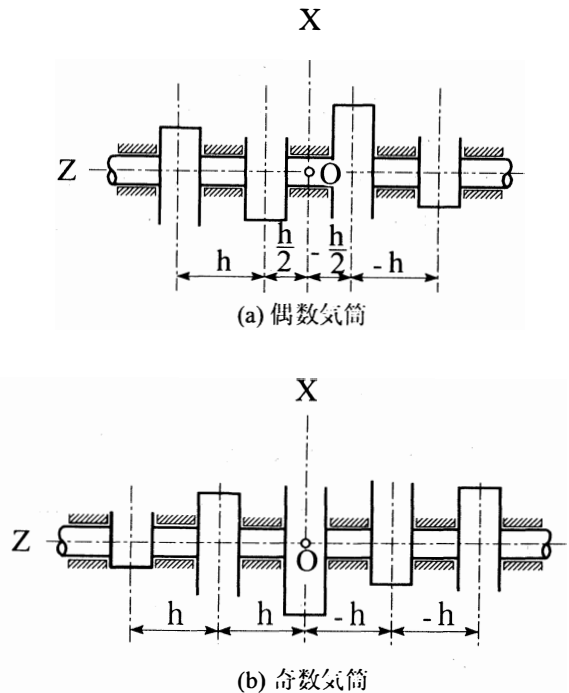


図6 直列多気筒機関のクランク構成

等価系の質量を  $m_s$  とし、Z 軸上の  $\pm z_s$  の位置に半径  $r_s$  で、位相差  $180^\circ$  を持つバランスを構成させれば、 $M_s$  は次のように得られる。

$$M_s = 2 m_s z_s r_s \omega^2$$

$m_s$ ,  $z_s$ ,  $r_s$  を適当に与えれば、一次のピッチングおよびヨーイングモーメントの内  $m_{rot}$  による成分は完全に消滅できる。 $m_{rec}$  によって生じるヨーイングモーメントはない。

### 3. バランスの構成

往復部質量  $m_{rec}$  と回転部質量  $m_{rot}$  によって生じる慣性力(起振力)ならびに慣性力モーメント(起振モーメント)は、その一次および二次に関してはバランスによって消滅または減少させることが構造的に可能である。以下にそれらのことについて述べる。

#### 3.1 X 軸方向の慣性力バランス

X 軸方向の慣性力の変動は、直ちに機関全体の上下振動の原因になるため、可能な限り縮小しておく必要がある。多気筒機関の慣性力の総和を  $F_x(\theta)$  とすると、これはフーリエの無限級数に展開できる。したがって、各次数  $n\theta$  の項の係数に相当する等価系を構成させれば、それらは完全に消滅させることができる。すなわち、バランスの二つの回転軸を Z 軸に対して平行に、ZX 平面に対して対称になるように取り付ける。

図 7 は、X 軸方向の慣性力のバランス機構を示したものである。それぞれのバランス軸には、等価質量が重心  $G_1, G_2$  に集中するように固定する。バランスは対称軸心  $O_{b1}, O_{b2}$  まわりに逆回転する構造にし、 $n$  次の場合には、クランク・シャフトの  $n$  倍の回転速度で回転させる。一方のバランスの回転角を  $\psi$  とし、軸  $O_{b1}, O_{b2}$  に生じる慣性力を  $F_{b1}, F_{b2}$  とすれば、それらの X, Y 軸成分を  $F_{b1x}, F_{b1y}, F_{b2x}, F_{b2y}$  によって表す。図 7 のように、ZX 平面に対して対称に  $G_1, G_2$  を設置すれば、 $\overline{O_{b1}G_1}, \overline{O_{b2}G_2}$  を  $r_c$ 、アンバランス質量を  $m_{b1}, m_{b2}$  とし、 $\psi = n\theta$  とすれば、機関が等しい角速度で回転する場合は、次式が得られる。

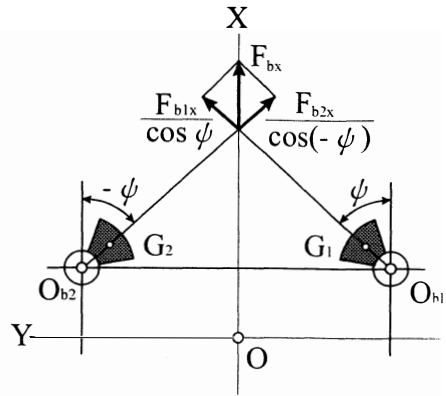


図 7 上下振動のバランスの機構

$$F_{b1x} = r_c (n\omega)^2 m_{b1} \cos(n\theta) \dots\dots\dots (41)$$

$$F_{b1y} = r_c (n\omega)^2 m_{b1} \sin(n\theta) \dots\dots\dots (42)$$

軸  $O_{b2}$  を逆転機構とすれば、次のようになる。

$$F_{b2x} = r_c (n\omega)^2 m_{b2} \cos(-n\theta) \dots\dots\dots (43)$$

$$F_{b2y} = r_c (n\omega)^2 m_{b2} \sin(-n\theta) \dots\dots\dots (44)$$

$m_{b1} = m_{b2} = m_b$  になるようなバランスを取り付ければ、次式となる。

$$\begin{aligned} F_{bx} &= F_{b1x} + F_{b2x} \\ &= 2 r_c (n\omega)^2 m_b \cos(n\theta) \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$



$$F_{b_y} = F_{b_{1y}} + F_{b_{2y}} = 0 \quad \dots\dots\dots (46)$$

式 (41) は X 軸方向だけに生じる慣性力である。よって、 $n$  次の慣性を消滅させるためには、往復部慣性力の  $n$  次の項と式 (45) の和が零になるようにすればよい。

### 3. 2 Y軸方向の慣性力バランス

Y 軸方向の慣性力による慣性トルクについては、ガス圧による大きなトルクが加算される。しかし、慣性力によるトルクは小さいことが望ましい。したがって、これをバランスを利用して消滅あるいは減少させるためには、3. 1 節のバランス回転軸の X 軸方向の位置を上下にずらす方法がある。

図 8 に示すように、図 7 における  $O_{b2}$  と  $O_{b1}$  両軸の高さを X 軸方向に  $x_1$  だけずらす。  $x_1$  の相対位置により、偶力  $T_b$  が発生する。これは  $F_{b_{1y}}$  によって生じるもので、次のようになる。

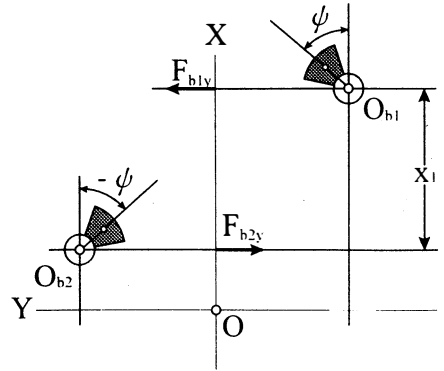


図 8 慣性トルクバランス機構

$$\begin{aligned} T_b &= F_{b_{1y}} \cdot x_1 \\ &= r_c (n\omega)^2 m_b \sin(n\theta) \cdot x_1 \quad \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

すなわち、 $x_1$  が正の場合は  $T_b$  は右回りのトルクである。慣性トルクに対して逆向きになるように  $x_1$ ,  $r_c$ ,  $m_b$  を決定すれば、その分だけ各次数の周期変動は減ずる。

### 3. 3 ピッチングモーメントに関するバランス

図 9 は、多気筒機関のピッチングモーメントに関するバランス機構を、クランク軸の中央部を原点  $O$  として、直交座標系  $O$ - $XYZ$  で示したものである。ピッチングモーメント・バランス機構は、Y 軸まわりに慣性トルクの変動が生じるように X 軸方向の慣性力を Z 軸に沿った他の位置で逆向きに付加すればよい。このため、ZY 平面上で Z 軸から等距離で平行となる 2 軸を考える。Z 軸より  $\pm y_1$  の距離にあるバランスの回転軸を  $Z_1$ ,  $Z_2$  とする。  $Z_1$  軸を負回転、  $Z_2$  軸を正回転とする。すなわち、位相差は  $-\psi$  に対して  $Z_2$  軸  $\psi$  となる。また、  $Z_1$ ,  $Z_2$  軸上の原点から  $\pm z_d$  の位置にあり、Z 軸垂直断面上で、両軸はそれぞれ  $180^\circ$  位相をずらした二組のバランスを設置する。

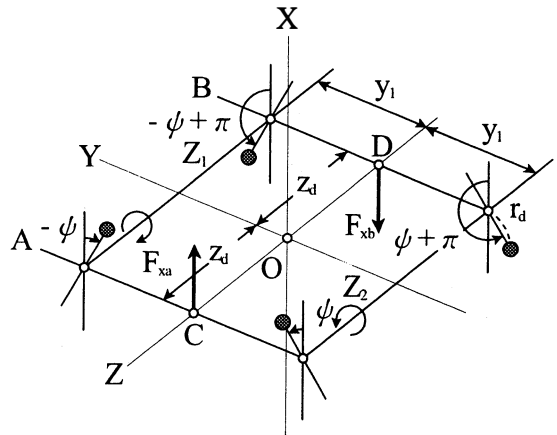


図 9 ピッチングモーメントバランス機構

図 9 で、XY 平面に平行で原点から Z 軸方向に  $\pm z_d$  離れた平面をそれぞれ A 平面、B 平面とする。A 平面上の、  $Z_1$  軸に  $r_a$ 、  $-\psi$  の位置で質量  $m_a$  を付加させれば、  $Z_2$  軸では  $r_a$ 、  $\psi$  の位置となり、次式を得る。

$$F_{x_a} = 2 m_a r_a \omega^2 \cos \psi \quad \dots\dots\dots (48)$$

B 平面上では、次のようになる。

$$F_{x_b} = -2 m_a r_a \omega^2 \cos \phi \quad \dots\dots\dots (49)$$

したがって、原点から  $z_a$  の位置に作用する Y 軸まわりの偶力を  $M_y(\theta)$  とし、 $\phi = n\theta$  で表せば、次式を得る。

$$M_y(n\theta) = -4 m_a z_a r_a (n\omega)^2 \cos(n\theta) \quad \dots\dots\dots (50)$$

すなわち、Z 軸上の点 C を基準として考えれば、点 D において等価系の位相が  $180^\circ$  遅れるように取り付ければよい。往復部慣性モーメントの変動および位相がわかれば、バルンサも各次数に応じてそれらを消滅させるように構成することができる。しかし、機構学的には、一次および二次が主として考えられるが、三次以上は複雑化し、現状の技術水準では、実用化は無理と考えられる。

### 3. 4 ヨーイングモーメントに関する バルンサ

図10に、多気筒機関のヨーイングモーメントのバルンサ機構をクランク軸の中央部を原点 O とし、直交座標系 O-XYZ で示す。ヨーイングモーメント・バルンサ機構は X 軸まわりの慣性トルク変動を生じるように Y 軸方向の慣性力を Z 軸に沿った他の位置で逆向きにすればよい。このため、ZX 平面上では Z 軸から等距離で平行にある 2 軸を考える。Z 軸より  $\pm x_1$  の距離にあるバルンサの回転軸を  $Z_3, Z_4$  とする。 $Z_3$  軸を負回転、 $Z_4$  軸を正回転とする。すなわち、位相差は  $\phi$  に対して  $Z_4$  軸は  $-\psi + 180^\circ$  となる。また、 $Z_3, Z_4$  軸上で原点から  $\pm z_e$  の位置で、Z 軸垂直断面上で、両軸はそれぞれ  $180^\circ$  位相をずらした二組のバルンサを設置する。

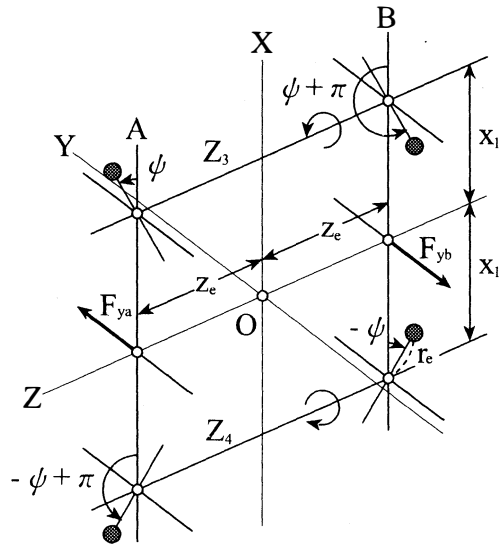


図10 ヨーイングモーメントバルンサ機構

図10で、XY 平面に平行で原点から Z 軸方向に  $\pm z_e$  離れた平面をそれぞれ A 平面、B 平面とする。A 平面上の、 $Z_3$  軸に  $r_e, \phi$  の位置で質量  $m_e$  を付加させれば、 $Z_4$  軸では  $r_e, -\phi + 180^\circ$  の位置となり、次式を得る。

$$F_{y_a} = 2 m_e r_e \omega^2 \sin \phi \quad \dots\dots\dots (51)$$

B 平面上では、次のようになる。

$$F_{y_b} = -2 m_e r_e \omega^2 \sin \phi \quad \dots\dots\dots (52)$$

したがって、原点から  $z_e$  の位置に作用する X 軸まわりの偶力を  $M_x(\theta)$  とし、 $\phi = n\theta$  で表せば、次式を得る。

$$M_x(n\theta) = -4 m_e z_e r_e (n\omega)^2 \sin(n\theta) \quad \dots\dots\dots (53)$$

### 3. 5 ふれまわりの釣り合い

ピッチングモーメントとヨーイングモーメントが同時に、しかも同位相で存在する場合は、一次の

問題については、クランク軸まわりのふれまわりバランスを考えればよい。

図11は、ふれまわりバランスの構成を示したものである。 $r_f$ 、 $\psi$ の位置に $m_f$ なる質量を置く。A、B 両平面は、原点Oに対して対称の位置にあり、その距離を $z_f$ とすれば、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} F_{zfa} &= m_f r_f \omega^2 \cos \psi \\ F_{zfb} &= -m_f r_f \omega^2 \cos \psi \\ F_{yfa} &= m_f r_f \omega^2 \sin \psi \\ F_{yfb} &= -m_f r_f \omega^2 \sin \psi \end{aligned} \right\} \dots\dots (54)$$

したがって、モーメントに関しては次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_{yf} &= -2 m_f r_f z_f \omega^2 \cos \psi \\ M_{xf} &= -2 m_f r_f z_f \omega^2 \sin \psi \end{aligned} \right\} \dots\dots (55)$$

これらを書き換えると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{yf} &= -2 m_f r_f z_f \omega^2 \left( \frac{m_f}{m_{rec}} r_f z_f \right) \cos \theta \\ M_{xf} &= -2 m_f r_f z_f \omega^2 \left( \frac{m_f}{m_{rec}} r_f z_f \right) \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

一次のピッチングおよびヨーイングモーメントの不釣り合いは、上述の方法によって一部を削減し、残りがあればさらに検討すべきである。

#### 4. 結 論

往復動多気筒機関の動力学は、クランク軸の角速度を一定とする等価系方式で発展してきた。しかし、コンピュータの発達してきた現在では、振動に関する式を無限級数に展開する必要はなくなり、原形の式のままで慣性力や慣性トルク、そしてピッチングおよびヨーイングモーメントを検討できるようになった。そこで、本論文では、往復多気筒機関のバランスに関する研究を進めるに当たって、まずその基礎理論として、振動に関する式を明らかにし、各方向に働く慣性力および慣性モーメントを消滅させるためのバランス機構について解析して、その具体的な方法を示した。

なお、これらの解析結果に基づいて具体的な気筒数の機関について検討を加え、バランスの有効性とその特徴および欠点などについて、さらに考察を進める予定である。

最後に、本研究を進めるにあたり、いろいろとご指導を賜った元富山大学教授高橋幸一先生に深く感謝の意を表します。

#### 文 献

- (1) 例えば、栗野、改訂版内燃機関工学、山海堂 (1992)、439.
- (2) 例えば、桐・横田・伊藤、富山大学工学部紀要、47 (1996)、59.

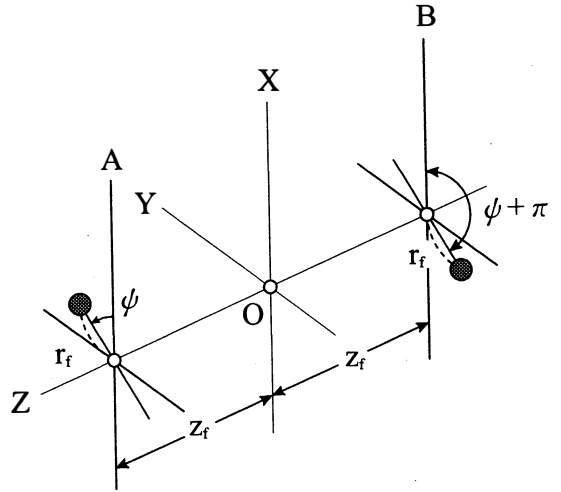


図11 ふれまわりバランス機構