2 状態量帰還型制御静圧気体軸受の軸変動特性

大住 剛,池内 健**,高瀬 博文 小原 治樹,荒井 是行

The Shaft Displasement Characteristics of an Externally Pressurized Air Bearing Controlled by the Feedback Loops of Two State Variables

Tsuyoshi Ohsumi, Ken Ikeuchi^{**}, Hirofumi Takase, Haruki Obara, Yoshiyuki Arai

The shaft displacement characteristics of an externally pressurized bearing were improved by using a feedback loop of shaft displacement, change of load and change of pocket pressure. The method with the feedback loop of change of load achieved the best characteristics of the bearing in the three methods. In this paper, the method to improve the characteristics of the bearing using two feedback loops at the same time is mentioned. The max value of the shaft displacement and the stable region is compared by the calculation. As a result, the presented method is better than the one using one feedback loop. But the characteristics not improved by only one loop can not also be improved even by the use of the two loops.

Keywords: Externally pressurized air bearing, State variable, Feedback loop, Displacement of shaft

1. まえがき

フィードバック量として変位,荷重,圧力の変動を使った荷重変動補償型制御静圧気体軸受の軸変 動特性については既に報告してきた¹⁾²⁾。本研究ではさらに効果的に軸特性を改善するために,上述 の3つの状態量のうち2つの状態量を同時にフィードバックした軸特性を1状態量フィードバックの 場合の軸特性と比較し,2状態量フィードバックの場合の軸特性改善が有効であることを計算によっ て示すことにする。

^{*} 機械学会北陸信越支部講演会(1996年3月)にて内容の一部発表

^{**} 京都大学生体医療工学研究センター

2. 理論解析

2-1 軸変動

軸受の概略図を図1に示す。加圧空気は可変絞りすきま(h_p)を通って軸受供給孔からポケット 内に流れ込む。さらに空気は軸受ランド部分のすきま(h)を半径方向に流れて、周囲に放出される。 軸は軸荷重(W₀)のもとに(H₀)浮き上がった状態にある。この状態からの微少変化量を考えた軸 の線形化運動方程式は次式となる。

$$\mathbf{md}^{2}\Delta\mathbf{h}/\mathbf{dt}^{2} + \gamma \,\mathbf{d}\Delta\mathbf{h}/\mathbf{dt} - \mathbf{a}_{e} \,\left(\Delta\mathbf{p}_{r} - \Delta\mathbf{p}_{a}\right) = -\Delta\mathbf{w} \tag{1}$$

一方,流量連続の式によれば可変絞りを通過してポケット内へ流入する質量流量m₁と軸受すきま 部から軸受外に流出する質量流量m₂の差が,軸受面に含まれる気体の質量m_bの時間的変化に等し くなる。この関係において,微少変化を考えると次式が得られる。

$$d\mathbf{m}_{\mathbf{b}} / d\mathbf{t} = \Delta \mathbf{m}_{1} - \Delta \mathbf{m}_{2} \tag{2}$$

$$\Delta m_{1} = -\alpha \Delta p_{r} + \sigma \Delta h_{p}$$

$$\Delta m_{2} = \beta \Delta p_{r} + \theta \Delta h$$

$$dm_{b} / dt = q d \Delta p_{r} / dt + u d \Delta h / dt$$
(3)
(4)
(5)

$$\alpha = - \left[\partial \mathbf{m}_{1} / \partial \mathbf{p}_{r} \right]_{0} = 2 \pi \mathbf{h}_{p0}^{3} \mathbf{p}_{r} \sqrt{12 \mu} \mathbf{R} \mathbf{T}_{a} \mathbf{g} \mathbf{l} \mathbf{n} (\mathbf{r}_{p} / \mathbf{r}_{s})$$

$$\sigma = \left[\partial \mathbf{m}_{1} / \partial \mathbf{h}_{p} \right]_{0} = 3 \pi \mathbf{h}_{p0}^{2} (\mathbf{p}_{s}^{2} - \mathbf{p}_{r0}^{2}) / 12 \mu \mathbf{R} \mathbf{T}_{a} \mathbf{g} \mathbf{l} \mathbf{n} (\mathbf{r}_{p} / \mathbf{r}_{s})$$

$$\beta = \left[\partial \mathbf{m}_{2} / \partial \mathbf{p}_{r} \right]_{0} = 2 \pi \mathbf{h}_{0}^{3} \mathbf{p}_{r0} / 12 \mu \mathbf{R} \mathbf{T}_{a} \mathbf{g} \mathbf{l} \mathbf{n} (\mathbf{r}_{a} / \mathbf{r}_{r})$$

$$\theta = \left[\partial \mathbf{m}_{2} / \partial \mathbf{h} \right]_{0} = 3 \pi \mathbf{h}_{0}^{2} (\mathbf{p}_{r0}^{2} - \mathbf{p}_{a}^{2}) / 12 \mu \mathbf{R} \mathbf{T}_{a} \mathbf{g} \mathbf{l} \mathbf{n} (\mathbf{r}_{a} / \mathbf{r}_{r})$$

$$\theta = \left[\partial \mathbf{m}_{2} / \partial \mathbf{h} \right]_{0} = 3 \pi \mathbf{h}_{0}^{2} (\mathbf{p}_{r0}^{2} - \mathbf{p}_{a}^{2}) / 12 \mu \mathbf{R} \mathbf{T}_{a} \mathbf{g} \mathbf{l} \mathbf{n} (\mathbf{r}_{a} / \mathbf{r}_{r})$$

$$q = \left[\partial \mathbf{m}_{b} / \partial \mathbf{p}_{r} \right]_{0} = \mathbf{h}_{0} \mathbf{A}_{e} + \pi (\lambda \mathbf{r}_{r}^{2} + \mathbf{l}_{a} \mathbf{r}_{a}^{2}) / \mathbf{R} \mathbf{T}_{a} \mathbf{g}$$

$$u = \left[\partial \mathbf{m}_{b} / \partial \mathbf{h} \right]_{0} = \mathbf{A}_{e} (\mathbf{p}_{r0} - \mathbf{p}_{a}) + \pi \mathbf{r}_{a}^{2} \mathbf{p}_{a} / \mathbf{R} \mathbf{T}_{a} \mathbf{g}$$

$$(11)$$

と1次近似する。

- - -



2つの基礎方程式を無次元化し、初期値をすべて0としてラプラス変換し、ブロック線図の形に整理すると図2となる。この図は($-\Delta W$)と(ΔH_{P})を入力とし、軸変動(ΔH)を出力としたブロック線図とみなせる。このブロック線図によれば、軸変動(ΔH)、荷重変動($-\Delta W$)、ポケット圧変動(ΔP_{r})が軸受の状態量として測定が可能である。これらの状態量を円板弁変位に帰還することで円板弁制御方法の種類を示すことができる。すなわちこの円板弁を制御すれば、流量を制御でき軸受特性の改善が行えることになる。この方法を以下に示す。

状態量の軸変動を帰還して円板弁を制御する方法(G_h)を軸変動検出型改善法と名付け,状態量 の荷重変動を帰還して円板弁を制御する方法(G_w)を,荷重変動検出型改善法、状態量のポケット 圧変動を帰還して円板弁を制御する方法(G_p)をポケット圧変動検出型改善法と名付けて図3にそ のブロック線図を示す。これらの3方法については既に報告した通りである。本研究では,これら3 種類の方法を組み合わせた場合,フィードバックループの演算要素として比例要素 K p,微分要素 K dを使用するならば, ($-\Delta$ W)を入力, (Δ H)を出力とした伝達関数は式(12)となる。

 $G(S) = \Delta H / -\Delta W = A_1 S + A_2 / (B_1 S^3 + B_2 S^2 + B_3 S + B_4)$ (12)

本研究の目的に従って上述の中の2つの方法を組み合わせてフィードバックしたときの伝達関数は 3つの方法の残りの1つの状態量の比例要素および微分要素を0とすることによって得られる。例え ば、軸変動 $\{Kp(h), Kd(h)\}$ と荷重変動 $\{Kp(w), Kd(w)\}$ を同時にフィードバックすると きには、残りのポケット圧変動の演算要素係数 $\{Kp(p), Kd(p)\}$ を(0,0)とする。

この伝達関数は、分子には荷重変動の係数とポケット圧変動の係数が関係し、軸変動の係数には無 関係であり、分母は軸変動とポケット圧変動の係数が関係しているが、荷重変動の係数には無関係で あることがわかる。従って荷重変動と圧力変動の比例要素および微分要素の係数を選ぶことによって 分子の値を小さくすることができG(S)を限りなく0に近づけることができるので軸変動特性を改 善することができる。

また分母の値を大きくすることによってもG(S)を小さくすることができるので軸変動とポケット圧変動の比例要素, 微分要素の係数を大きくすることによって分母を大きくし軸変動特性を改善で きる。しかし, 分母の圧力変動法の係数は大きくすると減算のため逆に分母が小さくなりG(S)を 大きくする原因となる。

原理的には3状態量を組み合わせることによって軸特性の改善は可能であるが、3方法を規則的に 組み合わせ変化させることは、場合の数が増加し複雑で混乱をまねくので2方法を組み合わせる方法 について本研究で取り扱う。

2-2 円板弁変動

荷重変動を補償するために円板弁を駆動して流量を調節することは前述した通りである。それ故に 円板弁の変動はすき間の間でのみ変動可能でありこれが制御限界を与えることになる。従って円板弁 の変動量を計算する必要がある。そこで、3種類の状態量を同時にフィードバックしたときの円板弁 変動伝達関数Gp(S)は入力を荷重変動、出力を円板弁変動として、次式で与えられる。

$$G_{P}(S) = C_{1}S^{5} + C_{2}S^{4} + C_{3}S^{3} + C_{4}S^{2} + C_{5}S + C_{6}/(B_{1}S^{4} + B_{2}S^{3} + B_{3}S^{2} + B_{4}S + B_{5})$$
(13)

式(12),(13)の各係数を表1に示す。

2-3 軸変動安定範囲

3種類の改善法を利用した場合,演算要素のために軸変動は必ずしも安定とはならない。そこで軸

変動の安定を判別するために軸変動 伝達関数G(S)にフルビッツの安 定判別法を適用する。これによって 改善法は使用される演算要素に制限 が与えられることになる。

2-4 比較検討方法³⁾

各改善法において,演算要素とし て比例,微分演算要素を使うことは 前節で述べた所である。この場合、

表1 伝達関数の係数

Αı	$Q - \Sigma \{A_{**}Kd(w) + Kd(p)\}$	C.	MQKd (w)
Α,	$A + B - \Sigma \{A_{\bullet\bullet}Kp(w)\}$	с.	Kd (w) {ΓQ+M (A+B) }
	+ K p (p) }		+ MQKp (w)
Ва	$MQ - \Sigma M$	C .	QKd (h) + UKd (p)
В 2	$M (A + B) - \Sigma M K p (p)$		$+ K p (w) \{ \Gamma Q + (A + B) \}$
	+ Γ Q - Σ Γ K d (p)		+ K d (w) { Γ (A + B) + U A.
в.	Γ (A + B) – Σ Γ K p (p) + AU	C.	$QKp(h) + UKp(p) + {\Gamma(A)}$
	+ A ΣKd (h)		+B) + UA $Kp(w) + \Theta A$
B 4	$A \dots \Sigma K p (h) + A \dots \Theta$		Kd (w) +θKd (p) + (A
			+ B) Kd (h)
		C.	$(A+B) K p (h) + \Theta K p (p)$
1			

KpとKdの組み合わせによって改善の最善の方法を検討できる。すなわちKpとKdの組み合わせによって得られる軸変動値を求め、(Kp,Kd)線図上にパラメータとして軸変動値を記入すれば、 その図から与えられた(Kp,Kd)によって得られる | $\Delta H / - \Delta W$ | (実線)が求まる。同時に 第2-2節の円板弁の制限を与える(Kp,Kd)の範囲(点線),第2-3節の安定範囲を与える (Kp,Kd)の範囲(1点鎖線)を記入すれば、| $\Delta H / - \Delta W$ | 値を得るための(Kp,Kd)と それが有効に使用できる範囲であるか否かがわかる。1状態量による改善についてこれを表す図が図 4~6である。ここで2状態量を使った改善法ではこの図がどのように変化するかを検討することに よってここで扱う改善法の評価法とする。

3. 数値計算と考察

数値計算に使用した軸受諸量を表2に示す。これは無次元量であり実際の軸受の諸量ではないが、 これまでの研究における実験に使用した実際の軸受諸量から得られる無次元量はこれに近い値である。

3-1 従来の改善法の概略

3-1-1 軸変動検出型改善法の場合

図4は第2-4節で説明した演算要素の(Kp, Kd)と特性評価の関係にもとずき軸変動を単 独でフィードバックした場合の図での最大軸変 動,円板弁変動と演算要素の関係図である。微 分要素Kdが増加すると最大軸変動 | Δ H/- Δ W | は小さくなる。円板弁変動 | Δ Hp/- Δ W | の制限最大振幅を0.0227(10 μ m)とす る(Kp,Kd)は点線となり,この範囲内の (Kp,Kd)値では円板弁が軸受に接触しない ことを表す。また軸変動が最も小さくな

諸量 値 諸量 値 0.404 Pro 1.25Aen 1.58 R_r 0.18 Ρs R_s 0.011 Ηo 1.14×10^{-3} 1.18×10⁻³ 0.286 R p Η_{p0} 0.025 L s Λ 0.15 Μ 3.57×10^{-4}

表2 軸受諸量

るのは, K p =1.8, K d =5.5×10⁻³の場合で, 軸変動は0.00236である。フルビッツの安定判別によ る不安定領域は一点鎖線より下の部分である。

3-1-2 荷重変動検出型改善法の場合 第3-1-1項と同じ評価基準による荷重変動を単 独でフィードバックした時の図は図5となる。Kp= 6.95×10^{-3} ,Kd= 5.7×10^{-6} で最大軸変動は0 となり、その点を中心に楕円状に同じ最大軸変動が存在している。円板弁変動が0.0227以下となる範 囲は点線より下の範囲である。この範囲は最大軸変動を0にする点を含んでいる。従ってこの方法で は円板弁変動の制限内で最大軸変動を0にすることができると同時に(Kp,Kd)値が多少ずれた としても軸変動の最大値が0に近い値となる。この方法では全ての領域で安定となっている。

3-1-3 ポケット圧変動検出型改善法の場合 図6は、第3-1-1項、第3-1-2項と 同じ意味を持つもので、ポケット圧変動を単独でフィードバックした方法のものである。Kp=2.8 ×10⁻³、Kd=2.3×10⁻⁶で最大軸変動は最小となり、その点からKp,Kdが小さくなるにしたがっ て最大軸変動が大きくなる。円板弁変動の制限値0.0227以下となる範囲は図中の点線より左の部分で、 最大軸変動を最小とする(Kp,Kd)値は含まれない。一点鎖線より外側の部分では不安定となる。 従って、この方法は、安定領域が狭いことがわかる。



3-2 2状態量を使った軸変動改善

第3-1節では1状態量フィードバックによる従来の改善結果と概略を述べた。そこで2状態量を 利用した改善法を次に述べ,第3-1-1項~第3-1-3項の方法との関連と利点を検討考察する ことにする。

3-2-1 荷重変動検出型改善法に軸変動検出型を組み合わせた場合 図7(a)(b)は,荷重 変動検出型改善法に軸変動検出型改善法を組み合わせた図で軸変動検出型の演算要素を1つ定め,荷 重変動検出型の演算要素を変化させたときの図である。これによって荷重変動検出型の図5が,どの ように変化するかを比較検討することになる。

図(a)は、図4の軸変動検出型で軸変動が改善される値すなわちKp(h)=1.66,Kd(h)=5.0× 10⁻³を与えたときの図で図5と比べると最大軸変動(実線)を0とする点は同じ $\{Kp(w),Kd(w)\}$ = $\{6.95 \times 10^{-3}, 5.7 \times 10^{-6}\}$ であるが、その点を中心に同じ軸変動値以下となる $\{Kp(w),Kd(w)\}$ の範囲が著しく広くなっている。円板弁変動の範囲(点線)はKp(w)が大きいところで若干狭くなっ

ているが最大軸変動(実線) を小さな値にするには影響が ない範囲と考えられる。従っ て図7では荷重変動単独の時 より良い特性が得られた。

図(b)は、図(a)とは違っ て軸変動検出型の図4の無補 償の時よりも軸変動特性が改 悪となるKp(h)=1.0,Kd (h)=0.0を与えた場合である。 中心点は図5,(a)と同じで あるが,最大軸変動(実線)



が同じ値以下となる {Kp(w),Kd(w)} の範囲が非常に狭くなっている。また円板弁変動の制限 範囲もさらに狭くなるのでこの場合は荷重変動単独の場合よりも特性の改悪となる。

3-2-2 軸変動検出型改善法に荷重変動検出型を組み合わせた場合 第3-2-1 項で述べ たと同様に2種類について検討する。すなわち、荷重変動検出型改善法によってある定めた演算値 |Kp(w),Kd(w)| を与えておいて、軸変動の演算要素を与えたときの最大軸変動。円板弁変動と 演算要素の関係図を図4と比較する。

図8(a)は、荷重変動法で改善されるKp(w)=6.95×10⁻³、Kd(w)=2.8×10⁻⁶を与えた場合の 図である。軸変動単独法の図4と比べると同じ最大軸変動以下となる {Kp(h).Kd(h)} の範囲 が非常に広くなる。円板弁変動の制限を与える範囲も広くなる。安定領域の広さは同じである。よっ てこの場合は軸変動単独の図4に比べて良い特性が得られる。

図8(b)は. 荷重変動単独 の場合に無補償よりも特性が 改悪となる K p (w)=15.0× 10⁻³.Kd(w)=0.0の荷重変 動を与えた場合の結果である。 図4と比べると、同じ最大軸 変動以下となる {Kp(h),Kd (h) の範囲が狭く.また円 板弁変動の範囲も非常に狭く なる。また、安定領域の広さ は変わらない。従って、この 場合は軸変動単独に比べて特 性が改悪される。



3-2-3 ポケット圧変動検出型改善法に荷重変動検出型を組み合わせた場合 図9は.荷重 変動検出型改善法によるあるKp(w),Kd(w)を決めて、ポケット圧変動改善法による最大軸変動。 円板弁変動と演算要素の関係図である。

図(a)は、荷重変動法による軸変動が改善できるKp(w)=5.0×10⁻³.Kd(w)=4.3×10⁻⁶の場 合の図である。図6と比較すると最大軸変動を与える範囲は、点 | K p (p), K d (p) | = (7.9× 10-4.5.6×10-7)を中心にして外側に向かって広がっている。しかも同じ最大軸変動となる範囲は若 干広くなっている。従って、円板弁変動の範囲は狭くなっているが、図6では円板弁変動の制限から、

最大軸変動を0にする点は得 られなかったにもかかわらず. 2状態量を組み合わせたこの 場合は0にすることができる。 以上の結果によれば. 軸変動 の特性は良くなっていると考 えられる。

図(b)は、図5で無補償よ りも軸特性が改悪される. К р $(w) = 1.15.0 \times 10^{-3}$ K d (w) =0.0の場合、荷重変動法による 改善を行った場合の図である。



図9 ポケット圧変動検出型に荷重変動検出型を付加

図6と比較すると円板弁変動の範囲が非常に狭く、 $\{Kp(p), Kd(p)\}$ の組み合わせを得る範囲が狭く、最大軸変動値もこの範囲ではあまり改善することができない。従ってこの方法は図6より悪い軸変動特性となる。

3-2-4 荷重変動検出型改善法にポケット圧変動検出型を組み合わせた場合 図10(a)は、 図6で改善できる演算要素Kp(p)= 2.0×10^{-3} ,Kd(p)= 1.8×10^{-6} とし荷重変動改善法を適用し た場合で、最大軸変動を0にする点が、Kp(w)= 2.0×10^{-3} ,Kd(w)= 1.2×10^{-6} となる。図5と 比較すると最大軸変動が同じ値となる範囲はあまり変わらない。円板弁変動の制限を与える範囲の広 さはかなり狭くなり、 $\{Kp(w), Kd(w)\}$ の取り得る範囲が狭くなるが、最大軸変動を0にする 点をかろうじて含んでいる。軸変動が0となる $\{Kp(w), Kd(w)\}$ が(0,0)に近くKp(w), Kd(w)を小さい値にすることができるのでアンプへの負担が少なくなる。従ってこの場合は最大軸 変動の範囲があまり変わらず、円板弁変動の範囲が狭くなるのでアンプへの負担が小さくなること以 外メリットがない。

図10(b)は、図6で特性が 改悪となるKp(p)=1.0× 10^{-3} , Kd(p)=0.00ポケッ ト圧変動改善法で図5に対応 する図である。円板弁変動の 制限を与える範囲は図5に比 べて狭いが軸変動0となる中 心点のKp(w)が小さくなる ためあまり影響がない。しか し、同じ最大軸変動以下とな る範囲が狭くなる。このこと



は重大な問題であり荷重変動単独のときよりも悪い方法である。

3-2-5 軸変動検出型改善法にポケット圧変動検出型を組み合わせた場合 図11(a)は、図 4との比較で前述と同様な方法で検討すると特性改善がされたとは言えない。図11(b)は図4と比較 すると軸変動を単独フィードバックしたときよりも特性が悪くなる。

3-2-6 ポケット圧変動検出型改善法に軸変動検出型を組み合わせた場合 図12は図6と比較 した図で、図(a)では前述と同様な方法で検討すると $\{Kp(p), Kd(p)\}$ の範囲が狭くなっても、 使える範囲内では最大軸変動を小さくすることができる。また、図(b) では選ぶ演算要素の組み合 わせによっては良くなること

もある。

4. あとがき

静圧気体軸受の特性改善に おいて従来までの軸変動,荷 重変動,ポケット圧変動を単 独でフィードバックした制御 軸受に対し,これら3つのう ちの2つを同時にフィードバッ クする改善法を検討してきた。



すなわち,図7~12で2つの 状態量フィードバック法にお いて1状態量帰還改善法で特 性が改善されるときと改悪さ れる場合に,もう1つの改善 法を加えた物を取り上げ比較 検討した。その結果,従来の 1状態量単独の帰還より2状 態量帰還の方がよい特性が得 られる事が分かった。しかし, 2つのうち一方の特性が無補 償の時よりも悪く改悪された



状態の時には、単独の改善法より軸特性は悪くなる。この結果について具体的に述べると次のように なる。

(1) 2状態量による制御法の中で1方が最大軸変動が無補償の値よりも改善される(Kp,Kd) を選んだ図7(a),図8(a),図9(a),図10(a),図11(a),図12(a)では

・最大軸変動となる(Kp, Kd)の範囲(実線)が広くなり特性がより改善されたものは図7(a), 図8(a), 図9(a)である。

・円板弁の変動制限範囲(点線)が狭くなるが軸変動の特性が良くなったものは図10(a), 図12(a) である。

・円板弁の範囲が極端に狭く、特性が悪くなったものは図11(a)である。

(2) 2状態量による制御法の中で1方が最大軸変動が無補償の値より改善されない(Kp,Kd)
 を選んだ図7(b),図8(b),図9(b),図10(b),図11(b),図12(b)では、円板弁変動(点線)
 が広く最大軸変動を小さくできる図12(b)を除いて、最大軸変動の(Kp,Kd)範囲(実線)が狭く特性が悪くなる。

数値計算に対し協力を得た本学工学部卒業生北村晃希氏に深く感謝する。

	記号	
a e	:軸受有効面積	r 』:軸受半径
g	:重力加速度	r, :ポケット半径
h	:軸受すきま	r、:給気孔半径
h p	:可変絞りすきま	S :ラプラス演算子
k p	:比例演算要素の動作係数	t :時間
k d	:微分演算要素の動作係数	T 』: 周囲温度
1 s	:軸受供給孔長さ	u :平衡点におけるmbのhに対する変化割合
m	:軸の質量	w :軸荷重
m 1	:軸受流入質量流量	α : 平衡点におけるm1のprに対する変化割合
m 2	:軸受流出質量流量	β :平衡点におけるm₂のp,に対する変化割合
т⊾	:軸受面間に含まれる気体の質量	γ :粘性減衰係数
p a	:大気圧	 θ : 平衡点におけるm₂のhに対する変化割合
p,	:ポケット圧	σ :平衡点における m₁の h₀に対する変化割合
р _s	:供給圧	λ :ポケット深さ

大住・池内・高瀬・小原・荒井:2状態量帰還型制御静圧気体軸受の軸変動特性

- **q** : 平衡点におけるmbのp,に対する変化割合 μ : 気体の粘性係数
- R : 気体定数

参考文献

.

- 1) 大住・他:トライボロジスト38-7 (1993) 628
- 2) 大住·他:日本機械学会講演論文集947-01 (1993) 502
- 3) 大住·他:先端加工学会誌(1992)