# 乾燥過程における固体内水分拡散方程式の数値解（第１報）

## ―拡散係数一定の場合―

山口　信吉，若林嘉一郎

## 緒　　言

穀粒や粘土のような固体材料内の水分は拡散則に従って移動する[3,4,6]。それらの固体は乾燥収縮を生じ[1,6]，乾燥過程の含水率勾配による不均一な収縮に起因して固体の内部には乾燥応力が発生する[2]。その応力が過大になると乾燥割れを引き起こすものと考えられる。従って，乾燥割れ機構の追求には固体内の含水率分布変化の知見が必要になる。

著者らは玄米粒を均質な球とし，拡散係数を定数とみなせる場合の線形拡散方程式の解析解より粒内部の含水率変化の推定法を示した[3,4]。しかしその後，拡散係数が含水率依存性を示し，線形拡散方程式の解析解を応用できないことがわかった[5]。本研究は１次元非定常拡散方程式の数値解に階差法を応用する際の基礎的問題を検討するものであり，本報ではまず拡散係数が一定の場合を扱う。

## １．基礎的関係

### 1.1　拡散則と拡散係数

水分は$x$方向の含水率（乾量基準）$w$[kg・(kg－solid)$^{-1}$]の勾配に比例して同方向に移動すると考える。ここで，基準状態（$w=0$）における固体の比容積[1]$v_0$[m$^3$・(kg－solid)$^{-1}$]を用いて，固体内水分濃度$c$[kg・m$^{-3}$]を$c=w/v_0$とおくと，拡散則は次のように表される[1,2]。

$$N=-D\frac{\partial c}{\partial x}=-\frac{D}{\nu_0}\frac{\partial w}{\partial x} \qquad (1-1)$$

ここに，$N$は$x$方向への水分流束[kg・m$^{-2}$・s$^{-1}$]，$D$は拡散係数[m$^2$・s$^{-1}$]である。

### 1.2　テーラー展開と階差表現

$x$と$t$の関数$F=F(x,t)$があり，$x$の増分を$\Delta x$，$t$の増分を$\Delta t$とおくと，テーラー展開より以下の関係が得られる。

$$F(x+\Delta x,t)=F(x,t)+\Delta x\frac{\partial F(x,t)}{\partial x}+\frac{\Delta x^2}{2!}\frac{\partial^2F(x,t)}{\partial x^2}+\frac{\Delta x^3}{3!}\frac{\partial^3F(x,t)}{\partial x^3}+\cdots \qquad (1-2)$$

$$F(x-\Delta x,t)=F(x,t)-\Delta x\frac{\partial F(x,t)}{\partial x}+\frac{\Delta x^2}{2!}\frac{\partial^2F(x,t)}{\partial x^2}-\frac{\Delta x^3}{3!}\frac{\partial^3F(x,t)}{\partial x^3}+\cdots \qquad (1-3)$$

$$F(x,t+\Delta t)=F(x,t)+\Delta t\frac{\partial F(x,t)}{\partial t}+\frac{\Delta t^2}{2!}\frac{\partial^2F(x,t)}{\partial t^2}+\frac{\Delta t^3}{3!}\frac{\partial^3F(x,t)}{\partial t^3}+\cdots \qquad (1-4)$$

式（１－２）と式（１－３）との差および和より次の関係が得られる。

$$F(x+\Delta x,t)-F(x-\Delta x,t)=2\Delta x\frac{\partial F(x,t)}{\partial x}+2\frac{\Delta x^3}{3\,!}\frac{\partial^3 F(x,t)}{\partial x^3}+\cdots \qquad (1-5)$$

$$F(x+\Delta x,t)+F(x-\Delta x,t)=2F(x,t)+2\frac{\Delta x^2}{2\,!}\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2}+2\frac{\Delta x^4}{4\,!}\frac{\partial^4 F(x,t)}{\partial x^4}+\cdots \qquad (1-6)$$

式（1－5），式（1－6）および式（1－4）より次の関係が得られる。

$$\frac{\partial F(x,t)}{\partial x}=\frac{F(x+\Delta x,t)-F(x-\Delta x,t)}{2\Delta x}-\frac{\Delta x^2}{3\,!}\frac{\partial^3 F(x,t)}{\partial x^3}+\cdots \qquad (1-7)$$

$$\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2}=\frac{F(x+\Delta x,t)+F(x-\Delta x,t)-2F(x,t)}{\Delta x^2}-2\frac{\Delta x^2}{4\,!}\frac{\partial^4 F(x,t)}{\partial x^4}+\cdots \qquad (1-8)$$

$$\frac{\partial F(x,t)}{\partial t}=\frac{F(x,t+\Delta t)-F(x,t)}{\Delta t}-\frac{\Delta t}{2\,!}\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial t^2}+\cdots \qquad (1-9)$$

上の３式で右辺第２項以下を無視すれば，階差表現となる。

## ２．直交座標のｘ方向１次元拡散

### 2.1　拡散方程式と境界条件

図1-1に示すように円柱状の側面（斜線部）が遮断され，両端面（$x=\pm L$）より空気流中へ固体内水分が移動している。初期において水分が固体内で一様に分布しているとすれば，含水率分布は常に左右対称となるので，円柱の中央を原点（$x=0$）として右半分だけを考察の対象とする。

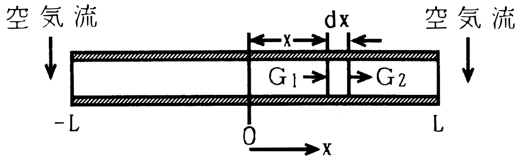


図1-1　Ｘ方向１次元拡散

図のように，$x$座標上の任意の位置に円盤状の微小要素$dx$を考え，この要素について物質収支をとる。$x=x$ 面より $G_1$[kg·s$^{-1}$] の水分が要素に流入し，$x=x+dx$ 面より $G_2$[kg·s$^{-1}$] の水分が流出するものとする。円柱の断面積を $S$[m$^2$] とおけば，式（１－１）より，$G_1=-S(D/v_0)(\partial w/\partial x)$ となり，$G_2$は$G_2=G_1+(\partial G_1/\partial x)dx$と与えられる。$(G_1-G_2)$ が要素の水分蓄積速度$=(Sdx/v_0)(\partial w/\partial t)$に等しいとおくと，次のようにこの場合の拡散方程式が得られる。

$$\frac{Sdx}{v_0}\frac{\partial w}{\partial t}=-\frac{\partial G_1}{\partial x}dx=\frac{Sdx}{v_0}\frac{\partial\{D(\partial w/\partial x)\}}{\partial x}$$

$$\therefore\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{\partial\{D(\partial w/\partial x)\}}{\partial x} \qquad (1-10)$$

ここで，$D$＝定数とおける場合，上式は次の基礎方程式となる。

［基礎式］：　$$\frac{\partial w}{\partial t}=D\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad (1-11)$$

始めに固体内の含水率が一様に$w_I$であるとする。すると，初期条件は次のように表される。

［初期条件］$t\leqq 0$，$0\leqq x\leqq L$において：　$(w)_{t=0}\ =\ w_I$　　（１－12）

図1-1の$x=0$において，そこを通過する水分はゼロである。すなわち，その位置における含水率勾配はゼロであることより，境界条件の一つは次のように表される。

［境界条件１］$t>0$，$x=0$において：　$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0}=0 \qquad (1-13)$$

一方，固体表面（$x=L$）において固体の含水率が接する空気との平衡含水率$w_e$に等しい場合（固体側に比べて空気側の物質移動抵抗が無視小の場合），そこでの境界条件は次のようになる。

［境界条件２］$t>0$，$x=L$において：　$(w)_{x=L} = w_e$　（１－14）

空気側の物質移動抵抗を無視することが許されない場合については続報で論述する。なお，ここに示した拡散方程式には解析解があるが，本報では階差法による数値解法の検討が目的であるため，解析解には触れない。

### 2.2　階差法による数値解法

図1-1の右半分の$x$の区間０～$L$を$m$等分して$L/m=\Delta x$とおき，原点（$x=0$）から$i$番目の点を$x_i$と表す。式（１－８），（１－９）の右辺第２項以下を省略し，それを式（１－11）に適用すると，次の階差式が得られる。

$$\frac{w(x_i,t+\Delta t)-w(x_i,t)}{\Delta t}=D\frac{w(x_{i+1},t)+w(x_{i-1},t)-2w(x_i,t)}{\Delta x^2}$$

$$\therefore\quad w(x_i,t+\Delta t)=\left\{1-\left(\frac{2D\Delta t}{\Delta x^2}\right)\right\}w(x_i,t)+\left(\frac{D\Delta t}{\Delta x^2}\right)\{w(x_{i+1},t)+w(x_{i-1},t)\} \qquad (1-15)$$

上式は，「任意時刻$t$において，地点$x_i$の含水率$w(x_i,\ t)$および地点$x_i$よりも$\pm\Delta x$だけ離れた位置の含水率$w(x_{i+1},\ t)$と$w(x_{i-1},\ t)$を知れば，時刻$t+\Delta t$における地点$x_i$の含水率$w(x_i,\ t+\Delta t)$が求められる」ことを示している。

ただし，端点$x=x_0=0$および$x=x_m=L$の含水率は境界条件から別途求められる。例えば，原点$x=x_0$の条件が前述の式（１－13）で与えられるものとすれば，「図1-1の原点を対称点として含水率は左右対称に分布する」ことになる。したがって，時刻$t+\Delta t$における原点の含水率$w(x_0,\ t+\Delta t)$は，式（１－15）において$w(x_1,\ t)=w(x_{-1},\ t)$とおいた次式で与えられる。

$$w(x_0,t+\Delta t)=\left\{1-\left(\frac{2D\Delta t}{\Delta x^2}\right)\right\}w(x_0,t)+\left(\frac{2D\Delta t}{\Delta x^2}\right)w(x_1,t) \qquad (1-16)$$

なお，式（１－15），（１－16）において，$D\Delta t/\Delta x^2=1/2$とおくと，いわゆる，Schmidt法となる。

$x=L$において境界条件が式（１－14）で表される場合は，そこの含水率$w(x_m,\ t)$は常に$w_e$となる。

### 2.3　拡散とマルコフ過程

確率過程では現象の時間的推移が確率的な場合を取り扱う。ある状態から次の状態への推移の確率が元の状態のみに依存する場合（これは履歴性のないことを意味する）をマルコフ過程という。

ここで,通常の流体内の拡散を考える。拡散は任意点xにある流体が隣接点$x\pm\Delta x$にある流体と交換することによる物質の移動とみなされる。したがって，微小量の流体交換が終わったときの物質濃度は，単位時間$\Delta t$以前の濃度状態のみに依存するため，この拡散現象をマルコフ過程とみなしてよいことになる。拡散による移動がランダムなため，$x$点の流体が$\Delta t$の時間内に$(x+\Delta x)$点に移るときの遷移確率$\beta\Delta t$は，それが$(x-\Delta x)$点に移る遷移確率に等しいとみなされる。また，$(x\pm\Delta x)$点からx点への流体の遷移確率も$\beta\Delta t$とみなしてよい。この挙動は図1-2に示されており，それを次の式で表現するこ

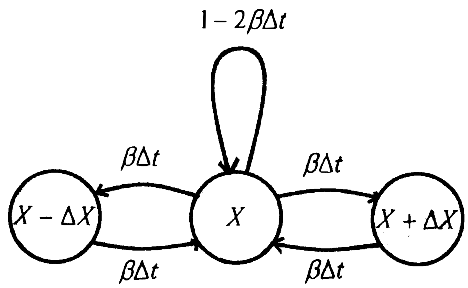

図1-2　拡散と確率過程

とができる。

$$c(x,t+\Delta t) = (1-2\beta\Delta t)c(x,t)+\beta\Delta t\ \{c(x+\Delta x,t)+c(x-\Delta x,t)\}$$

固体材料では$c=w/v_0$であることより，上式を次のように表すことができる。

$$w(x,t+\Delta t) = (1-2\beta\Delta t)w(x,t)+\beta\Delta t\ \{w(x+\Delta x,t)+w(x-\Delta x,t)\}$$

上式を式（1－15）と比較すると，遷移確率（$\beta\Delta t$）が（$D\Delta t/\Delta x^2$）に相当することが理解できる。

図1-2において，（$\beta\Delta t$）および補遷移確率（1－2$\beta\Delta t$）は共に遷移確率であるから，それらの領域は0～1の範囲になければならない。すなわち，（$\beta\Delta t$）の値が1/2以上になると，（1－2$\beta\Delta t$）は負となり確率論に矛盾する。この関係を式（1－15）に適用すると次の関係

$$0 \leqq \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} \leqq \frac{1}{2} \tag{1－17}$$

がこの場合の制約条件であることがわかる。事実，$D\Delta t/\Delta x^2$を1/2以上にとると，途中計算値が発散するため，式（1－15）の計算は不能になる。この場合，$D\Delta t/\Delta x^2$の値が確率論に整合しなかったことがこの結果を招いたのである。

### 2.4　数値解の精度の検討

式（1－15）を導くとき，式（1－8）および（1－9）の右辺第3項以下を省略した。いま，この第3項を考慮する（第4項以下を省略する）とすれば，式（1－15）に相当する式は次のようになる。

$$\begin{aligned} w(x,t+\Delta t) =& \left\{1-\left(\frac{2D\Delta t}{\Delta x^2}\right)\right\} w(x,t)+\left(\frac{D\Delta t}{\Delta x^2}\right)\ \{w(x+\Delta x,t)+w(x-\Delta x,t)\} \\ &+\frac{\Delta t^2}{2\,!}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\frac{2D\Delta x^2\Delta t}{4\,!}\frac{\partial^4 w}{\partial t^4} \end{aligned} \tag{1－18}$$

基礎式，$\partial w/\partial t=D(\partial^2 w/\partial x^2)$，より上式の変形を試みる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial(\partial w/\partial t)}{\partial t} = \frac{\partial\{D(\partial^2 \mathrm{w}/\partial x^2)\}}{\partial t} = D\frac{\partial\{\partial(\partial w/\partial t)/\partial x\}}{\partial x} \\ &= D\frac{\partial\{\partial(D\partial^2 w/\partial x^2)/\partial x\}}{\partial x} = D^2\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \end{aligned}$$

すなわち，$\partial^2 w/\partial t^2=D^2(\partial^4 w/\partial x^4)$，であるから，これを式（1－18）右辺の第3項に代入する。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t^2}{2\,!}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\frac{2D\Delta x^2\Delta t}{4\,!}\frac{\partial^4 w}{\partial t^4} &= \frac{D^2\Delta t^2}{2}\frac{\partial^4 w}{\partial t^4}-\frac{D\Delta x^2\Delta t}{12}\frac{\partial^4 w}{\partial t^4} \\ &= \left\{D\Delta t-\frac{\Delta x^2}{6}\right\}\frac{D\Delta t}{2}\frac{\partial^4 w}{\partial t^4} \end{aligned}$$

上式がゼロになるとき，式（1－18）は式（1－15）に一致し，そのときの数値計算の精度は高いと思われる。すなわち，$D\Delta t-\Delta x^2/6=0$より

$$\frac{D\Delta t}{\Delta x^2} = \frac{1}{6} \tag{1－19}$$

とおけば式（1－15）は次のようになり，この式を用いることにより精度の高い計算結果が期待できる。

$$w(x,t+\Delta t) = \frac{w(x+\Delta x,t)+w(x-\Delta x,t)+4w(x,t)}{6} \tag{1－20}$$

## 3．球内の半径座標 r 方向１次元拡散

### 3.1　拡散方程式と境界条件

図1-3に示すように，半径$b$なる球内に内径$2r$，厚さ$dr$の任意の同心球殻要素を設け，物質収支をとる。図に矢印で示したように要素の内面（$r=r$）を通って$G_1$[kg・s$^{-1}$]の水分が要素に流入し，その外面（$r=r+\Delta r$）から$G_2$[kg・s$^{-1}$]の水分が流出すると考える。この場合，$G_1=-4\pi r^2(D/v_0)(\partial w/\partial r)$, $G_2=G_1+(\partial G_1/\partial r)dr$となる。ここで（$G_1-G_2$）が球殻要素の水分蓄積速度$=(4\pi r^2 dr/v_0)(\partial w/\partial t)$に等しいことより，この場合の拡散方程式は次のように得られる。

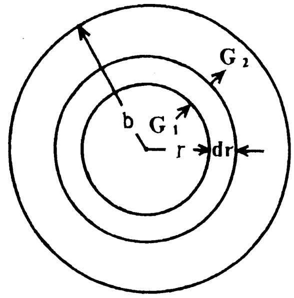


図1-3　球内の拡散

$$\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial\{r^2D(\partial w/\partial r)\}}{\partial r} \qquad (1-21)$$

$D$が定数とおける場合，上式は次の基礎式となる。

［基礎式］：
$$\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{D}{r^2}\frac{\partial\{r^2(\partial w/\partial r)\}}{\partial r}=\frac{2D}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+D\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \qquad (1-22)$$

$x$方向の１次元拡散の場合の式（１－12）～（１－14）と類似に，初期条件と境界条件は次のように表される。始めに球内の含水率が一様に$w_I$であることより初期条件が与えられる。

［初期条件］$t\leqq 0$，$0\leqq r\leqq b$において：
$$(w)_{t=0} = w_I \qquad (1-23)$$

含水率の球中心についての対称性より，そこでの条件は次のように表される。

［境界条件１］$t>0$，$r=0$において：
$$\left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)_{r=0}=0 \qquad (1-24)$$

空気側の物質移動抵抗が無視小とおける場合，球表面での境界条件は次のようになる。

［境界条件２］$t>0$，$r=b$において：
$$(w)_{r=b} = w_e \qquad (1-25)$$

空気側の物質移動抵抗を無視できない場合に関しては続報で触れる。また，ここに示した球の線形拡散方程式についても解析解が存在する[4]が，本報ではそれに触れない。

### 3.2　階差法による数値解法

球の半径$b$を$m$等分して（$b/m=\Delta r$とおいて）式（１－22）を階差表現する（式（１－７），（１－８），（１－９）の右辺第２項以下を省略して応用)。球中心から数えて$i$番目の点（この点の中心からの距離$r_i$は$i\Delta r$に等しい）に適用できる階差式は次のようになる。

$$\frac{w(r_i,t+\Delta t)-w(r_i,t)}{\Delta t}=\frac{2D}{i\Delta r}\{w(r_{i+1},t)-w(r_{i-1},t)\}\frac{1}{2\Delta r}+\frac{D}{\Delta r^2}\{w(r_{i+1},t)+w(r_{i-1},t)-2w(r_i,t)\}$$

これを整理すると次式が得られる。

$$w(r_i,t+\Delta t)=\left\{1-\left(\frac{2D\Delta t}{\Delta r^2}\right)\right\}w(r_i,t)+\left(\frac{D\Delta t}{\Delta r^2}\right)\left\{1+\frac{1}{i}\right\}w(r_{i+1},t)+\left(\frac{D\Delta t}{\Delta r^2}\right)\left\{1-\frac{1}{i}\right\}w(r_{i-1},t) \qquad (1-26)$$

上式は，$x$方向の１次元拡散における式（１－15）と同様に，この場合の時刻$t+\Delta t$における含水率

$w(r_i,\ t+\Delta t)$が時刻$t$における含水率分布，$w(r_i,\ t)$, $w(r_{i+1},\ t)$および$w(r_{i-1},\ t)$，より算出されることを表す。ただし，球の中心（$r=0$）および表面（$r=b$）の含水率$w(r_0,\ t)$および$w(r_m,\ t)$は，以下に示すように別途，境界条件より求められる。

式（1－22）は中心（$r=0$）では次のようになる。

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{r=0}=2D\left\{\frac{(\partial w/\partial r)}{r}\right\}_{r=0}+D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right)_{r=0}=3D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right)_{r=0} \qquad (1-27)$$

ただし，上式では次の関係（不定形の極限値；$x=a$で$f(x)=0$，$g(x)=0$となるとき，

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)})$$

が応用された。

$$\left\{\frac{(\partial w/\partial r)}{r}\right\}_{r=0}=\left[\frac{\{\partial(w/\partial r)/\partial r\}}{(\partial r/\partial r)}\right]_{r=0}=\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right)_{r=0}$$

式（1－24）は，含水率分布が球中心に関して対称になることを示すものであり，$w(r_1,\ t)=w(r_{-1},\ t)$であることを意味する。この意を汲んで式（1－27）を階差表現すると次のようになる。

$$\frac{w(r_0,t+\Delta t)-w(r_0,t)}{\Delta t}=\frac{6D}{\Delta r^2}\ \{w(r_1,t)-w(r_0,t)\}$$

$$\therefore w(r_0,t+\Delta t)=\left\{1-\left(\frac{6D\Delta t}{\Delta r^2}\right)\right\}w(r_0,t)+\left(\frac{6D\Delta t}{\Delta r^2}\right)w(r_1,t) \qquad (1-28)$$

一方，球表面では式（1－25）より，そこの含水率$w(r_m,\ t)$は常に一定値$w_e$を示す。

### 3.3　確率過程論による考察

前述の確率過程論に照らして，$D\Delta t/\Delta r^2=\beta_0\Delta t$とおくと，式（1－26）より$\{1\text{-}(2\beta_0\Delta t)\}$，$\beta_1\Delta t=(\beta_0\Delta t)\ [i+(1/i)]$および$\beta_2\Delta t=(\beta_0\Delta t)\ [i-(1/i)]$が遷移確率に相当する。直交座標における式（1－15）の場合は図1-2に示すように左右への遷移確率$\beta\Delta t$は等しくなるが，球座標における式（1－26）の場合は$\beta_1\Delta t$と$\beta_2\Delta t$は等しくない。特に，$i=1$の場合（中心から$\Delta r$の位置）式（1－26）の右辺第3項はゼロとなる。これは同項の遷移確率がゼロになることを意味し，$w(r_i,\ t+\Delta t)$が$w(r_{i-1},\ t)$とは無関係に決定されるという一見奇妙な関係を表す。しかし，遷移確率ゼロは確率論に矛盾するとはいえない。次に，球中心における条件に基づいて得られた式（1－28）に注目する。同式が表現する球中心における確率過程の挙動は図1-4に示される。図から明らかなように，$(6D\Delta t/\Delta r^2)=6\beta_0\Delta t$が遷移確率，$\{1\text{-}(6D\Delta t/\Delta r^2)\}=(1-6\beta_0\Delta t)$が補遷移確率に相当する。これと，上述の式（1－26）よりの3個との合計5個の遷移確率すべてが0～1の領域になければならないことになる。この制約を満たすには次の関係の成立を確認すればよい。

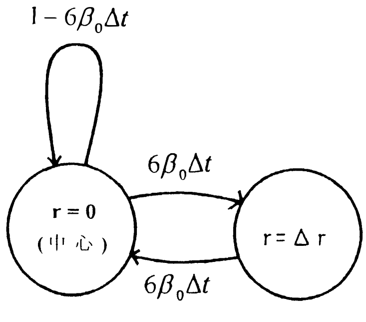


図1-4　球中心の拡散

$$0\leqq\frac{D\Delta t}{\Delta r^2}\leqq\frac{1}{6} \qquad (1-29)$$

## 結　　言

１次元の線形拡散方程式の階差表現による数値解法が基礎的に検討され，拡散現象が確率過程のマルコフ過程で説明されることが明らかにされた。マルコフ過程を表現する関係と階差法による計算式との比較より，無次元項$D\Delta t/\Delta x^2$が遷移確率に相当することが示された。直交座標の$x$方向１次元拡散問題では$D\Delta t/\Delta x^2=1/6$のとき精度の高い計算値が得られること，および，球座標の半径$r$方向１次元拡散では$0\leqq D\Delta t/\Delta r^2\leqq 1/6$とおくべきであることが示された。

階差法では，空間座標および時間座標の刻み$\Delta r$（または$\Delta x$）および$\Delta t$を小さく定めるほど計算精度は高くなると考えがちであるが，本報より，上記のように両者の比を含む無次元項の制約に配慮すべきであることがわかった。

### 使用記号

| | |
|---|---|
| $b$：球半径 | [m] |
| $c$：濃度 | [kg·m$^{-3}$] |
| $D$：拡散係数 | [m$^2$·s$^{-1}$] |
| $L$：長さ | [m] |
| $r$：半径座標 | [m] |
| $t$：時間 | [s] |
| $v_0$：乾き固体の比容積 | [m$^3$·(kg−solid)$^{-1}$] |
| $w$：含水率（乾量基準） | [kg·(kg−solid)$^{-1}$] |
| $x$：長さ方向座標 | [m] |
| $\beta\Delta t$：遷移確率 | [−] |
| $\Delta r$, $\Delta x$：長さ座標の刻み | [m] |
| $\Delta t$：時間の刻み | [s] |

### 参考文献

１）山口信吉，若林嘉一郎，細野八郎：農業機械学会誌，**39**，179(1977)
２）山口信吉，山沢新吾，若林嘉一郎：ibid., **43**，451(1981)
３）山口信吉，若林嘉一郎：富山大学工学部紀要，**37**，19(1986)
４）山口信吉，若林嘉一郎：富山大学工学部紀要，**38**，35(1987)
５）Yamaguchi,S.: *Proc. 8th Int. Drying Symp.*, Part B, p.1389(1992)
６）若林嘉一郎，山口信吉，松本利達，三田哲朗：化学工学論文集，**3**，189(1977)

# Numerical solution for Moisture Diffusion Equation in Solid during Drying Process (Part 1)
## — Constant Diffusivity —

Shinkichi YAMAGUCHI and Kaichiro WAKABAYASHI

Summary

A finite-difference method was described for one-dimensional diffusion in a rectangular-coodinate and for radial diffusion in a sphere assuming constant diffusivity for the fundamental discussion. It was found that the diffusion phenomenon was equivalent to Markov process of the stochastic process theory. In the light of the stochastic process, it was also shown that the dimensionless term $\Delta tD/\Delta r^2$ had to be in the range of $0 \leqq \Delta tD/\Delta x^2 \leqq 1/2$ for one-dimensional diffusion in a rectangular-coodinate and $0 \leqq \Delta tD/\Delta r^2 \leqq 1/6$ for radial diffusion in a sphere, where D was the diffusivity, $\Delta t$ the time increment, $\Delta x$ the length increment and $\Delta r$ the radial increment, and $\Delta tD/\Delta r^2$ corresponded to a transition probability.

〔英文和訳〕

# 乾燥過程における固体内水分拡散方程式の数値解（第１報）
## ―拡散係数一定の場合―

山口　信吉，若林嘉一郎

基礎的検討のために拡散係数一定の場合の直交座標の１次元拡散および球内の半径方向拡散に関する階差法が示された。拡散現象が確率過程論におけるマルコフ過程に相当することが見いだされた。この確率過程論に照らして，無次元項 $\Delta tD/\Delta x^2$ が直交座標の１次元拡散の場合 $0 \leqq \Delta tD/\Delta x^2 \leqq 1/2$ の範囲に，球内の半径方向拡散の場合 $0 \leqq \Delta tD/\Delta r^2 \leqq 1/6$ の範囲になければならないことが示された。ここに，$D$は拡散係数，$\Delta t$は時間の増分，$\Delta x$は長さの増分，$\Delta r$は半径の増分であり，$\Delta tD/\Delta r^2$は遷移確率に相当する。