

# 水の密度反転領域におけるベナール対流

山根 岳志, 檜橋 弘樹, 宮澤 優子,  
吉田 正道, 宮下 尚

## 緒 言

近年, 世界のエネルギー情勢から必要とされる将来のエネルギー補充手段の開発及びエネルギー資源の高効率利用に関連して, 簡単で安価な装置で大きな太陽エネルギーの蓄熱能力が得られるソーラーポンド<sup>1)</sup>や, 昼夜間の電力格差解消のために割安な夜間電力を利用する蓄冷熱システム, 中でも, 特に氷-水の潜熱を利用した氷蓄熱システムが注目を集めている。これらのシステム流体内部では, 密度的に不安定となる垂直温度勾配が加わり, 複数のセル対流を形成する。そのセル対流は, 流体及び環境により様々であり, 蜂の巣状パターンやロール状パターンをとる。このような流動状態を呈する自然対流をベナール対流という。ベナール対流は, ソーラーポンド底面の到達温度や集熱効率, また, 氷蓄冷熱システムにおける蓄冷容量等に大きく影響するため, これらのシステムの精密制御と高効率利用にはベナール対流挙動の把握が必要である。

ところで水は, 4℃付近で密度が最大となるため, 最大密度を含む温度範囲(以後, 密度反転領域と呼ぶ)での自然対流の挙動は, 通常の流体に比べて複雑であることがよく知られており, この密度反転領域を含む水の自然対流についての研究が数多く行われている<sup>2)</sup>。中でも垂直温度勾配を扱ったものとして, 例えば, 柏木等<sup>3)</sup>は, 上部(あるいは下部)冷却面以外は断熱された矩形容器を用い, 密度反転領域を含む水の過冷却を伴う冷却・凍結過程について実験的に報告している。また, Blake等<sup>4)</sup>は, 上部冷却, 下部加熱の系の密度反転領域を含む水のベナール対流について解析的に報告している。これらは, 密度反転領域を含む水を上面より冷却, 下面より加熱した場合, 4℃の等温線から上は安定に成層した停滞層, 下は密度不安定となりベナール対流を形成することを報告している。しかしここで, 4℃の等温線より上部の停滞層は熱抵抗として, 水平平行平板間の流体内部の伝熱特性に影響を及ぼすものと考えられるが, この停滞層を有する密度反転領域を含む場合と含まない場合の自然対流の伝熱特性の比較はなされておらず, また, 容器の形状の変化, 上下壁温度の変化による対流セル構造, 及びセル個数へ及ぼす影響に関するデータの蓄積も十分ではない。

以上のような背景から, 本研究では, 0℃の水を底面より加熱したときに生じるベナール対流を対象に実験的研究を行った。感温液晶を用いて流れ場と温度場の可視化実験を行い, 上下壁温度差とセル個数及び形状の変化, さらに容器のアスペクト比の違いが, セル個数へ及ぼす影響について調べた。また, 手製の多点式熱流束計を使用して, 上下壁面を通過する熱流束を測定し, 密度反転領域を含む場合と含まない場合の自然対流の伝熱特性の比較も行った。

## 1. 実験装置及び方法

実験装置の概略図をFig. 1に示す。テストセクションは、高さ $H=30\text{mm}$ 、幅 $L=30\sim 120\text{mm}$ 、奥行き $W=20\text{mm}$ の矩形容器である。容器のアスペクト比 ( $A=H/L$ ) は幅の長さを変更することにより、 $A=1/4\sim 1$ の範囲で種々変化可能である。テストセクションの上部冷却面、下部加熱面は銅板であり、他の面はアクリル板を使用した。テストセクション壁面の温度は、 $0.1\text{mm}$ クロメル・アルメル熱電対を用いて測定した。テストセクションの上面には冷却室、底面には加熱室があり、それぞれ冷却用恒温槽及び、加熱用恒温槽へ接続されている。テストセクション全体は、前面の可視化面（厚さ $40\text{mm}$ アクリル板）を除いて厚さ $60\text{mm}$ の発泡スチロールにより断熱されている。これら実験装置は、テストセクションの上下壁面の平均温度に設定可能な恒温室に設置されている。

本研究では、感温液晶を用いることにより矩形容器内自然対流現象の流れ場及び温度場の同時可視化を行った。感温液晶はB.H.D.Chemical Ltd.製のカイラルネマチック型である。液晶の呈色幅は $2.5^\circ\text{C}$ であり、温度が高い順に青、緑、黄、赤と呈色する。ただし、緑色は $4^\circ\text{C}$ に相当する。可視化された系内の様子は、露出時間を4秒とし適時写真撮影をした。

本実験で行った容器のアスペクト比 $A$ は、 $1$ 、 $2/3$ 、 $1/2$ 、 $2/5$ 、 $1/3$ 、 $2/7$ 、 $1/4$ の7通りである。

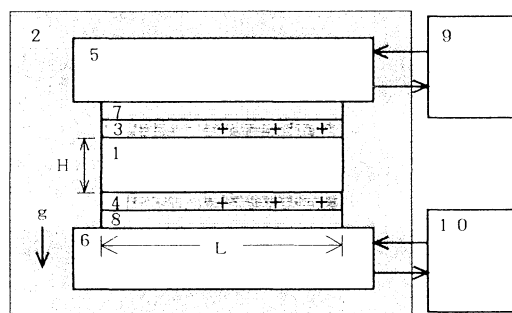
実験では、まず、テストセクション内の初期温度 $T_i$ を $0^\circ\text{C}$ に設定する。その後、上部壁面温度 $T_c$ は $0^\circ\text{C}$ で一定とし、下部壁面温度 $T_h$ は、 $4^\circ\text{C}$ に加熱することにより実験を開始する。 $T_h$ は、 $4^\circ\text{C}$ から $12^\circ\text{C}$ まで加熱するが、その変化過程は、セルの個数変化が著しい $T_h$ が $5.6^\circ\text{C}\sim 6.0^\circ\text{C}$ の間は $0.1^\circ\text{C}$ ずつ、それ以外は $0.5^\circ\text{C}$ ずつ段階的に加熱を行った。各温度において、系が定常（ $30\sim 40$ 分程度）に達した後、現象の観察及び写真撮影を行った。

また、熱流束測定は、 $A=1/4$ の時のみ、各温度差で流れが定常に達した時の上下壁面を通過する熱流束を自作の多点式熱流束計により測定した。これは、テストセクションと冷却室、加熱室との間に厚さ $3\text{mm}$ のアクリル板を挟んだ構造になっており、その表裏の温度から、テストセクションの上下壁を通過する熱流束を測定できるようになっている。比較のため、密度反転領域を伴わない場合の熱流束も測定した。なお、その時の実験条件は、 $A=1/4$ 、 $T_i=25^\circ\text{C}$ 、 $T_c=25^\circ\text{C}$ 、 $T_h=25\sim 37^\circ\text{C}$ とした。

## 2. 実験結果及び考察

### 2.1 対流セル構造の変化

まず、流れ場と温度場の同時可視化実験結果により得られた、各温度差における流れの変化の様子について説明する。実験結果の例として $A=1/3$ における温度場の可視化写真をFig. 2に示す。Fig. 3は、Fig. 2の各写真と同時刻における流れ場の様子を模式的に示したものである。矢印は流れの様子を示し、細い曲線は $4^\circ\text{C}$ の等温線を表す。 $\Delta T$ が $4^\circ\text{C}$ 以降、 $4^\circ\text{C}$ の等温線が $\Delta T$ の増加に伴い底面と平



- |                                     |                    |
|-------------------------------------|--------------------|
| 1: Test section                     | 4: Heating wall    |
| 2: Insulation                       | 5: Cooling chamber |
| 3: Cooling wall                     | 6: Heating chamber |
| 7, 8: Multi-point heat flux meter   |                    |
| 9: Constant temperature bath (cool) |                    |
| 10: Constant temperature bath (hot) |                    |
| +: Position of thermocouples        |                    |

Fig. 1 Experimental apparatus

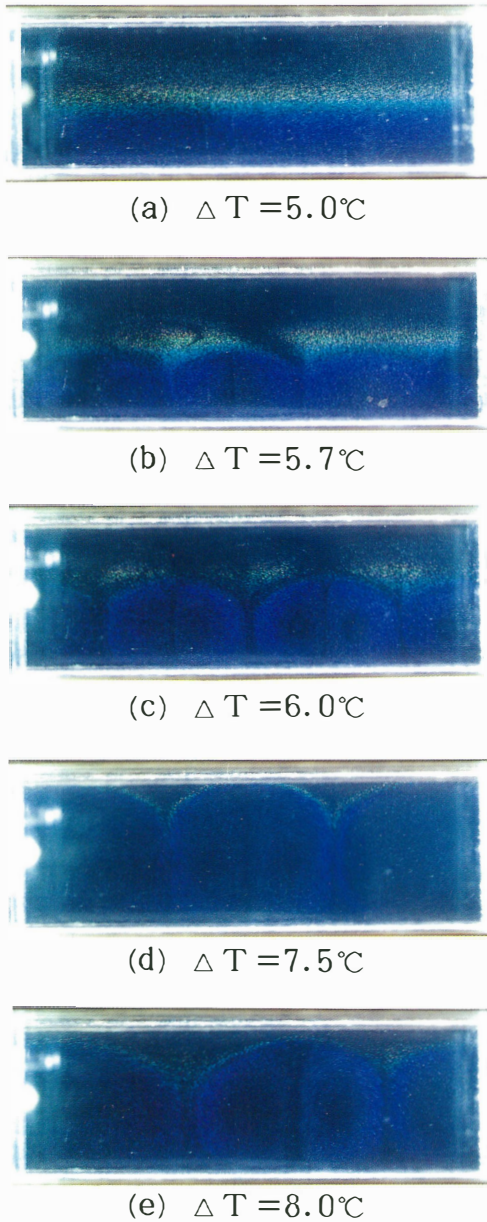


Fig. 2 Visualized convection pattern and temperature field ( $A=1/3$ )

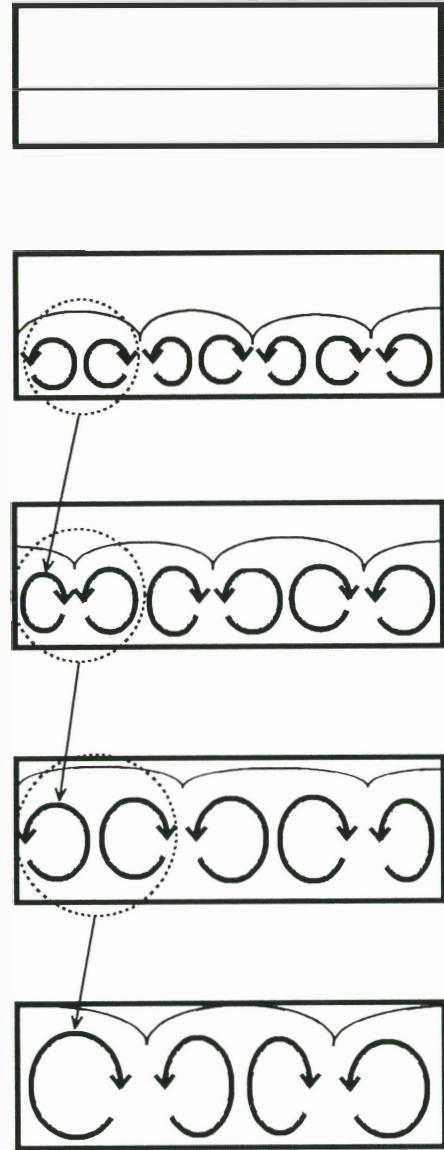


Fig. 3 Schematic diagram of convection pattern

行に上昇していく(a)。 $\Delta T=5.7^\circ\text{C}$ になると、この等温線に歪みが生じた。これは、容器下部における対流の発生を示すもので、 $4^\circ\text{C}$ の等温線より上には停滞層、下には互いに向きの異なるセル7個が横一列に並んだ対流層が形成された(b)。 $\Delta T=6.0^\circ\text{C}$ の時、容器左端のセルが収縮して消失し、セルの個数は6個となった(c)。 $\Delta T=7.5^\circ\text{C}$ になると、先と同様に容器左端のセルが消失し、セルの個数は5個となった(d)。 $\Delta T=8.0^\circ\text{C}$ において、 $4^\circ\text{C}$ の等温線は容器上面付近まで到達し、停滞層は肉眼では確認できなくなった。セルの個数は先と同様な過程を経て、4個となった(e)。これ以降、 $\Delta T$ が増

加してもセルの個数は4個のまま変化しなかった。なお、通常流体において、 $Ra$ 数が $5 \times 10^4$ 以上は乱流域になるとされるが、本実験範囲内 ( $5.0 \times 10^4 \leq Ra \leq 2.5 \times 10^6$ ) では乱流とはならなかった。

次に、各アスペクト比に対するセルの個数 $n$ と上下壁面温度差 $\Delta T$ との関係をTable. 1に示す。最初にセルが形成される時の $\Delta T$ は、アスペクト比によらず $\Delta T=5.7, 5.8^\circ\text{C}$ であった。 $A=1$ の時は、 $\Delta T=5.8^\circ\text{C}$ においてセルが形成されて以降、 $\Delta T$ が増加してもセルの個数は変化しない。それ以外のアスペクト比においては、最初にセルが形成された時

Table 1 Change in number of cell with temperature difference

$A \setminus \Delta T$	0.0	5.6	5.7	5.8	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	9.0	10	12
1/4	0	0	0	8	6	6	6	6	6	6	5	5
2/7	0	0	0	7	7	5	5	5	5	5	4	4
1/3	0	0	7	7	6	6	6	5	4	4	4	4
2/5	0	0	0	5	5	4	3	3	3	3	3	2
1/2	0	0	4	4	4	4	3	3	3	3	2	2
2/3	0	0	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2
1	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2

セル個数は最大であり、 $\Delta T$ の増加に伴いセルの個数は減少していることが分かる。ただし、 $A=2/3 \sim 1/3$ では、セルの個数は1個ずつ減少しているが、 $A$ が $2/7, 1/4$ と横長になると、セルの個数は1個、或いは2個ずつ減少している。セルの減少プロセスとして、セルが1個減少する場合、容器両端のどちらかのセルがその隣り合ったセルによって吸収される。セルが2個減少する場合、場所は特定できないが隣り合わせた2個のセルが同時に崩れる。また、当初、流れの左右対称性の点から定常状態におけるセルの個数は偶数個しか安定し得ないのではないかと予測されたが、系が左右非対称となる奇数個においても安定に存在し得ることが判明した。

## 2.2 セルのアスペクト比

上下壁温度差 $\Delta T$ の増加に伴いセル内の対流は強くなり、またセル高さは増加する。これはセルの不安定性が増加することを意味しており、 $\Delta T$ の増加に伴いセル個数が減少する直接の原因になっていると考えられる。そこで、ここでは個々のセルのアスペクト比 $A_c$ に着目し、 $\Delta T$ との関係について検討する。

Fig. 4は $A=1, 1/3, 1/4$ の各アスペクト比におけるセル個数 $n$ 及びセルのアスペクト比 $A_c$ の $\Delta T$ に伴う変化を示したものである。

$A=1$ の場合、 $n=2$ で一定であり、 $4^\circ\text{C}$ の等温線の上昇に伴い $A_c$ は1.3から2.0まで増加した。

$A=1/3$ の場合、 $n=6$ で変化しない $\Delta T=6.0 \sim 7.0^\circ\text{C}$ の範囲では $4^\circ\text{C}$ の等温線の上昇に伴い $A_c$ は1.3から1.7まで増加するが、さらに $\Delta T$ が増加すると $n$ は減少し、それに伴い $A_c$ も減少する。

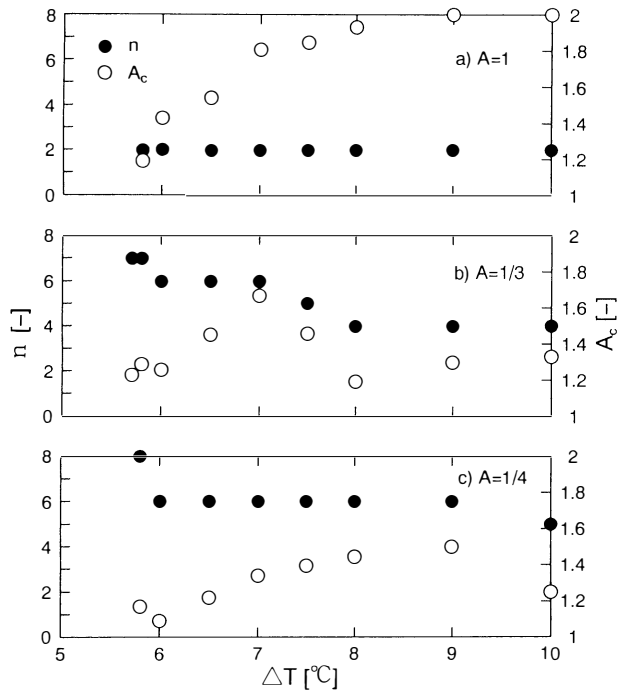


Fig. 4 Effect of temperature difference on the number of cells and the cell aspect ratio

$A=1/4$ においても、 $\Delta T=6.0\sim 9.0^\circ\text{C}$ の範囲では $n=6$ で一定であり $A_c$ は増加する。 $\Delta T=10.0^\circ\text{C}$ に達すると $n$ は減少し、それに伴い $A_c$ も減少する。

このように、セルのアスペクト比 $A_c$ は、 $A=1$ の時 $1.3\leq A_c\leq 2.0$ 、それ以外の $A$ では $1.0\leq A_c\leq 1.7$ の範囲内にある事が分かる。すなわち、セルのアスペクト比には上限が存在し、セルが垂直方向に成長し縦長になると、セルは安定に存在できないことを表している。このようにセルが不安定になると、いずれかのセルが消失してセルの個数が減少し、個々のセルは安定性を取り戻すものと考えられる。

また、先述の通り、セル個数は対流が発生したときに最大となるが、この時の $A_c$ はアスペクト比によらず $1.1\pm 0.05$ とほぼ同じであった。一方、対流発生時のセルの最大個数 $n_{\max}$ はFig. 5に示す様に、ほとんどの場合容器のアスペクト比の逆数の2倍に等しい。このことは、容器形状に関わらず、最初に発生したセルの高さは $H/2$ 、 $A_c$ は1であることを意味している。 $H$ が異なる容器においても同様の事が言えるかどうかは、今後検討すべき問題である。

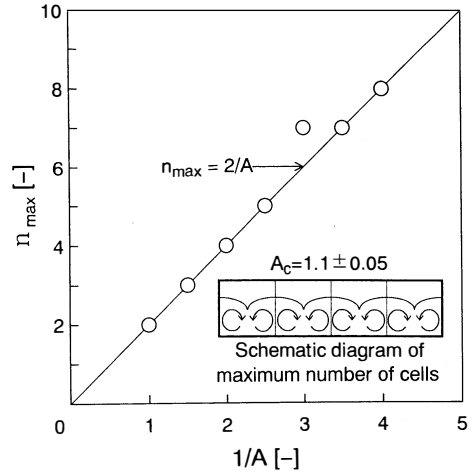


Fig. 5 Relation between maximum number of cells and the aspect ratio

### 2.3 Ra数とNu数の関係

各温度条件において密度反転領域が伝熱へ及びぼす影響を調べるために、加熱面及び冷却面の $Nu$ 数を求め、密度反転領域を伴う場合と伴わない場合との比較を行った。ここで、密度反転領域を伴う場合と伴わない場合の $Ra$ 数をそれぞれ次式で定義した。

密度反転領域を伴う場合

$$Ra = g \gamma (T_h - T_c)^2 H^3 / \alpha \nu \quad (1)$$

ここで、 $\gamma$ は $\rho = \rho_0 \{1 - \gamma(T - T_0)\}$ により与えられる。

密度反転領域を伴わない場合

$$Ra = g \beta (T_h - T_c) H^3 / \alpha \nu \quad (2)$$

ここで、 $\beta$ は $\rho = \rho_0 \{1 - \beta(T - T_0)\}$ により与えられる。

テストセクションを鉛直方向に通過する熱流束を水平方向に対して12点測定を行ったが、常に各測定値はほぼ一定であったため、ここでは、テストセクションの水平方向各測定点の平均熱流束を使用した。

以上により得られた密度反転領域を伴う場合と伴わない場合における $Ra$ 数と $Nu$ 数の関係をFig. 6に示す。密度反転領域を伴う場合、 $Ra$ 数が $2 \times 10^5$ 以下において $Nu$ 数の値が1であり、これは対流は存在せず熱伝導が伝熱を支配している状態であることを表している。 $Ra$ 数がそれ以上増加すると $Nu$ 数も増加し始める。 $Ra=$

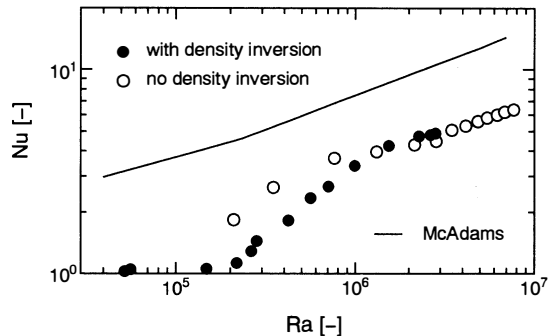


Fig. 6 Relation of  $Nu$  and  $Ra$  for Benard convection with/without density inversion

$2 \times 10^5$ は温度差に換算すると約5.6℃であり、可視化実験においてもほぼ同じ温度差の5.7℃において対流が発生していることを確認している。密度反転領域を伴う場合(●)の $Nu$ 数は初め、密度反転領域を伴わない場合(○)よりも低い。これは、上部停滞層が熱抵抗となり、全体的な伝熱を抑制するためと考えられる。 $Ra$ 数が増加すると、両者の差は小さくなり、密度反転を伴う実験において上部停滞層が視認できなくなる $\Delta T=12^\circ\text{C}$  ( $Ra=1.2 \times 10^6$ ) 以上において、●と○がほぼ一致するようになることから、密度反転領域における $Nu$ 数の低下が停滞層の影響であることが分かる。

次にMcAdams<sup>5)</sup>による水平流体層の $Ra$ 数と $Nu$ 数の関係式と本実験結果との比較を行った。ここで、McAdamsの関係式は次式で表される。

$$Nu = 0.21 \cdot Ra^{1/4} \quad (10^4 \leq Gr \leq 3.2 \times 10^5) \quad (3)$$

$$Nu = 0.075 \cdot Ra^{1/3} \quad (3.2 \times 10^5 \leq Gr \leq 10^7) \quad (4)$$

その結果、McAdamsの関係式に比べ本実験結果は $Nu$ 数の値がどの $Ra$ 数においても低い値であることが分かった。ただし、McAdamsの実験で用いられている装置形状は高さに対して幅と奥行きとの長さの割合が大きく、そこで生じるベナール対流は、流体層の上から見ると蜂の巣状の3次元の流れをする。一方、本実験装置は容器の幅に対し奥行きが狭いため2次元的なロール状の流れをする。よって、本実験結果がMcAdamsの関係式と一致しない理由は装置形状にあるのではないかと考え、他の形状の装置でも実験を行ってみた。ここで、用いた装置形状をTable. 2に示す。

温度範囲は、すべて密度反転領域を含まない場合であり、容器のアスペクト比は1/4のみ行った。形状の異なる装置での実験結果とMcAdamsの関係式をFig. 7に示す。この図を見ると、McAdamsの関係式と実験結果との一致は得られなかったが $Ra$ 数に対する $Nu$ 数の傾きは、ほぼ一致しており、また、同 $Ra$ 数において

Table 2 Test section scale

	H	L	W	H/L	W/H	W/L
Run1	25	100	12	0.25	0.48	0.12
Run2	30	120	20	0.25	0.67	0.17
Run3	30	120	50	0.25	1.67	0.42

て $W/H$ 及び $W/L$ が増加するにつれ、 $Nu$ 数が増加していることがわかる。以上の結果より、各測定値について $Nu$ 数とそれに影響する諸因子との間に次の実験式を得た。

$$Nu = 0.21 \cdot Ra^{1/4} \cdot (W/L)^{0.43} \quad (10^4 \leq Gr \leq 3.2 \times 10^5) \quad (5)$$

$$Nu = 0.015 \cdot Ra^{1/3} \cdot (W/L)^{0.43} \quad (3.2 \times 10^5 \leq Gr \leq 10^7) \quad (6)$$

$Nu$ 数と式(5),(6)の関係をFig. 8に示す。これを見ると、McAdamsの関係式に対しても式(5),(6)は、相関を示していることが分かる。よって、矩形容器内のベナール対流において3次元の流れに比べ、2次元の流れを示す傾向が強くなるにつれ、 $Nu$ 数が減少することが判明した。

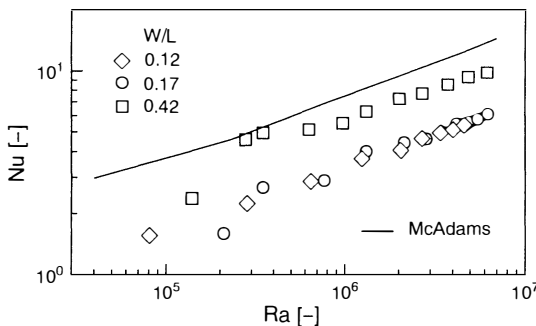


Fig. 7 Relation between  $Nu$  and  $Ra$  for different  $W/L$  (no density inversion)

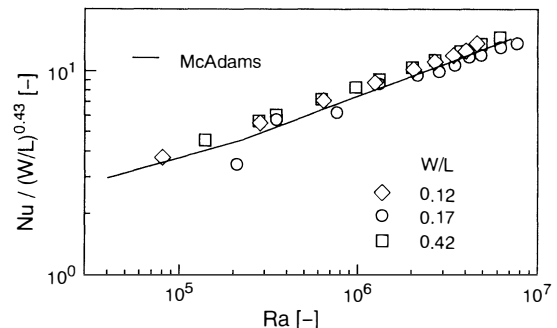


Fig. 8 General correlation of  $Nu$  to  $Ra$

## 結 言

本研究では、水の密度反転領域におけるベナール対流を対象に、上下壁面温度差及び、矩形容器のアスペクト比の違いによる対流セル構造の変化、伝熱特性の解明を行った。

$A = 1$  以外のすべてのアスペクト比において、セルの個数は、上下壁温度差の増加に従い減少する。安定に存在し得るセルのアスペクト比は、 $1.0 < A_c < 2.0$  の範囲である事が判明した。アスペクト比が及ぼす影響により、セルの個数は奇数個においても安定に存在する。本実験において、 $Nu$  数の値は密度反転領域における上部停滞層の存在により、密度反転領域外の場合に比べ低い値であった。また、2次元の流れをするベナール対流に対する  $Nu$  数を求める実験式を得た。

## 謝 辞

本論文の実験に際し、富山大学工学部学生、谷端渉氏（現在、富山軽金属工業㈱）のご協力を頂いた。ここに記して感謝の意を表する。

## 使用記号

$A$ ：容器のアスペクト比	[-]	$Ra$ ：密度反転領域外のレイリー数	[-]
$A_c$ ：セルのアスペクト比	[-]	$= g \beta (T_h - T_c) H^3 / \alpha \nu$	
$g$ ：重力加速度	[m/s <sup>2</sup> ]	$T_h$ ：下部壁面加熱温度	[℃]
$H$ ：容器の高さ	[m]	$T_c$ ：上部壁面冷却温度	[℃]
$h$ ：伝熱係数	[W/m <sup>2</sup> ·K]	$\Delta T$ ：上下壁面温度差	[℃]
$L$ ：容器の幅	[m]	$W$ ：容器の奥行き	[m]
$Nu$ ：ヌッセルト数	[-]	$\alpha$ ：温度伝導度	[m <sup>2</sup> /s]
$= hH / \lambda = qH / \lambda (T_h - T_c)$		$\lambda$ ：熱伝導度	[W/m·K]
$n$ ：セルの個数	[-]	$\nu$ ：動粘性係数	[m <sup>2</sup> /s]
$n_{max}$ ：セルの最大個数	[-]	$\rho$ ：流体密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$q$ ：熱流束	[W/m <sup>2</sup> ]	$\rho_0$ ：基準温度における流体の密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$Ra$ ：密度反転領域のレイリー数	[-]		
$= g \gamma (T_h - T_c)^2 H^3 / \alpha \nu$			

## 参考文献

- 1) 稲葉英男, 福田武幸：日本機械学会論文集B, 56, 788 (1990)
- 2) T.Nishimura, M.Fujiwara and H.Miyashita: J.Chem.Eng.Japan, 23, 241 (1990)
- 3) 柏木孝夫, 広瀬進, 伊藤伸治, 黒崎安夫：日本機械学会論文集B, 53, 1822 (1987)
- 4) K.R.Blake, D.Poulikakos and A.Bejan: Phys.Fluids, 27, 2608 (1984)
- 5) W.H.McAdams: Heat Transmission, McGraw-Hill, New York, (1954)

化学工学会山口大会（1995年7月）にて発表。

## Bénard convection in a water layer with density inversion

T.Yamane, H.Narahashi, Y.Miyazawa,  
M.Yoshida and H.Miyashita

Bénard convection in a horizontal water layer heated from below was studied experimentally. The experiments were performed for the closed vessels with seven different aspect ratios ( $A=1, 2/3, 1/2, 2/5, 1/3, 2/7, 1/4$ ). Details of Bénard convection phenomena with density inversion were investigated by visualization of temperature and flow fields. Attention was focused on changes in the number of cells and in the cell aspect ratio with the increase of temperature difference between the top and bottom walls. The Nusselt number for the case with density inversion exhibits lower values than that for the case with no density inversion, which is caused by the existence of the stable region.

〔英文和訳〕

## 水の密度反転領域におけるベナール対流

山根 岳志, 橋橋 弘樹, 宮澤 優子,  
吉田 正道, 宮下 尚

0℃の水を底面より加熱した時に生ずるベナール対流の実験的研究を行った。矩形容器のアスペクト比は、7種類 ( $A=1, 2/3, 1/2, 2/5, 1/3, 2/7, 1/4$ ) 変化させ実験を行った。温度場と流れ場の可視化を行うことにより、密度反転領域を伴うベナール対流現象を詳細に観察し、上下壁温度差の増加により形成されたセルの個数、セルのアスペクト比等について検討した。密度反転領域における停滞層の存在により、密度反転領域を伴わない場合に比べ、 $Nu$ 数の値が低くなることが判明した。