

ISSN 0387-1339

# 富山大学工学部紀要

第40卷

**Bulletin of**  
**Faculty of Engineering**  
**Toyama University**

Vol. 40

1 9 8 9



# 目 次

|   |     |
|---|-----|
| 1. トランスフィルタの特性算定法<br>……………藤田 宏・山口健一・作井正昭・前田 勉・沢田宗晴……………                       | 1   |
| 2. 封じ込め磁界を利用したトロイダルプラズマ式マグネトロン<br>スパッタ法の開発<br>……………高橋隆一・米田政明・直江正彦……………        | 13  |
| 3. 非定常熱線法による断熱材の高温域における熱伝導率測定<br>……………竹越栄俊・倉部美希・平沢良男・長元孝夫……………                | 22  |
| 4. アルミニウム合金 AC3A の研削残留応力について (英文)<br>……………能登谷久公・高辻雄三・米谷 茂・柴田弘誓……………           | 28  |
| 5. 安定化要素制御による静圧軸受の特性改善<br>……………大住 剛・森 美郎・池内 健・松本幸生・高瀬博文・中本 徹……………             | 35  |
| 6. 油圧駆動系動作方程式のレイリー方程式近似<br>……………大住 剛・松本幸生・高瀬博文・加納政雄……………                      | 45  |
| 7. 管および環状流路内の乱流構造 (I) —乱れおよびレイノルズ応力—<br>……………宮下 尚・柴田良弘・西村龍夫……………              | 54  |
| 8. 管および環状流路内の乱流構造 (II) —変動成分の組織的構造—<br>……………宮下 尚・柴田良弘・西村龍夫……………               | 69  |
| 9. 磁氣的収縮と圧力によって誘発される非定常宇宙ジェット (英文)<br>……………坂井純一……………                          | 79  |
| 10. 太陽フレアでの磁気再結合及び速い磁気音波衝撃波による<br>粒子加速 (英文)<br>……………坂井純一・大沢幸治……………            | 91  |
| 11. 磁気島の爆発的合体過程の流体モデル (英文)<br>……………T. Tajima・坂井純一……………                        | 103 |
| 12. 磁気島の爆発的合体過程と粒子加速 (英文)<br>……………T. Tajima・坂井純一……………                         | 115 |
| 13. 太陽フレアの電流ループ合体中におけるプラズマ・ジェット及び<br>衝撃波の形成 (英文)<br>……………坂井純一……………            | 127 |
| 14. 太陽フレアの電流ループ合体中における相対論的エネルギーまでの<br>速い粒子加速 (英文)<br>……………中野 融・坂井純一……………      | 134 |
| 15. プラズマ中の2次元 X 型電流層における磁氣的収縮とそれに伴う<br>磁気音波の衝撃波形成<br>……………森田智之・山口健一・坂井純一…………… | 160 |
| 16. ポテンシャル増殖とリッカチ方程式に関する変換について (英文)<br>……………川田 勉……………                         | 171 |
| 17. 昭和62年度修士論文概要一覧……………   | 181 |





# トランスフィルタの特性算定法

藤田 宏, 山口 健一, 作井 正昭\*  
前田 勉\*\*, 沢田 宗晴\*\*\*

## 1. 緒 言

電子装置の普及に伴い、負荷から発生する雑音の配電系統に及ぼす影響が大きな問題となっている。1976年に A.Kusko 氏等によって低域フィルタと変圧器を兼ねた構造のトランスフィルタの研究が報告された<sup>(1)</sup>。

彼等はこのトランスフィルタを各回路定数が一定の定数であるものとして簡単な T 形等価回路に変換して伝達アドミッタンスを求め、周波数しゃ断特性の優れていることを示した。しかし、この変圧器は R-L-C 形の低域フィルタであると同時に磁気飽和による直列および並列鉄共振回路を含む磁気漏れ変圧器である。

この種の変圧器を設計する場合、使用範囲内で直列鉄共振による跳躍現象や並列鉄共振による電流の急上昇を生ずるようなことは避けなければならない。

A.Kusko 氏等の T 形等価回路では周波数しゃ断特性はかなり正確に求めることができるが、鉄共振を含む特性を正確に求めることができない。

我々はこの変圧器について、鉄共振を含む特性を正確に求めるために磁気回路の磁気飽和による回路定数の変化を考慮した等価回路と解析法を誘導し、精度の高い方法であることを実証した。

また、この等価回路を用いてこの変圧器の設計計画、特性に影響を与えると考えられるキャパシタ容量及び漏れ磁路寸法の特性に与える影響をシミュレーションにより明かにした。

この解析法はこれらの影響や特性を正確に求めることができ、キャパシタ容量の選定や漏れ磁路寸法の決定など、設計計画上の寸法決定や経済設計などの最適設計に有効に利用できると思われる。

## 2. トランスフィルタの構造

ここで取り扱うトランスフィルタは A.Kusko 氏等によって提案されたものと全く同じ構造のものである。我々が実験及び解析に供するために試作したトランスフィルタの寸法とその概容を示すと図 1のごとくである。

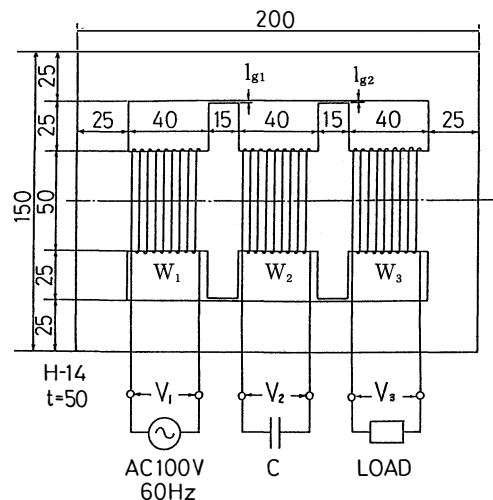


図1 トランスフィルタの構造  
Fig.1 Illustration of Transfilter

\* 富山大学工学部 \*\* 石川工業高等専門学校 \*\*\* 北陸電機製造株式会社

図1に於て  $W_1$  は電源に接続する1次巻線であり、 $W_2$  はキャパシタを接続する巻線で2次巻線と呼ぶ、また、 $W_3$  は負荷を接続する出力巻線であり、3次巻線と呼ぶことにする。

磁気回路を構成する鉄心は図1に示すように  $W_1$  と  $W_2$  の間及び  $W_2$  と  $W_3$  の間の2箇所にエアギャップ長  $l_{g1}$ 、 $l_{g2}$  のギャップを有する漏れ磁路を設けてある。

この1次巻線に正弦波電圧を印加し、3次巻線にサイリスタ位相制御負荷のような雑音源となる負荷を接続したとき、雑音をしゃ断し、1次電圧及び電流は雑音を含まないひずみのない正弦波となる。

この変圧器の使い方は A.Kusko 氏等の提案した方法と逆の使い方になる。この変圧器のフィルタとしての特性は構造からわかるように双方向性であり、負荷雑音を除去する目的からこの方法で解析を行なった。

この変圧器は図1の構造からわかるように磁気漏れ変圧器であると同時に、使用電圧範囲を広げれば鉄共振形定電圧、定電流変圧器にもなる。定電圧、定電流特性を持たせた範囲では鉄心の飽和領域を用いるのでフィルタ効果は弱くなる。

A.Kusko 氏等はこの変圧器について周波数伝達特性だけを示したが、本論文の方法では鉄共振特性についても明らかにできる。また、鉄共振を含む回路の算定には図式算定法も有効に用いられているが、<sup>(2)(3)</sup> 本論文では数式化による特性算定を行う。

### 3. 等価回路とベクトル

図1に示すトランスフィルタは対称構造であるから、検討を単純化するために片側の磁気回路をとれば、図2の磁気回路を得る。図2に於て  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  は  $W_1$ 、 $W_2$ 、 $W_3$  の起磁力であるが、鉄損を考慮するために中央の回路に鉄損分の起磁力源として  $F_c$  を追加した。この磁気回路より、図3(a)に示す等価回路を得る。図3(b)に参考のため、A.Kusko 氏等の等価回路を示した。<sup>(4)(5)(6)</sup>

図3(a)に於て、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  は1次、2次、3次巻線の巻線抵抗、 $R_0$  は鉄損抵抗、 $X_{G1}$ 、 $X_{G2}$  は漏れ磁路のギャップ部分の漏れリアクタンスである。 $R_0$ 、 $X_{G1}$ 、 $X_{G2}$  は周波数が一定であれば定まった値になる。これに対して、側磁路の自己リアクタンス  $X_1$ 、 $X_4$ 、 $X_5$  及び側磁路と直列回路を構成する磁路からなる漏れ磁路の鉄心部分のリアクタンス  $X_{e1}$ 、 $X_{e2}$  は誘導電圧  $E_1$  による磁化の磁気飽和によって変化する。

ここで、誘導電圧について検討を加えるために、トランスフィルタのベクトル図を求めてみる。

$W_1$ 、 $W_2$ 、 $W_3$  の誘導起電力を  $\dot{E}_1$ 、 $\dot{E}_2$ 、 $\dot{E}_3$ 、電流を  $\dot{I}_P$ 、 $\dot{I}_S$ 、 $\dot{I}_T$ 、巻数を  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$  とすれば、等アンペアターンの法則より式(1)の関係を得る。

$$N_1 \dot{I}_P = -(N_2 \dot{I}_S + N_3 \dot{I}_T) \tag{1}$$

この関係から、この場合のベクトル図は一般の変圧器の場合とかなり異なる図4のベクトル図を得る。

すなわち、 $W_2$  に比較的容量の大きなキャパシタを接続するので  $W_2$  の電流は  $\pi/2$  に近い進相電流となる。このため、1次巻線電流は進み電流となり、1次入力端子電圧  $\dot{V}_1$  より誘導電圧  $\dot{E}_1$  の方が大きくなる。

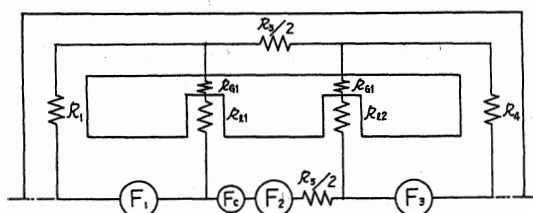
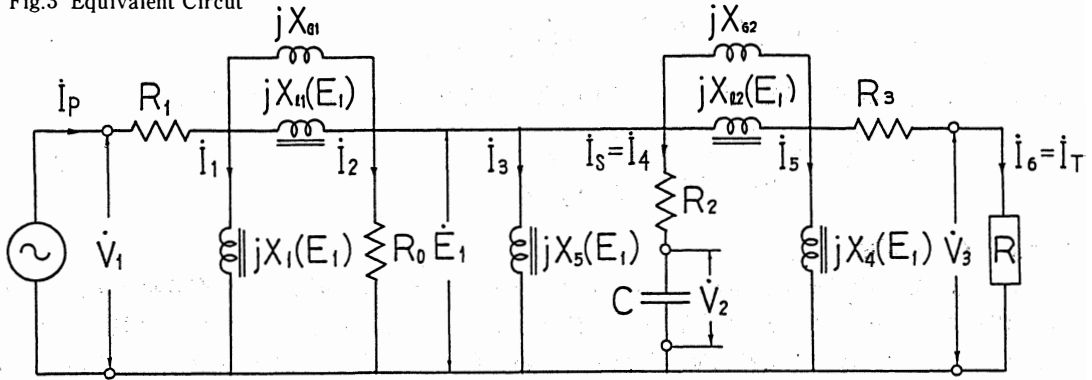
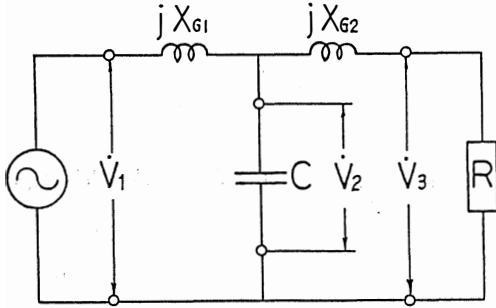


図2 トランスフィルタの磁気回路  
Fig.2 Magnetic Circuit of Transfilter

図3 等価回路  
Fig.3 Equivalent Circuit



(a) 磁気飽和を考慮した精密な等価回路



(b) A.KUSKO 氏の等価回路

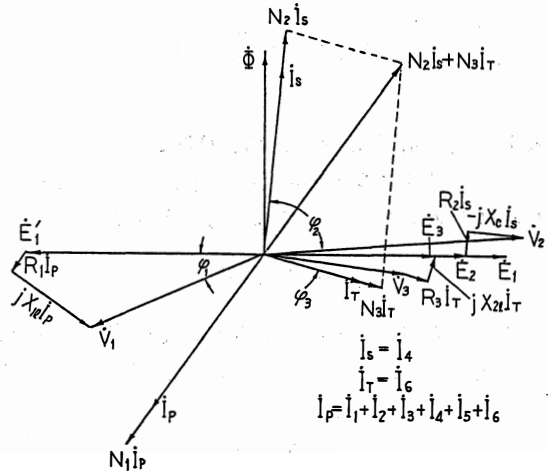


図4 ベクトル図  
Fig.4 Vector Diagram

磁化は誘導電圧に等しい電圧で行われることになるから、各リアクタンスの算定にはこの  $\dot{E}_1$  による磁気飽和の影響を考慮して行なわなければならない。このため、 $\dot{V}_1$  基準の計算は不可能であり、 $\dot{E}_1$  基準の計算結果から  $\dot{V}_1$  を求める方法をとらなければならない。

#### 4. 回路定数の算定と回路方程式

$R_1, R_2, R_3$  は巻線抵抗であり、これらの値は簡単な算術計算による設計値または実測によって直接知ることができる値であるので、この他の回路定数の算定法について説明する。

##### 4.1 $R_0$ の算定

商用周波数(トランスフィルタとして使用する時の電源周波数)  $f_c$  [Hz] の任意の電圧  $E_{C1}$  で磁化したときの鉄損を  $W_{CC}$  [W] とする。このとき的小数で表わしたヒステリシス損とわず電流損の割合を  $\alpha_H, \alpha_E$  とすれば、任意の周波数  $f$  [Hz], 磁化電圧(誘導電圧に相当)  $E_1$  のときの鉄損  $W_C$  [W] は次式で

表わされる。<sup>(7)(8)</sup>

$$W_C = W_{CC} \left\{ \alpha_H \frac{f}{f_C} \left( \frac{E_1}{E_{C1}} \right)^2 + \alpha_E \left( \frac{f E_1}{f_C E_{C1}} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

したがって、 $R_0$ は次式で与えられ、 $E_1$ とは無関係で周波数 $f$ のみによって変る値となる。

$$R_0 = \frac{E_1^2}{W_C} = \frac{E_{C1}^2}{W_{CC} \left\{ \alpha_H \frac{f}{f_C} + \alpha_E \left( \frac{f}{f_C} \right)^2 \right\}} \quad (3)$$

#### 4.2 $X_{G1}$ , $X_{G2}$ の算定

$X_1$ ,  $X_2$ は漏れ磁路のギャップ部分の漏れリアクタンスである。したがって、真空誘磁率を $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  [H/m], ギャップ部分の磁路の断面積をそれぞれ $S_{g1}$ ,  $S_{g2}$  [m<sup>2</sup>], ギャップ長をそれぞれ $l_{g1}$ ,  $l_{g2}$  [m]とすれば、1次側に換算した漏れ磁路のギャップ部分の漏れリアクタンス $X_{G1}$ ,  $X_{G2}$ は次のように与えられる。

$$X_{G1} = 2\pi f \frac{\mu_0 S_{g1} N_1^2}{l_{g1}} \quad (4)$$

$$X_{G2} = 2\pi f \frac{\mu_0 S_{g2} N_1^2}{l_{g2}} \quad (5)$$

#### 4.3 $X_1$ , $X_4$ , $X_5$ , $X_{\ell 1}$ , $X_{\ell 2}$ の算定

トランスフィルタの鉄心を $f_c$  [Hz]で磁化したとき、磁化電流 $I_{mc}$ を式(6)で示すように磁化電圧 $E_1$ の $m$ 次式で近似して表わされるものとする。

$$I_{mc} = \sum_{n=0}^m a_n E_1^n \quad (6)$$

任意の周波数 $f$  [Hz]のときの磁化電流 $I_{mf}$ は磁束密度は周波数に反比例するから、式(6)の $E_1$ の代りに $E_1$ を $f_c/f$ 倍した電圧を代入した値になる。すなわち、このときの磁化電流・電圧曲線は次式で近似される。

$$I_{mf} = \sum_{n=0}^m a_n \left( \frac{f_c}{f} E_1 \right)^n \quad (7)$$

したがって、このときの鉄心の誘磁率 $\mu(E_1)$ は鉄心の磁路の長さを $l$  [m], 断面積を $S$  [m<sup>2</sup>]とすれば次式で与えられる。

$$\mu(E_1) = \frac{E_1}{I_{mf}} \cdot \frac{l}{2\pi f S N_1^2} \quad [\text{H/m}] \quad (8)$$

この値を用いて、任意の誘導電圧 $E_1$ , 任意の周波数 $f$ のときの1次側に換算した $X_1$ ,  $X_4$ ,  $X_5$ ,  $X_{\ell 1}$ ,  $X_{\ell 2}$ はそれぞれ磁路の長さを図5のようにとり、それぞれの断面積を $S_1$ ,  $S_4$ ,  $S_5$ ,  $S_{\ell 1}$ ,  $S_{\ell 2}$ とすれば、式(9)~(13)のように与えられる。

なお、漏れ磁路の鉄心部分の飽和は予測することは困難である。しかし、幸いにしてこの部分は直列にギャップを有しており、ギャップのパーミアンスが小さいため、この部分の磁束密度は他の鉄心磁路に比較してかなり低く、飽和することはないと考えられる。この理由から、この部分の透磁率を無限大と考えてこの部分のリアクタンスを無視する。

$$X_1 = 2\pi f \frac{\mu(E_1) \cdot S_1}{l_1} N_1^2 \quad (9)$$

$$X_4 = 2\pi f \frac{\mu(E_1) \cdot S_4}{l_4} N_1^2 \quad (10)$$

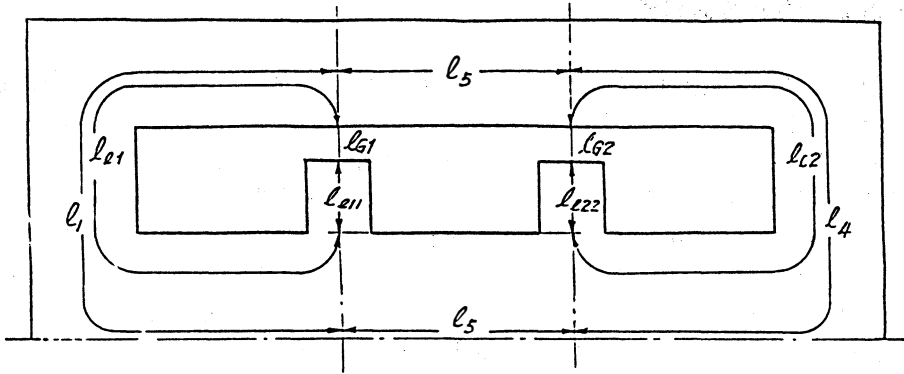


図5 磁路の長さ  
Fig.5 Magnetic Path Lengths

$$X_5 = 2\pi f \frac{\mu(E_1) \cdot S_5}{l_5} N_1^2 \quad (11)$$

$$X_{e1} = 2\pi f \frac{\mu(E_1) \cdot S_{e1}}{l_{e1}} N_1^2 \quad (12)$$

$$X_{e2} = 2\pi f \frac{\mu(E_1) \cdot S_{e2}}{l_{e2}} N_1^2 \quad (13)$$

なお、 $X_C$ の値はいうまでもなく次式で与えられる。

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad (14)$$

#### 4.4 回路方程式

以上のように、図3(a)の等価回路の各回路定数を求めることができるが、図4のベクトル図からわかるように、この変圧器では1次入力端子電圧を基準にとって特性を求めることは困難である。すなわち、回路定数が $\dot{E}_1$ によって変化するのであるから、 $\dot{E}_1$ を基準にとった回路方程式から $\dot{V}_1$ を求めることになる。ここで、式を簡単にするために漏れ磁路のリアクタンスを式(15)、(16)のように表わす。

$$X_{1e}(E_1) = \frac{X_{G1} \cdot X_{e1}(E_1)}{X_{G1} + X_{e1}(E_1)} \quad (15)$$

$$X_{2e}(E_1) = \frac{X_{G2} \cdot X_{e2}(E_1)}{X_{G2} + X_{e2}(E_1)} \quad (16)$$

これらの値を用いて、この場合の磁気飽和による回路定数の変化を考慮に入れた図3(a)の等価回路に適用する妥当な回路方程式は非線形複素マトリクスで表わされる式(17)で与えられる。

$$\begin{pmatrix} 1 & -R_1 & -R_1 - jX_v(E_1) & -R_1 - jX_v(E_1) & -R_1 - jX_v(E_1) & -R_1 - jX_v(E_1) & -R_1 - jX_v(E_1) \\ 0 & j(X_1(E_1) + X_{1e}(E_1)) & -jX_v(E_1) & -jX_v(E_1) & -jX_v(E_1) & -jX_v(E_1) & -jX_v(E_1) \\ 0 & 0 & R_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & jX_5(E_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 - jX_C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j(X_{2e}(E_1) + X_2(E_1)) & jX_3(E_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & jX_3(E_1) & R_3 + R + jX_3(E_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{I}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_1 \\ \dot{E}_1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

## 5. 電圧・電流特性と負荷特性

図3(b)の等価回路では磁気飽和による鉄共振特性が考慮されないため、各部の電圧及び電流は  $V_1$  に比例するだけで正確な電圧・電流特性は求まらない。

図3(a)の等価回路に適用した式(17)から求めた結果は誘導電圧  $E_1$  による磁気回路の磁気飽和によって生ずる変化を考慮した回路定数を用いるため、鉄共振を含む特性を明かにできる。

式(17)に従って求めた電圧・電流特性と負荷特性を実験結果と比較したものが図6及び図7である。

図6からは並列鉄共振特性も明確に高精度に把握できており、実測値ともよく一致していることがわかる。また、図7から負荷特性も高精度に求まっており、磁気飽和と変圧器の典型的特性である過負荷時の一次電流の減少する特性も実測値とよく一致して明確に把握されている。

これらの結果から、電圧・電流特性や負荷特性の算定法としてこの解析法は精度の高い有効な方法であることが立証される。

## 6. 周波数伝達特性

周波数伝達特性はA.Kusko氏等の示した簡単なT型等価回路からも実用上十分な精度で求めることができるが、式(17)の解より  $V_1$ 、 $I_6$  を用いて任意の周波数  $f$  に関して次式によって与えることができる。

$$G(f) = 20 \log_{10} \left( \frac{V_3(f)}{V_1(f)} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{R \cdot I_6(f)}{V_1(f)} \right) \quad [\text{dB}] \quad (18)$$

式(18)による計算結果と実験結果およびA.Kusko氏等のT形等価回路による結果を比較したものが図8である。

図8より、周波数伝達特性の算定に関してはA.Kusko氏等の示した方法は簡単な方法で、実用領域の精度も高く実用上十分な方法といえる。しかし、本法は低周波領域も含めて周波数全域にわたる精度が高く、更に改善した方法といえる。

以上の結果から、この方法による解析結果は周波数伝達特性にかぎらず、電圧・電流特性や負荷特性などの鉄共振を含む特性もかなり高精度に求められることを立証している。

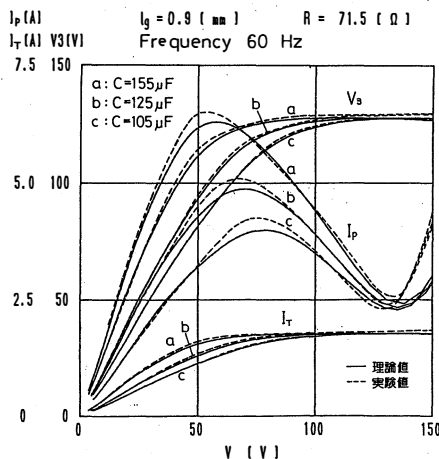


図6 トランスフィルタの電圧・電流特性  
Fig.6 Voltage-Current Characteristics

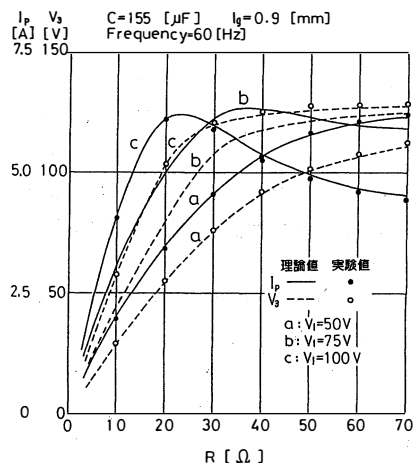


図7 負荷特性  
Fig.7 Load Characteristics

## 7. 特性解析シミュレーション

以上の解析結果と実験値の比較から本法の信頼性が立証できるので、この方法を用いてトランスフィルタの利用上または設計上重要と考えられるキャパシタ容量の影響と漏れ磁路のギャップ長が特性に及ぼす影響をシミュレーションにより求め、考察を加えてみる。

### 7.1 電圧・電流特性に関するシミュレーション

#### 7.1.1 キャパシタ容量の影響

キャパシタ容量を変えて電圧・電流特性の変化を求めてみたものが図9である。図9の結果から、キャパシタ容量の小さい範囲では並列鉄共振のみを生ずるが、キャパシタ容量が大きくなると直列鉄共振による跳躍現象が現われることがわかる。

直列鉄共振は主に  $X_{1\ell}(E_1)$  と  $X_C$  の間における共振と看されるが、実際には  $X_{1\ell}(E_1)$  と他の誘導性リアクタンスで構成される回路網の合成誘導リアクタンスと  $X_C$  の間で直列鉄共振を生ずる。このため、 $X_{1\ell}(E_1)$  が  $X_C$  よりいくらか大きな値のときに直列鉄共振を生ずる。この値は回路網の非線形要素が複雑に関係するので式(17)の解を求めてみるのが最も早道である。

また、並列鉄共振は主に  $X_5(E_1)$  と  $X_C$  の間で生ずるが、他の非線形誘導性リアクタンスも多少並列回路要素として影響を及ぼす。この理由から、直列鉄共振の場合と同様に  $X_5(E_1)$  の値が  $X_C$  よりいくらか大きい値のときに並列鉄共振を生ずる。

トランスフィルタを設計計画する際、直列鉄共振は跳躍現象を生じ、1次電圧を並列鉄共振を生ずる電圧を超えて高くすると1次電流が急増するから、これらの範囲を避けて計画する必要がある。

#### 7.1.12 漏れ磁路ギャップ長の影響

漏れ磁路のギャップ長を変えて電圧・電流特性の変化を求めてみた結果が図10である。図10の結果から、漏れ磁路のギャップ長の大きい範囲では並列鉄共振だけを生じているが、ギャップが小さくなると直列鉄共振も生ずるようになる。

この結果から、キャパシタの選択と同様に漏れ磁路ギャップ長をあまり小さくすると直列鉄共振による跳躍現象を生ずるので制限を受ける。その制限を規定する条件はキャパシタ容量を変えたときと同じである。

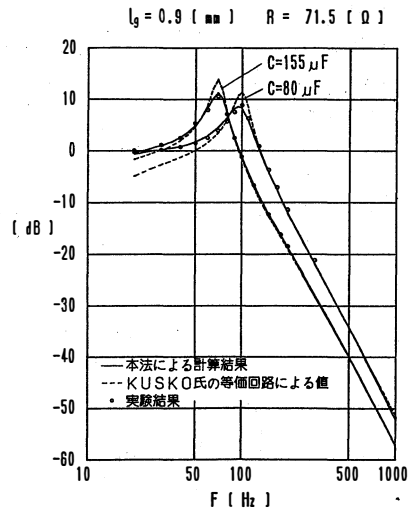


図8 周波数伝達特性  
Fig.8 Frequency Transfer Characteristics

### 7.2 周波数伝達特性に関するシミュレーション

#### 7.2.1 キャパシタ容量の影響

キャパシタの容量を変えて周波数伝達特性を求めてみたものが図11である。図11の結果からキャパシタ容量が大きくなる程シャ断周波数が低くなり、また、シャ断特性が良くなる傾向がある。これらの傾向は定性的にも予測できることであるが、その傾向を明確に示している。しかし、この特性からは鉄共振の影響を知ることは全く不可能である。

#### 7.2.2 漏れ磁路ギャップ長の影響

漏れ磁路ギャップ長を変えて周波数伝達特性を求めてみた結果が図12である。図12から、漏れ磁路

のギャップ長が大きくなる程しゃ断周波数が高くなるのが容易に知ることができる。この場合もしゃ断周波数や周波数伝達特性を求めることができるが、鉄共振を確認できる値は現れてこない。

### 7.3 キャパシタ容量、漏れ磁路ギャップ長としゃ断周波数の関係

図9～図12の値をいろいろの条件の場合について求め、キャパシタの容量毎に漏れ磁路のギャップ長としゃ断周波数の関係で整理したものが図13である。図13より、同じしゃ断周波数を得る場合でもキャパシタ容量と漏れ磁路ギャップ長の組み合わせ方がいろいろあることがわかる。

また、1次周波数が50Hzの場合と60Hzの場合に直列鉄共振を生ずる限界をシミュレーション結果

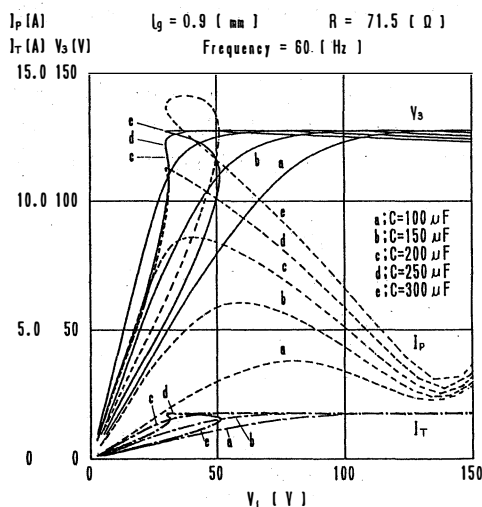


図9 キャパシタの電圧・電流特性に及ぼす影響  
Fig.9 Influence of Capacitor for Voltage-Current Characteristic

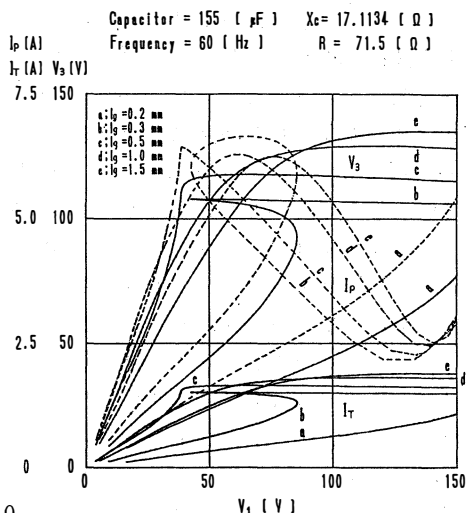


図10 漏れ磁路ギャップ長の電圧・電流特性に及ぼす影響  
Fig.10 Influence of Leakage Gap Length for Voltage-Current Characteristic

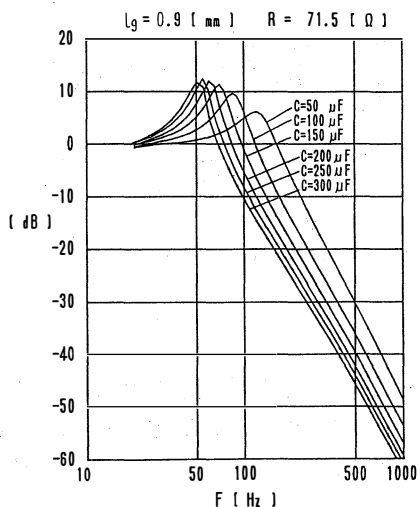


図11 キャパシタ容量の周波数伝達特性に及ぼす影響  
Fig.11 Influence of Capacitor for Frequency Transfer Characteristic

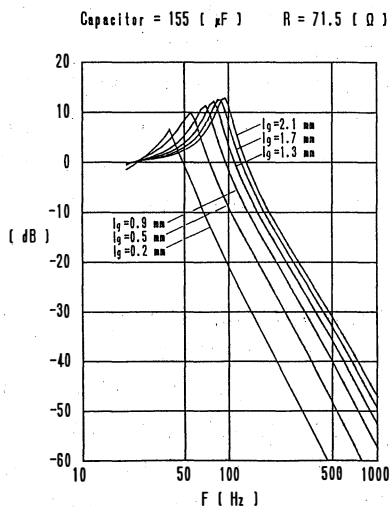


図12 漏れ磁路ギャップ長の周波数伝達特性に及ぼす影響  
Fig.12 Influence of Leakage Gap Length for Frequency Transfer Characteristic



より求めて示したものが破線で示す値である。破線より下側では直列共振を生ずるので使用範囲に含めることが不適当な範囲であり、破線より上側のキャパシタと漏れ磁路ギャップ長の組合せを用いるべきである。

このような装置では、キャパシタの容量を大きくすると高価なものになるが、しゃ断特性のよいものになる。トランスフィルタの設計計画に、この相矛盾する傾向とギャップ寸法との間で妥協点を求めて特性上と経済性の両面で満足すべき点を定めるべきであろう。

## 8. 波形観測結果

トランスフィルタのフィルタ効果を確認するため、3次巻線(負荷巻線)にサイリスタ位相制御回路を図14のように接続し、1次側と3次側の電圧及び電流波形の観測を行なった。

また、普通の2巻線形変圧器と比較するためにこの回路を普通の2巻線形変圧器の2次側に接続して1次側と2次側の電圧及び電流波形の観測を行なった。

これらの結果を示すと図15(a)及び(b)のような結果を得る。これらの結果はデジタルメモリスコープよりX・Yレコーダに記録して得たものである。この両者の波形比較からわかるように普通に用いられる絶縁形の2巻線変圧器では負荷回路の電流波形のひずみがあるまま1次側へ影響しているのに対して、トランスフィルタでは全くその影響を受けていない。この結果からもフィルタ効果の優れたものであることがわかる。

## 9. 結 言

本論文で扱った解析は1976年にA.Kusko氏等によって報告されたトランスフィルタに検討を加え、正確な特性を把握することを目的として行ったものである。本来、この構造の変圧器は鉄共振回路を含むものであり、周波数伝達特性だけで特性の適否を判断することは危険である。回路に鉄共振要素を含む場合、鉄共振を積極的に利用するもの以外は鉄共振を避けなければならない。

本法における解析結果から、直列鉄共振による跳躍現象や並列鉄共振を避けるために、漏れ磁路ギ

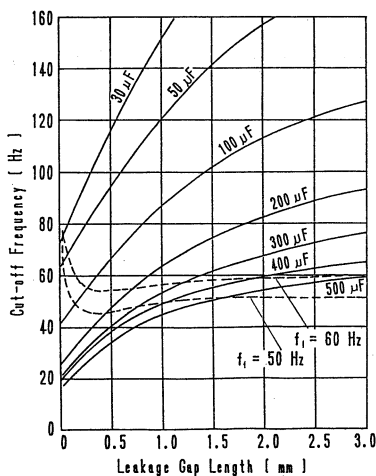


図13 キャパシタ容量、漏れ磁路ギャップ長としゃ断周波数の関係

Fig.13 Relation between Capacity of Capacitor, Leakage Gap Length and Cut-off Frequency

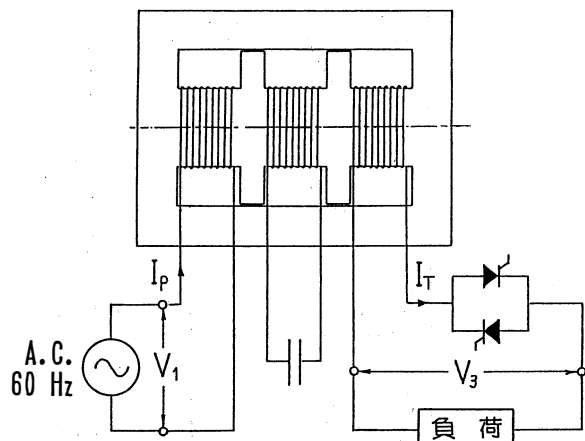


図14 波形観測のための位相制御回路

Fig.14 Phase Control Circuit for Observing Wave-Shapes

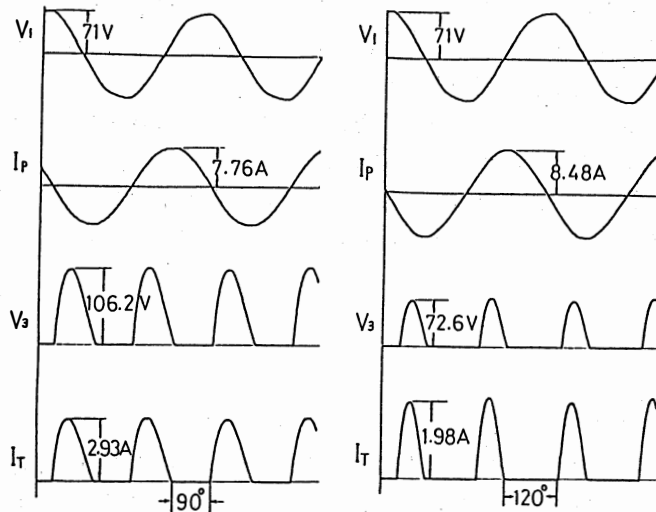
ギャップ長及びキャパシタ容量を適当に選択しなければならないことが明かになった。

すなわち、使用する電源周波数、電圧の範囲内でこれらの現象を生じないように漏れ磁路のギャップ長やキャパシタ容量を適当に選ぶ必要がある。

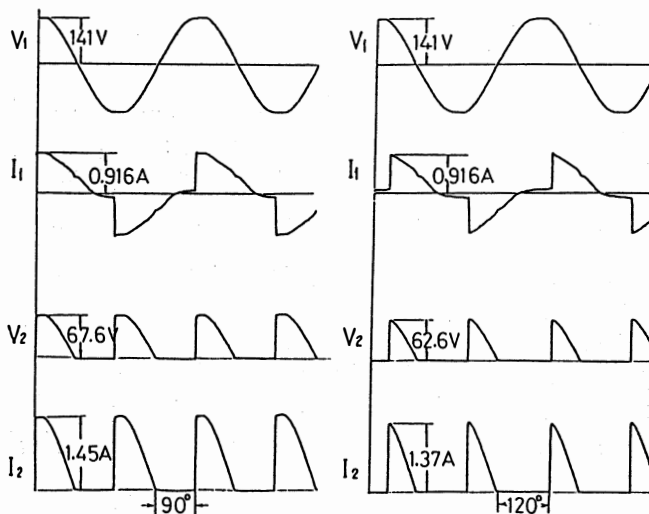
また、キャパシタ容量と漏れ磁路ギャップ長のしゃ断周波数に及ぼす影響も明かにしたので、経済設計上有効に利用できる方法と考える。

なお、本法による解析はトランスフィルタの解析に止まることなく、他の類似の構造の変圧器や非線形磁気応用変換器の解析にも有効に利用できるものとする。

図15 波形観測結果  
Fig.15 Observed Wave-Shapes



(a) トランスフィルタの電圧・電流波形 ( $f=60\text{Hz}$ ,  $R=40\Omega$ ,  $C=150\mu\text{F}$ )



(b) 二巻線形変圧器の電圧・電流波形 ( $f=60\text{Hz}$ ,  $R=40\Omega$ )

参考文献

- (1) A.KUSUKO, J.CAIN, J.JODICE, G.MAYERS, "Transfilter", IEEE Trans. on Magnetics MAG-12 No.4 July (1976)
- (2) 別所, "定電圧変圧器の理論と設計法", 電学誌, Vol.80-4, No.931 (1966)
- (3) 蓮見, "鉄共振の活用", オーム社, (1964)
- (4) 猪狩, "磁気回路-電気回路間の等価変換理論とその応用", 電学誌, Vol.83-12, No.903, (1963)
- (5) 宮入, "エネルギー変換工学入門", 丸善, PP33~47, (1967)
- (6) Brosan, Hayden "Advanced electrical Power and machines", ISSAC PITMAN (GB), PP104~114, (1966)
- (7) 広瀬, "電機設計概論", 電気学会, PP79~82 (1983)
- (8) 例えば中村, "電気機械試験法", 共立出版, PP90~91 (1961)

## Calculation Method for Characteristics of Transfilter

Hiroshi Fujita. Ken-ichi Yamaguchi. Masaaki Sakui\*.  
Tsutomu Maeda\*\*. Muneharu Sawada\*\*\*

In 1976, Mr. A.Kusko and his experimental team has proposed "Transfilter", which is a transformer for using both as a low-pass-filter and a transformer.

We has proposed the equivalent circuit and the circuit equation considering the ferroresonance circuit on this Tansfilter. And we attempted to simulate the characteristics of the Transfilter according to the proposed equivalent circuit and we has pointed out to need to select the suitable combination of the air-gap size of leakage magnetic path and the capacitor capacity.

[英文和訳]

### トランスフィルタの特性算定法

藤田 宏, 山口 健一, 作井 正昭\*  
前田 勉\*\*, 沢田 宗晴\*\*

1976年に A.Kusko 氏等によって低域フィルタと変圧器を兼用した変圧器“トランスフィルタ”が提案された。

我々はこのトランスフィルタについて、鉄共振を考慮した精度の高い等価回路と回路方程式を提案した。そしてこの等価回路に従ってこのトランスフィルタの特性シミュレーションを行ない、直列鉄共振による跳躍現象と並列鉄共振による電流の急増を避けるために漏れ磁路エアギャップ寸法とキャパシタ容量の組合せを適当に選ぶ必要のあることを指摘した。

(1988年10月31日受理)

# 封じ込め磁界を利用したトロイダルプラズマ式 マグネトロンスパッタ法の開発

高橋 隆一\*, 米田 政明\*\*, 直江 正彦\*\*\*

## 1. ま え が き

近年、省資源、無公害化などの時代の要請や超高精度材料加工技術の要求など、新しい社会的ニーズに対応した薄膜形成技術が注目され始めている。薄膜は半導体デバイスを始め、各種のエレクトロニクス材料として現在の電子工学の分野で広く用いられている。その結果、薄膜形成技術は各種デバイス作製の一手段として現在の電子工業界に欠かせない重要な役割を担っている上、未知の研究分野も数多く残されており、この研究は1990年代の材料あるいはデバイスの開発に不可欠とされている。中でも、スパッタ現象<sup>1)</sup>を利用した薄膜形成技術は他の方法よりも優れており、その応用はますますその範囲を広げ、あらゆる薄膜形成に使用されている。

従来、スパッタ法の最大の欠点であった低膜形成速度<sup>2)</sup>、膜形成中の基板温度の著しい上昇<sup>3)</sup>、高ガス圧中での膜形成、などの問題がマグネトロンスパッタ法の開発<sup>4)</sup>によってある程度解決された。その結果、スパッタ法の優秀性が広く認識されるようになって多くの工業分野にまで応用されるようになった。しかし、薄膜の高速・低温形成に最適なマグネトロンスパッタ法では、 $\gamma$ 電子の封じ込めが完全でない(図1参照)<sup>5)</sup>、ターゲットの利用率が極端に悪い<sup>6)</sup>、低雰囲気ガス圧中での放電が不安定である<sup>7)</sup>、強磁性体膜の高速・低温形成が難しい<sup>7)</sup>、などの欠点がある。このようにマグネトロンスパッタ法においても種々の問題が生じ、新しい方法の提案・開発が将来の良質な膜の高速・低温形成を達成する唯一の方法であると考えられる。そこで、我々は通常の円板ターゲットの中心に穴をあけた平板(プレーナ)リングターゲットを用いるトロイダルプラズマ式(Toroidal Plasma: TP)マグネトロンスパッタ法を提案した<sup>8)</sup>。実際に試作装置でFe, Niなどのプレーナリングターゲットを用いて放電実験を行った結果、 $\gamma$ 電子の封じ込めがより強力になることが示され<sup>9)</sup>、TPマグネトロンスパッタ法が強磁性体膜の高速スパッタ法として優れた特性を有していることが明らかにされた。

実際に膜形成の応用として、垂直磁気記録媒体用Co-Cr膜、垂直ヘッド用軟磁性Co-Zrアモルファス膜などを取り上げた。以下、順を追って、実験結果について説明する。

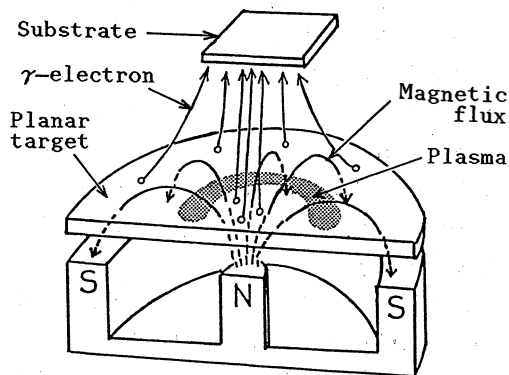


図1 通常のマグネトロンスパッタ法における $\gamma$ 電子の基板衝撃

\* 富山大学工学部電気工学科

\*\* 富山大学工学部電子工学科

\*\*\* 東京工業大学工学部電子物理工学科

## 2. TPマグネトロンスパッタ法の開発

マグネトロンスパッタ法で強磁性体ターゲットを用いて膜形成を行うと、 $\gamma$ 電子封じ込め用の漏洩磁界がターゲット面上にほとんど現われないために原理上、高速スパッタが出来ない。一般に、磁界を用いたプラグマの封じ込め方法には通常マグネトロンスパッタ法<sup>4)</sup>、対向ターゲット式スパッタ法<sup>10)</sup>、ここで提案したTPマグネトロンスパッタ法(図2参照)などがある。この中で最も安定にプラズマ封じ込めが可能な方法はTPマグネトロンスパッタ法である。強磁性体プレーナリングターゲットの使用により、磁極がターゲット面よりも高くなり、ターゲット面上の漏洩磁界が著しく増大するために $\gamma$ 電子の封じ込めが完全になる。その結果、 $\gamma$ 電子による基板衝撃が全くない、いわゆるプラズマフリーの状態での膜形成が可能となる。さらにターゲット利用率の向上も期待できる。

開発に先立ち、最適モデルを有限要素法を用いた磁界解析により決定した。TPマグネトロンスパッタ電極を試作し、その磁束密度分布をガウスメータで測定した。本装置では、 $\gamma$ 電子の封じ込めをより容易に、かつガス分子のイオン化を促進するために外部ソレノイドコイルによる磁界( $B_s$ )を基板側からターゲット面に向かって印加した。ターゲット近傍の面内磁束密度( $B_{//}$ )の実測値はプレーナリングターゲットの内縁および外縁付近で極端に強く、ターゲットの中間部分では弱いことが分った。この結果は有限要素法による計算値とほぼ同じ傾向を示している<sup>12)</sup>。しかし、通常強磁性体ディスクターゲットの場合の測定結果よりは、はるかに漏洩磁界は強く<sup>8)</sup>、磁極をターゲット面よりも高くした効果は十分に現れている。この磁界の強さはプレーナリングターゲット上にトロイダルプラズマの形成を可能にするもので、プラズマフリーの条件下での膜形成が期待できる。

そこで、装置の放電特性を調べた。 $B_s$ の印加により、良好な低電圧特性が得られ、放電電流( $I_d$ )を250mAまで増加させたときの印加電圧( $V_a$ )の上昇幅は60V程度であり、 $B_s$ が大きい方が上昇幅は小さい。放電可能なArガス圧の下限は0.2Paで、かつ470Vと低電圧特性を示し、安定なマグネatron放電が観測された。さらに $B_s$ の印加により、トロイダルプラズマの半径が減少することも明らかになった<sup>13)</sup>。プレーナリングターゲットの材質をNiに変えた場合もFeの場合と同じ傾向を示した。ターゲットの侵食は図3のようにプレーナリングの内縁に近づくにつれて激しくなる<sup>14)</sup>。これは、ターゲット面上の $B_{//}$ の値と関係しており、強いほど侵食が激しいことが分った。また、プレーナリングターゲットの材質により侵食領域が変化することも示された<sup>15)</sup>。

Feプレーナリングターゲットの場合の膜形成速度( $R_d$ )は0.63W/cm<sup>2</sup>の投入電力密度で1.3 $\mu$ m/hr程度であり、かなり速度な値である。投入電力を増やせば、より速い値が得られる。また、Niプレーナリングターゲットを用いたときは $R_d$ は最大となり、1.7 $\mu$ m/hr程度であった。Feのような強磁性体プレーナリングターゲットを用いた場合でも、低ガス圧領域まで安定

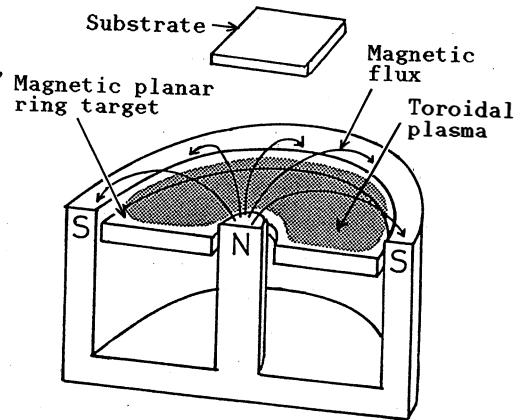


図2 トロイダルプラズマ式(TP)マグネトロンスパッタ法におけるプラズマの様子

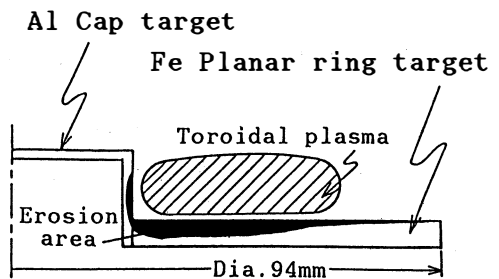


図3 プレーナリングターゲットの侵食パターン

な放電が持続し、ターゲット面上にトロイダルプラズマの形成が可能になり、プラズマフリーの状態  
で磁性体膜形成ができることが分った。

### 3. Co-Cr 膜の形成

TP マグネトロンスパッタ法の磁性薄膜形成の応用として近年高密度磁気記録が可能な垂直磁気記  
録方式<sup>16)</sup>に注目し、その記録媒体である Co-Cr 膜<sup>17)</sup>を取り上げた。Co-Cr は大きな異方性磁界と飽和磁  
化を持ち、垂直磁気記録媒体として有望であると考えられている。このような大きな異方性磁界を有  
する物質の多くは六方晶の結晶構造を持ち、ほとんどが c 軸を磁化容易軸とする磁性材料である。  
垂直磁気記録方式は磁性層の厚さ方向に信号を記録しようとするものであり、超高密度記録になるに  
つれて媒体内に作用する減磁界が原理的に零に近づくため、各方面から注目されている。

そこで、図 4 の TP マグネトロンスパッタ装置を用いて Co-Cr 膜の形成を試みた。本実験では、  
Co プレーナリング、Cr シリンダー、Co ディスクの 3 種類のターゲットを用いる複合ターゲット形ス  
パッタ法を採用した。ターゲットの面積比を Co : Cr = 9 : 1 とした。一般に、Co-Cr スパッタ膜の形  
成では装置の初期到達真空度が形成膜の膜質に影響を与えることが分っている<sup>19)</sup>。そこで装置のベル  
ジャーをステンレスにしたため、初期到達真空度は  $2 \times 10^{-4}$  Pa まで向上した<sup>20)</sup>。

まず、装置の直流放電特性について調べた。図 5 に装置の放電電流 ( $I_d$ )—印加電圧 ( $V_a$ ) 特性を示す。  
 $V_a$  は Ar ガス圧 ( $P_{Ar}$ ) が低くなるにつれて高くなるが、0.2 Pa とかなり低いガス圧でも  $V_a$  は 520 V と  
低い値を示している。また、 $P_{Ar}$  が 0.5 Pa と 0.8 Pa の場合の比較では大きな差は見られない。このよ  
うに、低  $P_{Ar}$  まで放電が安定に持続してかつ  $V_a$  も低いことから、プラズマフリーの条件で Co-Cr 膜  
の高速・低温形成が可能であると考えられる。そこで膜形成速度を調べた。図 6 に投入電力 ( $P_i$ ) と膜  
形成速度 ( $R_d$ ) の関係を示す。 $R_d$  は  $P_{Ar}$  に関係なく、 $P_i$  にほぼ比例しており、 $P_i$  が 600 W (投入電力密  
度  $7.6 \text{ W/cm}^2$ )、 $P_{Ar}$  が 0.2 Pa のときに  $10.5 \mu\text{m/hr}$  ( $0.18 \mu\text{m/min}$ ) とかなりハイレートな値が得られた。  
 $P_{Ar}$  が高くなるにつれて、 $R_d$  は低下するが、これは基板に到達する原子の平均自由行程が減少するた

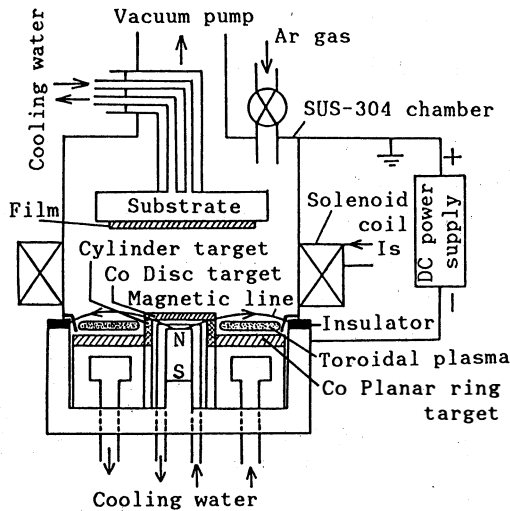


図 4 Co-Cr 膜形成用 TP マグネトロンスパッタ装置

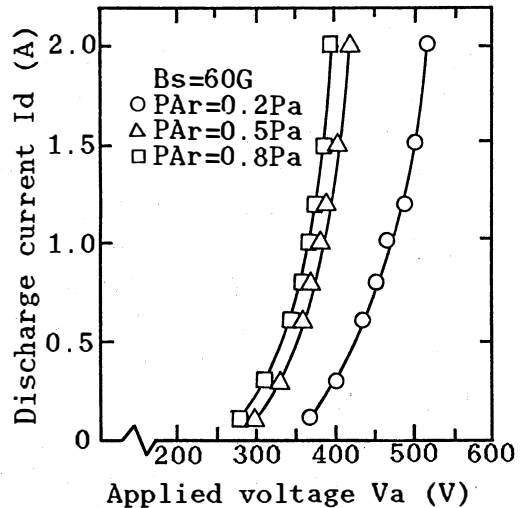


図 5 Co-Cr 膜形成時の装置の印加電圧—放電電流特性

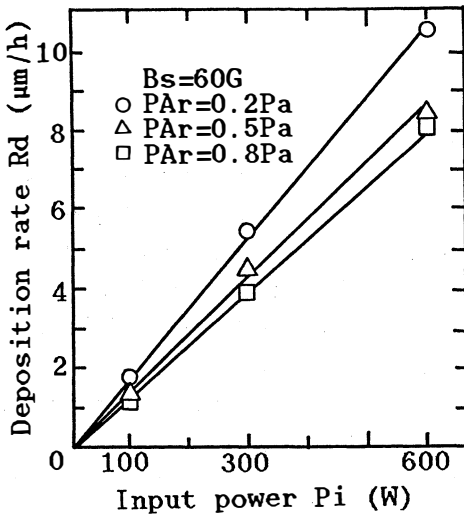


図6 Co-Cr 膜形成時の膜形成速度と投入電力の関係

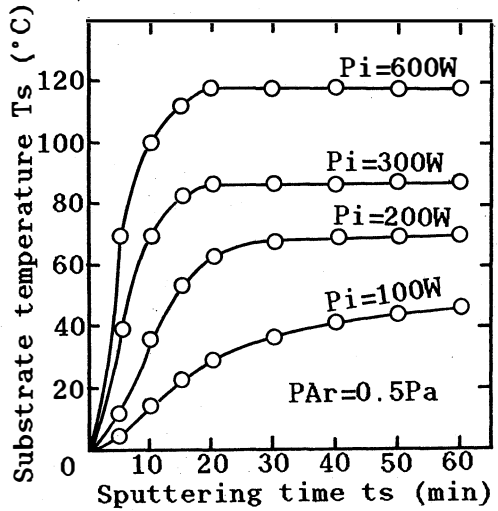


図7 Co-Cr 膜形成時の基板温度のスパッタ時間依存性

めと考えられる。今回、用いた電原の容量は最大2Aであったが、より大きな電源を用いれば、 $R_d$  はさらに速くなることが予想できる。

次に、図7に基板温度( $T_s$ )と $P_i$ の関係を示す。 $T_s$ はスパッタ開始後、約20分で飽和し、ほぼ一定値になる。この場合の測定点は突き出たディスクターゲット表面上である。Co-Cr膜は通常 $0.5\mu\text{m}$ 以下の膜厚で十分であり、本装置を用いた場合のスパッタ時間は約3分以上と極めて短いため、基板の温度上昇も少なく、低温スパッタが可能である。この結果、熱的に弱いマイラ、PETなどの上にも、ガラス基板同様に膜形成が行なえる。TPマグネトロンスパッタ装置を用いてCo-Cr膜の形成を試みた結果、膜の高速・低温形成がある程度可能であることが示された。

$B_s$ を増加させると膜組成が変化することが明らかになっており<sup>21)</sup>、本実験でも図8のようにCo含有率や飽和磁化( $4\pi M_s$ )が減少する。形成膜はほぼ垂直c軸配向性を示し、c軸のロッキングカーブの半値幅( $\Delta\theta_{50}$ )は約 $8\sim 13^\circ$ である<sup>22)</sup>。形成膜の微細構造を調べた結果、断面柱状構造が観測された。一般に、膜の柱状構造は $P_{Ar}$ 、 $T_s$ にのみ依存し<sup>23)</sup>、結晶構造とは関係ないことが示されている<sup>24)</sup>。本研究でもc軸配向性と柱状構造の関連については明確な結論は得られていない。図9に形成膜の代表的なM-Hループを示す。図から、形成膜の磁気特性はほぼ膜面に垂直な磁気異方性を示し、磁化容易軸が膜面に垂直になることが分った。垂直方向の $4\pi M_s$ は約 $450\sim 800\text{emu/cc}$ 、保磁力( $H_c$ )は $180\sim 400\text{Oe}$ であった。本実験での $H_c$ は他の報告よりは小さいが、 $T_s$ をさらに高くすれば十分改善できる。

次に、二層膜構造のフロッピーディスクを作製して、電磁変換特性を調べた。ここでは、裏打ち層に面内方向に磁化容易軸を持つNi-Fe軟磁性膜<sup>25)</sup>を用い、補助磁極励磁形垂直ヘッドにより記録・再生実験を行った。主磁磁には膜厚 $1\mu\text{m}$ のCo-Zr-Nbアモルファス膜<sup>26)</sup>を用いた。再生波形は垂直磁気記録特有の孤立転移波形を示しており、垂直磁気記録が

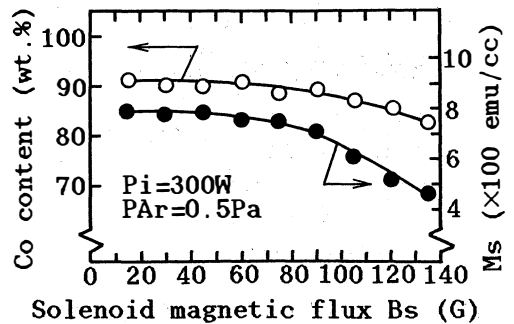


図8 ソレノイドコイル磁界とCo-Cr膜中のCo含有率、飽和磁化の関係



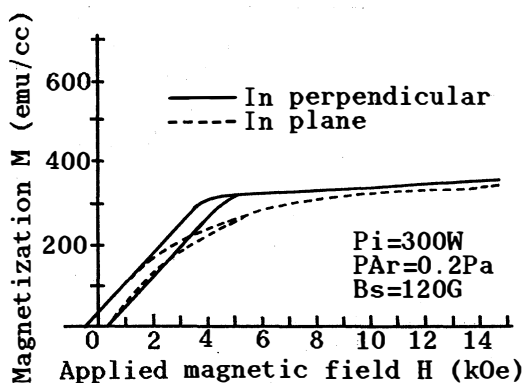


図9 代表的な Co-Cr 膜の  $M$ - $H$  ループ

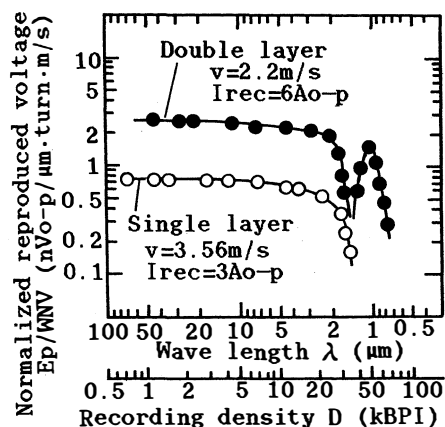


図10 Co-Cr 記録媒体の記録波長と再生出力の関係

確認された。<sup>27)</sup>

図10に Co-Cr 単層膜と Co-Cr/Ni-Fe 二層膜媒体<sup>28)</sup>の記録波長と再生出力の関係を示す。再生出力はヘッドのトラック幅、巻線のターン数およびヘッド・媒体間の相対速度で規格化している。図から、二層膜媒体の方が規格化再生出力は単層膜媒体に比べ、3～4倍程度大きくなっており、裏打ち層の効果が現れている。また、第1零点以降にセカンドピークが現われ、線記録密度は最大再生出力の半分<sup>29)</sup>の値  $D_{50}$  で評価して約50kBPIである。第1出力零点および第2出力零点はそれぞれ約 $1.4\mu\text{m}$ および $0.7\mu\text{m}$ であり、主磁磁の膜厚 $1\mu\text{m}$ に比べて大きくなっているが、この原因は垂直ヘッドと媒体間のスペーシングによる主磁極先端部の磁界がある程度広がりを持つためと考えている。

#### 4. Co-Zr アモルファス膜の形成

垂直ヘッド用の材料としては高飽和磁束密度、低保磁力、高透磁率などの、いわゆる軟磁気特性が要求される。<sup>29)</sup>特に、記録時に媒体を十分に磁化させるために高飽和磁束密度特性、再生時には再生感度の高い初透磁率の大きい特性が必要とされる。ここでは、最も基本的であり、垂直ヘッド用の材料として有望な Co-Zr アモルファス膜<sup>30)</sup>に着目した。図4の装置を用いてシリンダターゲットを Cr から Zr に代えることにより、Co-Zr アモルファス膜を形成した。面積比は Co : Zr = 9 : 1 である。実験装置の直流放電特性は定電圧特性を示し、 $P_{Ar}$  の低下に伴って  $V_a$  が高くなる。この装置の放電限界は $0.15\text{Pa}$ と低ガス圧領域でのスパッタが可能であり、Co-Cr 膜の場合とほぼ同じ結果が得られた。<sup>31)</sup> $B_s$  を変化させて放電特性を調べた結果、 $V_a$  一定の場合  $B_s = 60\text{G}$  付近で  $I_d$  が最も多く流れたので以下の実験では、主に  $B_s = 60\text{G}$  一定として膜形成を行った。

$R_d$  は  $P_i$  にほぼ比例し、低  $P_{Ar}$  ほど高速となり、 $P_i = 600\text{W}$  (投入電力密度  $7.6\text{W}/\text{cm}^2$ )、 $P_{Ar} = 0.2\text{Pa}$ 、 $B_s = 60\text{G}$  の時で約  $10\mu\text{m}/\text{hr}$  である。また、 $T_s$  は  $P_i$  にほぼ比例し、 $P_{Ar}$  に対してあまり変化しない。 $T_s$  は  $P_i = 600\text{W}$  に対し、 $100^\circ\text{C}$  以下であり低温での膜形成が可能である。

磁気特性として飽和磁化 ( $4\pi M_s$ )、抗磁力 ( $H_c$ ) および異方性磁界 ( $H_k$ ) を測定した。 $4\pi M_s$  は VSM、 $H_c$  および  $H_k$  は  $60\text{Hz}$   $M$ - $H$  ループトレーサーを用いた。形成膜は膜面内に磁化容易軸と困難軸を持ち、その軸方向により  $H_c$ 、 $H_k$  の大きさと  $M$ - $H$  ループの傾きが異なっている。容易軸は  $M$ - $H$  ループの傾きが大きくなる ( $H_k$  が最小になる) 方向で、逆に困難軸は傾きが小さくなる ( $H_k$  が最大になる) 方向であ

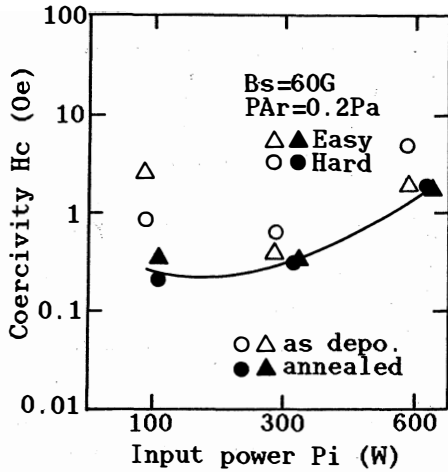


図11 Co-Zr アモルファス膜における困難軸方向の保磁力と投入磁力との関係

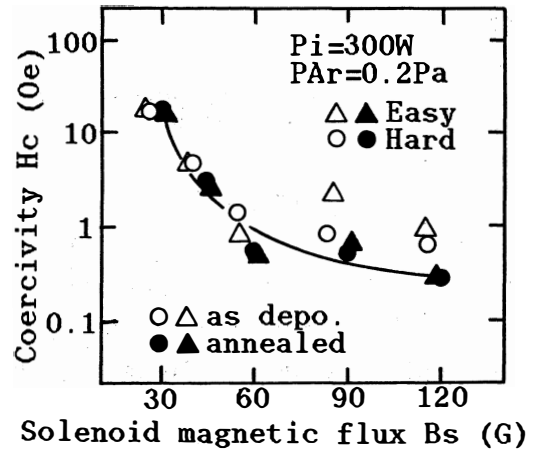


図12 ソレノイドコイル磁界による Co-Zr アモルファス膜の保磁力の変化

る。容易軸の方向は膜形成時の永久磁石による磁界の方向と一致しており、容易軸と困難軸の方向はちょうど90度の関係にある。測定試料の形状としては5×5mmの角形のものを用いた。

本スパッタ法により形成した薄膜は膜形成時に磁界の影響を受け、永久磁石による磁界の方向を容易軸に持つ異方性を有している。さらに、成膜されたままの膜は大きな磁歪を有していることがある。このため異方性と磁歪の低下のために磁場中でアニールを必要とする。本実験では試料のアニールを5×10<sup>-3</sup>Pa以下の真空中、200Gの直流回転磁界中で行った。アニールによる異方性の低下により困難軸方向で、高周波においても高い透磁率が得られ、雑音も少なくなる。

図11に困難軸におけるH<sub>c</sub>のP<sub>i</sub>に対する変化を示す。H<sub>c</sub>はP<sub>i</sub>の増加に伴い、大きくなっているのがわかる。また低P<sub>i</sub>ではアニールにより、H<sub>c</sub>がかなり低下しているのがわかる。図12に困難軸におけるH<sub>c</sub>のB<sub>s</sub>に対する変化を示す。H<sub>c</sub>はB<sub>s</sub>の増大につれて、約0.250eまで減少する。図13にB<sub>s</sub>による4πM<sub>s</sub>の変化を示す。4πM<sub>s</sub>はB<sub>s</sub>の増加につれて16kG~12kGまで変化する<sup>32)</sup>。これらの原因の一つとしてCo-Cr膜の場合と同様に、B<sub>s</sub>の増加によりプラズマが中心に収束し、中心部がよりスパッタされるために膜中のZr含有率が大きいためと考えられ、B<sub>s</sub>により膜組成が制御できることを示唆している<sup>33)</sup>。

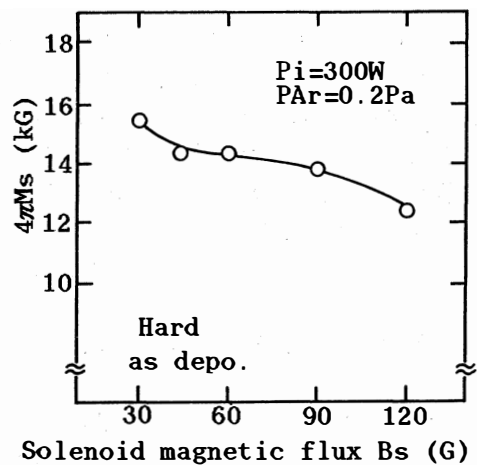


図13 ソレノイドコイル磁界による Co-Zr アモルファス膜の飽和磁化(困難軸方向)の変化

## 5. ま と め

本研究で開発したTPマグネトロンスパッタ法でCo-Cr膜を形成し、膜質の評価を磁気特性、結晶性の面から明らかにした。TPマグネトロンスパッタ法でも、ある程度のc軸配向性並びに垂直磁気

異方性を示す膜が $0.18\mu\text{m}/\text{min}$ 程度の高速で、かつ $100^\circ\text{C}$ 程度の低温で形成可能であることが分った。さらに、フロッピーディスクを製作して、 $D_{50}$ で50kBPIの記録・再生が実現できた。

また、Co-Zrアモルファス膜を形成し、膜質の評価を磁気特性から明らかにした。膜形成速度は投入電力に比例し、低Arガス圧ほど高速で、最大 $0.16\mu\text{m}/\text{min}$ 、その時の基板温度は約 $100^\circ\text{C}$ であり、Co-Zr膜の高速・低温形成が可能となった。 $4\pi M_s$ 、 $H_c$ などの値から、形成膜はある程度の軟磁気特性を示した。アニール温度を $350^\circ\text{C}$ よりも高くすると、 $H_k$ は減少するものの、 $H_c$ は増大し、結晶化がある程度進行することがX線回折の結果より明らかにされた。

よりプラズマを制御した状態で膜形成を行えば、Co-Cr膜、Co-Zrアモルファス膜の膜質が著しく改善でき、本方式が垂直磁気記録用薄膜の形成に十分有効な方法であると考えられる。

### 参考文献

- 1) 例えば、G.K.Weher: Phys.Rev., **102**, 690(1956), G.K.Weher: Phys.Rev., **108**, 35(1957), P.Sigmund: Phys.Rev., **184**, 383(1969), G.Canter & J.S.Colligon: "Ion bombardment of Solids" (Heinemau, 1968), L.I.Maissel & R.Glang: "Handbook of Thin Film Technology" (McGraw-Hill Book Company, New York, 1970), B.Chapman: "Glow Discharge processes" (John Wiley & Sons, New York, 1980), R.Behrish: "Sputtering by Particle Bombardment I" (Springer Verlag, 1981), R.Behrish: "Sputtering by Particle Bombardment II" (Springer verlag, 1983), R.Stuart: "Vacuum Technology, Thin Films & Sputtering" (Academic Press, New York, 1983), J.L.Vossen & W.Kern: "Thin Film Processes" (Academic Press, New York, 1978), 麻蒔立男: "薄膜作成の基礎" (日刊工業新聞社, 1977), 早川 茂, 和佐清孝: "薄膜化技術" (共立出版, 1982), 金原 榮: "スパッタリング現象" (東大出版会, 1984)など。
- 2) 高橋, 吉田: 真空, **26**, 571(1983).
- 3) 例えば, S.S.Lau, R.H.Hills & D.G.Math: J.Vac.Sci. & Technol., **9**, 1196(1972), 細川, 中司: 真空, **16**, 327(1973), S.Aoshima & T.Asamaki: Jpn.J. Appl. Phys., **Suppl.2, Pt.1**, 254(1974), T.Tsukada, N.Hosokawa & H.Kobayashi: Jpn.J. Appl. Phys., **17**, 787(1978), R.Hierougmi, B.Sirovich & W.Class: Thin Solid Films, **96**, 241(1982)など。
- 4) J.S.Chapin: Res.Dev., **25**, 37(1974).
- 5) 中川, 新村, 直江, 星: 電子通信学会技術報告, CPM85-114 (1986).
- 6) S.Shiller: Vakuun Technik, **27**, 51(1977).
- 7) 南: ULVAC TECHNICAL JOURNAL, **23**, 15(1985).
- 8) 例えば, 高橋, 吉田, 武田: 電子通信学会論文誌(c), **J66-C**, 820(1983), 高橋, 吉田: 金属表面技術, 新材料ドライプロセッシング専門部会第4回例会資料, 1(1987)など。
- 9) 高橋, 吉田: 電子通信学会論文誌(c), **J67-C**, 180(1984).
- 10) 例えば, 星, 直江, 山中: 電子通信学会論文誌(c), **J60-C**, 645(1977), 星, 直江, 山中: 電子通信学会論文誌(c), **J65-C**, 490(1982), M.Naoe, Y.Hoshi, S.Yamanaka & M.Kume: Jpn.J. Appl. Phys., **22**, 1519(1983), 松岡, 星, 直江: 電子通信学会論文誌(c), **J68-C**, 548(1984), M.Naoe, M.Matsuoka & Y.Hoshi: J.Appl.Phys., **57**, 4019(1985), T.Hirata, S.Kaku & M.Naoe: Symposia Proceeding of Maferials Research Society, **58**, 305(1986)など。
- 11) T.Hata, T.Minamikawa, E.Noda, O.Morimoto and T.Hada: Jpn.J. Appl. Phys., **18**, **Suppl. 18-1**, 219(1979), 高橋: 電子通信学会論文誌(c), **J68-C**, 620(1985), 高橋, 吉田: 真空, **26**, 837(1983)など。
- 12) 高橋 隆一: 博士学位論文, 172(東京工業大学, 昭和63年3月)。
- 13) 高橋, 宮田, 吉田: 電子通信学会論文誌(c), **J67-C**, 559(1984)。

- 14) 高橋, 宮田, 吉田: 真空, **27**, 829(1984).
- 15) 高橋, 宮田, 吉田: 電子通信学会論文誌(c), **J67-C**, 631(1984).
- 16) 例えば, S.Iwasaki & Y.Nakamura: IEEE Trans.Magn., **MAG-13**, 1272(1977), 岩崎: 応用物理, **33**, 614(1984), 岩崎: 日本音響学会誌, **36**(1980), 岩崎: テレビジョン学会誌, **37**, 618(1983), 東北大学電気通信研究所シンポジウム論文集「垂直磁気記録」(1982)など.
- 17) 例えば, 畑, 大坪, 高橋, 波田: 電子通信学会論文誌(c), **J69-C**, 131(1986), 畑, 高橋, 大坪, 喜多, 波田: 電子通信学会論文誌(c), **J69-C**, 120(1986), 松岡, 星, 直江, 山中: 電子通信学会論文誌(c), **J67-C**, 254(1984), Y.Niimura & M.Naoe: IEEE Trans.Magn., **MAG-21**, 1447(1985), Y.Niimura, S.Nakagawa & M.Naoe: IEEE Trans. Magn., **MAG-22**, 1164(1986), Y.Niimura, S.Nakagawa & M.Naoe: IEEE Trans. Magn., **MAG-23**, 2043(1987), G.L.McIntire & C.F.Brucker: IEEE Trans. Magn., **MAG-24**, 2221(1988)など.
- 18) 例えば, 松岡, 星, 直江, 山中: 電子通信学会論文誌(c), **J67-C**, 17(1984), 松岡, 星, 直江, 山中: 電子通信学会論文誌(c), **J66-C**, 9(1983), 森迫, 松本, 直江: 電子通信学会論文誌(c), **J69-C**, 902(1986), M.Matsuoka, Y.Hoshi, M.Naoe & S.Yamanaka: IEEE Trans. Magn., **MAG-18**, 1119(1982), M.Naoe, S.Hasunuma, Y.Hoshi & S.Yamanaka: IEEE Trans. Magn., **MAG-17** (1982)など.
- 19) 大内, 岩崎: 東北大学電気通信研究所シンポジウム論文集「垂直磁気記録」, 131(1982).
- 20) T.Takahashi, T.Miyata, J.Yoshida & T.Hata: Jpn.J. Appl. Phys., **24**, L752(1985).
- 21) 高橋, 金井, 高本, 吉田: 日本応用磁気学会誌・論文特集号, **12**, 69(1988).
- 22) 高橋, 宮田, 吉田: 日本応用磁気学会誌・論文特集号, **10**, 51(1986).
- 23) J.A.Thornton: J.Vac. Sci. & Technol., **11**, 666(1974), 直江, 新村: 応用磁気セミナー, 27(1985)など.
- 24) 新村, 直江: 電子通信学会技術報告, MR85-9(1985).
- 25) 例えば, T.Takahashi, J.Yoshida & M.Naoe: The International Perpendicular Magnetism Recording Conference (Tokyo, 29-31st Aug. 1989)に2件の論文発表予定.
- 26) 例えば, T.Takahashi, M.Yoneda & M.Naoe: Jpn.J. Appl. Phys. に掲載予定(1989年3月), 小山, 辻本, 白江: 日本応用磁気学会誌・論文特集号, **10**, 327(1986), M.Miura, H.Katahashi, K.Muramori & M.Kajiyama: IEEE Trans.Magn., **MAG-24**, 2215(1988)など.
- 27) 福田, 辻村, 高橋, 吉田, 宮田: 昭和61年電気関係学会北陸支部連合大会論文集, D-15(1986). T.Takahashi & M.Naoe: International Magnetism Conference '89, Abstracts, KA-06 (Washington, DC, 28-31st Mar. 1989).
- 28) S.Iwasaki, Y.Nakamura & K.Ouchi: IEEE Trans. Magn., **MAG-15**, 1456(1979).
- 29) 例えば, 小林, 戸田, 山本, 高木, 高橋, 畑: 日本応用磁気学会誌, **10**, 23(1986), 中村, 岩崎: 東北大学電気通信研究所シンポジウム論文集「垂直磁気記録」, 35(1982)など.
- 30) 例えば, 島田, 小島: 東北大学電気通信研究所シンポジウム論文集「垂直磁気記録」, 111(1982), M.Naoe, M.Terada, Y.Hoshi & S.Yamanaka: IEEE Trans. Magn., **MAG-20**, 1311(1983), 島田, 小島: 電子通信学会技術報告, CPM81-11(1981), Y.Simada & H.Kojima: J.Appl. Phys., **47**, 4156(1976), 田子, 西村: 電子通信学会技術報告, MR83-27(1983)など.
- 31) 高橋, 米田, 直江: 昭和63年電気関係学会北陸支部連合大会論文集, D-19(1988).
- 32) T.Takahashi, M.Yoneda & M.Naoe: Fifth International Conference on Ferrites, Abstracts, B8-05 (Bombay, 13th Jan. 1989), T. Takahashi, M. Yoneda and M. Naoe: Proceedings of Fifth International Conference on Ferrites に掲載予定(1989年5月)など.
- 33) T. Takahashi & M. Naoe: International Magnetism Conference '89, Abstracts, AQ-10 (Washington, DC, 28-31st Mar. 1989).

## Development of Toroidal Plasma (TP) Magnetron Sputtering Method

Takakazu Takahashi\*, Masaaki Yoneda\*\*, and Masahiko Naoe\*\*\*

A new sputtering technique termed the toroidal plasma (TP) magnetron sputtering method is proposed in order to suppress the bombardments of  $\gamma$ -electrons and high energy particles to the substrate during film deposition. A novel point of this apparatus is the form of the toroidal plasma on a magnetic planar ring target. Co-Cr films and Co-Zr ones were prepared by TP magnetron sputtering method. From the erosion profile of the target, the toroidal plasma was confined on Co planar ring target by the magnetic flux. The deposited Co-Cr films showed c-axis orientation and magnetic anisotropy perpendicular to the film plane. On the other hand, the deposited Co-Zr films showed amorphous state and soft magnetic properties.

[英文和訳]

### 封じ込め磁界を利用したトロイダルプラズマ式 マグネトロンスパッタ法の開発

高橋 隆一\*, 米田 政明\*\*, 直江 正彦\*\*\*

$\gamma$ 電子や高エネルギー粒子などによる膜形成時の基板衝撃を抑制するためにトロイダルプラズマ式 (TP) マグネトロンスパッタ法と呼ばれる新しい技術を提案する。この方式の特徴は強磁性体プレーナリングターゲット上にトロイダルプラズマを形成することである。装置を用いて、Co-Cr 膜および Co-Zr 膜を形成した。ターゲットのエロージョンパターンから、Co プレーナリングターゲット上にトロイダルプラズマが封じ込められた。形成された Co-Cr 膜は基板面に対し、垂直 c 軸配向性と垂直磁気異方性を示した。一方、形成された Co-Zr 膜はアモルファス状態で軟磁気特性を示した。

(1988年10月31日受理)

# 非定常熱線法による断熱材の高温域における熱伝導率測定

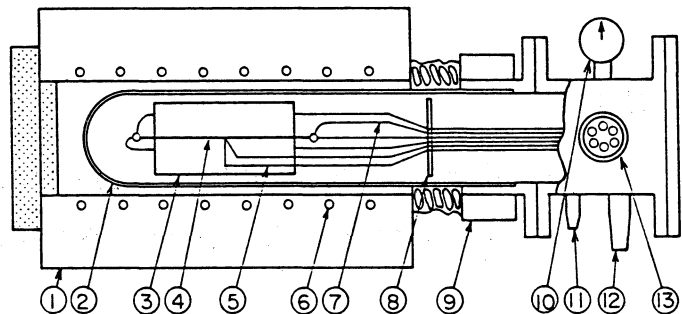
竹越 栄俊, 倉部 美希\*, 平沢 良男, 長元 孝夫\*\*

## 1. はしがき

非定常熱線法は簡便・迅速な測定法として各種物質の熱伝導率測定に応用されている。これを断熱材の測定に適用することは種々試みられているが、断熱材は多孔質、低密度、不均質、かつ異方性のあるものもあるので、測定法上並びに原理的にもいろいろと問題も多い<sup>(1)</sup>。本研究では市販の数種の断熱材について、常温以上の高温における熱伝導率測定を行い、熱伝導率と温度の関係、並びにカタログ値等との比較を行ってみた。また、異方性についても一部測定したので報告する。

## 2. 実験装置及び方法

図1に実験装置本体の概略を示す。実験試料③は密閉された石英ガラス管②(内径42, 長さ410mm)の中に収められ、一方、石英ガラス管は電気炉①(温度変動値1℃以内)に収められている。石英ガラス管の端部は金属製の接合管にアラルダイトで接着され、この部分は水ジャケット⑨で冷却されている。また、石英ガラス管の内部は、高温において



1:Electric furnace, 2:Quartz glass tube, 3:Specimen  
4:Hot wire, 5:Thermocouple, 6:Heater wire, 7:Resistance measurement lead, 8:Radiation reflector, 9:Water jacket, 10:Pressure gauge, 11:Nitrogen gas inlet  
12:Exhaust port, 13:Hermetic seal terminal

図1 実験装置本体

試料及び熱電対等の酸化を防ぐため、窒素ガスを導入できるようになっている。実験試料として、半径約18mm、長さ100mmの半円柱形に加工したものを2個用意し、その間に直径0.2mmの熱線④(白金線)をはさんだ。熱線の中央には直径0.1mmのC-A熱電対⑤をスポット溶接して、熱線の温度上昇を測定した。

図2に熱線法による熱伝導率測定装置の概略図を示す。この装置においては、GP-IBインターフェースを用いて計測から熱伝導率の算出までの一連の作業をパソコン(HP-85)で行った。温度測定用のデジタルボルト計の分解能は0.1 $\mu$ V、また定電流電源の安定度は実験中において0.1%以下である。

次に実験手順について述べる。まず石英ガラス管内を排気し、窒素ガスを導入する。ついで、電気

\* 村田製作所(京都府長岡京市)

\*\* 石川工業高等専門学校(石川県津幡町)

炉に通電し設定温度に安定したのち、熱線に電流を流して実験を行う。試料の温度が安定したかどうかは、熱線に取付けた熱電対の起電力変動値が、500秒間に $1\mu\text{V}$ 以下であることをコンピュータで確認する。安定する時間は、設定値を変更した場合に30~70分である。このとき、熱線の抵抗値を正確に知るため、実験の直前に30mA以下の微小電流を流して、4線式の抵抗測定法により毎回測定する。実験において、熱線の発熱量は熱線の温度上昇が $25^\circ\text{C}$ 以下になるように設定し、 $1.5\sim 5\text{W/m}$ 程度とした。実験は常温から約 $100^\circ\text{C}$ おきに温度を上げて行い、一つの設定温度において電流の極性を変えて計6回測定する。計測終了後、パソコンは自動的に熱伝導率を算出する。その計算方法については、すでに既報<sup>(2)</sup>に示してあるので、詳細は説明しないが、その方法は $\theta\text{-lnt}$ 線図の直線部分の最適値の決定に、 $\theta$ と $\text{lnt}$ との間の相関係数を用いる方法である。すなわち、相関係数が最も1に近い測定点をコンピュータで選び、そのときの熱伝導率を最適値とし、最小二乗法から計算するものである。熱伝導率は周知のように次式で与えられる。

$$\lambda = (q/4\pi) (d\text{lnt}/d\theta) \quad (1)$$

### 3. 実験結果及び考察

実験試料として下記に示す市販の断熱材7種を用いた。(1)マルチセルラーグラス(A社製)、これはガラスに発泡材を添加して発泡させた微細な独立気孔を持つ多孔質断熱材である。(2)グラスウール(B社製)、これはガラス繊維に熱硬化性樹脂を吹きつけてボード状に加工したものである。(3)珪酸カルシウム(A社製)、これは珪酸粉末に石灰を加え、さらに補強繊維を配合して化学的な反応によって生成される粉末質のボードである。(4)セラミックファイバー $a_1$ (C社製)、これはシリカ・アルミナ系繊維(成分 $\text{Al}_2\text{O}_3$ 80%,  $\text{SiO}_2$ 20%)に無機質、有機質のバインダーを加え、ボード状に成形したものである。(5)セラミックファイバー $a_2$ (C社製)、これは上記の原料を用いてフェルト状に成形したものである。(6)セラミックファイバー $b_1$ (D社製)、これはやはりシリカ・アルミナ系繊維に、若干のバインダーを加えてボード状に成形したものであるが、この場合は繊維の成分割合が異なり、ほぼ $\text{Al}_2\text{O}_3$ 55%,  $\text{SiO}_2$ 45%である。(7)セラミックファイバー $b_2$ (D社製)、これは試料(6)の繊維をフェルト状に加工したものである。

図3にセラミックファイバー $a_1$ の各温度における熱線の温度上昇 $\theta$ と時間 $t$ との関係を示す。温度 $15^\circ\text{C}$ 、 $285^\circ\text{C}$ 、 $590^\circ\text{C}$ の実験の場合には、約6秒経過後 $\theta$ と $\text{lnt}$ の関係は直線によく近似できる。しかし、

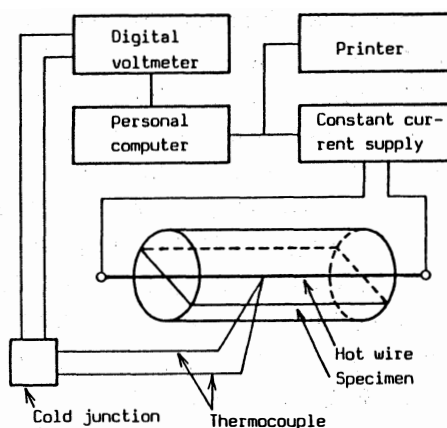


図2 非定常熱線法の装置構成

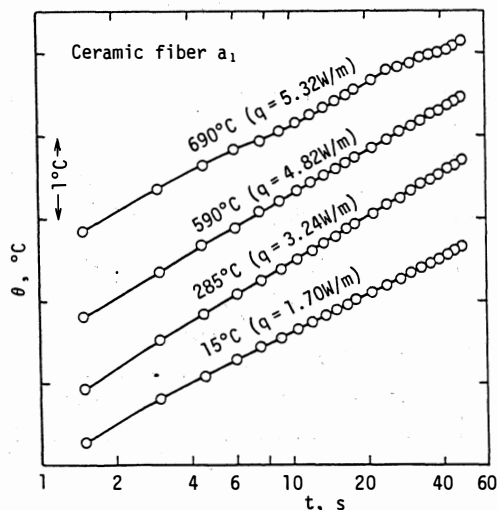


図3 熱線の温度上昇と対数時間との関係

690℃の場合には $\theta$ とIntの関係は不安定で直線関係が得られない。図には示していないが、これ以上の温度ではもはや測定不可能である。実験終了後、試料を開いてみるとアルメル線、クロメル線とも腐食がみられた。そこで、腐食に強いと思われるP-R熱電対を使用して同様の実験を行ったが、同様の現象がみられ、やはり700℃以上では測定できなかった。開いてみるとこの場合は腐食はなかった。これと同様のことは他のセラミックファイバー及び珪酸カルシウムについても起こった。この原因については明確でない。従って、本実験では600℃までの実験結果を示す。

図4～7に各試料の熱伝導率 $\lambda$ と温度 $\theta$ との関係を示す。いずれの場合においても、試料の表面(大きさ方向)に熱線を沿わせて測定したものである。したがって、後に述べる異方性のある場合には、それについて考慮すべきである。これらの図で○及び●印は実験値、実線は実験を二次曲線で近似したもの、破線はカタログ値を示し、また、△印は定常比較法によって測定した値である。ただし、カタログ値は数式の示していないものでは、グラフから読みとったものである。各試料とも実験値はかなり良く二次曲線で近似できることがわかる。図4のマルチセルラーグラスのカタログ値は常温以下の低温の値から外挿したものであるが、実験値よりもやや大きい。また、定常比較法の値は実験値よりも小さい。一方、グラスウールの場合には実験値とカタログ値は比較的よく一致している。しかし、グ

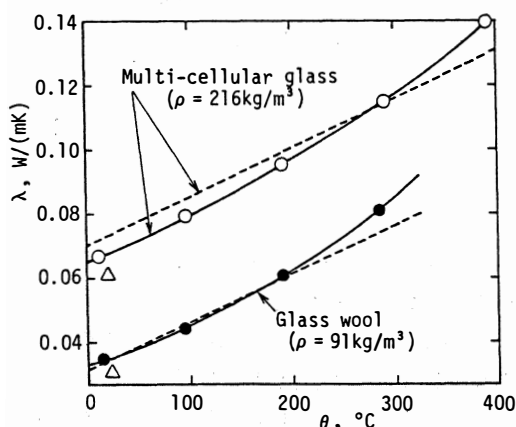


図4 熱伝導率と温度との関係

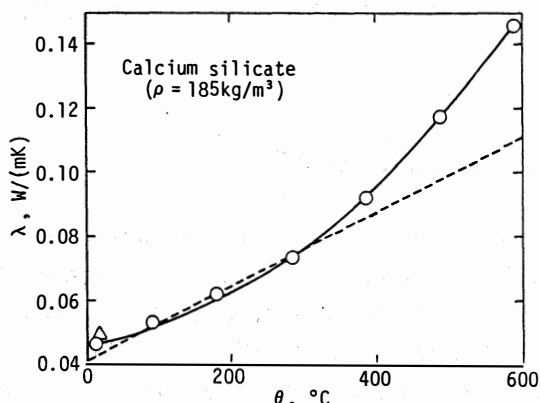


図5 熱伝導率と温度との関係

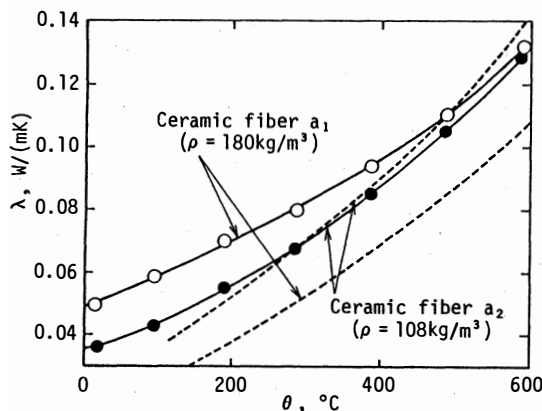


図6 熱伝導率と温度との関係

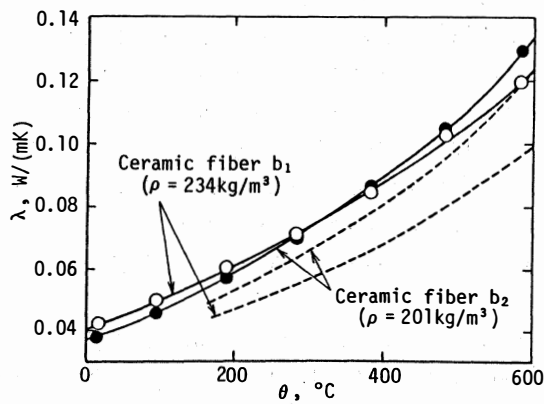


図7 熱伝導率と温度との関係



ラスウールは繊維質であるので異方性があり、後述するように熱線法では実際の値よりも大きく評価される。図5の珪酸カルシウムでは、低温部でカタログ値とよく一致しているが、400℃以上では大きく異なってくる。これはカタログ値がふく射の影響について考慮されていないのに対し、実際には400℃以上でふく射が大きくなるからであろう。図6、7のセラミックファイバーの場合では、概して実験値はカタログ値よりも相当に大きい。これはセラミックファイバーに異方性があることにも原因するが、とくに図6のカタログ値を常温付近の値に外挿すると、空気熱伝導率よりも小さくなり、明らかに正確さを欠く。図6のセラミックファイバー  $a_1$  と  $a_2$  を比較すると、常温付近では密度の大きい  $a_1$  の値が大きいが、高温では逆転すると思われる。これは密度の小さいものがふく射の影響が大であるからであろう。同様のことは、図7のセラミックファイバー  $b_1$  と  $b_2$  についてもいえる。

図8はグラスウールの異方性を調べたものである。熱的に三次元直交異方性物質の場合、熱線法では主軸  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の熱伝導率  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$  はそれぞれ次式となる。

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \lambda_y \lambda_z / \lambda_x \\ \lambda_2 &= \lambda_z \lambda_x / \lambda_y \\ \lambda_3 &= \lambda_x \lambda_y / \lambda_z\end{aligned}$$

ただし、 $\lambda_x$ 、 $\lambda_y$ 、 $\lambda_z$  は熱線をそれぞれ主軸  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向に沿わせたときに測定される熱伝導率で、式(1)で与えられる。グラスウールの場合、板の大きさ方向 ( $x$  または  $y$  軸とする) と厚さ方向 ( $z$  軸とする) に異方性がある二次元直交異方性物質と考えられるので、 $\lambda_x$  と  $\lambda_y$  は等しいとして二方向の実験を行った。

すなわち、 $\lambda_x$  (又は  $\lambda_y$ ) と  $\lambda_z$  の実験を行い、式(2)から  $\lambda_1 (= \lambda_2)$  及び  $\lambda_3$  を計算した。それらの結果を図8に示す。これより厚さ方向の熱伝導率  $\lambda_3$  は、熱線を大きさ方向に沿わせた測定値  $\lambda_x$  よりも小さいことがわかる。また、異方性の度合  $\lambda_1 / \lambda_3$  は常温で1.34、100℃で1.30、200℃で1.26、300℃で1.22となり、温度上昇とともに小さくなった。これはふく射伝熱が異方性に対しあまり影響しないからと考えられる。

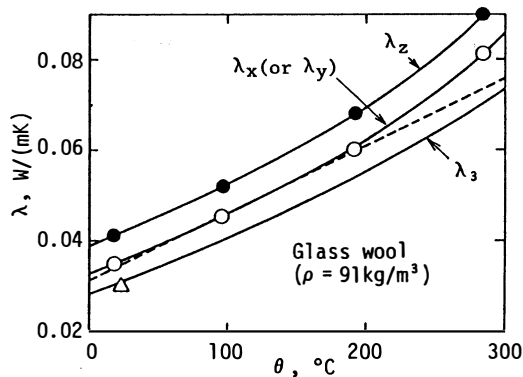


図8 非定常熱線法による熱伝導率の異方性の測定

#### 4. おわりに

非定常熱線法により市販の断熱材の高温における熱伝導率測定を試み、次のような結果を得た。

- (1) 熱伝導率はいずれの試料も温度の二次関数でよく近似できる。
- (2) 実験値とカタログ値を比較すると、一般にカタログ値が小さい傾向にあった。特に高温になるとその差が大きくなった。
- (3) 繊維質断熱材(グラスウール板)の異方性について実験したところ、板の厚み方向に対する面方向の熱伝導率は常温で1.34で、温度上昇とともに減少した。

#### 記号

- $q$  : 熱線の単位時間、単位長さ当りの発生熱量, W/m  
 $t$  : 経過時間, s  
 $\theta$  : 熱線の温度, °C

- $\lambda$  : 等方性物質の熱伝導率, W/(mK)  
 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  : 異方性物質の主軸  $x, y, z$  方向の熱伝導率, W/(mK)  
 $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$  : 熱線をそれぞれ主軸  $x, y, z$ , 方向に沿わせたときに測定される熱伝導率, W/(mK)  
 $\rho$  : 試料の密度, kg/m<sup>3</sup>

### 参考文献

- 1) Y.Takita, Proceedings of 6th Japan Symposium on Thermophysical Properties, (1985), 129.
- 2) E.Takegoshi, et al., Transaction of Japanese Association Refrigeration, 4-2 (1987), 39.
- 3) E.Takegoshi, et al., Heat Transfer Japanese Research, 11-3 (1982), 74.

1988年9月20日 第9回日本熱物性シンポジウム(長岡)で発表

## Measurements of the Thermal Conductivity of Insulation Materials at High Temperatures by the Transient Hot Wire Method

Eisyun TAKEGOSHI, Miki KURABE\*,  
Yoshio HIRASAWA, and Takao NAGAMOTO\*\*

In the present study, the thermal conductivity of several kinds of insulation materials was investigated at high temperatures above room temperature by the transient hot wire method. Then the anisotropic nature of fibrous materials was also examined by the hot wire method. Consequently the thermal conductivity was approximated well with a quadratic curve of temperature at high temperatures. In a glass fiber material, the ratio of the thermal conductivity in the plane direction to that in the direction of the thickness was 1.34 times at room temperature and 1.22 times at 300°C.

[英文和訳]

## 非定常熱線法による断熱材の高温域に おける熱伝導率測定

竹越 栄俊, 倉部 美希\*, 平沢 良男, 長元 孝夫\*\*

本研究では、非定常熱線法により数種の断熱材の熱伝導率が常温以上の高温で測定される。このとき繊維状物質の熱的異方性が熱線法によって検討された。

結果として、熱伝導率は高温において温度の二次曲線でよく近似できた。グラスファイバー物質では、板の厚み方向に対する面方向の熱伝導率の比は室温で1.34、300°Cで1.22倍であった。

(1988年10月31日受理)

# Grinding residual stress in Al-alloy AC3A

Hisakimi Notoya\*, Yuzo Takatsuji\*, Shigeru Yonetani,\*\*  
and Kosei Shibata\*\*\*

## ABSTRACT

Al-Si alloy castings AC3A were wet ground with a SiC type grinder at different work speeds and different depths of cut using various grinding fluids. Effects of grinding conditions and plastic deformation on the residual stress were examined. The plastic strain in ground layers was measured by the moiré method.

The maximum residual stress is intensified and the penetration depth of tensile stress is increased as the depth of cut increases and the work speed accelerates. The moiré strain in the normal direction at 1mm in depth from the surface has a closed correction with the maximum residual stress. The residual stress and plastic strain in the ground layer are moderated by using oil type grinding fluids rather than water soluble type fluids.

## 1. Introduction

Many studies of residual stress by grinding on ferrous alloys have been reported,<sup>(1)~(5)</sup> while residual stress by grinding on aluminum alloys has rarely been studied because aluminum alloys have good machinability and grinding of them is not frequently required.

This study used an Al-12% alloy casting whose demand increases nowadays because the alloy has a good heat and wear resistance compared with other aluminum alloys.

This paper describes measurement results of residual stress generated in grinding layers of the alloy casting by grinding with various grinding conditions and grinding fluids. Generation process of residual stress and correlation between plastic strain and residual stress have been studied by measurement of plastic strain under the grinding surface by using moiré method.

## 2. Method of experiment

An alloy casting of "AC3A-F" with aluminum-silicon base has been selected as the sample material. The material has a eutectic structure where hard small silicon particles uniformly dis-

---

\*Department of Production Engineering, Faculty of Engineering, Toyama University, Toyama.

\*\*Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kanazawa University, Kanazawa.

\*\*\*Present address: Aishin Seiki Corp., Kariya.

tributed in the soft base metal. A feature of the alloy as a non-heat treated material is that characteristics of individual pieces of the alloy are frequently equal to each other compared with other aluminum alloys.

Specimens of 6mm × 8mm × 70mm and 5mm × 20mm × 70mm were finished by a milling machine after cutting from the outer part of an about 130mm dia. and 200mm long casting. The specimens were heated at 623K (350°C) for 2 hours, cooled in a furnace, relieved from that machining stress, and tested.

Table 1 shows the chemical composition and mechanical properties after annealing of the alloy.

**Table 1** Chemical compositions (mass %) and mechanical property of specimens

| Material         | Si   | Fe         | Cu   | Zn       | Mg   | Mn   | Al  |
|------------------|------|------------|------|----------|------|------|-----|
| AC3A-F           | 11.4 | 0.32       | 0.13 | 0.10     | 0.06 | 0.03 | bal |
| Tensile strength |      | Elongation |      | Hardness |      |      |     |
| 149 MPa          |      | 5.0%       |      | 54 Hv    |      |      |     |

As for the grinding experiment, specimens were ground by each one downward grinding operation under several combined conditions of work speed and depth of cut. The grinding wheel used was the silicon carbide wheel of "C24G5V" with consideration for combination with the material ground. Wet grinding was performed using two types of cutting fluid of a 2% water soluble fluid (An equivalent for No.2, type W2 in JIS, shown by "W-type" in Figs.) and a straight type fluid (An equivalent for No.13, type 2 in JIS, shown by "O-type" in Figs.) to avoid effect of adhesion of grinding chips to the cutting edge of abrasive grit on layers ground. Grinding conditions were such that work speeds were 0.05m/s, 0.10m/s, and 0.15m/s at the depth of cut of 40 $\mu$ m and depths of cut were 20 $\mu$ m, 40 $\mu$ m and 60 $\mu$ m at the work speed of 0.10m/s, respectively.

## 2.1 Measurement of residual stress

Residual stresses in layers ground were measured by the strain gage method. A strain gage was stuck on the back surface of the grinding surface of a specimen. Anticorrosion coating was applied to specimens except the surface being removed by etching. A coated specimen was connected with a digital static strain meter, zeroed, and submerged into a 20% sodium hydroxide solution in a constant temperature bath of about 298K (25°C). The uncoated surface was removed by that solution at a constant rate. The corrosion rate of specimens was previously checked by making a time-corrosion curve of the alloy using that solution and was tried to be constant. The strain gage showed variation in strain related to residual stress because the residual stress was relieved as a layer ground was gradually removed from the body of a specimen. The correlation curve between thickness removed and variation in strain were obtained. A

residual stress distribution from the surface to inner parts was obtained using the slope of the correlation curve, the thickness removed, and the total strain measured by removal of all the layers effected by grinding. The removed thickness of a specimen was the average of measurements at several points in both edge parts of the specimen using a minimeter.

The residual stress  $\sigma(a)$  at the depth of "a" from the grinding surface is given by the following equation.

$$\sigma(a) = -E/2 \left\{ (h-a)d\epsilon/da - 4\epsilon + 6(h-a) \int_0^a \epsilon/(h-x)^2 \cdot dx \right\}$$

where, Young's modulus :  $E = 7.06 \times 10^4$  MPa,

$h$  : thickness of a specimen,

$a$  : thickness removed by etching.

## 2.2 Measurement of plastic strain generated in parts under the grinding surface

In this experiment, moiré method was used to study plastic deformation generated in parts under the grinding surface. A specimen consisted of two  $5\text{mm} \times 20\text{mm} \times 70\text{mm}$  component pieces which a piece was put on another, so that the specimen was 70mm long, 20mm wide, and 10mm thick.

Before putting, the contact surface of the pieces was lightly ground using water, buffed, chemically treated, and then an orthogonal lattice (250 lines/25.4mm) was printed on the contact surface ( $20\text{mm} \times 70\text{mm}$ ) of either piece. Either  $10\text{mm} \times 70\text{mm}$  surface of the specimen was ground under a specified condition. After grinding, the specimen was separated into two pieces. Respective moiré strains of  $dUx/dx$  in the  $x$  direction (Grinding direction) and  $dUy/dy$  in the  $y$  direction (Normal to the grinding direction) were obtained by taking a picture of moiré fringes appeared by putting a reference lattice on the printed lattice and turning the reference lattice clockwise by  $\theta_0$  ( $=17\pi/180, 17^\circ\text{C}$ ).

Respective grinding resistance in the horizontal and the vertical direction were measured by the grinding dynamometer<sup>(6)</sup> which a strain gage was stuck on a long octagonal elastic ring.

## 3. Experimental results

Generation of residual stress under various grinding conditions is described. Fig.1 shows grinding results at a  $40\mu\text{m}$  depth of cut and at various work speeds. Both grinding results using the water soluble fluid (hereinafter referred to as "water grinding") and the straight type fluid (hereinafter referred to as "oil grinding") clearly indicate that outer parts have residual tensile stress and that the stress decreases with depth. As the work speed increases from 0.05m/s to 0.10m/s, and to 0.15m/s, residual stress in outer parts increases and a depth at which the residual stress is zero also increases. Hereinafter, the depth is named "Penetration depth of tensile stress." Residual stresses by oil grinding are smaller than those by water grinding under all grinding conditions. In the case of the 0.15m/s work speed, residual stresses by oil grinding are generally 15MPa to 20MPa smaller than those by water grinding.

Fig.2 shows grinding results at a 0.10m/s work speed and at depths of cut of  $20\mu\text{m}$ ,  $40\mu\text{m}$ , and  $60\mu\text{m}$ , respectively. Greater residual stress results from deeper grinding. Oil grinding re-

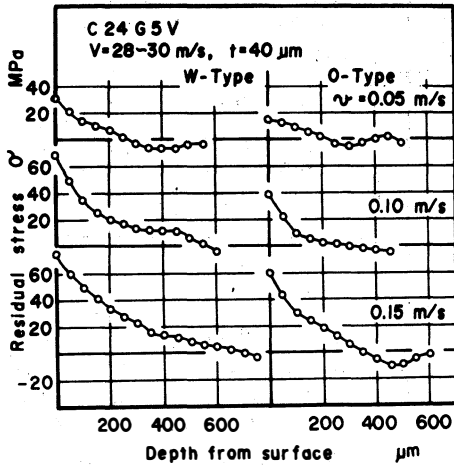


Fig.1 Residual stress distributions in alloys ground at different speeds. V; Wheel speed, v; Work speed, t; Depth of cut, W-Type; Water soluble oil.  $\times 50$ , O-Type; Oil type fluid.

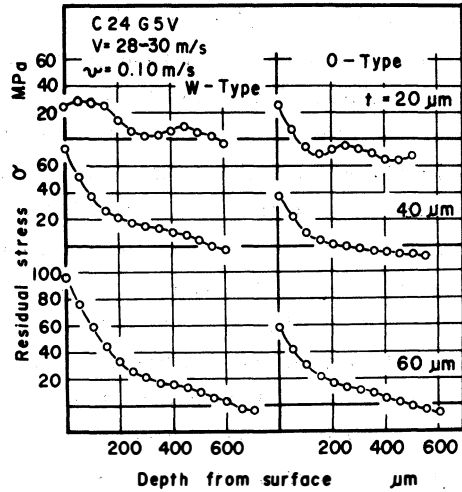


Fig.2 Residual stress distributions in alloys ground at different depth of cut. V; Wheel speed, v; Work speed, t; Depth of cut, W-Type; Water soluble oil.  $\times 50$ , O-Type; Oil type fluid.

duces both maximum residual stress at the outside surface and the penetration depth of tensile stress compared with those by water grinding, as is the case with Fig.1. In the case of deeper cuts of  $40\mu\text{m}$  and  $60\mu\text{m}$ , water grinding shows about 40MPa to 20MPa greater residual stresses than those by oil grinding at the surface and inner parts, respectively. The respective residual stresses at the surface by water grinding and by oil grinding show a greater difference than those at the inner parts.

The residual stress distribution is characterized by the maximum residual stress and the penetration depth of tensile stress. Fig.3 shows effect of depth of cut and of work speed on the maximum residual stress.

The maximum residual stress increases as work speed and depth of cut increase. The maximum residual stress by oil grinding is smaller than that by water grinding. Difference in residual stress caused by the difference between the two grinding fluids more varies with depth of cut than work speed.

Fig.4 shows the correlation between grinding condition and grinding resistance. Grinding resistance increases with work speed or depth of cut. Both tangential and normal grinding resistance by water grinding are greater than those by oil grinding. Grinding resistance is an external force during grinding and is

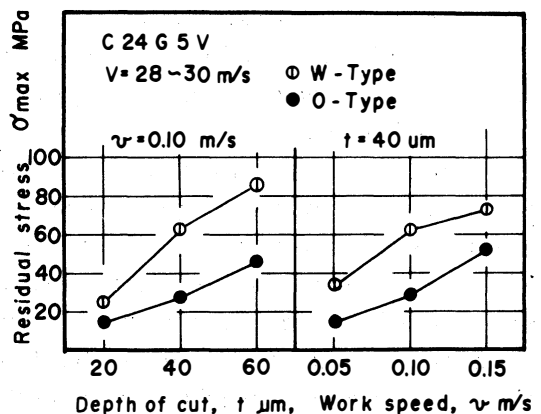


Fig.3 Relations between the maximum residual stresses and grinding conditions.

thought that the resistance has a relation with generation of residual stress. Fig.5 shows a correlation between the normal grinding resistance under each grinding condition and the maximum residual stress at various work speed and depth of cut. The maximum residual stress increases with grinding resistance. The maximum residual stress by water grinding differs from that by oil grinding. In the case of water grinding, the maximum residual stress correlated to a normal resistance varies with work speed or depth of cut, so that the correlation between normal grinding resistance and the maximum residual stress does not show the sole correlation.

#### 4. Discussion

The authors have been studied generation of residual stress by grinding and effects of plastic deformation on residual stress for research on the generation mechanism of residual stress for several ferrous alloys.

The studying method is measurement of a plastic strain in layers ground at various depths under the interface between a grinding wheel and the surface of a specimen using moiré method for the specimen in a grinding process. Measured strains are the  $dU_x/dx$  and the  $dU_y/dy$  in the grinding direction and the normal direction to the grinding direction, respectively, as shown in Figs.6 and 7.

In grinding, layers under the contact surface with a grinding wheel are subjected to temperature rise caused by grinding heat and shearing deformation caused by mechanical effect of the grinding wheel. Layers being nearer to the contact surface bear more effect. Unclear moiré fringes due to high temperature and excessive strain make measurement of moiré strain difficult, so that strains in about 1mm or deeper layers from the surface were actually measured. The characteristics of the strains are that the  $dU_y/dy$  in the normal direction largely varies, while the  $dU_x/dx$  in the grinding direction does not vary much as shown in Figs.6 and 7 because the effect of residual stress on  $dU_x/dx$  is thought to be a little or nearly zero.

The  $dU_y/dy$ , plastic strain in about 1mm or deeper layers from the surface, is noticeable factor concerning generation of residual stress. Residual stress is generated by stress balance

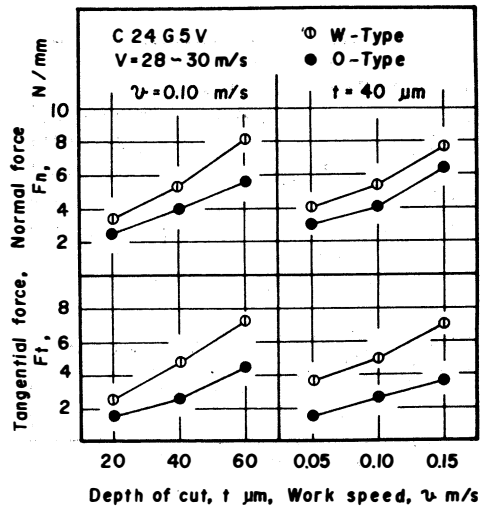


Fig.4 Grinding forces of different grinding conditions.

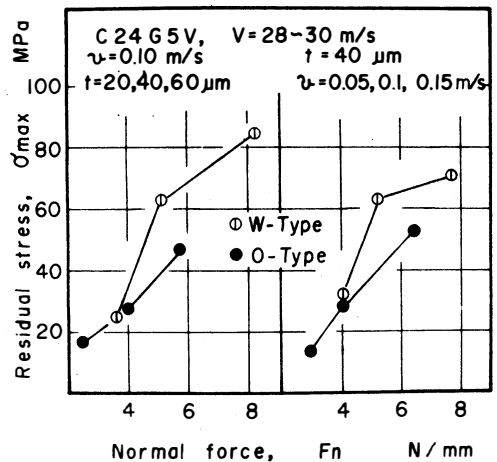


Fig.5 Relations between grinding forces and the maximum residual stresses.



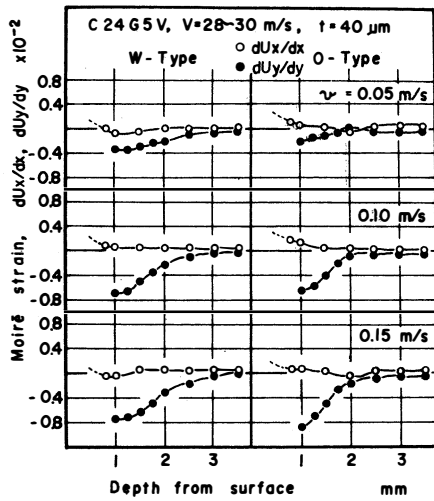


Fig.6 Moiré strain distributions in alloys ground at various work speeds.

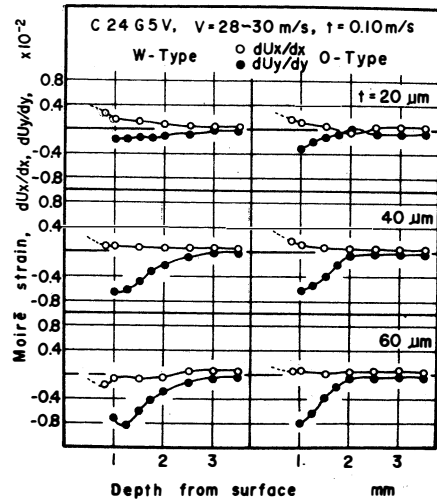


Fig.7 Moiré strain distributions in alloys ground at various wheel depth of cut.

due to difference in strain between outer and inner layers, so that the  $dUy/dy$  is thought to have a correlation with residual stress in outer layers including the surface.

As shown in Fig.6, the  $dUy/dy$  generates compressive strain in about 1mm or deeper layers from the surface, correlating to work speeds of 0.05m/s, 0.10m/s, and 0.15m/s. Layers having any compressive strain by water grinding are deeper than those by oil grinding.

As depth of cut increases from 20 $\mu$ m, to 40 $\mu$ m, and to 60 $\mu$ m, the compressive strain at about 1mm depth increases as shown in Fig.7. In the case of oil grinding, the compressive strain at about 1mm depth approximately equal to that by water grinding and the compressive strain at about 2mm depth is nearly zero, while the depth at which the compressive strain by water grinding becomes zero is about 3mm. If the  $dUy/dy$  (Plastic strain because the surface is in free condition) is compressive, plastic strain in the direction parallel to the surface is tensile strain because it is thought that the volume of the parts at the above mentioned depth unchanges before and after deformation. The above tensile strain is the sum of plastic strain and strain correlated to residual stress, so that residual compressive stress is generated. Since the large normal compressive strain at a 1mm depth from the surface is shown in Figs.6 and 7, generation of a horizontal residual compressive stress in that part is thought. The large residual tensile stress exists at that part in terms of stress balance as shown in Figs.1 and 2.

Fig.8 shows the correlation between the  $dUy/dy$  at a 1mm depth from the surface and grinding conditions, that is, work speed and depth of cut. The  $dUy/dy$  increases with depth of cut or work speed and does not clearly vary with grinding fluid.

Fig.9 shows the correlation between  $dUy/dy$  and the maximum residual stress. The correlation curve hardly varies with speed, depth of cut, and grinding fluid.

The state of plastic strain under the grinding surface varies with grinding fluid, so that it is thought that the generation process of residual stress by water grinding differs from that by oil grinding.

### 5. Conclusion

Residual stresses after grinding on specimens of Al-Si alloy "AC3A" were measured. Residual stresses were generated under several grinding conditions in which grinding fluid, work speed, and depth of cut were changed. Effect of plastic deformation on residual stress was studied for research on generation process of residual stress.

- 1) As work speed and depth of cut increase, residual tensile stress in outer parts and penetration depth of tensile stress increase. Residual stress by water grinding is greater than that by oil grinding. Especially, residual stresses by water grinding with large depth of cut are generally big from the surface to inner parts.
- 2) Strains generated on the side of specimens were measured for research on generation process of residual stress. The normal strain at about 1mm depth from the surface is well proportional to the maximum residual stress in that part.

This paper was presented on Journal of Japan Institute of Light Metals Vol.35 (1985) 618, and ALUMINIUM 62 (1986) 520.

### References

- 1) L.A.Glikman and V.A.Stepanov: Journal of Technical physics (USSR) 16(1946), 16.
- 2) E.K.Henriksen: Trans. ASME, 73(1951), 69.
- 3) H.R.Letner and H.J.Synder: Trans. ASME, 75(1953), 873.
- 4) J.Frisch and E.G. Thomsen: Trans. ASME, 73(1951), 337.
- 5) H.Buhler and H.D.Klein: Werkstatt und Betrieb, 102(1969), 845.
- 6) F.Staeblein: Krupp. Monat, 12(1931), 93.

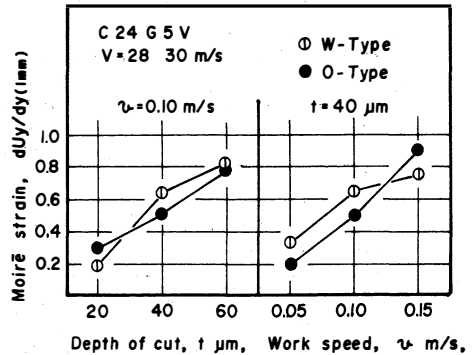


Fig.8 Relations between Moiré strains and grinding conditions.

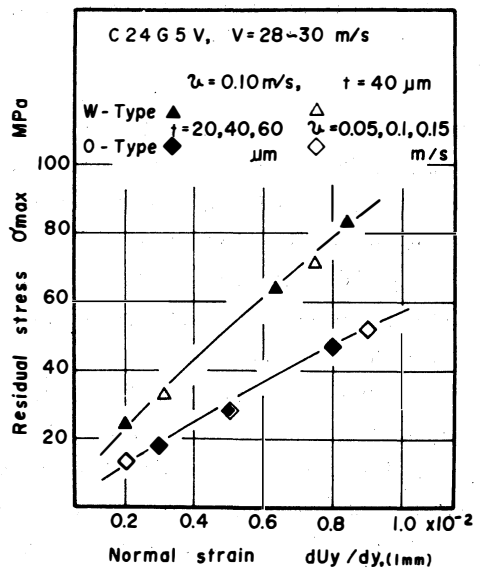


Fig.9 Relations between Moiré strains and the maximum residual stresses.

(Received October, 31 1988)

# 安定化要素制御による静圧軸受の特性改善

大住 剛, 森 美郎,\* 池内 健\*  
松本 幸生, 高瀬 博文, 中本 徹

## 1. 緒 言

静圧軸受の軸変位を比例、積分および微分要素等で電氣的演算を行なう調節器により制御することは、この軸受の静剛性および動剛性を高めるのに有効であった<sup>1)</sup>。一方、空気室と絞りからなる安定化要素を静圧軸受に使用することは、軸受ポケットへの流量の調節をおこなうことになり軸変位の特性を改善するのに有効であった<sup>2)</sup>。

そこで、安定化要素の機能をさらに高めるために、前述の調節器をこの安定化要素に利用することを考える。この場合、安定化要素の有効性を確実に調べるために、外乱に対しても比較的安定であり、一般的に、良く使用される固定絞り軸受にこの安定化要素を適用して検討する。

この場合、軸変位を安定化要素に帰還して特性を改善する場合と、変動荷重を安定化要素に帰還して特性を改善する二種類のタイプの安定化要素について述べることにする。

## 2. 基礎方程式

### 2.1 軸変位を安定化要素に帰還した場合(軸変位帰還型)

第1章で述べた主旨による軸受の概略を図1に示す。図は軸変位を帰還した場合である。油圧源から供給された鉱油は固定絞り(毛細管絞り)を通過して軸受ポケットに流入し、軸受すきまを通過して

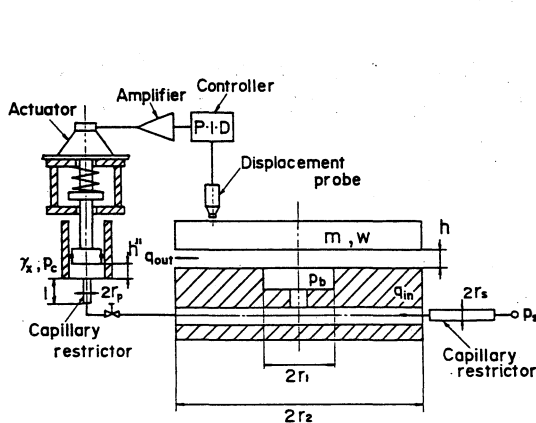


図1 軸受系の概略(軸変位帰還型)

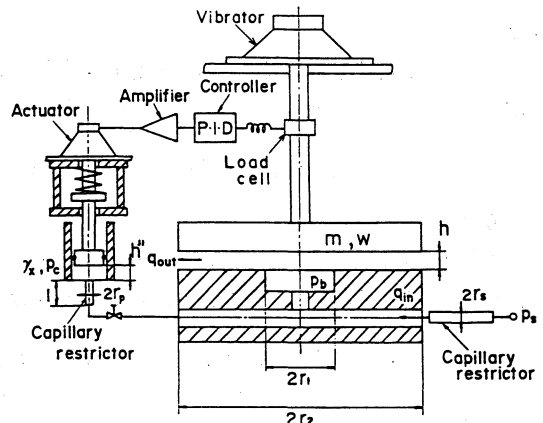


図2 軸受系の概略(変動荷重帰還型)

\* 京都大学工学部

外部へ流出する。この時、軸は定常に浮上する。軸に荷重変動が生ずると、軸変位を変位計で検出し、調節器で比例、積分、微分演算を行なってアクチュエーターを駆動する。その結果、ピストンが駆動して安定化要素内の油量をポケット内へ送り込むことになり、軸受すきまの変動を補償し軸受すきまを一定に保つことができる。以上のような軸受の軸変位特性を理論的に導くための基礎方程式を述べる。

荷重を  $w$ 、軸の質量を  $m$  とし、軸受すきまを  $h$ 、ポケット内圧力を  $p_b$  とする。また、軸受すきま部のスクイズ膜効果による力を集中定数化すると  $\lambda dh/dt$  となり<sup>3)</sup>、 $\lambda$  を粘性減衰係数とすると運動方程式は

$$md^2h/dt^2 + \lambda dh/dt - a_b p_b = -w \quad (1)$$

となる。ここで、 $a_b$  は有効軸受面積<sup>3)</sup>とする。

毛細管絞りを通過する流量  $q_{in}$  は

$$q_{in} = \pi r_s^4 (p_s - p_b) / (8\mu l) = c_f (p_s - p_b) \quad (2)$$

となる。ここで、 $c_f = \pi r_s^4 / (8\mu l)$  を流入流量特性数と呼ぶ。

軸受すきま部から軸受外へ流出する流量は

$$q_{out} = \pi h^3 p_b / \{ 6\mu l n (r_2/r_1) \} = c_b h^3 p_b \quad (3)$$

となる。ここで、 $c_b = \pi / \{ 6\mu l n (r_2/r_1) \}$  を、軸受すきま部の流出流量特性数と呼ぶ。

毛細管絞りとはピストンおよびシリンダからなる安定化要素に流入する流量  $q_c$  は

$$q_c = \pi r_p^4 (p_s - p_c) / (8\mu l_p) = c_c (p_s - p_c) \quad (4)$$

となり、 $c_c$  は安定化要素流量特性数である。

シリンダ内の容積変化は空気の圧縮による容積変化とピストンの移動による容積変化の和として与えられるので

$$q_c = \gamma_x dp_c/dt + a_b'' dh''/dt \quad (5)$$

となる。ここで、 $\gamma_x$  はシリンダ内空気の圧縮性率、 $a_b''$  はシリンダの断面積、 $h''$  はピストンの変位とする。

軸受流入流量と流出流の差は軸受すきま部に流入する流量  $a_b dh/dt$ 、絞りとポケット間の空気の圧縮による容積変化  $\gamma p_b/dt$  および安定化要素内の流入流量  $q_c$  の総和として表わされる。したがって、

$$q_{in} - q_{out} = a_b dh/dt + \gamma p_b/dt + q_c \quad (6)$$

となる。

安定化要素ピストン部の質量を  $m'$  とし、ピストン支持部のバネ定数を  $k_c$ 、ピストンとシリンダ壁間の粘性減衰係数を  $\lambda''$  とするとピストンの運動方程式は

$$m'd^2h''/dt^2 + \lambda'' dh''/dt + k_c h'' - a_b'' p_c = f - w'' \quad (7)$$

となる。

安定化要素ピストンの駆動力は軸変位の変動  $\Delta h$  に比例、積分又は微分に比例した駆動力の和と定常状態の力  $f_0$  の和として表わされるので

$$f = f_0 + \Delta f = (k_p \Delta h + k_i \int \Delta h dt + k_d \Delta h / dt) + f_0 \quad (8)$$

となる。

以上の八つの基礎方程式が成立する。そこで、基準状態からの微小変化を考え、線形化する。次に、定義した無次元量を使って各係数を無次元化し、ラプラス変換をおこない、変動荷重  $\Delta W$  を入力、軸変位  $\Delta H$  を出力とした伝達関数の形に整理すると

$$G(s) = \overline{\Delta H}(s) / \overline{\Delta W}(s) = -\frac{B_4 s^4 + B_3 s^3 + B_2 s^2 + B_1 s + B_0}{A_6 s^6 + A_5 s^5 + A_4 s^4 + A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0} \quad (9)$$

となる。ここで、分母、分子の各係数は表1に示す。

## 2.2 変動荷重を安定化要素に帰還した場合(変動荷重帰還型)

この型の軸受の概略は図2に示す。安定化要素への帰還は変動荷重を演算して駆動力を得ているため、式(8)は異なるが、他の基礎式は式(1)～式(7)と同じである。すなわち、式(8)の代りに

$$f = f_0 + \Delta f = -(k_p \Delta w + k_i \int \Delta w dt + k_d \Delta w / dt) + f_0 \quad (8')$$

となる。前節と等しい方法で伝達関数が求められ、式の次数は分母、分子とも式(9)と同じとなる。各係数は表2に示す。

|    |   |
|----|---|
| B1 | $M'' \Gamma \Gamma_x \rho^2$  |
| B2 | $\alpha \Gamma_x M'' \rho^2 + (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x) M'' \rho^2 + \Lambda'' \rho \Gamma \Gamma_x$   |
| B3 | $\alpha \Lambda'' \rho \Gamma_x + \rho \Gamma + M'' \alpha \beta \rho^2 + \Lambda'' \rho (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x) + K_c \Gamma \Gamma_x$  |
| B4 | $\alpha K_c \Gamma_x + \rho \beta + \alpha \rho + \alpha \beta \rho \Lambda'' + K_c (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x)$   |
| B5 | $K_c \alpha \beta$  |
| D1 | $MM'' \Gamma \Gamma_x \rho^2$   |
| D2 | $M (M'' \alpha \Gamma_x \rho^2 + M'' (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x) \rho^2 + \Lambda'' \rho \Gamma \Gamma_x) + M'' \Lambda \rho^2 \Gamma \Gamma_x$  |
| D3 | $M'' \Gamma_x \rho^2 + M (\Lambda'' \rho \alpha \Gamma_x + \Gamma \rho + M'' \alpha \beta \rho^2 + \Lambda'' \rho (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x) + K_c \Gamma \Gamma_x) + \Lambda (M'' \alpha \Gamma_x \rho^2 + M'' \rho^2 (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x) + \Lambda'' \rho \Gamma \Gamma_x)$  |
| D4 | $3M'' \Gamma_x \rho^2 + \Lambda'' \rho \Gamma_x + \alpha M'' \rho^2 + M (K_c \alpha \Gamma_x + \beta \rho + \alpha \rho + \Lambda'' \rho \alpha \beta + K_c (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x) + \Lambda (\Lambda'' \rho \alpha \Gamma_x + \Gamma \rho + M'' \alpha \beta \rho^2 + \Lambda'' \rho (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x) + K_c \Gamma \Gamma_x))$ |
| D5 | $3 (\Lambda'' \rho \Gamma_x + \alpha M'' \rho^2) + K_c \Gamma_x + \alpha \Lambda'' \rho + \rho + \rho \alpha K_c + K_c \alpha \beta M + \Lambda (K_c \alpha \Gamma_x + \beta \rho + \alpha \rho + \Lambda'' \rho \alpha \beta + K_c (\alpha \Gamma + \beta \Gamma_x))$  |
| D6 | $\alpha K_c + 3 (K_c \Gamma_x + \alpha \Lambda'' \rho + \rho) + \alpha \rho K_r + K_c \alpha \beta \Lambda$   |
| D7 | $3 \alpha K_c + \alpha \rho K_r$  |

表1 伝達関数の係数(軸変位帰還型)

|    |   |
|----|---|
| B1 | $M'' \Gamma \Gamma_x \rho^2$  |
| B2 | $M'' \rho^2 (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta') + \Lambda'' \Gamma \Gamma_x \rho$   |
| B3 | $M'' \alpha \rho^2 \beta' - M'' \alpha^2 \rho^2 + \Lambda'' \rho (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta') + \Gamma \Gamma_x K_c + \Gamma \rho - \alpha \rho K_r$   |
| B4 | $\Lambda'' \alpha \rho \beta' - \Lambda'' \alpha^2 \rho + K_c (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta') + \rho \beta' - \alpha \rho K_r$  |
| B5 | $\alpha K_c (\beta' - \alpha) - \alpha \rho K_r$  |
| D1 | $MM'' \Gamma \Gamma_x \rho^2$   |
| D2 | $M (\Lambda'' \Gamma_x \Gamma \rho + M'' \rho^2 (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta')) + \Lambda M'' \Gamma \Gamma_x \rho^2$  |
| D3 | $M (\Gamma \Gamma_x K_c + M'' \alpha \rho^2 \beta' + \Lambda \rho (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta')) + \Gamma \rho - M'' \alpha^2 \rho^2 + \Lambda (\Lambda'' \Gamma \Gamma_x \rho + M'' \rho^2 (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta')) + M'' \Gamma_x \rho^2$   |
| D4 | $M (K_c (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta') + \Lambda'' \alpha \rho \beta' - \Lambda'' \alpha^2 \rho + \rho \beta') + \Lambda (\Gamma \Gamma_x K_c + M'' \alpha \rho^2 \beta' + \Lambda \rho (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta') + \Gamma \rho - M'' \alpha^2 \rho^2) + \rho (\Lambda'' \Gamma_x + M'' \rho (3 \Gamma_x + \alpha))$ |
| D5 | $M \alpha K_c (\beta' - \alpha) + \Lambda (K_c (\Gamma \alpha + \Gamma_x \beta') + \Lambda'' \alpha \rho \beta' - \Lambda'' \alpha^2 \rho + \rho \beta') + \Gamma_x K_c + \rho (3M'' \alpha \rho + \Lambda'' (3 \Gamma_x + \alpha) + 1)$  |
| D6 | $\Lambda \alpha K_c (\beta' - \alpha) + K_c (3 \Gamma_x + \alpha) + 3 \rho (\Lambda'' \alpha + 1)$  |
| D7 | $3 \alpha K_c$  |

表2 伝達関数の係数(変動荷重帰還型)

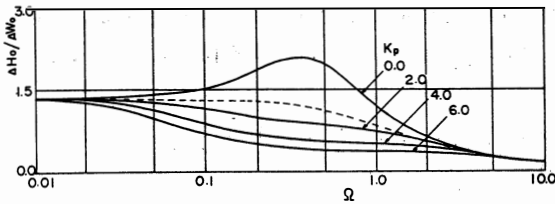


図 3(a)  $\Delta H_0/\Delta W_0$  におよぼす  $K_p$  の影響

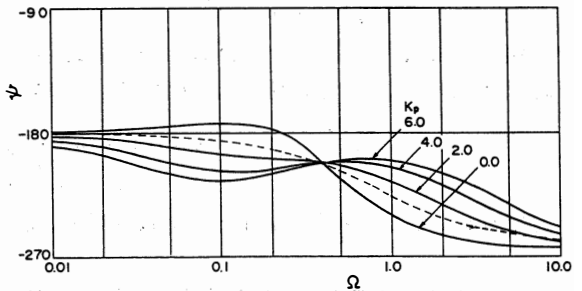


図 3(b)  $\Psi$  におよぼす  $K_p$  の影響

### 3. 数値計算とその考察

本章では軸変位の周波数応答およびインディシャル応答におよぼす各演算要素の影響について述べる。数値計算に使用した係数は次のようである。

$$M = 3.30 \times 10^{-6}, \quad M'' = 1.79 \times 10^{-6}, \quad \Lambda = 6.8 \times 10^{-1}, \quad \Lambda'' = 5.0 \times 10^{-5}, \\ \Gamma = 0.5, \quad \Gamma_x = 3.0, \quad \beta = 4.0, \quad \alpha = 4.0, \quad K_c = 1.0$$

#### 3.1 軸変位帰還型の場合

表 1 の係数を使って、式(9)より周波数応答およびインディシャル応答が求められる。

##### 3.1.1 周波数応答

###### (1) 比例要素の影響

比例要素の定数  $K_p$  の影響を図 3 は示す。図(a)の軸変位振幅  $\Delta H_0/\Delta W_0$  は周波数  $\Omega$  が約 0.05 以上では、 $K_p$  の増加により減少しているが、それ以下では  $K_p$  の影響を余り受けない。

また、安定化要素を付加しピストンをバネにより支持するこの軸受の構造では、安定化要素がない場合に比べて、軸変位が大きくなり、剛性が低下すると考えられるので、安定化要素のない場合の計算結果を点線で図中に示した。 $K_p = 0.0$  ではこの曲線より  $\Delta H_0/\Delta W_0$  が大きく特性が悪くなることがわかる。しかし、 $K_p$  が 2.0 以上になると  $\Omega \approx 0.1$  以上で  $\Delta H_0/\Delta W_0$  が小さくなり、 $K_p$  の付加は特性の改善に有効であることがわかる。

図 3 (b) は位相を示すが  $\Omega$  の増加により  $-180^\circ$  から  $-270^\circ$  の位相遅れとなる。

###### (2) 積分要素の影響

図 4 は積分演算要素の比例定数  $K_i$  の影響を示す。 $\Delta H_0/\Delta W_0$  特性を示す図(a)では、 $K_i$  の増加により周波数  $\Omega$  が約 0.01 ~ 0.5 では  $\Delta H_0/\Delta W_0$  が減少する。しかし、 $(\Delta H_0/\Delta W_0)_{max}$  は  $K_i = 0.0$  の場合とほぼ同程度でありそれを与える  $\Omega$  は増加している。従って、 $K_i$  の付加は周波数の低い所から広い範囲にわたって  $(\Delta H_0/\Delta W_0)$  を減少させ得ることができ、 $K_i$  の有効性がわかる。

図 4 (b) はこの場合の位相を示すもので  $\Omega$  の増加により  $-180^\circ$  から  $-270^\circ$  へ減少するが、 $K_i$  の増加により  $-180^\circ$  より大きくなり最大値を持つ特性を示す。

###### (3) 微分要素の影響

周波数の影響を受け易い  $\Omega = 0.5 \sim 5.0$  では、微分要素の比例定数  $K_d$  は  $\Delta H_0/\Delta W_0$  に多少影響を

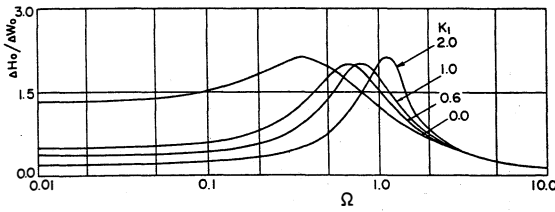


図4(a)  $\Delta H_0/\Delta W_0$ におよぼす $K_i$ の影響

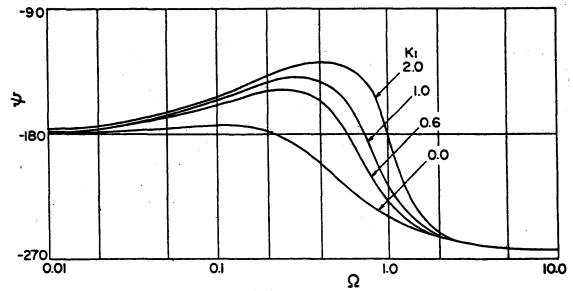


図4(b)  $\Psi$ におよぼす $K_i$ の影響

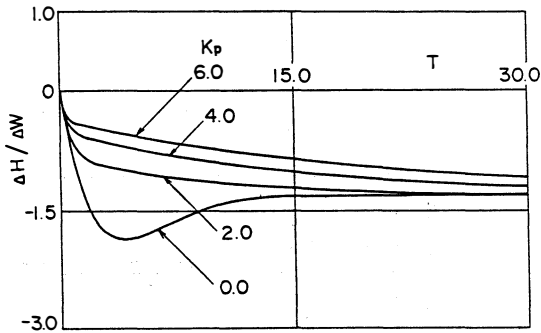


図5  $\Delta H/\Delta W$ におよぼす $K_p$ の影響

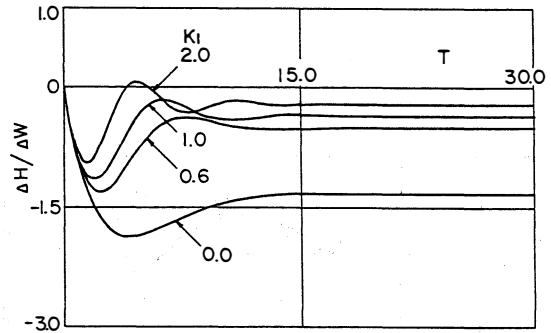


図6  $\Delta H/\Delta W$ におよぼす $K_i$ の影響

およぼすが、それ以外ではほとんど影響がないので図は省略する。

### 3.1.2 インディシャル応答

図5はインディシャルにおよぼす $K_p$ の影響を示す。 $K_p = 0.0$ ではオーバーシュートを起こす特性が $K_p$ の増加により、オーバーシュート量がなくなるが定常値に達する時間も長くなる。

図6は $K_i$ の影響を示す。 $K_i$ が増加すると振動周期が小となり定常値が減少する。ただし、これは安定化要素のピストン駆動に制限がない場合の計算結果である。しかし、試験軸受では、機構上、ピストンの駆動が停止するため、 $\Delta H/\Delta W$ の最終値は $K_i = 0.0$ と同じ値に戻るため、過渡的なオーバーシュートを押えるためのみに $K_i$ は有効である。

## 3.2 変動荷重帰還型の場合

表2の係数を式(9)に代入して、周波数応答およびインディシャル応答を求める。

### 3.2.1 周波数応答

#### (1) 比例要素の影響

図7は比例要素の定数 $K_p$ による影響である。 $K_p$ の増加につれて $\Omega \approx 0.1$ 以上は $\Delta H_0/\Delta W_0$ は減少するが $K_p = 6.0$ では再び増加する。これは第3.1節の軸変位帰還型では見られなかった計算結果である。また、 $\Omega \approx 0.1$ 以下ではほとんど $K_p$ の影響を受けない。これは、軸変位と無関係に荷重を帰還しているために、変位に対応した帰還ができていないためと考えられる。特に周波数の低い所では(0.01~0.05)、図3に比べて特性改善がなされないのはそのためと思われる。

#### (2) 積分要素の影響

図8は積分要素の比例定数 $K_i$ の影響を示す。 $K_i$ が0.6では、 $\Omega$ の低い所で $\Delta H_0/\Delta W_0$ は著しく減少している。さらに、 $K_i$ を増加すると $\Delta H_0/\Delta W_0$ は再び増加する。

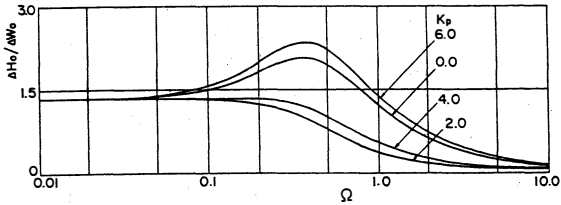


図7  $\Delta H_0/\Delta W_0$ におよぼす  $K_p$  の影響

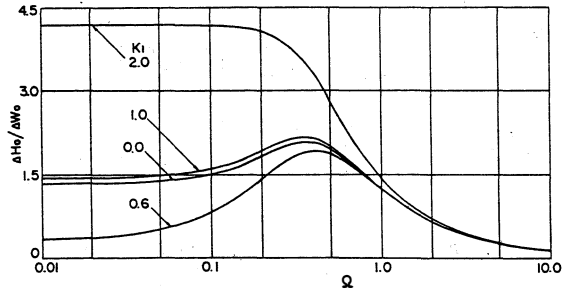


図8  $\Delta H_0/\Delta W_0$ におよぼす  $K_i$  の影響

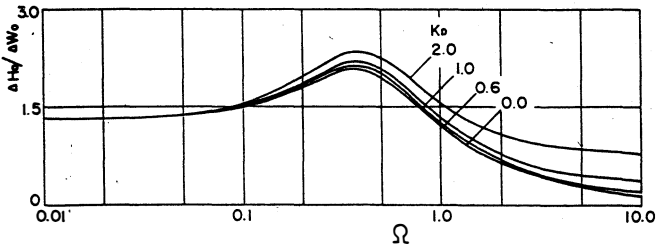


図9  $\Delta H_0/\Delta W_0$ におよぼす  $K_d$  の影響

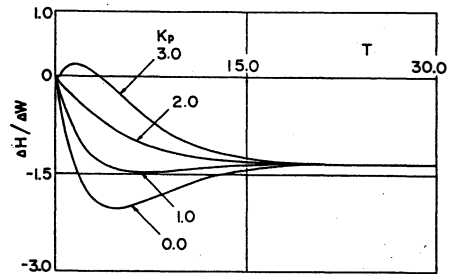


図10  $\Delta H/\Delta W$ におよぼす  $K_p$  の影響

### (3) 微分要素の影響

図9は微分要素の比例定数  $K_d$  の影響を示す。周波数の影響を受け易い  $\Omega \approx 0.5$  以上では  $K_d$  の増加により  $\Delta H_0/\Delta W_0$  が大きくなり、 $K_d$  は効果的ではない。

#### 3.2.2 インディシャル応答

図10は  $K_p$  の影響を示す。 $K_p = 1.0 \sim 2.0$  の間に整定時間を最小とする値が存在することがわかる。 $K_i$  については安定化要素のピストンのストロークに限界があり、使用不可能であることは図6で述べたと同様である。また、 $K_d$  は根本的な特性の改善ができなく有効とは云えない。

第3.1節と第3.2節を比較すると、変動荷重帰還型は時間遅れを見込んだ変位が起こらない初期の変動帰還であり、変位変動帰還型より良好となることを期待したが、周波数の低い所では両者の位相は同じであるので差異がない。また、周波数がそれより大きい範囲では変位の位相も帰還する変位帰還型が有効であることがわかった。

## 4. 実験と実験結果

第3章の計算結果を検討し、理論計算の妥当性を確かめるために図11に示す装置によって実験をおこなう。圧油源から一定圧  $p_s$  に制御された圧油が毛細管絞りを通過して試験軸受ポケットに供給される。軸受は円形であり、軸受がその上に乗っている。ポケットへ供給された鉱油は軸受と軸のすきまから軸受外に流出する。軸は静圧気体軸受で支持され、実験の周波数範囲では十分軸が荷重方向と平行に動くことを確かめた。ポケットに接続した安定化要素は毛細管絞りとピストン、シリンダより



構成され空気と油を蓄え得る。

軸変位又は変動荷重を検出し調節計に入力し、電力増幅してアクチュエータを駆動してそれに接続された安定化要素ピストンを駆動する。その結果、安定化要素内の油が調節され軸変動を補償する流量がポケットへ供給される。

軸に取り付けた電磁石に発振器から増幅器を通して、軸を正弦波状又は矩形波状に加振することにより変動荷重を与え、周波数応答およびインディシャル応答を調べる。

図12は軸変位帰還型の場合の比例要素  $k_p$  の影響を示す。振幅  $\Delta h_0$  を示す図(a)では、 $k_p$  の増加につれ振幅が減少している。しかし、周波数の低い 0.01Hz 以下では影響を受けない。

図(b)は位相を表わす。周波数の増加により  $-180^\circ$  から  $-270^\circ$  に位相が変化する。 $k_p$  の増加によりその変化が緩やかとなる。

図(a)、図(b)とも計算と実験値はよく一致しており、 $k_p$  の付加により特性が改善できることがわかる。

図13は軸変位帰還型の場合の積分要素  $k_i$  の影響を示す。 $k_i$  の増加により、周波数の低い所では振幅  $\Delta h_0$  は減少するが、ほぼ 0.08~0.1Hz 近傍に極値を持ち、その周波数は増加する。 $\Delta h_0$  の極値は計算結果ではほとんど同じとなる。

位相を示す図(b)では、周波数の増加により  $-180^\circ \sim -270^\circ$  へ変化するが実験値は計算結果とほぼ一致している。

図14は変動荷重帰還型の場合の比例要素  $k_p$  の影響を示す。 $k_p$  の増加により振幅は減少している計算結果の特徴を実験は良く表わしている。

図15は積分要素  $k_i$  の増加により周波数の低い所での振幅は減少する。

以上の図12~図15の実験結果は計算結果と良く一致することより、理論計算の誘導は妥当であったと考えられる。従って、計算結果から最適値を求め、その条件で設計し、使用することで特性の改善が可能となる。

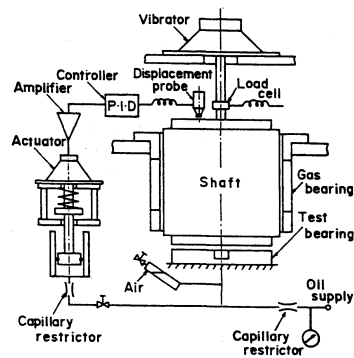


図11 実験装置の概略

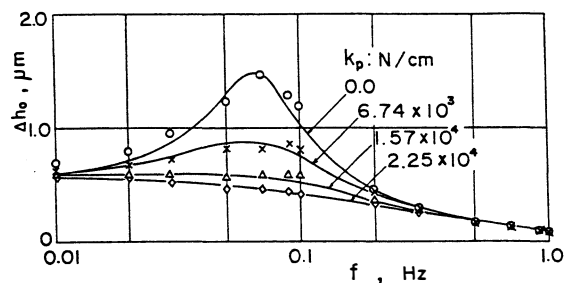


図12(a)  $\Delta h_0$  におよぼす  $k_p$  の影響

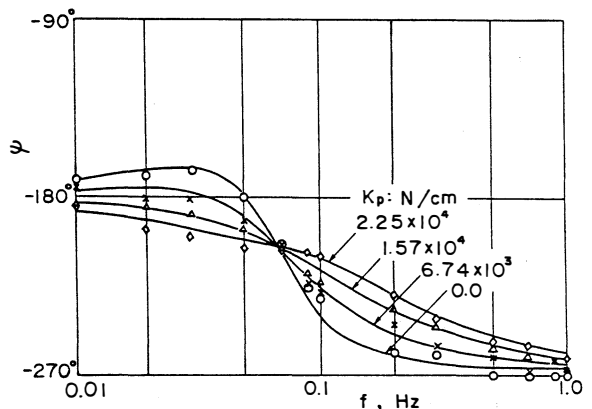


図12(b)  $\phi$  におよぼす  $k_p$  の影響

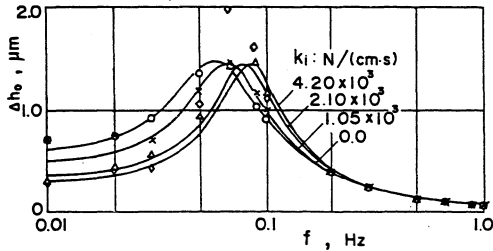


図13(a)  $\Delta h_0$ におよぼす  $k_i$  の影響

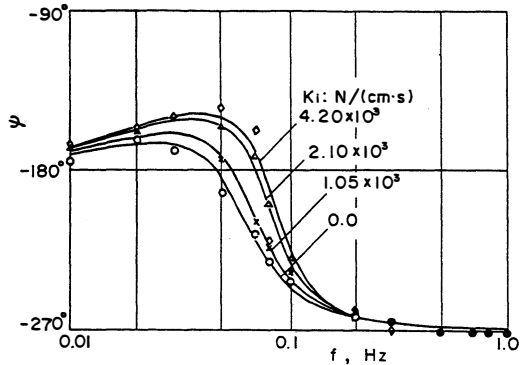


図13(b)  $\psi$ におよぼす  $k_i$  の影響

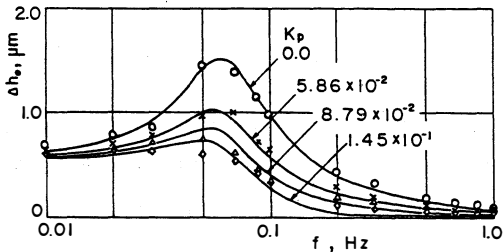


図14  $\Delta h_0$ におよぼす  $k_p$  の影響

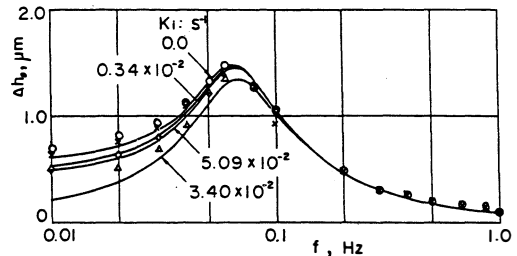


図15  $\Delta h_0$ におよぼす  $k_i$  の影響

## 5. 結 論

安定化要素を積極的に制御することにより安定化要素の性能を高めて、軸受の特性を改善することを試みた。その結果、次の結論を得た。

軸変位帰還型安定化要素においては

- (1) 比例演算要素を使用することにより、周波数の低い所では特性の改善はできないが中間周波数、特に最大値を持つ周波数近傍において著るしく特性の改善ができる。
- (2) 積分演算要素を使用することにより、低周波数で著るしく振幅を減少させることができる。
- (3) 微分演算要素の使用は特性の改善に効果的でない。

変動荷重帰還型安定化要素においては

- (1) 比例演算要素を使用することにより、軸変位帰還型の場合と同じ特徴を持った特性改善ができるが、軸変位帰還型より劣る。
- (2) 積分演算要素を使用することにより、軸変位帰還型の場合と同様、周波数の低い所で振幅を著るしく減少させ得る。ただし、最適値が存在する。

以上二つのタイプの安定化要素による特性改善を試みたが、軸変位帰還型の方が変位の変動を検出しているため、変位特性は変動荷重帰還型より優れていることがわかった。また、固定絞軸受は、本来、安定な特性を有しているが、油中に気泡を有することが多く、この場合は変位特性に極値が存在し著るしく特性が悪くなる。この場合は、提案した方法によって最大値をなくすることができるため有効であることがわかった。本実験に協力下さった富山大学院生・本田繁君に感謝します。

本報は昭和62年11月3日、機械学会北陸信越支部地方講演会(富山)での発表論文に加筆したものである。

記 号

| 有 次 元 量   | 無 次 元 量   |
|---|---|
| $a_b$ : 有効軸受面積 $\pi(r_2^2 - r_1^2) / \{ 2 \ln(r_2/r) \}^3$  | $K_p$ : $k_p h_0 / (a_b^n p_s)$ (表 1)             |
| $a_b''$ : 安定化要素ピストン有効受圧面積   | $k_p a_b / a_b''$ (表 2)                           |
| $c_b$ : 軸受すきま部の流量特性数  | $K_i$ : $\{ k_i h_0 / (a_b^n p_s) \} t_b$ (表 1)   |
| $c_f$ : 安定化要素絞りの流量特性数   | $k_p a_b t_b / a_b''$ (表 2)                       |
| $c_c$ : 固定絞りの流量特性数  | $K_d$ : $\{ k_d h_0 / (a_b^n p_s) \} / t_b$ (表 1) |
| $h$ : 軸受すきま   | $k_d a_b / t_b$ (表 2)                             |
| $h''$ : 安定化要素油容積高さ  | $M$ : $m q_0^2 / (a_b^3 p_s h_0)$                 |
| $k_c$ : ピストン支持部のバネ定数  | $M''$ : $m'' q_0^2 / (a_b''^3 p_s h_0'')$         |
| $k_p$ : 比例演算要素の定数   | $P_b$ : $p_b / p_s$                               |
| $k_i$ : 積分演算要素の比例定数   | $P_c$ : $p_c / p_s$                               |
| $k_d$ : 微分演算要素の比例定数   | $S$ : $d/dT = t_b s$                              |
| $m$ : 軸の質量  | $T$ : $t/t_b$                                     |
| $m''$ : 安定化要素可動部の質量   | $\alpha$ : $c_f p_s / q_0$                        |
| $p_b$ : 軸受ポケット内圧力   | $\beta$ : $1 / \{ P_{b0} (1 - P_{b0}) \}$         |
| $p_c$ : 安定化要素空気室内圧力   | $\beta'$ : $\alpha + \beta$                       |
| $p_s$ : 供給圧力  | $\Gamma$ : $\gamma p_s / (a_b h_0)$               |
| $q_c$ : 安定化要素への流入流量   | $\overline{\Delta H}$ : $\Delta H$ のラプラス変換        |
| $q_{in}$ : 軸受流入流量   | $\overline{\Delta W}$ : $\Delta W$ のラプラス変換        |
| $q_{out}$ : 軸受流出流量  | $\Lambda$ : $\lambda q_0 / (a_b^2 p_s)$           |
| $r_1$ : 軸受ポケット半径  | $\Lambda''$ : $\lambda'' q_0 / (a_b''^2 p_s)$     |
| $r_2$ : 軸受外周半径  | $\rho$ : $t_b'' / t_b$                            |
| $r_3$ : ピストン半径  | $\Omega$ : $\omega t_b$                           |
| $r_p$ : 安定化要素絞りの内径/2  |   |
| $r_s$ : 毛細管絞り内径/2   |   |
| $t$ : 時間  |   |
| $t_b$ : 軸受の時定数, $a_b h_0 / q_0$   | $\Delta$ は微小変動量を, 添え字 0 は基準状態値を表わす。               |
| $t_b''$ : 安定化要素時定数, $a_b'' h_0'' / q_0''$   |   |
| $w$ : 軸荷重   |   |
| $w''$ : 安定化要素可動部重量  |   |
| $\gamma$ : 軸受ポケット空気室の圧縮性率   |   |
| $\gamma_x$ : 安定化要素空気室の空気の圧縮性率   |   |
| $\lambda$ : 軸受すきま部の油膜の粘性減衰係数<br>$1.5\pi\mu(r_2^2 - r_1^2) \{ r_2^2 + r_1^2 - (r_2^2 - r_1^2) / \ln(r_2/r_1) \} h_0^3$ |   |
| $\lambda''$ : ピストンとシリンダ壁間の油の粘性減衰係数  |   |
| $\mu$ : 油の粘度  |   |

参 考 文 献

- (1) 大住 剛, 森 美郎, 池内 健, 高瀬博文: 潤滑, 32, 4 (1987)
- (2) 大住 剛, 森 美郎, 池内 健, 梶谷克人: 潤滑, 29, 2 (1984)
- (3) 森 美郎, 池内 健, 高田秀希: 潤滑, 20, 9 (1975)

## Improvement of Characteristics of Externally Pressurized Bearing by Controlling Stabilizer

Tsuyoshi OHSUMI, Haruo MORI, Ken IKEUCHI  
Yukio MATSUMOTO, Hirofumi TAKASE, Toru NAKAMOTO

To improve the characteristics of an externally pressurized bearing, the usage of a stabilizer is very effective.

To increase its function further and to improve the characteristics of the bearing, it is tried to use the controller which has a proportional, an integral and a differential operator. In this case, the displacement of shaft and the variation of load are used as an input signal to control the stabilizer.

As the result, this stabilizer is useful to improve the characteristics of the externally pressurized bearing.

### 安定化要素制御による静圧軸受の特性改善

大住 剛, 森 美郎, 池内 健\*  
松本 幸生, 高瀬 博文, 中本 徹

静圧軸受の特性改善に安定化要素は有効である。この安定化要素の機能をさらに高めるために、比例、積分、微分演算要素を持つ調節器を使ってこの安定化要素を制御して、軸受特性を改善することを試みた。この場合、制御入力として軸変位と荷重変動を使用した。

その結果、この安定化要素は軸受の動特性改善に有効であることがわかった。

(1988年10月31日受理)

# 油圧駆動系動作方程式のレイリー方程式近似

大住 剛, 松本 幸生, 高瀬 博文, 加納 政雄

## 1. 緒 言

代表的な油圧駆動系において、低速度駆動に生ずるスティックスリップ現象は良く知られている<sup>(1),(2)</sup>。また、この現象に対して自励振動モデルによる説明も行われている<sup>(3)</sup>。これらの文献によると、この振動に関与するものは主に油圧駆動系の摺動摩擦特性と流量調節弁の負荷～流量特性であることは明らかである。しかし、文献(3)によると、スティック部のない振動の生ずることが述べられている。

本報では、油圧流量調節弁として圧力補償型の流量調節弁を使用し、摩擦特性を3次関数と大きく近似することにより、負荷の動きをレイリー方程式に近似できることを示す。さらに、この解曲線の結果は静摩擦と境界潤滑摩擦を伴う著しい非線形的な摩擦特性における自励振動及びスティック部のない振動をも説明し得る可能性のあることを述べる。

## 2. 油圧駆動系の動作方程式

サーボ弁と直動型の操作シリンダーを使った代表的油圧駆動系は図1のように表わされる。油圧源から一定圧 $p_s$ に調節された圧油は、サーボ弁を経て操作シリンダーを動かし負荷を移動させる。負荷は質量を有し、移動台は摺動摩擦が存在するため、ピストンの負荷として慣性力と摺動摩擦が作用することになる。したがって、この場合の動作方程式は文献(1)又は(3)に示す通りである。

この駆動系において、サーボ弁として圧力補償型の流量調節弁を使用した系を示すと図2のようになり、本報ではこの駆動系を対象として動作方程式を導くことにする。

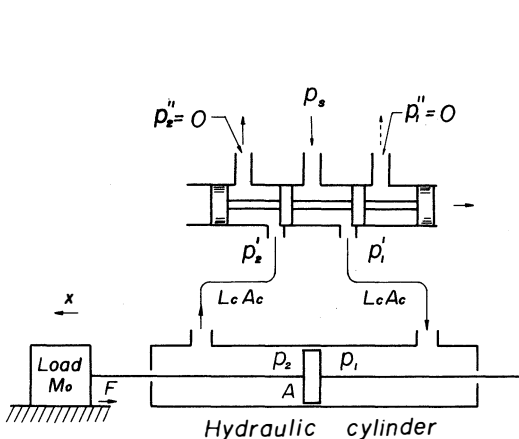


図1 油圧駆動機構

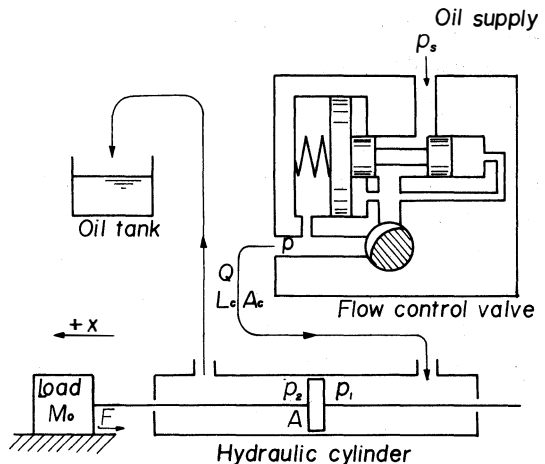


図2 油圧駆動機構(圧力補償型流量調節弁使用)

ピストンがシリンダー内の中心にあり左方向に動く場合を考えると、導管を通過する流量 $Q$ はピストン変位 $x$ と圧力 $p$ の間に次の関係が得られる。

$$Q(\theta) = A(dx/dt) + \alpha G(dp/dt) \tag{1}$$

ここで、 $A$ はシリンダー断面積、 $G$ は調節弁出口からピストンの左側に含まれる油の容積、 $\alpha$ は圧縮率を表わす。圧力補償型の流量調節弁では、流量 $Q$ は供給圧 $p_s$ 又は弁の出口の圧力 $p$ に無関係で弁の開度 $\theta$ のみの関数と考えてよい。

次に、系の慣性負荷を含む可動部の運動方程式を導く。ピストンに接続した質量を $M_0$ とし、 $(dx/dt)$ の関数である摺動部摩擦力を $f\{dx/dt\}$ で表わすと運動方程式は

$$M_0(d^2x/dt^2) + f\{dx/dt\} = A(p_1 - p_2) \tag{2}$$

となる。

弁出口からシリンダーに至る右側の導管の圧力降下 $(p - p_1)$ および左側シリンダーからタンク間の圧力降下 $(p_2 - 0)$ は、油による慣性力と粘性による摩擦損失<sup>(1)</sup>の和とすると

$$\begin{aligned} p - p_1 = p_2 - 0 &= \left\{ 8\pi\nu\gamma L_c / (A_c^2 g) \right\} A(dx/dt) + (\gamma L_c A_c / g) A(d^2x/dt^2) \\ &= \left\{ M_e / (2A) \right\} (d^2x/dt^2) + \left\{ F / (2A) \right\} (dx/dt) \end{aligned} \tag{3}$$

となる。ただし、 $M_e = (2A^2 / A_c^2) (\gamma L_c A_c / g)$ 、 $F = 16\pi\nu\gamma L_c A^2 / (A_c^2 g)$ 、 $\nu$ ：油の動粘度、 $\gamma$ ：油の比重とする。

式(2)に式(3)を代入し、整理すると

$$M(d^2x/dt^2) + f\{dx/dt\} + F(dx/dt) = Ap \tag{4}$$

となる。ただし、 $M = M_0 + M_e$ とする。式(1)および式(4)を書き換えると

$$dp/dt = \left\{ A / (\beta G) \right\} \left\{ Q(\theta) / A - (dx/dt) \right\} \tag{5}$$

$$d^2x/dt^2 = (A/M) [p - \{f\{dx/dt\} + F(dx/dt)\} / A] \tag{6}$$

となる。式(5)において、圧力補償型の流量調節弁を使っているので $Q(\theta) / A$ は弁の開度によって決まる定数と考えられる。また、式(6)における $\{f\{dx/dt\} + F(dx/dt)\} / A$ はパイプ内の粘性抵抗を含む全摩擦特性と定義することができ、 $(dx/dt)$ の関数である。

全摩擦特性は実験によると、図3に示すような $dx/dt=0$ 近傍で急激な微係数変化をする特性を有する。これを大きく近似して3次関数と仮定する。近似のあてはまらない部分、特に速度の大きいところで摩擦特性が極値を持たないほど微小な微係数で非対称な関数であるにもかかわらず3次関数にした点が問題であり、これが本報の検討課題の一つであり、後ほどこの点について検討をおこなうことにする。すなわち、

$$\begin{aligned} f\{dx/dt\} + F(dx/dt) \\ = a + b(dx/dt) + c(dx/dt)^2 + d(dx/dt)^3 \end{aligned}$$

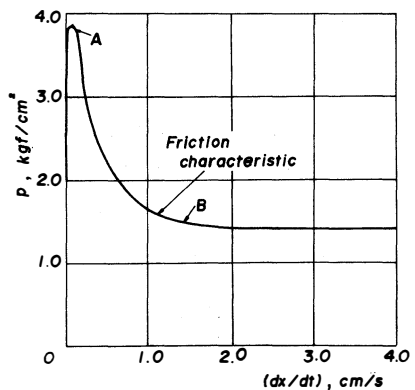


図3 摩擦特性

とすると、式(6)は次式となる。

$$d^2x/dt^2 = (A/M) \{ p - \{ a + b(dx/dt) + c(dx/dt)^2 + d(dx/dt)^3 \} \} \quad (6)'$$

ここで、 $(dx/dt)$  および  $p$  を式(7),式(8)のように置き換えて、 $t$ ,  $\epsilon$ ,  $\beta$  を式(9)のように定義すると、式(5)と式(6)'を  $V$ ,  $P$  に関する式(10), (11)に置き換えられる。

$$dx/dt - Q(\theta)/A = \sqrt{-\{ b + 2c(Q(\theta)/A) + 3d(Q(\theta)/A)^2 \} / (3d) \cdot V} \quad (7)$$

$$p = \{ a + b(Q(\theta)/A) + c(Q(\theta)/A)^2 + d(Q(\theta)/A)^3 \} / A \\ - \sqrt{-\{ b + c(Q(\theta)/A) + 3d(Q(\theta)/A)^2 \} M / (3d\alpha G) \cdot P} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} t &= \alpha GM/A^2 \cdot \tau \\ \epsilon &= -\alpha G / (A^2 M) \cdot \{ b + 2c(Q(\theta)/A) + 3d(Q(\theta)/A)^2 \} \\ \beta &= \{ \{ c + 3d(Q(\theta)/A) \} (3d) \cdot 3d / [-\{ b + 2c(Q(\theta)/A) + 3d(Q(\theta)/A)^2 \}] \} \end{aligned} \right\} (9)$$

すなわち、 $V$ ,  $P$  に関する式は次のようになる。

$$dP/d\tau = V \quad (10)$$

$$dV/d\tau = \epsilon(1 - \beta V - V^2/3)V - P \quad (11)$$

式(10), 式(11)を  $P$  について整理すれば、レイリー方程式、式(12)又は式(12)'が得られる。

$$d^2P/d\tau^2 = \epsilon \{ dP/d\tau - \beta(dP/d\tau)^2 - (dP/d\tau)^3/3 \} - P \quad (12)$$

$$d^2P/d\tau^2 = \epsilon \{ d - \beta V^2 - V^3/3 \} - P \quad (12)'$$

全摩擦特性の3次関数  $p = a + b(dx/dt) + c(dx/dt)^2 + d(dx/dt)^3$  の極値および変曲点を与える  $(dx/dt)$  はそれぞれ

$$(dx/dt)_{1,2} = \{ -c \pm \sqrt{c^2 - 3bd} \} / (3d) \text{ および, } (dx/dt) = -c / (3d)$$

である。これらの値を式(7),式(8)に代入すると式(11)の3次関数  $P = \epsilon(1 - \beta V - V^2/3)V$  の極値を与える  $V$  の値は  $V_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 1}$ , また変曲点を与える  $V$  の値は  $V = -\beta$  に一致することがわかる。また、式(7), 式(8)より  $(dx/dt)$  の増加は  $V$  の減少となり、 $p$  の増加は  $P$  の減少となることがわかる。したがって、式(5),式(6)'の  $p \sim (dx/dt)$  位相平面上の解曲線の検討は極値と変曲点が一致した3次曲線を持つ式(10),式(11)の  $P \sim V$  位相平面上の解曲線を検討することと一致し、解曲線の時間的経過の方向が反対であることがわかる。

### 3. 位相平面上の解曲線

前章で述べた  $p$  と  $P$ ,  $(dx/dt)$  と  $V$  の関係、3次関数  $a + b(dx/dt) + c(dx/dt)^2 + d(dx/dt)^3$  と  $(1 - \beta V - V^2/3)V$  の極値、変曲点の関係を考慮すると、式(5),式(6)'の位相平面  $p \sim (dx/dt)$  と式(10),式(11)の位相平面  $P \sim V$  の解曲線の関係は対応する。

式(10), 式(11)の解曲線を図4(a)の  $P \sim V$  位相平面によって考えると、式(10)において  $dP/d\tau = V = 0$  より  $P$  軸上では時間による変化がない。また、第1象限と第4象限では  $P$  が増加し、第2象限と第3象限では  $P$  は減少する。また、式(11)より  $P = \epsilon(1 - \beta V - V^2/3)V$  上では  $V$  の時間変化がない。  $P > \epsilon(1 - \beta V - V^2/3)V$  では時間の経過により  $V$  は減少し、  $P < \epsilon(1 - \beta V - V^2/3)V$  では  $V$  は増加する。

以上の関係より解曲線の様子は図4(a)のようになる。同様の考え方により  $p \sim (dx/dt)$  位相平面上

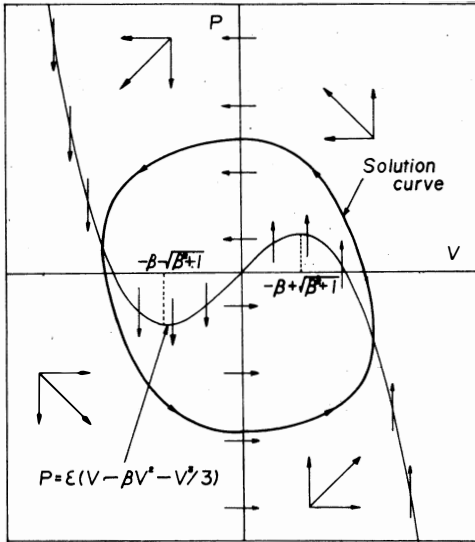


図4(a) P~V位相平面

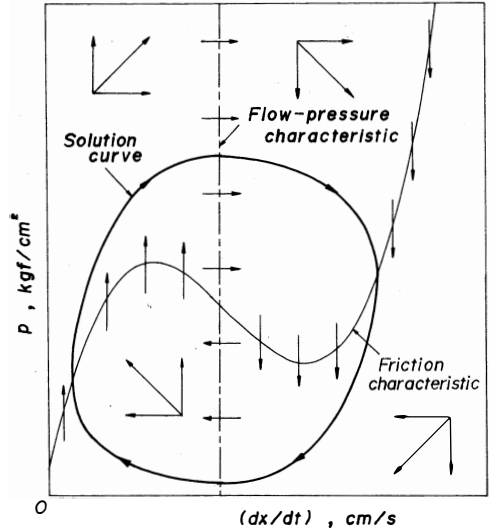


図4(b) p~(dx/dt)位相平面

での解曲線の対応は図4(b)となる。

本章ではP~V位相平面上での解曲線を検討することにより、一航的なレイリー方程式の解曲線を検討する。この位相平面方程式(10)と式(11)より(ε, β)の組合せによって解の性質が決まる。そこで、この(ε, β)をパラメータとし周期解(リミットサイクル)をデジタル計算機を使ってルンゲ・クッタ法により計算し、周期解のV<sub>max</sub>とV<sub>min</sub>を求め、dV/dτ = 0となる3次曲線P = ε(1 - βV - V²/3)Vの極値を与えるV<sub>1,2</sub> = -β ± √(β² + 1)と共に図5に示し、それらの大小関係を検討する。この大小関係を検討することにより、計算した周期解が必要とする3次曲線のVの範囲がわかる。特に、3次曲線が極値をとるV<sub>1</sub>, V<sub>2</sub>の範囲を必要とするかどうか又は2つの極値を持つ特性を必要とするか否かがわかる。

図は横軸にβを縦軸に周期解(リミットサイクル)のV<sub>max</sub>とV<sub>min</sub>をεをパラメータとして示す。図より周期解の性質は原点に対して点対称であり、β ≥ 0の範囲を考えればβ < 0の場合はV<sub>max</sub>とV<sub>min</sub>が反対となったことを想定すればよい。βの増加につれてV<sub>max</sub>は次第に増加し、V<sub>1</sub>より大きいことがわかる。一方、V<sub>min</sub>の絶対値はβの増加により増加し、βの大きいところではεに関係なくなる。また、βの小さい所ではV<sub>min</sub>の絶対値がV<sub>2</sub>の絶対値より大であることがわかる。このようにV<sub>1</sub>とV<sub>max</sub>, V<sub>2</sub>とV<sub>min</sub>の大小比較から、(ε, β)の組み合わせによって解曲線のVの振幅と3次曲線の極値との関係が良くわかる。

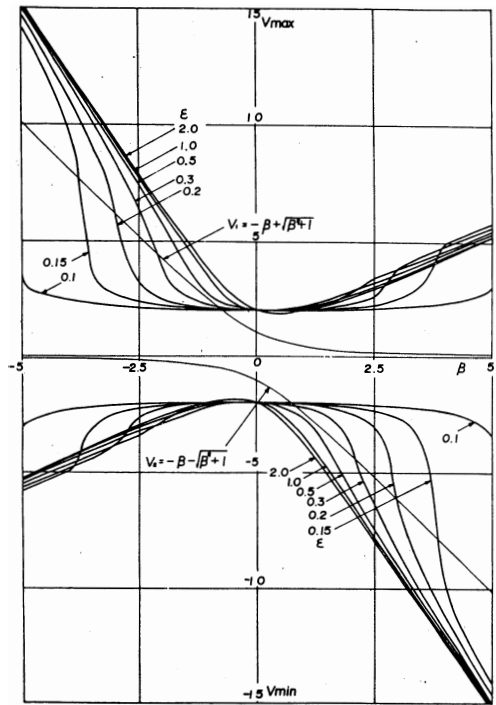


図5 解曲線の振幅の最大値と最小値



例えば、 $\beta = 2.5$ ,  $\epsilon = 1.0$  の場合、 $V_{max} \doteq 3.2$ ,  $V_{min} \doteq -7.8$  に対し  $V_1 = 0.2$ ,  $V_2 = -5.2$  である。したがって、 $V_{max} > V_1$ ,  $V_{min} < V_2$  となって3次曲線の極値を含んだ周期解を描く。しかし、 $\epsilon = 0.1$  とすると  $V_{max} \doteq 2.1$ ,  $V_{min} \doteq -2.1$  であるので、 $V_{max} > V_1$ ,  $V_{min} > V_2$  となり  $V_{max}$  は極値の外にあるが  $V_{min}$  は極値の内側にある状態となる。このように、 $(\epsilon, \beta)$  の組み合わせにより周期解が特性曲線(3次曲線)の極値を必要とするか否かが図5からよくわかる。

そこで、 $\beta = 2.5$  とし  $\epsilon$  を変化した周期解を位相平面上に表示したものを図6に示す。図のように、 $\epsilon = 0.1, 0.2$  の場合3次関数の1つの極値のみを含んでいた周期解が  $\epsilon$  が増加した  $\epsilon = 1.0$  では2つの極値を含んだ周期解となる。この場合の  $V \sim \tau$  の関係の1例を図7(a)(b)に示す。図より  $\epsilon = 0.1$  の時は正弦波に近い波形になるのに対し、 $\epsilon = 1.0$  となると弛張的な波形となる。

$\epsilon = 0.1$  と一定とし、 $\beta$  を変化した位相平面上的周期解を図8に示す。図より  $\beta$  の増加により、3次曲線の極値を1つ含んでいたものが、 $\beta = 6.0$  では2つの極値を含む周期解となる。この場合も、1つの極値を持つ関数および2つの極値を持つ関数を特性曲線とする周期解が存在することがわかる。

#### 4.2 2次曲線による周期解の検討

図6, 図8において  $V_2 < V_{min}$  の周期解が  $(\epsilon, \beta)$  の組み合わせにより存在することを例示した。そこで、極値が1つ存在する関数として、周期解の  $V$  の

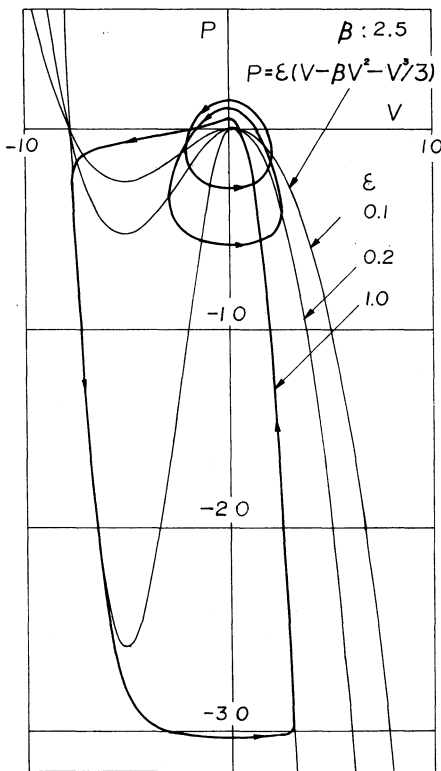


図6 周期解( $\epsilon$ の影響)

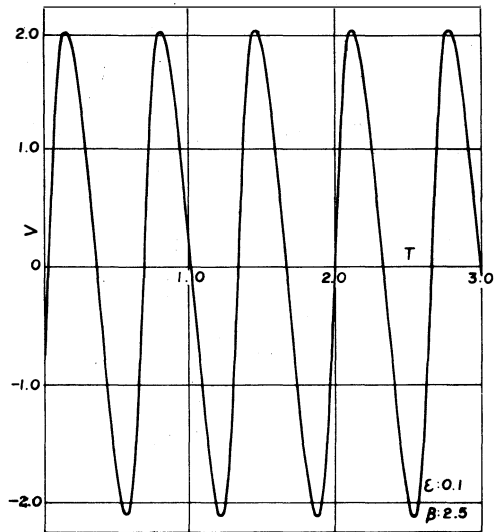


図7(a)  $V \sim \tau$  の関係( $\epsilon = 0.1, \beta = 2.5$ )

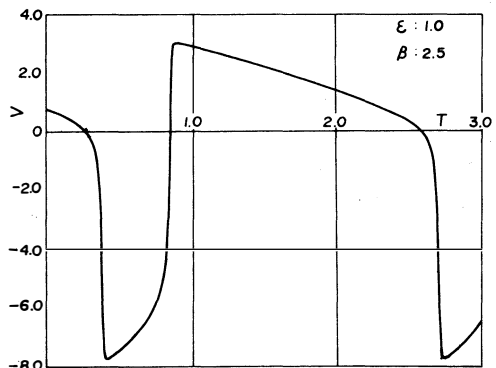


図7(b)  $V \sim \tau$  の関係( $\epsilon = 1.0, \beta = 2.5$ )

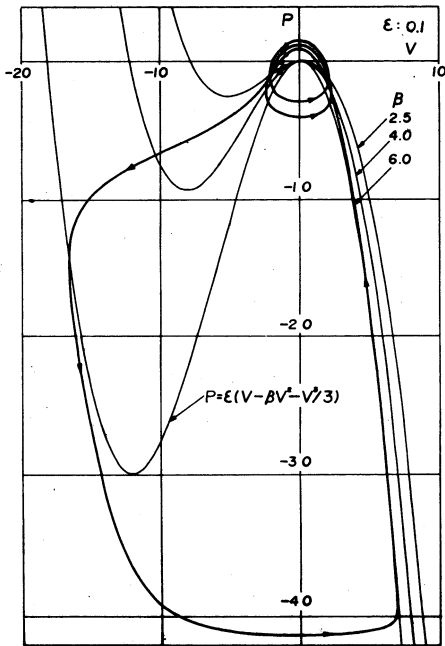


図8 周期解( $\beta$ の影響)

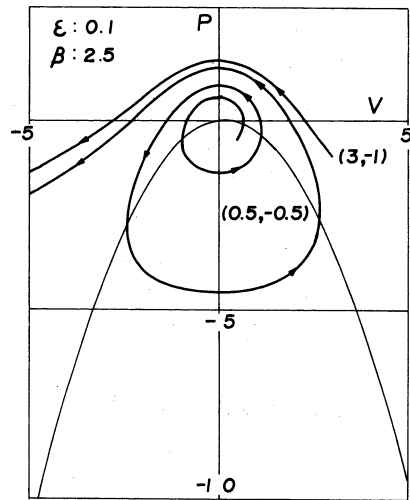


図9 解曲線(2次関数による特性曲線)

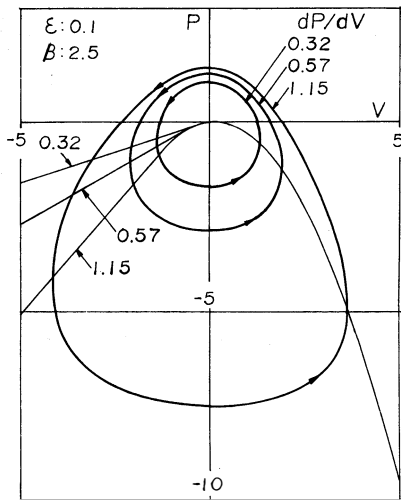


図10(a) 解曲線

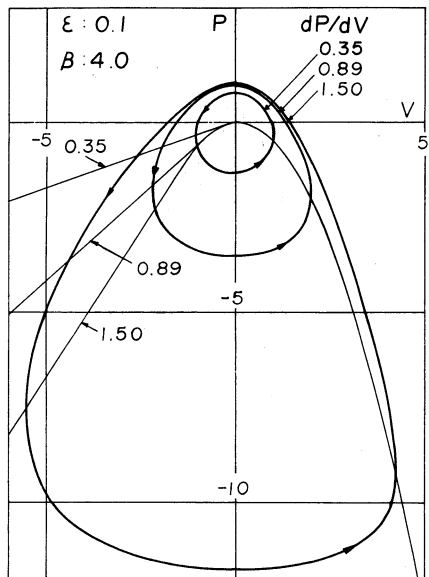


図10(b) 解曲線

範囲内のみが3次関数と一致する2次曲線を考え、周期解の存在と解の形を図6と図8の( $\epsilon$ ,  $\beta$ )について検討することにする。

例えば、図6の $\epsilon = 0.1$ ,  $\beta = 2.5$ の周期解のVの振幅の範囲内での3次関数を2次関数に近似し解曲線を計算すると、図9のように解曲線は不安定となり周期解は得られない。そこで、 $dP/dV > 0$ の領域で種々の $dP/dV$ が一致する直線を接続した特性曲線を考える。この特性曲線に対して図6、図8の極値を1つ含む場合に対応する解曲線の幾つかを図10(a)(b)(c)に示す。図中、 $dP/dV$ が小さいほど、P, Vの振幅の小さな周期解となる。

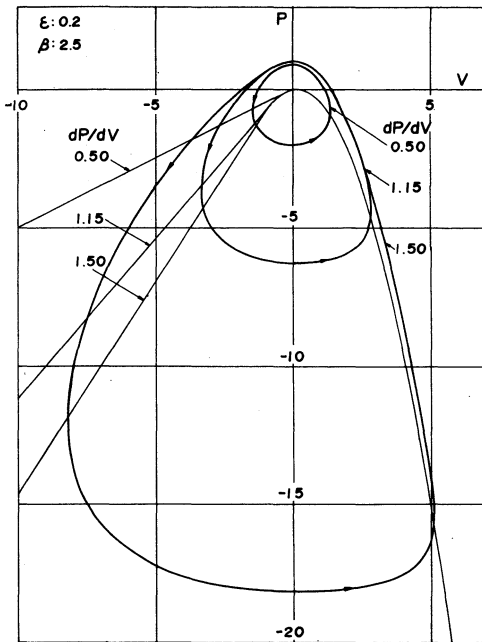


図10(c) 解曲線

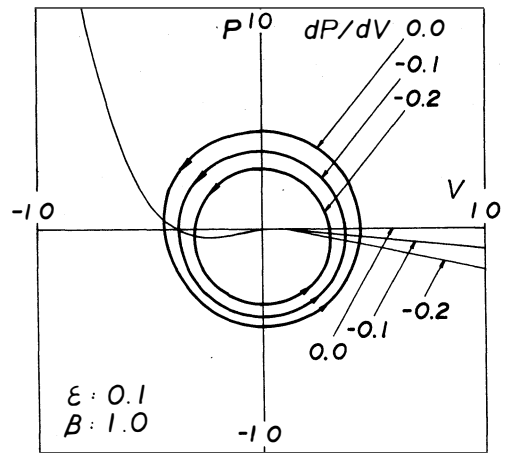


図11 解曲線

式(7),式(8)によると,  $(dx/dt)$ が小のときには $V$ が大となることより図3のA部の $(dx/dt) = 0$ の近傍における摩擦特性の急激な変動の様子を図10に対応させ得ることが出来る。そして図10の周期解の存在が図3のA部の $(dx/dt) = 0$ の近傍での周期解の可能性を表わすものと考えられる。

図3は極値が1つしか存在しないか, 2つ存在しても1つは近似的にないと考えられる特性で, 必ずしも3次関数と近似し難く, 図6, 図8および図10(a)(b)(c)の解曲線の存在は図3の摩擦特性における $(dx/dt) = 0$ の近傍における周期解の存在を裏付けることとなる。また, これらの周期解より, スティック部のない単なる振動の可能性をも意味すると考えられる。図3の $Q(\theta)/A$ を大きくしたB部では, 平衡点での $(dx/dt)$ の微係数 $d^2x/dt^2$ は零か正であり, その値は非常に小さい。図11はこの部分に相当する解曲線で,  $dP/dV = 0.0, -0.1, -0.2$ の場合を示す。 $dP/dV = -0.2$ の場合が $0.0$ の場合に比べて, 周期解の振幅が小さい。この解曲線の中にはやはりスティック部のない単なる振動を示すものがある可能性がある。

## 5. 結 言

油圧駆動系の動作方程式は圧力補償型の流量調節弁を使用すれば, 摩擦特性を速度の3次関数と仮定することにより, レイリーの方程式で表わされることが導けた。このレイリー方程式の解曲線を検討することにより, 周期解の振幅と特性曲線である3次関数の極値の大小関係が検討できた。それによると, 3次関数は極値を2つ持つ次数の最低の関数の代表として使用しているが, 極値が1つであっても解曲線が得られることがレイリー方程式の $(\epsilon, \beta)$ に対する検討からわかった。したがって, 摩擦特性は2つの極値を持つものとする大胆な定性的近似をおこなったが, 比較的摩擦特性に近い1つの極値を持つ曲線を特性曲線と考えることによって, 周期解の存在が可能であることがわかった。さらに, この摩擦特性において, スティック部のない単なる振動も存在する可能性があることがわかった。

**参考文献**

- (1) 松崎・橋本, 機論, 28-194 (S37-10), 1394。
- (2) 加藤・松林, 機論, 35-273 (S44-5), 1138。
- (3) 明石・中川・大住, 機論, 45-390 (S54-2), 195。

本論文は昭和62年11月3日, 機械学会北陸信越支部北陸地方講演会(富山)で発表したものに加筆詳述した。

## Rayleigh Equation Approximating Equation of Motion in Hydraulic Drive System

Tsuyoshi OHSUMI, Yukio MATSUMOTO  
Hirofumi TAKASE, Masao KANO

In a hydraulic drive system, stick-slip motion at low speed of operation is well known. Incidentally, in reference (3), it is shown that there is a vibration without stick part.

In this report, in the hydraulic drive system using a pressure compensated flow control valve, the equation of its motion is approximately reduced to Rayleigh equation on the assumption that the friction characteristic is a third order function approximately. Then, it will be possible to explain the existence of the vibration without stick part, judging from its solution curves.

[英文和訳]

### 油圧駆動系動作方程式のレイリー方程式近似

大住 剛, 松本 幸生, 高瀬 博文, 加納 政雄

油圧駆動系において、低速駆動に生ずるスティックスリップ動作は良く知られている。また、文献(3)によると、スティック部のない振動が生じることが示されている。

本報では、圧力補償型流量調節弁を使用し、摩擦特性を3次関数と近似的に仮定すると、動作方程式はレイリー方程式で近似できる。そして、この解曲線から判断すると、スティック部の無い振動の存在を説明しうる可能性がある。

(1988年10月31日受理)

# 管および環状流路内の乱流構造(I)

— 乱れおよびレイノルズ応力 —

宮下 尚, 柴田 良弘, 西村 龍夫

## 1. 緒 言

輸送現象論は流体力学の一部を形成している運動量移動を含むエネルギー(熱), 運動量, 物質移動に関する一貫した理論体系であり, ある物理量の移動 transfer と, これに関する速度 rate を考察する現象論である。

本研究は, 輸送現象論の中の運動量移動を中心として, 流体の力学を考慮するという観点に立ち, 化学工学的アプローチを試みる。流路としては, 内部流れを考える上でシェルアンドチューブ, 或は二重管型熱交換器の環状部を想定したモデルを用いる。非円形流路の代表的な例の一つである二重管環状流路内での伝熱の媒体となっている流体の挙動, 乱流の構造を, 単一円管流路内でのそれと比較し考察を加えながら解明を試みようとする実験的研究である。

環状部の流れを解明する上で同心二重管に対しては, 層流域, 乱流域それぞれに関して速度分布など流れの解析や実験が行われ, 統一的な結論が得られている。

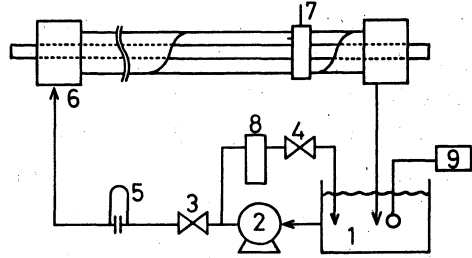
偏心二重管環状部内の熱伝達特性を研究する上で重要な役割を果たすのは, 周方向の局所熱伝達率の分布であるという認識のもとに, 伝熱と物質移動のアナロジーにより中村<sup>1)</sup>は, 電気化学的方法により環状部内管壁面の平均及び局所の物質移動係数, 剪断応力, 乱れ強度, また, 外管壁面の物質移動係数, 剪断応力を測定し, 偏心二重管環状部における輸送現象の解明を試みた。また荻下<sup>3)</sup>は, 中村の環状部両壁面での輸送現象についての研究の延長として, 環状部内流れに着目し乱流輸送現象を解明するために速度分布, 乱流強度分布, レイノルズ応力分布の測定を行った。しかし, 荻下の測定結果には内管の偏心していない場合, つまり, 同心二重管環状部内流れについての研究は行われていない。偏心二重管環状部内流れは, 主流方向, 半径方向, 円周方向にそれぞれ速度変動を有するため三次元流れであるが, 同心二重管環状流路の場合には, 流れは二次元流れとして考えられ, また流体摩擦を用いて結果を整理することが可能である。

そこで, 本研究は, 非円形流路の代表例として同心二重管環状流路について, 乱流構造の解明を試みる。測定は全て単一円管流路, 同心二重管環状流路について行われ, 二種のレイノルズ数と二種の流路において比較されている。また, 同心二重管環状流路で得られた結果については, 偏心二重管環状流路最広部における実験結果と比較され, 内管の偏心が内部流れに及ぼす影響を観察する。なお, 本研究は, 全て熱線流速計使用による流動実験によってなされ, 結果が整理されている。

## 2. 装置および実験方法

### 2.1 装置

実験装置の概略図を図1に示す。恒温槽①で30℃に保たれた純水は、ポンプ②によって、オリフィス流量計⑤を経てミキシングボックス⑥に送られ、テストセクション⑦を通った後、再び恒温槽①に戻り循環使用される。流量は、バルブ③及びバイパスバルブ④で調整され、オリフィス流量計⑤により測定される。測定センサーであるプローブの熱線素子は、水中の微粒子などの衝撃に対して弱いため、バイパス流路に10μmのフィルターをもったストレーナー⑧が設けられている。流路の全長は4.7mであり、二重管環状流路としての外管には内径50mmの亚克力樹脂製パイプを用い、内管には外径21.8mmのパイプを使用する。単一円管流路の場合には、内管を抜き



- |                 |                          |
|-----------------|--------------------------|
| 1 reservoir     | 6 mixing box             |
| 2 pump          | 7 test-section           |
| 3 flow valve    | 8 strainer               |
| 4 by-pass valve | 9 temperature controller |
| 5 manometer     |                          |

Fig.1 Schematic diagram of experimental apparatus.

取り亚克力樹脂製パイプのみの流路で測定を行った。テストセクションは流路入口から3.9mの位置にあり、この距離は単一円管の直径の約80倍、そして環状流路の相当直径の約130倍の助走距離であり、完全発達乱流が得られる長さとなっている。テストセクションにはプローブが流れに対して並行に取り付けられており、流路内の任意の位置へトラバースできるように設計されている。熱線流速計システム (KANOMAX 社・CTA System MODEL 7223) は、X型2センサープローブからの信号が二組の熱線流速計に入り、各種演算ユニットの組み合わせにより、流速を始め、乱流強度、レイノルズ応力、相関係数などの、各種の測定ができる。熱線流速計は相関係測システムであるため、あらかじめ流速の決まった検定装置内で検定されて、使用される。

### 2.2 実験方法

実験は、単一円管流路、及び管径比2.29の同心二重管環状流路について、 $Re = 1.6 \times 10^4$ と $3.0 \times 10^4$ の条件で行った。また偏心二重管環状流路では、Eq.(1)の定義によって定まる偏心率 $e = 0.25, 0.50, 0.75, 0.99$ の4種について行った。

$$e = 2S / (D_o - D_i) \quad (1)$$

## 3. 実験結果

### 3.1 速度分布

本研究の基礎的実験として、各流路内の速度分布を測定した。

単一円管流路での速度分布を図2に示す。参考のために、図に von Karman, Prandtl-Nikuradse の対数速度式を示してある。分布は  $y^+ > 30$  の完全乱流

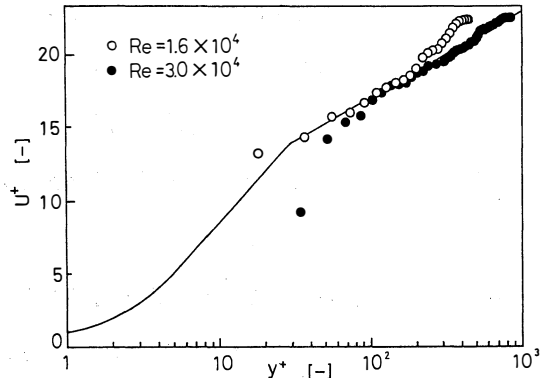


Fig.2 Universal velocity profile in circular tube.

域では、対数速度式とはほぼ一致しているが、 $u^+ > 20$  では対数速度式から外れており、この領域は外層領域に当たるものと思われる。 $y^+ < 30$  の範囲では、対数速度式よりも小さな値となっている。この範囲は本実験装置で、管壁より 1 mm 程度の範囲であり、このことは、現象ではなく、測定位置が壁極近傍であるために、プローブ自体が流れに対して攪乱を起こし、流体中に抵抗を設置したのと同様な効果が現れ、流速が低下したものである。

同心二重管環状流路内の速度分布を図 3 に示す。分布形状にはほとんどレイノルズ数による違いは現れておらず、十分な発達乱流となっていることが予想される。最大流速位置は、流路中間点(外管内壁面と内管外壁面への距離が等しい地点)よりも、やや内管側へ偏った位置であることがわかる。この位置は、レイノルズ数には依存せず横軸が  $y_0/R_{EQ} = 0.575$  の位置に存在している。

そこで、同心二重管環状部内流れの速度分布を von Karman, Prandtl-Mikuradse の対数速度式と比較することを試みる。同心二重管環状流路の場合には、流れに対する両壁面からの影響は複雑なものとなっているので、壁面剪断応力、及び摩擦速度は、単一円管流路の場合と異なった算出方法となる。 $u^+ [-]$ 、 $y^+ [-]$  を求めるに当たって、壁面剪断応力  $\tau_w$  を導出する必要がある。以下に同心二重管環状流路の外管壁面、及び内管壁面の剪断応力  $\tau_{w0}$ 、 $\tau_{wi}$  の導出方法を示す。

今、単一円管流路において管壁面が十分に滑らかで、Eq.(2)の Karman の 1/7 乗速度分布則が成立しているものと仮定する。

$$u^+ = 8.74 (y^+)^{1/7} \tag{2}$$

Eq.(2)は摩擦速度を用いて表現すると、

$$(u/u^*) = 8.74 (y \cdot u^*/\nu)^{1/7} \tag{3}$$

となる。Eq.(3)を変形すると

$$u^{*8/7} = u \cdot (\nu/y)^{1/7} \cdot (1/8.74)$$

これは次式とも表わされる。

$$u^{*2} = u^{7/4} \cdot (\nu/y)^{1/4} \cdot (1/8.74)^{7/4} \tag{4}$$

ここで、 $u^* = \sqrt{\tau_w/\rho}$  と表されることを考慮すると  $u^{*2}$  は、

$$u^{*2} = \tau_w/\rho \tag{5}$$

と表される。Eq.(4)と Eq.(5)より次式が成立する。

$$u^{7/4} \cdot (\nu/y)^{1/4} \cdot (1/8.74)^{7/4} = \tau_w/\rho \tag{6}$$

Eq.(6)を  $\tau_w$  について変形すると、

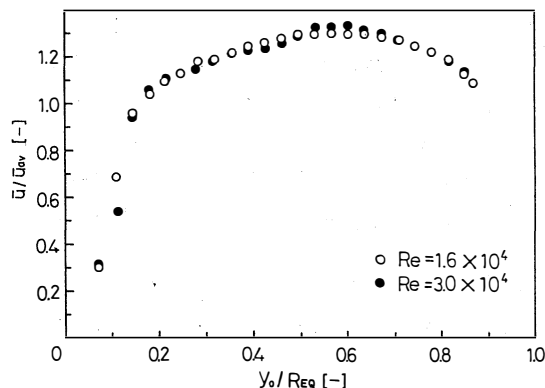


Fig.3 Velocity profile in coaxial double tube.



$$\tau = 0.025 \cdot \rho \cdot \nu^{1/4} \cdot (1/8.74)^{7/4} \quad (7)$$

よって壁面剪断応力は Eq.(7) で表現することができる。

Eq.(7) を同心二重管環状流路に適用するに当たって、最大流速位置を境として外管側と内管側の流体を独立したものと考える。すると、外管壁面の剪断応力  $\tau_{wo}$  は、

$$\tau_{wo} = 0.025 \cdot \rho \cdot \nu^{1/4} \cdot y_o^{-1/4} \cdot u^{7/4} \quad (7)$$

と表される。ここで、 $y_o$  は外管壁面からの距離である。よって、最大流速位置より外管側の任意の位置  $y_o$  における時間平均流速を代入すると、外管壁面剪断応力を求めることができる。内管壁面剪断応力  $\tau_{wi}$  も同様にして、

$$\tau_{wi} = 0.025 \cdot \rho \cdot \nu^{1/4} \cdot y_i^{-1/4} \cdot u^{7/4} \quad (9)$$

と表される。ここで、 $y_i$  は内管壁面からの距離である。

Eq.(8), Eq.(9) より求めた同心二重管環状流路外管内壁面、内管外壁面の剪断応力、及び摩擦速度を Table 1 に示す。

Table 1

|                            | Re = 1.6 × 10 <sup>4</sup> [–] |            | Re = 3.0 × 10 <sup>4</sup> [–] |            |
|----------------------------|--------------------------------|------------|--------------------------------|------------|
|                            | Outer tube                     | Inner tube | Outer tube                     | Inner tube |
| $\tau_w$ [Pa]              | 0.8910                         | 0.9852     | 2.6672                         | 3.0431     |
| $u^* \times 10^{-2}$ [m/s] | 2.9909                         | 3.1451     | 5.1748                         | 5.5275     |

これらの値より両レイノルズ数とも、外管内壁面よりも内管外壁面の方が壁面剪断応力は大きな値であり、摩擦速度  $u^*$  に関しても最大流速位置よりも内管側の流体の摩擦速度の方が大きな値となっていることがわかる。

そこで、同心二重管環状流路内の速度分布を最大流速をとる位置で外管側と内管側に分けた二つの速度分布を、縦軸に無次元速度  $u^+$  [–]、横軸に無次元距離  $y^+$  [–] で表現した図をそれぞれ図 4、

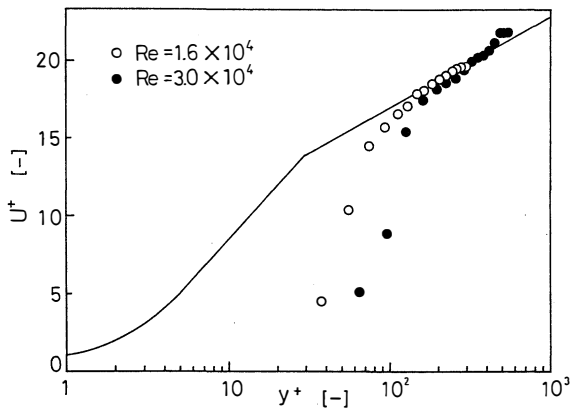


Fig.4 Universal velocity profile in the region of outside for coaxial double tube.

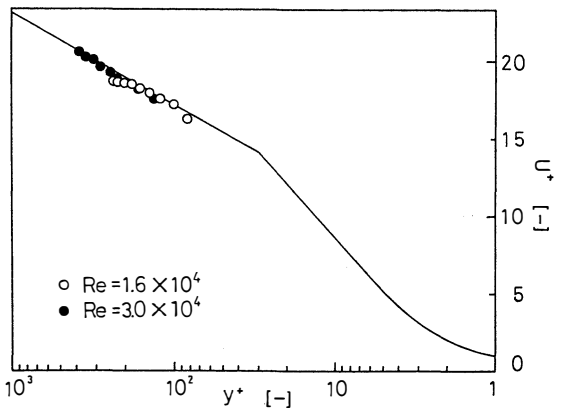


Fig.5 Universal velocity profile in the region of inside for coaxial double tube.

図5に示す。なお内管側の図4については、図の右端を壁面として表現した。参考のために von Karman, Prandtl-Nikuradse の対数速度式を示しておく。両図より、 $y^+ < 150$  の範囲では、両レイノルズ数とも対数速度式よりも小さな値となっている。この範囲は本実験装置では管壁極近傍であり、測定上不正確である。これは、現象ではなく測定位置が壁極近傍であるために、今回使用したX型プローブ自体が、流れに対して攪乱を起し流体中に抵抗を設置した状態と同様な効果が現れ、流速が減少したものである。プローブの攪乱による影響を受けない領域の分布については、対数速度式とほぼ一致しているものと見なすことができる。よって、同心二重管環状部内流れについて行った外管内壁、内管外壁の両壁面剪断応力  $\tau_w$ 、及び外管側、内管側での摩擦速度  $u^*$  の導出方法と、求めた値については信頼性があるものと思われる。

次に、内管の偏心した場合、つまり偏心二重管環状流路における速度分布と比較をしてみる。偏心二重管環状流路内の速度分布は、半径方向に速度勾配を有することは、これまでの同心二重管環状流路内の結果からも容易に予想はつくが、内管が偏心した場合には、環状流路の円周方向の各位置では、外管と内管の距離が異なるため、流路の幅が違い、流路幅が最も狭い部分では流れが遷移化し層流となる場合が起こり得る。この現象から、環状流路の最広部と最狭部では明らかに速度差があり、円周方向についても十分に速度勾配を有することが予想される。

半径方向と円周方向に速度勾配をもつ流れは三次元流れとなり、これらを同時に測定することは、実験装置、測定方法において多くの問題を引き起こすために複雑なものとなる。そこで、同心二重管環状流路における速度分布を、偏心二重管環状流路における速度分布と比較するために、円周方向に流れを有しないと考えられる、偏心二重管環状流路最広部での速度分布との比較を試みる。

$Re = 1.6 \times 10^4$ での、同心の場合と、偏心率  $e = 0.25, 0.50, 0.75, 0.99$  の場合の流路最広部における分布を図6に示す。ここで  $Re_Q$  は水力相当径  $D_{EQ}$  の1/2の大きさの値であり、同心二重管の場合の環状流路幅である。また  $S$  は偏心率によって定まる内、外管中心間距離である。この表現でも、横軸のゼロは外管壁面を表し、横軸の1.0は内管壁面を表している。分布形状には偏心率により差異が見られる。特に、偏心率  $e = 0.99$  の高偏心率の場合には、分布は他の偏心率のものとは全く異なった形状となっている。まず、最大流速位置に着目してみる。同心二重管(偏心率  $e = 0.00$ )の場合には、最大流速位置は横軸0.575と、流路中間点よりも内管側に偏った位置であるのに対して、その位置は偏心率の増大に伴い外管側へ移動しており、偏心率  $e = 0.99$  になると最大流速位置は横軸が0.45の位置となり、流路中間点よりも外管側の位置となっている。次に、最大流速の大きさに着目すると、これも先と同様に偏心率による影響がよく現れている。偏心率  $e = 0.00, 0.25, 0.50, 0.75$  の場合

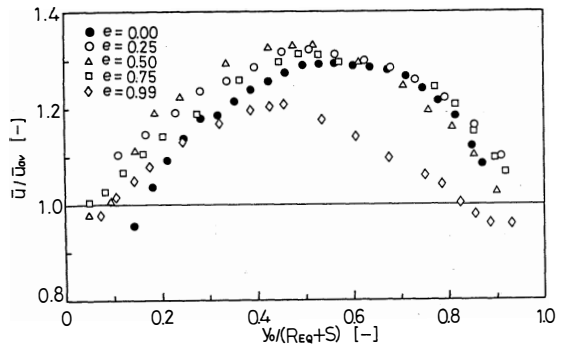


Fig.6 Velocity profile in eccentric annulus.

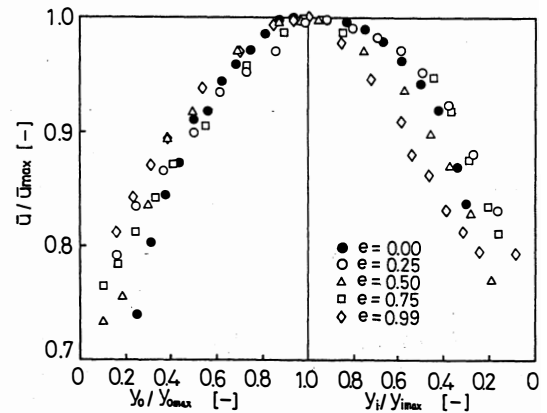


Fig.7 Velocity profile in the region of outside and inside for eccentric annulus.

には、最大流速は断面平均流速の約1.3倍付近の値であるのに対し、偏心率  $e = 0.99$  の場合には、その値は約1.2倍程度となり小さな値となっている。これは、偏心率  $e = 0.99$  であるため流路最広部の幅が広いことを考慮すると、十分に予測されることである。しかし、他の偏心率と比較した場合の分布形状の極端な変形は、偏心率  $e = 0.99$  の場合の環状流路全域に渡って、他の偏心率の場合とは異なった乱流構造となっているものと予測される。

次に、図6の結果を各偏心率における最大流速位置を基準に二分し、外管側と内管側との速度分布形状の比較を行う。縦軸を各偏心率における最大流速で無次元化した  $u/u_{\max}[-]$  とし、横軸を外管側については  $y_o/y_{o\max}[-]$  と表し、内管側については  $y_i/y_{i\max}[-]$  と表した図を図7に示す。図の左端は外管内壁を表し、右端は内管外壁を表し、横軸の1.0は最大流速位置を表している。最大流速位置から外管側での分布は偏心率には依存しておらず、ほぼ一本の曲線に近似されることがわかる。そこで、外管側での分布の値は最小二乗法を用いて相関式を求めると、

$$u/u_{\max} = 1 - 0.33(1 - y_o/y_{o\max})^2 \quad (10)$$

となる。参考までに、荻野<sup>2)</sup>らが求めた相関式では係数が0.36となっていることから、この違いは実験条件(使用流体、管径比 etc.)によって変わってくるものと思われるが、結果的にはよく似た二次曲線の相関式が得られたものと考えられる。

しかし、内管側での分布は偏心率の違いによる分布の差がはっきりと表れており、一本の曲線に近似することは不可能であることがわかる。よって荻野<sup>2)</sup>らが表した、偏心二重管環状流路最広部においては、外管側の分布と内管側の分布は同じ形状を示すという報告には無理があるように思われ、このことは同心二重管環状流路の場合についてだけ成立するのではないかと思われる。

### 3.2 乱流強度分布

単一円管流路内の乱流強度分布を主流方向については図8(a)に、半径方向については図8(b)に示す。二方向の速度変動成分の実効値を時間平均流速  $u$  で無次元化した量、 $100\sqrt{u'^2}/u$  [%],  $100\sqrt{v'^2}/u$  [%] で表す。乱流強度は流路中心軸上では最小値をとり、壁面に近づくにつれて値は増大する。また、主流方向の乱流強度の値は流路内の全ての位置で、半径方向についての値よりも大きくなっている。流路中心軸では、主流方向の乱流強度は両レイノルズ数とも約4%、半径方向については両レイノルズ数とも約3%の値をとっている。なお、乱流強度は壁面の極近傍では、ゼロの値をとることは予想されるが、プローブの厚みのために測定を行うことが不可能であるために、結果は得られていない。壁

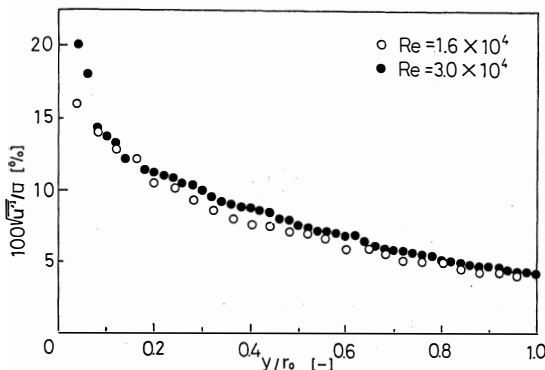


Fig.8(a) Turbulent intensity profile in circular tube (Z-direction).

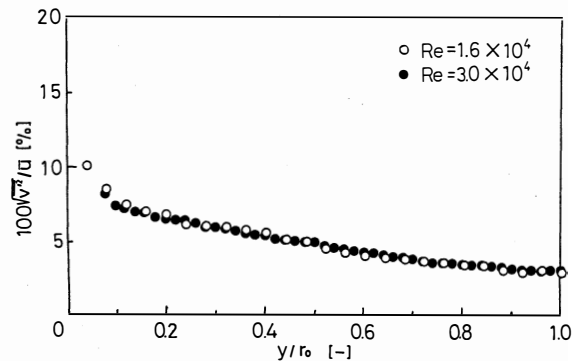


Fig.8(b) Turbulent intensity profile in circular tube (r-direction).

近傍においては、一般に約8%程度の値をとるものとされているが、本実験では半径方向についての値は、 $Re = 1.6 \times 10^4$ では約10%、 $Re = 3.0 \times 10^4$ では約8%と似た値を表しているものの、主流方向についての値は $Re = 1.6 \times 10^4$ で約16%、 $Re = 3.0 \times 10^4$ で約20%とかなり大きな値が表れている。これは、先の章でも述べたように測定に用いたX型プローブ自体が流体中の抵抗となり、流速を低下させたために乱流強度の値が大きくなったものである。主流方向について $Re = 3.0 \times 10^4$ の場合には、 $Re = 1.6 \times 10^4$ の場合に比べて、 $y/r_o > 0.2$ の範囲でわずかながら高い値を示しているが、全体的に両図を比較すると、分布形状、及び値はレイノルズ数には依存していないように思われる。

速度変動成分の実効値を摩擦速度  $u^*$  で無次元化した量  $\sqrt{u'^2}/u^* [-]$ 、 $\sqrt{v'^2}/u^* [-]$  を、先の乱流強度の表現方法と区別するために、ここでは『無次元乱れ強さ』とする。

図8(a), (b)の縦軸を、無次元乱れ強さの表現に改めると、図9(a), (b)になる。図9(a)では、主流方向の速度変動成分の実効値の分布は、多少ばらつきが見られる部分もあるが、 $y/r_o > 0.5$ の範囲ではよくまとまっており、管壁から管中心に向かって、ほぼ直線的に減少していることがわかる。その値は管壁近傍では摩擦速度の約2倍となっている。また管中心では摩擦速度とほぼ等しい値となっている。また図9(b)より、半径方向の速度変動成分の実効値の分布は、レイノルズ数の違いにより多少差異が見られるが、壁近傍では、摩擦速度の約1.1倍の値を取り、管中心へ向かうにつれ徐々に減少し、管中心では約0.6倍の値となる。全体的に観察すると、主流方向の値は、半径方向の約2倍程度の値

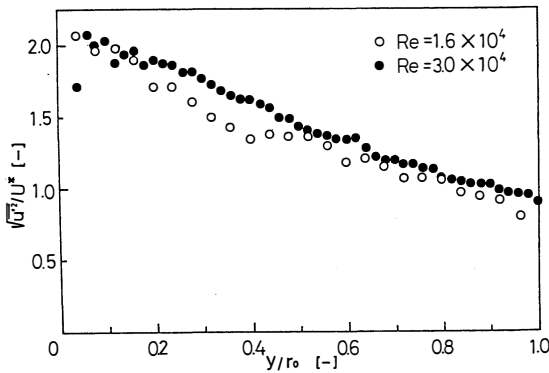


Fig.9(a) Dimensionless turbulent intensity profile in circular tube (Z-direction).

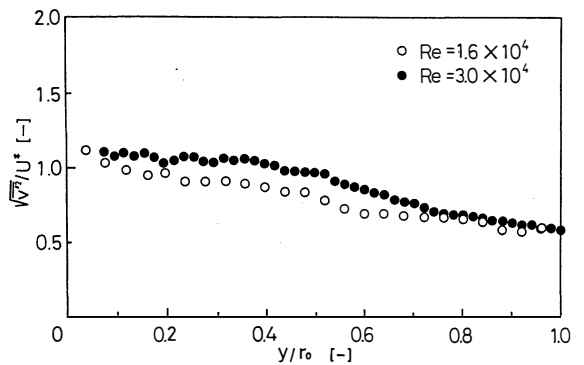


Fig.9(b) Dimensionless turbulent intensity profile in circular tube (r-direction).

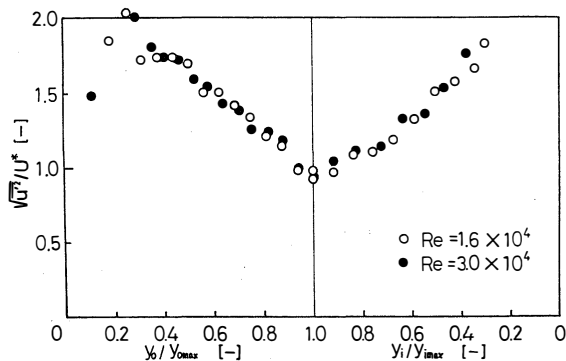


Fig.10(a) Dimensionless turbulent intensity profile in the region of outside and inside for coaxial double tube (Z-direction).

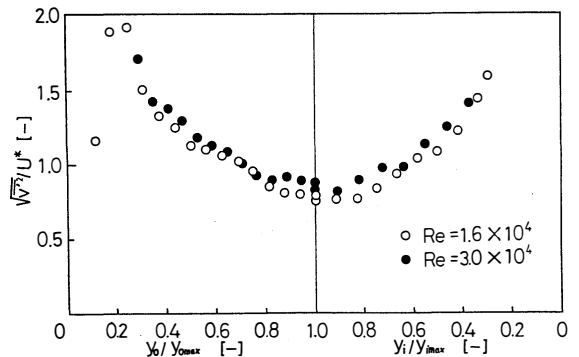


Fig.10(b) Dimensionless turbulent intensity profile in the region of outside and inside for coaxial double tube (r-direction).

をとり、その傾向は流路の全ての位置について言えることである。

同心二重管環状流路内の乱流強度分布を主流方向については図10(a)に、半径方向については図10(b)にそれぞれ示す。分布は両管壁面付近で極大値、環状流路中間点付近で最小値をとる。分布もレイノルズ数による違いは見られず、ほぼ同じ形状である。流路中間点付近の最小値の値は、主流方向の値は約5%、半径方向の値は約4%となっている。最小乱流強度位置は、 $y_o/R_{EQ} = 0.575$ の位置であり、この位置は両レイノルズ数に関して言え、また主流方向、及び半径方向についても言うことができる。この位置は最大流速位置と一致していることから、同心二重管環状流路内流れでは、最大流速位置と最小乱流強度位置は、レイノルズ数には依存せず、同一位置に存在することがわかる。

次に乱流強度を、摩擦速度  $u^*$  で基準化した無次元乱れ強さで表す。最小乱流強度位置で二分し、外管側を  $y_o/y_{o\max} [-]$  で表し、内管側を  $y_i/y_{i\max} [-]$  で表す。主流方向、及び半径方向の無次元乱れ強さの値は、両管壁付近から最小乱流強度位置へ向かって単調な減少をし、外管側と内管側の値は、変化の勾配もほぼ対称である。主流方向の無次元乱れ強さは、最小値をとる位置で約1.0、半径方向の最小値は約0.75となっている。環状流路内各位置での主流方向の値は、半径方向の値の約1.3倍程度の値をとることがわかる。

偏心二重管環状流路における最広部での乱流強度分布を、主流方向については図11(a)に、半径方向については図11(b)にそれぞれ示す。主流方向、半径方向とも、偏心率の違いによって分布形状に差異が見られる。最小乱流強度位置は、主流方向、半径方向とも偏心率によって異なっている。偏心率  $e = 0.00$  (同心二重管) の場合には、その位置は横軸0.575の位置であるのに対して、内管が偏心すると最小乱流強度位置は最大流速位置と同様に、外管側へ向かって移動する。先の節で、最大流速位置は、同心の場合の横軸0.575の位置から、偏心率の増大に伴い外管側へ向かって移動し、偏心率  $e = 0.99$  では横軸0.45の位置となる結果を得ているが、各偏心率における最小乱流強度位置は、最大流速位置とは必ずしも同一地点とはならないことがわかる。主流方向と半径方向についての各偏心率における最小乱流強度位置を比較すると、低偏心率 ( $e = 0.00, 0.25, 0.50$ ) では、ほぼ一致しているが、高偏心率の場合、特に偏心率  $e = 0.99$  では、その位置は大きく異なっている。半径方向の最小乱流強度位置は横軸0.425の位置である。よって、この偏心率の場合に主流方向と半径方向の速度変動にはアンバランスが生じており、乱れ挙動が他の偏心率とは異なっていることが予想される。このことから、内管の偏心による二重管環状部流れに及ぼす影響が観察される。

全体的に観察すると乱流強度の値は、両壁面近傍で最大値を表すが、各偏心率におけるその値は内管壁での値よりも、外管壁での値の方が大きな値を表している。このことは、主流方向と半径方向に

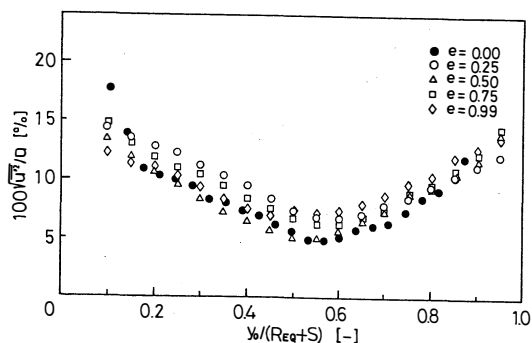


Fig.11(a) Turbulent intensity profile in eccentric annulus (Z-direction).

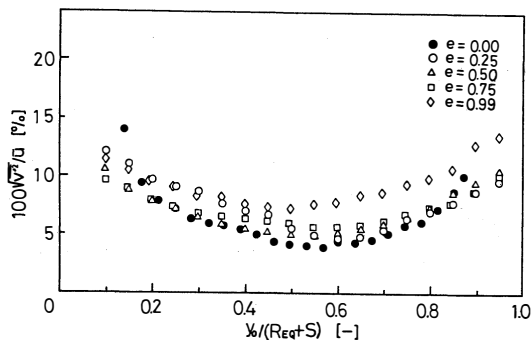


Fig.11(b) Turbulent intensity profile in eccentric annulus (r-direction).

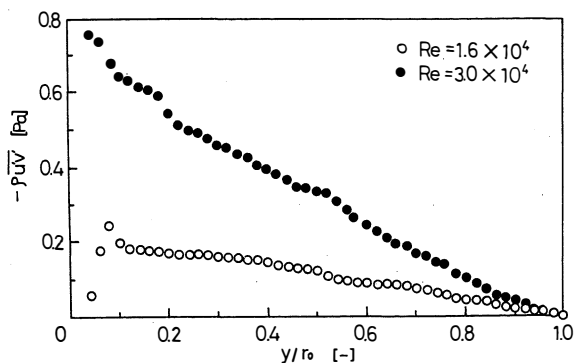


Fig.12 Reynolds stress profile in circular tube.

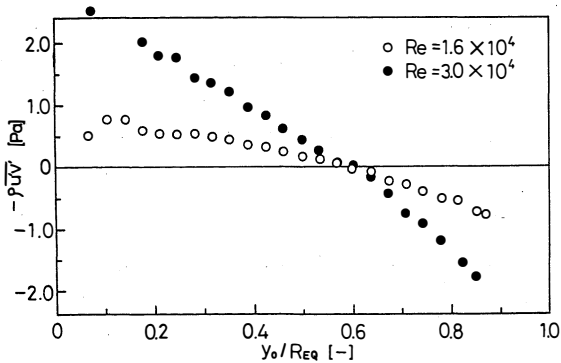


Fig.13 Reynolds stress profile in coaxial double tube.

ついて比較しても、また、各偏心率について比較しても言えることである。しかし、偏心率  $e = 0.99$  の場合の分布だけは、特殊な形状をしている。つまり、主流方向、半径方向とも外管壁での極大値と比べ、内管壁での極大値の方が大きな値となっている。特に、半径方向についてのこのことは顕著に表れている。これは、外管側の極大値が他の偏心率の場合に比べ小さくなったと見るよりも、内管側の極大値が他の偏心率の場合に比べ大きくなっているものと見るべきである。偏心率  $e = 0.99$  は高偏心率であるため、流路最広部は他の偏心率よりもかなり広がっており、内管壁近傍ではその幾何学的流路の複雑さから、乱れの増大が特に著しくなったものと思われる。よって、偏心率の影響は高偏心率においての内管側で著しく観察されるものと思われる。

### 3.3 レイノルズ応力分布

単一円管流路内のレイノルズ応力分布を図12に示す。レイノルズ応力は、管中心ではゼロの値をとり、管壁へ向かうにつれて直線的に増加している。  $Re = 3.0 \times 10^4$  での値は、  $1.6 \times 10^4$  での値より大きく、約3倍の値となっている。

同心二重管環状流路でのレイノルズ応力分布を図13に示す。レイノルズ応力は、外管側では正の値をとり、内管側では負の値をとる。これは、速度変動成分の方向についての、基準のとり方によるものであり、本実験では、主流方向の速度変動成分  $u'$  については、主流方向と同じ方向を正とし、また半径方向の速度変動成分  $v'$  については、単一円管流路の場合は、管壁から管中心へ向かう方向を

Table 2  
circular tube

| $\tau_w$ [Pa] | $Re = 1.6 \times 10^4 [-]$ | $Re = 3.0 \times 10^4 [-]$ |
|---------------|----------------------------|----------------------------|
| experimental  | 0.22                       | 0.70                       |
| calculation   | 0.231                      | 0.695                      |

coaxial double tube

| $\tau_w$ [Pa] | $Re = 1.6 \times 10^4 [-]$ |            | $Re = 3.0 \times 10^4 [-]$ |            |
|---------------|----------------------------|------------|----------------------------|------------|
|               | Outer tube                 | Inner tube | Outer tube                 | Inner tube |
| experimental  | 0.9                        | 1.0        | 2.64                       | 3.0        |
| calculation   | 0.8910                     | 0.9852     | 2.6672                     | 3.0431     |

正とし、二重管環状流路の場合は、外管壁から内管壁へ向かう方向を正の方向と定めている。

レイノルズ応力がゼロとなる位置は、環状流路中間点より内管側に存在し、レイノルズ数には依存せずに、最大流速位置と一致している。

レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  となる位置から、壁面へ向けて直線的に増加するものと考え、壁面剪断応力  $\tau_w$  を推定してみる。分布図から壁面剪断応力を推定した値と、また速度分布の節で算出した、壁面剪断応力  $\tau_w$  を Table 2 に示す。計算値は、実験結果からの推定値とほぼ一致している。よって、レイノルズ応力分布から壁面剪断応力を推定することは可能であると思われる。

偏心二重管環状流路最広部でのレイノルズ応力分布を図14に示す。偏心率の増大に伴い、レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  となる位置は徐々に外管側へ移動する。偏心率0.99の場合には急激に外管側へ移動し、その位置は横軸が0.45の位置となる。各偏心率における最大流速位置と、レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  の位置は、必ずしも同一地点とはならないことがわかる。レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  の位置は、内管が偏心した場合には、最大流速位置よりも内管側に存在している。一般には、最大流速位置でレイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  になるものと考えられるが、この結果から偏心二重管の場合、内管の偏心による影響を受け、分布には変形が生じ、レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  の位置が、最大流速位置よりも内管側に偏っているものと考えられる。

レイノルズ応力は、乱流中の速度変動成分によって生じ、流体中の速度の異なる二層間に作用する単位面積当りの運動量移動速度である。このことから、運動量移動を生み出す速度変動成分と、流れの速度勾配との間には、何らかの関連性があると考えるのは妥当である。任意の位置における速度変動成分と、速度勾配との関連性を表現する方法として、この Eq.(11) で表される Prandtl の混合距離  $\ell$  と、Eq.(12) で表される ブシネの渦動粘性係数  $\epsilon$  を採用し、本実験結果より算出した。

$$-\rho u'v' = \rho \cdot \ell^2 \cdot du/dy \cdot |du/dy| \tag{11}$$

$$-\rho u'v'/\rho = \epsilon \cdot du/dy \tag{12}$$

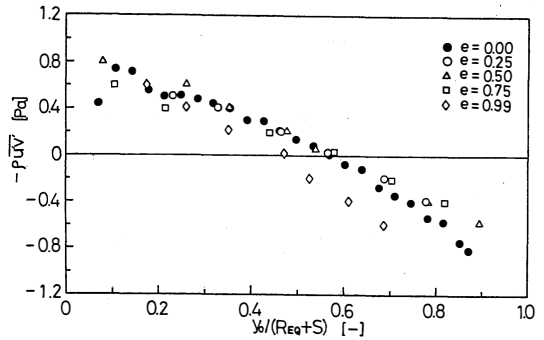


Fig.14 Reynolds stress profile in eccentric annulus.

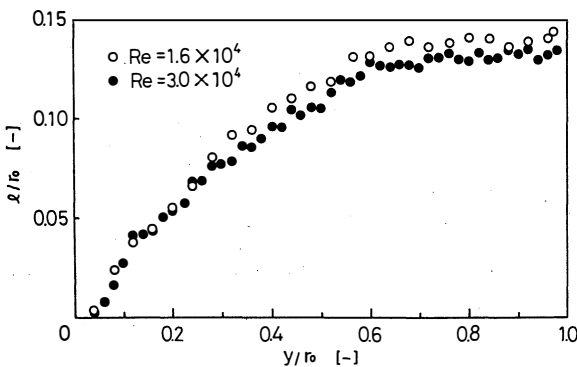


Fig.15 Mixing length in circular tube.

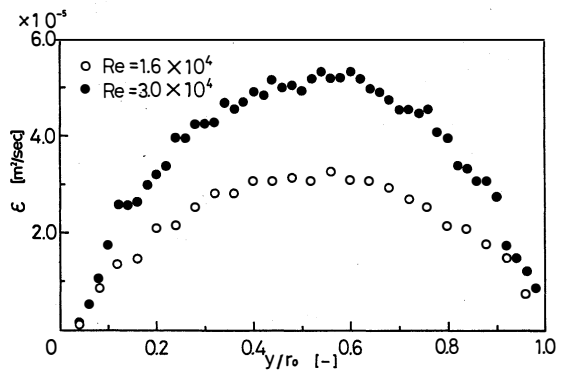


Fig.16 Eddy diffusivity in circular tube.

これらの二つの理論を参考にして Prandtl の混合距離  $l$ 、及び Boussinesq によって表された渦動粘性係数 (乱流拡散係数)  $\epsilon$  を、本実験で得られた、速度分布の結果から図微分によって求めた各位置での速度勾配と、レイノルズ応力の結果より、単一円管流路内での値を算出し、またレイノルズ数の違いによる影響を調べる。

まず、単一円管流路内流れでの Prandtl の混合距離  $l$  の算出結果を図15に示す。

図から明らかなように、分布は壁面ではゼロの値をとり、管中心へ向かうにつれて値は増大する。 $y/r_0 < 0.25$  の範囲ではレイノルズ数には依存しておらず同じ値となっている。しかし、 $y/r_0 > 0.6$  の管中心に至っては、値の増加はほとんどなく一定値をとり、流体中の回転する渦粒子の寸法は、ほぼ同じスケールであることがわかる。一定値の大きさは、 $Re = 1.6 \times 10^4$  では  $l/r_0 = 0.144$ 、また  $Re = 3.0 \times 10^4$  では  $l/r_0 = 0.134$  の値をとることから、レイノルズ数が小さい方が  $l$  の値は大きくなり、渦の平均的回転スケールが多少大きいということが言える。

次に、Boussinesq の渦動粘性係数  $\epsilon$  の算出結果を図16に示す。図より渦動粘性係数分布は壁面と管中心でゼロの値をとり、壁面と管中心との中間点で最大値をとる値となっている。その値は、レイノルズ数が大きいほど大きな値となっている。壁面でゼロの値をとるのは、Eq.(12)からも理解されるようにレイノルズ応力がゼロであるためであり、管中心では速度勾配がゼロとなるため Eq.(12)は不定形となり成立しなくなる。

同心二重管環状流路での混合距離  $l$  の算出結果を図17に示す。 $l$  は、両壁面から流路中間点へ向かって増加し続けている。単一円管での混合距離は管中心で一定値をとることから、この増加は二重管環状流路特有の傾向であると思われ、単一円管のような広いコアをもつ流路と比較し、環状部のクリアランスが狭くなるため、単一円管流路のように大きな渦が得られず、自ずから異なった渦スケールが生じているものと思われる。

$\epsilon$  の算出結果を図18に示す。流路全域にわたりレイノルズ数の高い方が、 $\epsilon$  は大きな値となっているが、レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$ 、即ち横軸0.575での、 $\epsilon$  の値はゼロとなることを考えると、流路中間

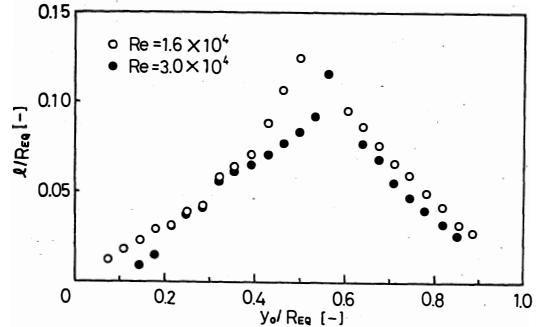


Fig.17 Mixing length in coaxial double tube.

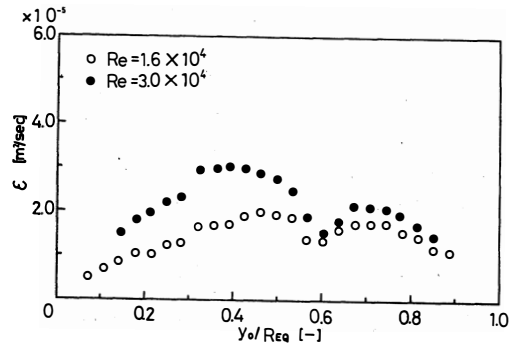


Fig.18 Eddy diffusivity in coaxial tube.

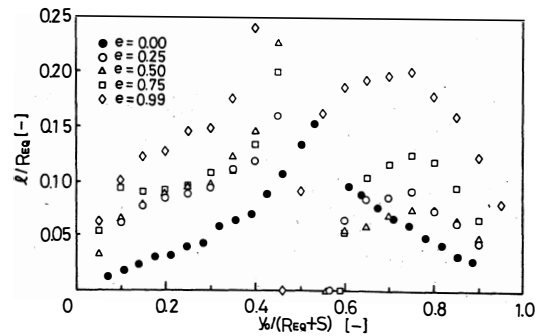


Fig.19 Mixing length in eccentric annulus.



点では急激に減少するものと思われる。この急激な減少も、環状流路特有の傾向と思われる。 $\epsilon$ の値の極大値については、内管側での極大値よりも、外管側での極大値の方が大きな値であることがわかる。

偏心二重管環状流路最広部での、混合距離  $l$  の算出結果を図19に示す。偏心率の違いによってかなりの変化が見られる。これは、内管が偏心した場合には、最大流速位置とレイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  の位置が、異なっていることに起因している。最大流速位置で Eq.(11) は不定形となるために、最大流速位置より外管側については増加し続ける。最大流速位置より内管側については、途中で極大値をもつ二次曲線の形となっている。しかし、レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  の位置で、 $l$  はゼロとなることを考慮すると、最大流速位置とレイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  の位置の間では、 $l$  は負の値(虚数)をとることになる。このような値は、Eq.(11)の数学的モデルを、偏心二重管流れへ応用したことについての問題点が現れた結果である。混合距離  $l/R_{EQ}$  は高偏心率になるにつれて大きな値となるが、これは、偏心率の増大に伴い流路幅が広がるために、同心二重管環状流路の場合の流路幅である、 $R_{EQ}$  の一定値で無次元化した  $l/R_{EQ}$  の値が大きくなったものである。同心二重管環状流路の場合の  $l$  と比較すると、偏心率0.99の場合の  $l$  は他の偏心率に比べかなり大きな値となっている。このことは内管側についてよく現れており、この領域での平均的渦スケールがかなり大きいことがわかる。

$\epsilon$  の算出結果を図20に示す。外管側での極大値は、内管側での極大値に比べ、大きな値をとるという傾向は同心二重管の場合と同じであるが、偏心率0.99の場合だけは、このことは該当せずに、内管側では、偏心率  $e = 0.75$  の場合の2倍以上の値と、かなり大きな値となり、やはりこの領域では他の偏心率とは異なった乱流構造となっていることがうかがえる。

#### 4. 結 論

単一円管流路、同心二重管環状流路、偏心二重管環状流路最広部における乱流強度分布の測定から以下の結果を得た。

- 1) 単一円管流路の壁近傍での主流方向の速度変動成分の実効値の大きさは、摩擦速度の約2倍程度である。
- 2) 同心二重管環状流路での乱流強度の分布は、最小乱流強度位置を境とした場合、外管側と内管側の分布形状は、ほぼ対称で同じ形状に分布している。
- 3) 単一円管流路での速度変動の実効値は、管中心から壁近傍までの広範囲の領域において、主流方向の値は半径方向の値と比べ約2倍の大きさをもっている。しかし、同心二重管環状流路での場合、その値の比は約1.3倍となり、二方向の速度変動の大きさの差が縮小しバランスがとれ、渦が発生し易い流れとなっていると考えられる。
- 4) 同心二重管環状流路の最小乱流強度位置での、主流方向の速度変動成分の実効値の大きさは、摩擦速度とほぼ等しい。
- 5) 偏心二重管環状流路最広部での最小乱流強度位置は、主流方向、半径方向とも、ほぼ流路中間点の同一地点に位置するが、極端な高偏心率 ( $e = 0.99$ ) の場合にはその位置は一致しておらず、速度

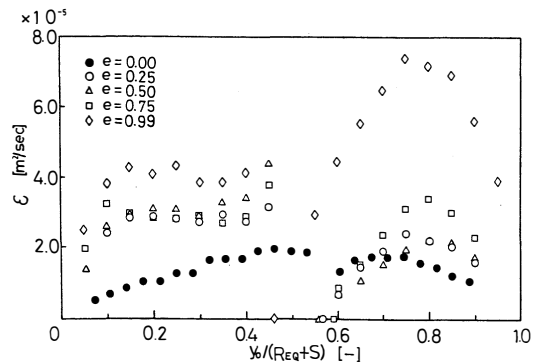


Fig.20 Eddy diffusivity in eccentric annulus.

変動にアンバランスが起こり、変位流れが生じているものと予想される。

単一円管流路，同心二重管環状流路，偏心二重管環状流路最広部におけるレイノルズ応力分布の測定から以下の結果を得た。

- 1) 単一円管流路，及び同心二重管環状流路においては，レイノルズ応力 $-\rho u'v' = 0$ の位置は，レイノルズ数には依存せず最大流速位置と一致している。
- 2) 二重管環状流路においても単一円管流路と同様に，レイノルズ応力分布は $-\rho u'v' = 0$ の位置から両管壁面へ向かって，レイノルズ応力の絶対値 $|-\rho u'v'|$ は直線的に増加するように分布する。
- 3) 流路内のレイノルズ応力の分布形状から，管壁での壁面剪断応力を推測することは可能である。
- 4) 偏心二重管環状流路最広部での，レイノルズ応力 $-\rho u'v' = 0$ の位置は，最大流速位置よりも内管側に存在するが，極端な高偏心率 $e = 0.99$ の場合には，同心二重管環状流路の場合と同様にその位置は一致する。
- 5) Prandtlの混合距離 $l$ によって予測される平均的渦スケールは，レイノルズ数の違いによって変化するが，単一円管流路では，管中心付近で一定値をとる分布を有する。しかし，同心二重管環状流路では流路中間点付近でもその値は増加し続ける傾向にある。
- 6) Boussinesqの渦動粘性係数 $\epsilon$ は，レイノルズ数に依存して変化をする。単一円管流路では，壁面と中心軸の中間点で極大値をとる分布を有し，また同心二重管環状流路では，最大流速位置を境として外管側と内管側でほぼ対称な形で分布するが，内管側の極大値に比べ外管側の極大値の方が大きな値を示す。
- 7) Prandtlの混合距離理論，及びBoussinesqの渦動粘性係数の概念を，偏心二重管環状流路のような，最大流速位置とレイノルズ応力 $-\rho u'v' = 0$ となる位置が異なる流れに応用すると，最大流速位置と $-\rho u'v' = 0$ の位置の間の領域においては，その数学的モデルの不完全さから，物理的事実とは考えられない値を示す。

## Nomenclature

|           |  |       |
|-----------|--|-------|
| $D_{EQ}$  | : hydraulic equivalent diameter                              | [m]   |
| $D_i$     | : outside diameter of inner tube                             | [m]   |
| $D_o$     | : inside diameter of outer tube                              | [m]   |
| $e$       | : eccentricity   | [-]   |
| $l$       | : mixing length defined by Prandtl                           | [m]   |
| $Re$      | : Reynolds number  | [-]   |
| $R_{EQ}$  | : Width between inner and outer tube for coaxial double tube | [m]   |
| $R$       | : radius of tube   | [m]   |
| $r_o$     | : radius of a circular tube                                  | [m]   |
| $S$       | : distance between the center of inner and outer tube        | [m]   |
| $u$       | : velocity (in z-direction)                                  | [m/s] |
| $u^*$     | : friction velocity  | [m/s] |
| $u_{av}$  | : cross-sectional average velocity                           | [m/s] |
| $u_{max}$ | : maximum velocity   | [m/s] |
| $v$       | : velocity (in r-direction)                                  | [m/s] |
| $y$       | : distance from wall   | [m]   |

|            |  |                     |
|------------|--|---------------------|
| $y_{max}$  | : distance from wall to the location of the maximum velocity | [m]                 |
| $\epsilon$ | : eddy diffusivity defined by Boussinesq                     | [m <sup>2</sup> /s] |
| $\tau_w$   | : wall shear stress  | [Pa]                |

### Superscripts

|   |                 |
|---|-----------------|
| ' | : fluctuating   |
| - | : time-smoothed |

### Subscripts

|   |                   |
|---|-------------------|
| o | : outer tube wall |
| i | : inner tube wall |

### Literature cited

- 1) NaKamura,A.: Master thesis of Toyama University (1983)
- 2) Ogino,F., M.Funatu, M.Yoshida and T.Mizushina: Proc. 3rd PACHEC, Seoul, 1, 57(1983)
- 3) Ogishita,M.: Master thesis of Toyama University(1986)

化学工学協会鹿児島大会(鹿児島大学工学部)にて一部発表(昭和62年11月26・27日)

# Turbulence structure in Circular and Annulus Ducts (I)

## — Turbulence and Reynolds Stress —

Hisashi Miyashita, Yoshihiro Shibata, Tatsuo Nishimura

An experimental investigation was performed to study the turbulence structure in circular and annulus duct in region of the turbulent flow.

The Velocity distribution, the turbulence intensity distribution and the Reynolds stress were measured by two channels hot wire anemometer in order to examine the turbulent transport phenomena in two ducts.

Those distributions were compared in the case of two kind of ducts and two Reynolds numbers.

The results obtained in an annulus ducts was also compared with ones obtained for a part of most wide in eccentric annulus duct and effects to eccentricity in inner flow was observed.

[英文和訳]

## 管及び環状流路内の乱流構造(I)

### — 乱れおよびレイノルズ応力 —

宮下 尚, 柴田 良弘, 西村 龍夫

乱流領域での管および二重管環状部流路内の乱流構造を検討すべく実験的研究が行われた。

上記二重の流路における乱流輸送現象を調べるため、流路内の速度分布、乱流強度分布およびレイノルズ応力分布が2チャンネル熱線流速計を用いて測定された。

これらの分布は2種の流路および2つのレイノルズ数の場合において比較検討されている。

環状流路において得られた結果は偏心二重管の最広部で得られた結果とも比較され、内部流れの偏心率による影響が観察された。

(1988年10月31日受理)

# 管および環状流路内の乱流構造(Ⅱ)

## — 変動成分の組織的構造 —

宮下 尚, 柴田 良弘, 西村 龍夫

### 1. 緒 言

流路内流れの乱流構造の解明を目的として前報では、乱流強度分布とレイノルズ応力分布について、実験的に明らかにし考察を加えた。

前報のレイノルズ応力分布の測定結果からもわかるように、主流方向と半径方向のそれぞれの速度変動成分  $u'$ 、 $v'$  の積によって表現されるレイノルズ応力  $-\rho u'v'$  [Pa] は、同心、及び偏心二重管環状流路においては、流路中間点でのレイノルズ応力がゼロとなる地点を境として、外管壁へ向かうにつれて単調増加をし、また内管壁へ向かうにつれて単調減少をすることから、 $u'$  と  $v'$  の間には、ある相関性が存在すると考えることは妥当である。そこで、流路内の乱流構造を二方向の速度変動成分間の相関性を、統計的な表現方法で表すことにより解明を試みる。その表現方法として相関係数がある。前報では、二方向速度変動成分の大きさから乱流構造を表現したが、ここでは、二方向速度変動成分間の相関の度合いから、乱流構造を表現する。本報では、同心、及び偏心二重管環状流路における分布を比較、検討する。

また、時間的な測定と空間的な測定を同時に行うという測定法を試み、着眼点を主にその時間的な変化に対して考察してみる。この測定法は、可視化実験のような定性的な性質も備えており、また瞬間的な流れの観察を行うことができるという点では、可視化実験では得られない、微小時間における乱れ構造を観察できるものと思われる。

また、バーストに関連した大規模な組織的構造が存在するかどうかを明らかにしようとするものであり、またバースト発生時における主流方向と半径方向の乱流成分の挙動を観察し、組織的構造の規模を明らかにしようとするものである。よって、時間的に組織性のあるコヒーレントな現象を定性的に観察し、レイノルズ応力、相関係数の結果への関連性を追求することを目的とする。

### 2. 装置および実験方法

#### 2.1 装 置

実験装置は前報と同じもので、外管内径50mm、内管外径21.8mmの環状流路内流れについて、流路入口から3.9mの位置で測定を行った。速度場は、完全発達乱流となっていることを前報で確認済みである。測定には、熱線流速計(KANOMAX社・CTA System MODEL 7223)を用い、センサーとしてX型プローブを使用した。

## 2.2 実験方法

熱線流速計から同時刻に出力される主流方向速度変動成分  $u'$ 、半径方向速度変動成分  $v'$ 、及び速度相関値  $u'v'$  の信号を、3チャンネルトランジェント・メモリーに一旦入力させた後、レコーダ出力させる。これは、熱線流速計からの出力信号を従来のレコーダに直接入力させる記録方法では、高速変化信号を追従することができないためであり、また同時刻における変化を観察するためには、時間軸を拡大して記録することが必要なためである。トランジェント・メモリーのサンプリング周期は任意に選択することができるようになっており、この周期は熱線流速計から出力される信号の応答性を上回った値を選択して測定を行った。なお、ここでの実験結果は、レコーダ波形を観察し、波形から現象を読み出しサンプリングするという処理を行っているため、結果は定性的な表現となっている。

## 3. 実験結果

### 3.1 相関係数分布

相関係数は、主流方向と半径方向の速度変動成分  $u', v'$  の積の時間平均を規準化した量

$$R_{uv} = \frac{u'v'}{\sqrt{u'^2} \sqrt{v'^2}} \quad (1)$$

で表現している。この表現方法によると、 $u'$  と  $v'$  の間に相関性が全くない場合には、 $R_{uv} = 0$  となる。また、完全相関の場合には

$$u'v' = u'^2 = v'^2$$

となり、 $R_{uv} = 1.0$  と表現される。

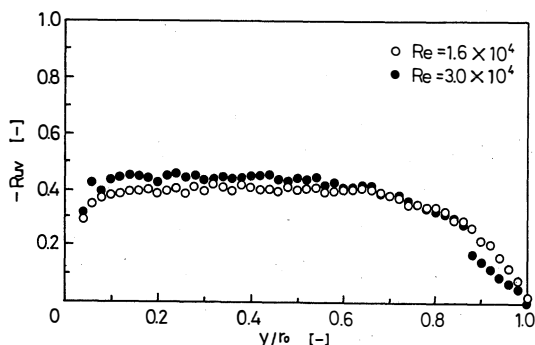
単一円管内流れでの相関係数分布を図1に示す。

図より流路中心軸上で、相関係数  $R_{uv} = 0$  の値をとることがわかる。これは、相関係数の表現方法の

Eq.(1)からも容易に想像されることである。Eq.(1)の右辺の分子は  $u'v'$  であり、これは速度相関と一般に呼ばれる値であるが、この値は、前報のレイノルズ応力の結果からも表れているように流路中心軸では、壁面から中心軸へ向かう半径方向の速度変動成分  $v'$  が、反対側の壁面から中心軸へ向かって発生した速度変動成分  $v'$  と相殺し合い、理論的には中心軸では  $v'$  の存在がないため速度相関  $u'v' = 0$  となる。従って、相関係数  $R_{uv} = 0$  となるものである。

相関係数の分布形状は、両レイノルズ数ともほぼ同形状の分布をしていることから、レイノルズ数には依存していないことがわかる。また、流路中心から壁面へ向かってレイノルズ応力の分布のように一定の増加をする訳ではなく、壁極近傍での  $y/r_0 < 0.1$  と、流路中心付近での  $0.65 < y/r_0 < 1.0$  の範囲を除く、広い範囲で一定値をとることがわかる。そこで、分布形状を壁面近傍の  $y/r_0 < 0.1$  と、 $0.1 < y/r_0 < 0.65$  と、流路中心付近の  $0.65 < y/r_0 < 1.0$  の三つの範囲に分けて考察する。

壁近傍の  $0 < y/r_0 < 0.1$  の範囲では、相関係数は一定値をとらずに壁面から離れるにつれて値は増加している。このことについては、先の乱流強度分布、レイノルズ応力分布に関しても当てはまることである。壁極近傍の粘性底層では主流方向の速度変動成分  $u'$ 、及び半径方向の速度変動成分  $v'$  は小さな値となるが、半径方向の速度変動成分  $v'$  の値は壁の影響を受けるため極端に小さな値となるために、速度相関  $u'v'$  の値も極端に小さな値しか表れない。壁の影響を受ける壁面近傍の領域から、乱流コアへ向かうにつれ相関性が増加するものである。



Correlation coefficient profile in circular tube

図1

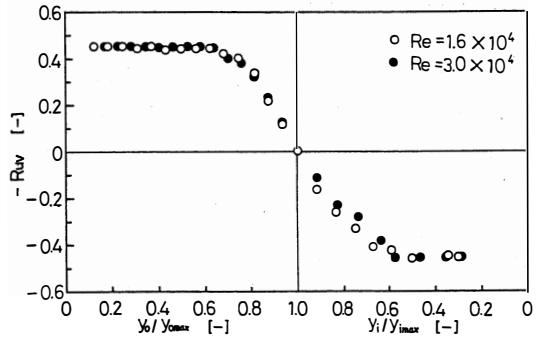
次に、 $0.1 < y/r_0 < 0.65$  の広い範囲で相関係数の値は、一定値をとり  $-R_{uv} \approx 0.45$  となっている。この値はレイノルズ数には依存していない。長野らは、流体として空気を使用し、I型熱線とV型熱線をプローブとし、円管内乱流構造を測定した。結論として相互相関係数  $-R_{uv}$  は  $0.1 < y/r_0 < 0.6$  の広い範囲で  $-R_{uv} = 0.45$  で一定値をとり、その相関係数はレイノルズ数には依存していないものと報告している。またLuらは、平板乱流境界層においても  $0.1 < y/\sigma < 0.6$  で、 $-R_{uv} = 0.44$  で一定であり、外層における  $u'$  と  $v'$  の関連はかなり普遍的な性格を有していると著している。本実験結果では、相関係数の一定値をとる範囲についても、また、 $-R_{uv}$  の値についても長野らの結果と、ほぼ一致した結果を得ていることから、相関係数の普遍的な性格の汎用性が確認された。

流路中心付近の  $0.65 < y/r_0 < 1.0$  の範囲では、相関係数の値は一定値の  $-R_{uv} = 0.45$  から、中心軸  $y/r_0 = 1.0$  で  $-R_{uv} = 0$  をとる形で減少する。この中心軸付近の領域では、壁面から中心軸へ向かう半径方向の速度変動成分  $v'$  が、反対側の壁面から中心軸へ向かって発生した速度変動成分  $v'$  と相殺し合い、徐々に値は小さくなり、理論上では半径方向の速度変動が存在しない中心軸で、相関係数  $-R_{uv} = 0$  となるものである。

同心二重管環状流路内流れでの  $-R_{uv} = 0$  の位置(この位置は最大流速位置と一致していることを確認している)を境とし、外管側と内管側を分けて表現をする。 $-R_{uv} = 0$  の位置より外管側を  $y_o/y_{o\max}$  とし、内管側を  $y_i/y_{i\max}$  と表し、図2に示す。この表現方法では、最大流速位置を境として分けた形になっているが、 $-R_{uv} = 0$  の位置は、最大流速位置と一致しているので結局は、 $-R_{uv} = 0$  の位置を境に分けた横軸と考えても全く問題はない。分布は、内管側については明らかではないが、外管側に関しては  $y_o/y_{o\max} < 0.65$  の範囲で一定値  $-R_{uv} = 0.45$  となっていることが観察される。前報の乱流強度やレイノルズ応力などは、乱れを速度変動成分の値自体で表現するものであったのに対し、相関係数は二方向の速度変動成分間の相関性を統計的处理をした値で表現されたものである。よって、ここで、空間的組織性のあるコヒーレントな現象は、単一円管流路、及び同心二重管環状流路にかかわらず類似した傾向となっているという結果を得た。

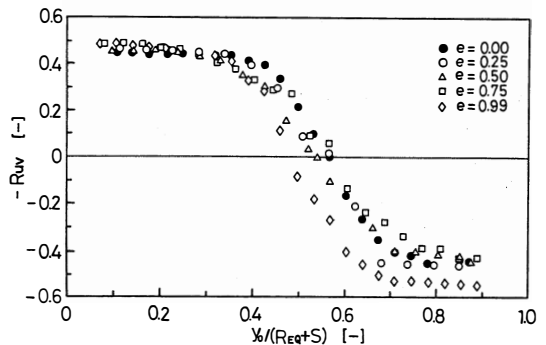
次に、偏心二重管環状流路最広部での相関係数分布と比較してみる。 $Re = 1.6 \times 10^4$  についての同心の場合と、偏心率  $e = 0.25, 0.50, 0.75, 0.99$  の流路最広部における分布を図3に示す。偏心率の違いによって分布形状に少々差異が見られる。相関係数  $-R_{uv} = 0$  となる位置は偏心率によって異なっている。このことについてはEq.(1)の相関係数の定義式からもわかるように、レイノルズ応力  $-\rho u'v' = 0$  となる位置と相関係数  $-R_{uv} = 0$  となる位置は同一地点であり、偏心率の増大に伴う相関係数  $-R_{uv} = 0$  の位置の変化については、前報のレイノルズ応力分布の結果で述べているので、ここでは省略する。

偏心率  $e = 0.99$  の場合は、やはり相関係数分布



Correlation coefficient profile in the region of outside and inside for coaxial double tube

図2



Correlation coefficient profile in eccentric annulus

図3

においても他の偏心率の場合とは異なった分布形状や、値を現している。偏心率  $e = 0.99$  の分布線は、外管側での一定値については他の偏心率の場合とはほぼ類似しているが、内管側での一定値については  $|-Ruv| = 0.55$  という大きな値となっている。相関係数は、主流方向と半径方向についての速度変動成分のかかり合いを表現している値であり、この値が大きいうことは、偏心率  $e = 0.99$  の内管側での乱流構造はかなりの組織性を有しているものと予想することができる。実際、乱流強度分布、レイノルズ応力分布においても、偏心率  $e = 0.99$  の場合の内管側の分布は他の偏心率の場合とは異なった形状を現していたが、統計的な表現方法においては、より組織的な構造であるという結果を得た。

他の偏心率では、外管側での一定値と内管側での一定値はほぼ同じ値で、相関係数  $|-Ruv| = 0.45$  である。また、一定値をとる範囲は、外管側では低偏心率  $e = 0.25, 0.50$  の場合には広い範囲となる傾向がある。内管側でのこの範囲は、偏心率  $e = 0.25, 0.50, 0.75$  については、はっきりした違いは現れておらず、ほぼ類似した分布である。

以上のことから環状流路における相関係数の分布は、極端な高偏心率  $e = 0.99$  の場合を除いては、ほぼ形状が一致していることから、偏心率の増加による二重管環状流路最広部での乱流の組織的構造は、あまり影響を受けずに、ほぼ類似した構造であると考えられる。

### 3.2 変動成分の時間的变化

単一円管内における壁面近傍から管中心に至る代表的な位置での、主流方向速度変動成分  $u'$ 、半径方向速度変動成分  $v'$ 、及び速度相関値  $u'v'$  の同時測定を  $Re = 1.6 \times 10^4, 3.0 \times 10^4$  について行った。ここでは、 $Re = 1.6 \times 10^4$  について、各代表位置における波形を図4～9に示す。各波形を横軸には時間  $T$  [sec]、縦軸には速度変動成分 [cm/sec]、及び速度相関 [cm<sup>2</sup>/sec<sup>2</sup>] をとってある。

波形を全体的に観察すると、どの位置においても  $Re = 1.6 \times 10^4$  では  $Re = 3.0 \times 10^4$  の場合と比較し、変動が低周波であることがわかる。また、主流方向に比べ、半径方向の速度変動成分の方が高周波の変動をしている様子がよくわかる。以下では、各位置での波形を定性的に観察する。

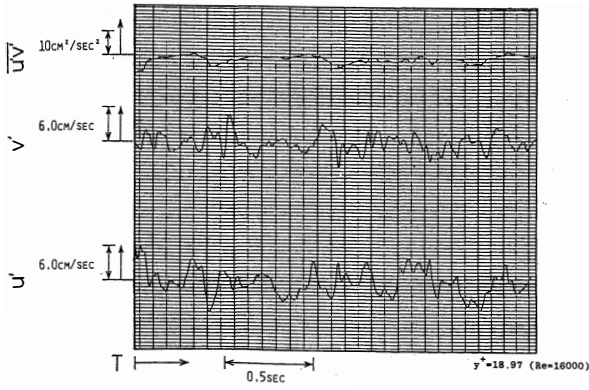
まず、壁近傍の遷移層として、 $y^+ = 18.97$  の位置での波形を図4に示す。この位置では他の位置に比べ振幅も小さく、高周波成分も少なく、 $u'$  及び  $v'$  の変動はかなり低周波である。また速度相関の変動はかなり間欠的にピークが存在し、波形は偏っている。 $u'v' < 0$  となる比較的大振幅の変動は、高運動量流体 ( $u' > 0$ ) が壁面へ向かう運動 ( $v' < 0$ ) と、低運動量流体が壁面から放出される運動 ( $u' < 0, v' > 0$ ) とが、同程度の強さと時間割合で発生している。この領域では  $u'$  と  $v'$  の符号は逆になるが、低周波の変動であり、かつその変動パターンはよく似ているために、前章で相関係数がこの位置で大きな値が現れたものと考えられる。

次に、壁領域の乱流域として、 $y^+ = 37.95$  の位置の波形を図5に示す。遷移層と比較すると、 $u'$  も  $v'$  もかなり波形の振幅が大きくなっている。速度相関は  $u'v' < 0$  となる場合が多いが、 $u'v' > 0$  の波形も現れており、高周波成分の存在が現れ始めて、 $u'v'$  のピークの周期はかなり短くなっている。この位置はレイノルズ応力が最も大きな値をとる位置であり、速度相関の波形からもそのことがよく現れている。また  $u'$  の波形については、比較的ゆっくりと減少した後で急激に増加するという Kastri-nakis<sup>1)</sup>、Wallance<sup>4)</sup> によって示された、典型的なバースティング現象の変動パターンが見られる。

次に、乱流コアとして、 $y^+ = 113.84$  の位置の波形を図6に示す。壁から更に離れたこの領域では、速度相関が  $u'v' < 0$  となる速度変動の組み合わせは、 $u' > 0$  と  $v' < 0$  の運動よりも、壁面から中心へ向かう  $v' > 0$  (よって  $u' < 0$ ) の運動の組み合わせによるものの方が頻度が多くなっているが、速度相関  $u'v'$  と値は、壁領域と同様にやはり極めて間欠的にピークが現れている。

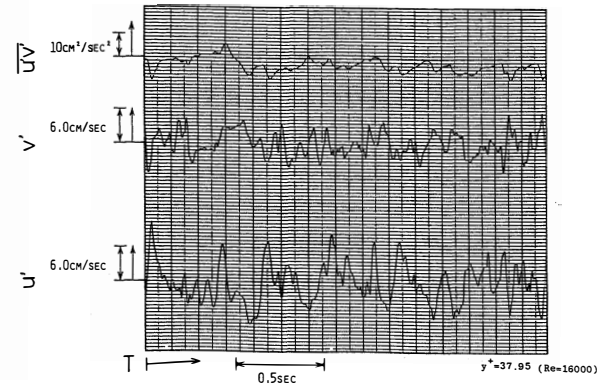
次に、前章の結果から求められた相関係数分布の変曲点の位置について、 $Re = 1.6 \times 10^4$  では  $y^+$





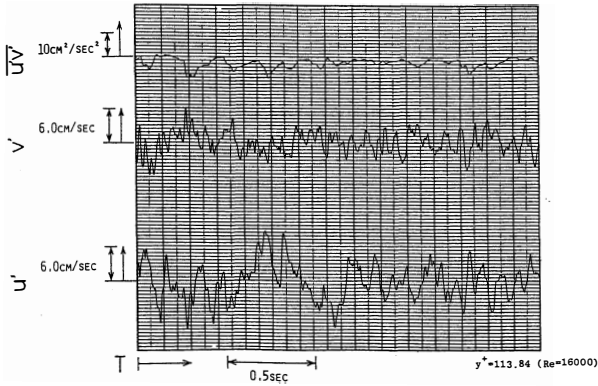
Behaviour of Z, r-direction velocity fluctuation and velocity correlation (circular tube)

図 4



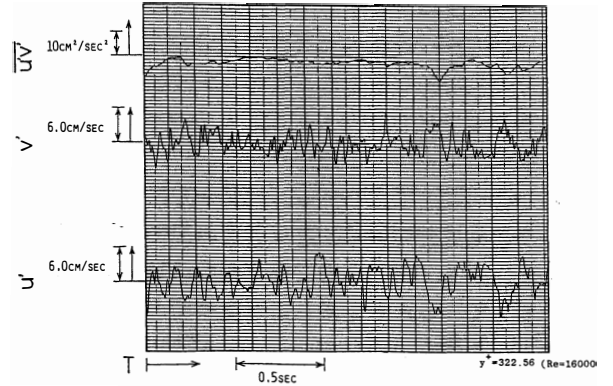
Behaviour of Z, r-direction velocity fluctuation and velocity correlation (circular tube)

図 5



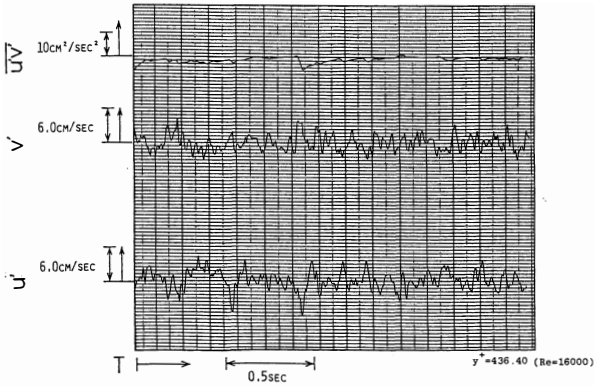
Behaviour of Z, r-direction velocity fluctuation and velocity correlation (circular tube)

図 6



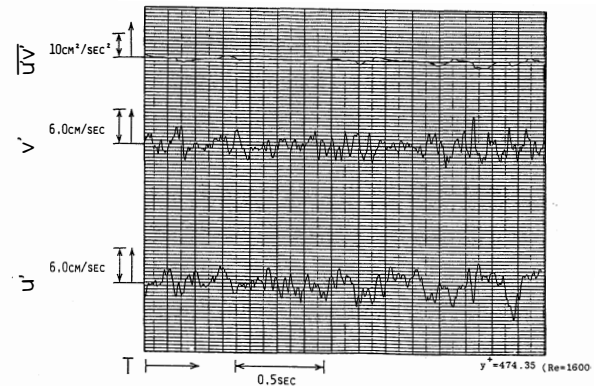
Behaviour of Z, r-direction velocity fluctuation and velocity correlation (circular tube)

図 7



Behaviour of Z, r-direction velocity fluctuation and velocity correlation (circular tube)

図 8



Behaviour of Z, r-direction velocity fluctuation and velocity correlation (circular tube)

図 9

= 322.56 の波形を図 7 に示す。この位置では速度相関の変動は、かなり間欠的にピークが現れながらも、なおピークの時点ではかなりの大振幅をしている。乱流コアでの性質と、次に示す乱流コアの管中心部の性質の両方の性質を兼ね備えた中間の性質を示しており、乱流構造の組織性が変化する位置であることがわかる。

次に、乱流コアの管中心部として、 $y^+ = 436.40$  の位置の波形を図 8 に示す。管中心に近いこの位置においては、速度相関が  $u'v' < 0$  の変動だけでなく、 $u'v' > 0$  の変動が現れている。 $u'v' < 0$  となる大振幅変動は、低運動量流体 ( $u' < 0$ ) の壁面近傍からの放出 ( $v' > 0$ ) によるものであるが、 $u'v' > 0$  の変動は、 $u' < 0$ 、 $v' < 0$  の運動によるものである。この位置は管中心軸付近であるため、あらゆる方向の壁の影響が現れ、そのため Ejection ( $u' < 0$ 、 $v' > 0$ ) 及び Sweep ( $u' > 0$ 、 $v' < 0$ ) の存在だけでなく、これら二つの相互干渉によって生じると考えられる、Interaction ( $u' > 0$ 、 $v' > 0$ ) 及び ( $u' < 0$ 、 $v' < 0$ ) が発生するものである。

管中心軸は  $y^+ = 474.35$  の位置であり、波形を図 9 に示す。この位置では、 $u'v' < 0$  と、 $u'v' > 0$  の振幅と頻度は等しくなり、速度相関の値は十分に長い時間平均値はゼロの値をとる。なお、 $u'v' > 0$  の大振幅は  $u' < 0$ 、 $v' < 0$  の運動によるものが主であるが、これは反対側の壁面近傍から放出された低運動量流体が管中心部に達したためであり、内部流れの乱流特有の現象が観察される。

以上が、流路内代表位置における  $u'$ 、 $v'$  及び  $u'v'$  の波形の観察であったが、このように速度変動成分の組織的な構造は、壁近くから管中心へ向かうにつれて、徐々に増加する Interaction の変動により、遷移層で見られた Ejection と Sweep に基づく組織的な変動が失われるように見え、管中心では一様な乱流に近づくことがわかる。

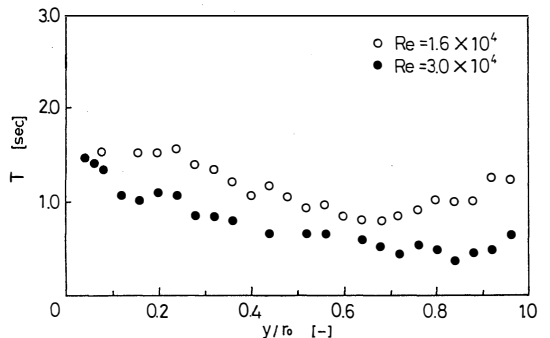
時間軸を拡大してレコーダから出力した二方向速度変動成分の信号、及び速度相関の信号を観察すると、レイノルズ応力、及び相関係数に大きな影響を与えていると考えられる速度相関の値が、周期的に大きな値を出力していることが認められる。またその周期も流路内の位置によって異なった時間間隔で現れている。

この速度相関の大振幅を出力する周期を観察する限りでも、バーストに関連する大規模な組織的構造の存在をうかがわせている。よって流路内の半径方向の各位置について、 $Re = 1.6 \times 10^4$ 、 $3.0 \times 10^4$  についての速度相関の大振幅の周期を図 10 に表す。縦

軸に、各位置における平均大振幅周期  $T$  [sec]、横軸に壁からの壁極近傍距離  $y/r_0$  [-] をとって表す。

この図より、両レイノルズ数とも管壁付近では周期は長く、管中心へ向かうにつれて徐々に周期は短くなっている。しかし、管中心付近では再び周期が長くなる傾向があるが、その周期は管壁付近での周期に比べると短いことがわかる。周期が最も短い位置は  $Re = 1.6 \times 10^4$ 、 $3.0 \times 10^4$  についてはほぼ同位置であり、 $y/r_0 \approx 0.75$  の位置である。この位置は、先の節で得られた相関係数の変曲点とほぼ一致していることがわかる。周期が最も短くなる位置、つまり頻繁に大規模な組織的構造の存在が現れる位置については、空間的組織性と時間的組織性の両方のコヒーレントな現象が観察されるという結果を得た。

この図は、速度相関が大振幅をする周期を波形からサンプリングをして、半径方向の各位置についてプロットした図であるが、この大規模な組織的構造は、速度相関の大振幅のピークを人為的にサンプリングしたものであるため、管中心では、周期が長くなっているように見える。つまり、大規模な



Time-smoothed-cycle of the large amplitude of velocity correlation (circular tube)

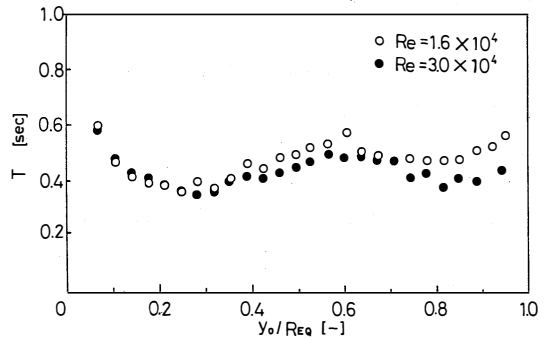
図10

組織的構造の頻度が少ないように見えるが、これは中心軸を境とした反対側の壁面からのバーストによる大規模な組織的構造の速度相関のピークの影響を受け、逆向きの大振幅同士が相互干渉によって打ち消し合うため、この位置で大振幅の存在が波形の上では現れ難く、そのため頻度が少なくなっているものと考えられる。

同心二重管環状流路内における、外管壁面近傍から内管壁面近傍に至る代表的な位置での、主流方向速度変動成分  $u'$ 、半径方向速度変動成分  $v'$ 、及び速度相関値  $u'v'$  の同時測定を、 $Re = 1.6 \times 10^4$ 、 $3.0 \times 10^4$  について行った。各波形は、全体的に比較すると、単一円管流路の場合と同様に  $Re = 3.0 \times 10^4$  の変動は  $Re = 1.6 \times 10^4$  に比べ高周波変動である。また、主流方向に比べ半径方向の変動成分の方が高周波である。結果としては、外管壁近傍から最大流速位置までの各代表位置と、最大流速位置から内管壁近傍までの各代表位置の波形を比較すると、同じ代表位置では、振幅の大きさ、及び周波数には多少の違いはあるものの、傾向そのものは類似していることが確認された。

同心二重管環状流路内の各位置において、速度相関の値が大振幅をする平均周期を図化したものを図11に示す。縦軸に各位置における平均的な大振幅周期  $T$  [sec]、横軸に外管壁面からの無次元距離  $y_0/Re_Q$  [-] をとる。両壁面付近では、大振幅をする周期は長く、また、環状流路中間点付近の最大流速位置における周期も長くなっていることがわかる。周期の長さはどの位置においても、 $Re = 1.6 \times 10^4$  の場合は、 $Re = 3.0 \times 10^4$  と比較して長い周期をしていることも明らかである。これはレコーダからの波形を観察してもわかることであるが、 $Re = 3.0 \times 10^4$  での波形には、同じ位置での  $Re = 1.6 \times 10^4$  での波形よりも、かなり高周波の変動が含まれていることから、レイノルズ数の大きい方が周期は短くなることがわかる。また、最大流速位置付近においては周期が長くなっている、つまり大振幅をする頻度が少なくなっていることもわかる。これは、先の単一円管流路の場合と同様なことが言える。即ち、最大流速位置では、外管と内管の両壁面からのバースト、及び内管壁へ向かう速度変動 ( $v' > 0$ ) と外管壁へ向かう速度変動 ( $v' < 0$ ) の相互干渉による打ち消し合いにより、半径方向の速度変動成分の絶対値  $|v'|$  は大きな値をもたなくなるため、速度相関の値はほとんど変動せず、大振幅周期は長くなったものである。

また、外管側、及び内管側において、それぞれ周期が最も短くなる位置、つまり速度相関の値の大振幅の頻度が最も多くなる位置は、レイノルズ数によって少し違うように見えるが、この位置は、各レイノルズ数における壁領域の乱流域と乱流コアとの境となる位置とほぼ一致している。このことから考察すると、この境となる位置より壁側の領域では、壁面より生じるバースト効果の影響を受け、またこの境となる位置より最大流速位置側の領域では、乱流コア中での速度変動による影響を受けているものと思われる。よって、境となるこの位置では、両方の影響を受け、頻度的には多くのピークが観察されるものである。



Time-smoothed-cycle of the large amplitude of velocity correlation (coaxial double tube)

図11

## 4. 結 論

単一円管流路，同心二重管環状流路，偏心二重管環状流路最広部における相関係数分布の測定から以下の結果を得た。

- 1) 単一円管流路内の相関係数分布は，レイノルズ数の違いによる影響はなく，流路内の広範囲において， $-R_{uv} = 0.45$  の一定値を有する。
- 2) 同心二重管環状流路内での相関係数は， $-R_{uv} = 0$  となる位置を境とした場合に外管側では  $y_0/y_{0max} < 0.65$  の範囲で  $-R_{uv} = 0.45$  と一定値を有する。しかし内管側については，一定値をとる範囲についての明確な結果は得られなかったが，一定値は相関係数の絶対値  $|-R_{uv}| = 0.45$  の値を有する。これらのことから  $|-R_{uv}| = 0.45$  の値は，かなり普遍的な性質をもっており，空間的なコヒーレンスは類似していることが予想される。
- 3) 偏心二重管環状流路最広部での相関係数の分布は，各偏心率における  $-R_{uv} = 0$  の位置を境とした場合，外管側の分布については，偏心率の違いによる影響は観察されないが，内管側については，内管の偏心により分布に変形が見られ，偏心率による影響が観察される。
- 4) 偏心二重管環状流路最広部での  $-R_{uv} = 0$  となる位置より内管側の分布は，極端な高偏心率の  $e = 0.99$  において， $|-R_{uv}| = 0.55$  というかなり大きな一定値が現れるが，これは流路の幾何学的複雑さにより，乱れ拳動が他の偏心率とは異なっており，かなり組織性をもった乱流構造となっているものと予想される。

単一円管流路，同心二重管環状流路における乱流成分の組織的構造の定性的な観察より以下の結果を得た。

- 1) 単一円管流路，及び同心二重管環状流路における主流方向，半径方向の速度変動成分と，速度相関値の波形を観察する限りでも，流路内各位置における特有の乱流構造の様子をうかがうことができる。
- 2) パースティング現象は，二種の流路形状とも遷移層から壁領域の乱流域に至るまでの範囲においてははっきりと観察されるが，それより流路中間点では Interaction の増大のために，観察され難くなる。
- 3) 遷移層では Interaction の存在が観察されず，振幅，頻度ともに同程度の Ejection と Sweep が支配し，非常に組織的な構造となっている。
- 4) 乱流域では Ejection が支配的である。
- 5) 同心二重管環状流路での，最大流速位置を境とした外管側と内管側での，それぞれ同じ代表位置についての主流方向，半径方向の速度変動成分と速度相関値の波形は，振幅，周波数とも異なっているが，これはその二地点での平均流速が違っているためであると思われる。
- 6) 流路内の各位置における，速度相関値に大振幅が発生する平均的周期は，レイノルズ数が小さい方が周期は長い。また壁面付近と最大流速位置では周期は長く，壁領域の乱流域と乱流コアの境となる位置では，頻繁に大振幅が観察される。この位置では，壁領域でのバースト効果と，乱流コアでの渦の効果の両方の影響を受けるために，短時間周期で速度相関が大きな値となるものと考えられる。
- 7) 本実験では，主に速度相関値の波形を基準とし，局所レイノルズ応力に正の寄与をする Ejection 及び Sweep と，負の寄与をする Interaction の存在を調べたが，二方向の速度変動成分を基準とし，その頻度と振幅によりレイノルズ応力への寄与率を測定することが可能であるならば，より詳細な乱流構造の測定を行うことができるものと思われる。また，大振幅の平均的周期だけではなく，平

均継続時間の測定を行うことにより組織的な構造の間欠性が観察できるものと思われる。

### Nomenclature

|           |  |       |
|-----------|--|-------|
| $e$       | : eccentricity   | [—]   |
| $Re$      | : Reynolds number  | [—]   |
| $R_{EQ}$  | : Width between inner and outer tube for coaxial double tube | [m]   |
| $R$       | : radius of tube   | [m]   |
| $r_0$     | : radius of a circular tube                                  | [m]   |
| $R_{uv}$  | : correlation coefficient                                    | [—]   |
| $S$       | : distance between the center of inner and outer tube        | [m]   |
| $u$       | : velocity (in z-direction)                                  | [m/s] |
| $u_{max}$ | : maximum velocity   | [/s]  |
| $v$       | : velocity (in r-direction)                                  | [m/s] |
| $y$       | : distance from wall   | [m]   |
| $y_{max}$ | : distance from wall to the location of the maximum velocity | [m]   |

### Superscripts

|   |                 |
|---|-----------------|
| ' | : fluctuating   |
| - | : time-smoothed |

### Subscripts

|   |                   |
|---|-------------------|
| o | : outer tube wall |
| i | : inner tube wall |

### Literature cited

- 1) Kastrinakis, E.G. et al.: Structure and Mechanisms of Turbulence, 1, 175 (1978) Springer-Verlag.
- 2) Lu, S.S. and Willmarth, W.W.: J. Fluid Mech., 60, 481 (1973).
- 3) Nagano, Y., M.Hishida and Y.Morimoto: JSME, 46-408, B (1980).
- 4) Wallace, J.M. et al.: J. Fluid Mech., 83, 673 (1977)

## Turbulence Structure in Circular and Annulus Ducts (II)

### — Organized Structure of Fluctuation Component —

Hisashi Miyashita, Yoshihiro Shibata, Tatsuo Nishimura

In previous paper, experimental studies were reported to examine the turbulence structure in circular and annulus ducts in turbulent flow region.

The behaviour of velocity profile, the turbulence intensity and Reynolds stress were measured by using 2-channel hot wire anemometer.

In this paper, flow fluctuation of turbulent component in the axial and radius direction were observed in order to study the scale of the organized structure of the fluctuation in both channels.

[英文和訳]

## 管及び環状流路内の乱流構造(II)

### — 変動成分の組織的構造 —

宮下 尚, 柴田 良弘, 西村 龍夫

前報では乱流域における管および環状流路内の乱流構造の実験的研究を報告した。そして2チャンネル熱線流速計によって速度分布, 乱流強度, レイノルズ応力が測定され, 検討を加えた。

本報では, 軸方向および半径方向の乱流成分の変動の挙動が, 両流路内の変動の組織的構造の規模を明らかにするために観察された。

(1988年10月31日受理)

# Non-Steady Astrophysical Spiral Jets driven by Magnetic Collapse and Pressure

Jun-ichi Sakai

Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering,  
Toyama University, Toyama, 930 Japan

## ABSTRACT

A simple theoretical model of non-steady, astrophysical, spiral, two sided jets is investigated by means of the ideal MHD equations with the adiabatic law for both cases;  $\gamma=5/3$  (ion dominated plasma) and  $\gamma=4/3$  (radiation dominated plasma). It is shown that the combined effects of the radial magnetic pinch (magnetic collapse) and anisotropic plasma pressure can explosively produce super-Alfvénic two sided jets with the spiral structure. The high energy particle acceleration during the explosive jet formation is also briefly discussed.

## 1. INTRODUCTION

The astrophysical jets with the narrow, elongated features are observed in a variety of astrophysical objects: long relativistic jets ( $\geq 10^6$ pc) from active galactic nuclei (Begelman Blandford and Rees 1984; Bridle and Perley 1984), a pair of precessing jets from SS433 (Margon 1984), bipolar outflow ( $\leq 1$ pc) from young stellar objects (Lada 1985, Shu, Adams and Lizano 1987) and spray in solar flares (Svestka 1976).

It seems that there exist the general physical mechanisms (Konigl 1986) which give rise to similar manifestations (highly collimation, two sided jets in most cases, origination in compact objects and association with magnetic fields) of the jets in these widely different scales.

The role of magnetic fields in the astrophysical jets has been considered mainly for the confinement and stability of the jets (see Begelman, Blandford and Rees 1984; Koupelis and Van Horn 1988 reference therein). As briefly summarized by Koupelis and Van Horn (1988), the electromagnetic production mechanisms of the jets have been recently investigated. Among them, Blandford (1976) and Blandford and Payne (1982) considered a mechanism for extraction of energy and angular momentum from the accretion disk and the central black hole. Lovelace, Wang and Sulkanen (1986) studied the steady structure of self-collimated, force free, electromagnetic jets. Shibata and Uchida (1985) have worked out the details of non-steady jet formation by solving numerically the ideal MHD equations. Koupelis and Van Horn (1988) presented a simple model for acceleration of jets in which both rotation and magnetic fields are

important. Haswell, Tajima and Sakai (1987) studied high energy particle acceleration by non-steady electromagnetic fields in the accretion disk. The magnetic acceleration mechanism of plasma jets in solar flares has been recently considered (Sakai 1988) in association with the current loop coalescence model (Tajima, Brunel and Sakai 1982; Tajima et al. 1987) in solar flares.

The purpose of the present paper is to study the combined effects of magnetic collapse (plasma pinch effect) and plasma pressure which could produce non-steady, spiral, two sided astrophysical jets. The above combined acceleration mechanism which was applied to the solar jet case (Sakai 1988) has not been explored in detail, especially from a simplified theoretical model. We show that super-Alfvénic spiral, two sided jets (self-collimated by magnetic fields) can be explosively produced by the combined forces of  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ , which causes the magnetic collapse and the pressure gradient which enhances the velocity of the jet.

We use the ideal MHD equations, which do not include characteristic scale length in their normalized equations. The results obtained from the ideal MHD equations can be applied to a variety of astrophysical jets on widely different scales. The important physical parameter which appears in the ideal MHD equations is the plasma  $\beta$  ratio. As seen later, we find super-Alfvénic jets in relatively high  $\beta$  ( $\geq 1$ ) plasmas with the temperature anisotropy.

We consider the intermediate region,  $r_s \ll r \ll r_j$  where  $r_s$  is the Schwarzschild radius and  $r_s$  is  $10^{33} (M/10^8 M_\odot)$  cm, and  $r_j$  is the length of the jet. We do not address the details of the central engine which gives rise to energy supply as well as the global structure of production region of the jet, including the accretion disk. We concentrate on the local jet production region (“funnel region”) where plasma radial sporadic flows may be triggered by the central massive object and from the non-accretion disk.

In section 2 we derive the basic equations describing the dynamics of the jets from the ideal MHD equations. In section 3 we present the numerical results which show that the spiral jets can be explosively accelerated within very rapid time scale. We find maximum jet velocities and acceleration times for both cases: ion dominated plasma ( $\gamma = 5/3$ ) and radiation dominated plasma ( $\gamma = 4/3$ ). In section 4 the non-steady electromagnetic fields produced during the jet formation are discussed in association with high energy particle acceleration. We also discuss the fast magnetosonic shock formation by the plasma rebound following the magnetic collapse.

In section 5 we summarize our results and discuss an application to the extragalactic jets.

## 2. CYLINDRICAL JET MODEL—BASIC EQUATIONS

We here derive basic equations describing the non-steady, spiral, two sided jets from the ideal MHD equations. The main driving forces leading to a mass outflow from a gravitationally bound system are the pressure gradient and the Lorentz force. The acceleration mechanism due to the pressure is called thermally-driven (or radiation pressure-driven) jet. While the acceleration mechanism due to the Lorentz force is called magnetically driven jet. In the previous studies the above two acceleration mechanism have been considered separately, except for the recent numerical simulations by Shibata and Uchida (1985). For the deep understanding of the jet production mechanisms, efforts of theoretical modeling are important, especially for the



understanding of the key physical parameters of the jet acceleration mechanisms.

The ideal MHD equations coupled with the adiabatic law of state are

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p + \gamma p \text{div} \mathbf{v} = 0, \quad (2.4)$$

where we have neglected the gravitational force, which is a restraining force of the jets. In order to get mass outflow from the gravitationally bound system, the jet velocity should exceed the escape velocity determined from the gravitational force. The specific heat ratio  $\gamma$  is taken to be 5/3 or 4/3, depending on whether the plasma near the jet production region is supported primarily by ion dominated pressure or radiation pressure.

We employ here the cylindrical coordinate  $(r, \phi, z)$  to make a model with cylindrical symmetric jets. Furthermore we assume the spiral jet flows associated with the spiral magnetic field structure as shown in Fig.1.

The simple velocity fields showing the spiral, two sided jets are given by

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{\dot{a}}{a}, \\ V_\phi &= \frac{\dot{c}_1}{c_1}, \\ V_z &= \frac{\dot{b}}{b} z, \end{aligned} \quad (2.5)$$

where the dot means the time derivative and time dependent scale factors  $a(t)$ ,  $b(t)$  and  $c_1(t)$  are determined self-consistently later.

From the continuity equation (2.1) and (2.5), the density  $\rho(t)$  can be exactly given as

$$\rho(t) = \frac{\rho_0}{a^2 b} \quad (2.6)$$

where  $\rho_0$  is a constant. The density is uniform in space where the jet can be accelerated.

We assume the magnetic fields with the spiral structure as shown in Fig.1 as

$$B_r = b_1(t) r / \lambda,$$

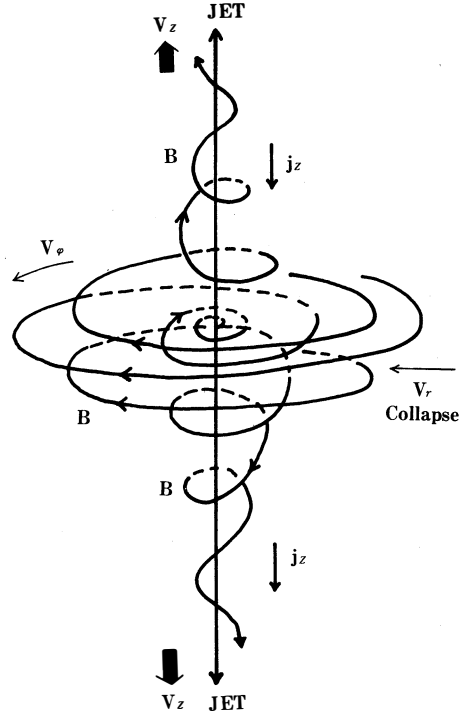


Figure 1. Schematic magnetic configuration ( $\mathbf{B}$ ) associated with the two sided spiral jets which can be driven by the magnetic collapse ( $V_r < 0$ ) and the pressure gradient. The plasma current ( $j_z$ ) flows in the  $z$ -direction.

$$B_\phi = b_2(t)r/\lambda, \tag{2.7}$$

$$B_z = -2b_1(t)z/\lambda,$$

where  $b_1(t)$  and  $b_2(t)$  are determined, using the induction equation (2.3).  $\lambda$  is a characteristic scale length of variation of the magnetic fields. The above expression of the magnetic fields satisfies the equation,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ .

From equations (2.3) and (2.7),  $b_1(t)$  and  $b_2(t)$  are given by

$$b_1(t) = \frac{b_{10}}{a^2b}, \tag{2.8}$$

$$b_2(t) = \frac{b_{20}}{a^2b},$$

where  $b_{10}$  and  $b_{20}$  are constants. The plasma current is determined from the Maxwell equation;  $\mathbf{J} = (c/4\pi) \text{rot } \mathbf{B}$ , which gives

$$j_z = \frac{cb_{20}}{2\pi\lambda a^2b}, \tag{2.9}$$

$$j_\phi = j_r = 0.$$

Therefore the plasma current flows along the jet axis.

The plasma pressure  $p$  is assumed to be

$$p(r,z,t) = p_0(t) - \frac{p_{1r}(t)r^2 + p_{1z}(t)z^2}{2\lambda^2} \tag{2.10}$$

where  $p_0(t)$ ,  $p_{1r}(t)$  and  $p_{1z}(t)$  are determined self-consistently later. The above expression means that the central region of the jet production can be heated by the central energy source which we do not address here. As seen in the next section, the jets can be explosively accelerated by the pressure anisotropy ( $p_{1z} \gg p_{1r}$ ).

From the equations of motion (2.2), (2.5) – (2.8) and (2.10), we find the following equations for the scale factors,  $a(t)$ ,  $b(t)$ , and  $c_1(t)$ ;

$$\frac{d^2a}{dt^2} = \frac{a^3b p_{1r}}{\rho_0 \lambda^2} - \frac{2V_A^2}{\lambda^2 ab} + a \left( \frac{\dot{c}_1}{c_1} \right)^2, \tag{2.11}$$

$$\frac{d^2b}{dt^2} = \frac{a^2 b^2 p_{1z}}{\lambda^2 \rho_0}, \tag{2.12}$$

$$\frac{d^2c_1}{dt^2} = \frac{2V_{A2}^2 c_1}{\lambda^2 a^2 b} + \frac{\dot{c}_1^2}{c_1} - 2 \frac{\dot{a}\dot{c}_1}{a}, \tag{2.13}$$

where  $v_A = b_{20}/(4\pi\rho_0)^{1/2}$ ,  $v_{A2}^2 = v_A^2 (b_{10}/b_{20})$ . The time dependent pressure coefficients,  $p_0(t)$ ,  $p_{1r}(t)$  and  $p_{1z}(t)$  are determined from equation (2.4) as

$$p_0(t) = \frac{P_{00}}{(a^2b)^\gamma},$$

$$p_{1r}(t) = \frac{P_{10}}{a^{2(\gamma+1)}b^\gamma}, \tag{2.14}$$

$$p_{1z}(t) = \frac{P_{10}}{a^{2\gamma}b^{\gamma+2}},$$

Substituting the above equation (2.14) into equations (2.11) and (2.12), we obtain the basic equations ((2.13), (2.15), (2.16)) describing the spiral, two sided jets;

$$\frac{d^2a}{dt^2} = \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^{2\gamma-1} b^{\gamma-1}} - \frac{2V_A^2}{\lambda^2 ab} + a \left( \frac{\dot{c}_1}{c_1} \right)^2, \quad (2.15)$$

$$\frac{d^2b}{dt^2} = \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^{2\gamma-2} b^\gamma}, \quad (2.16)$$

where  $c_s = (p_{10}/\rho_0)^{1/2}$

The main driving forces for the production of jet are the second term of the right-handed side in equation (2.15) which corresponds to the  $\mathbf{j}_z \times \mathbf{B}_\phi$  force and the right-handed side in equation (2.16), which shows the pressure gradient,  $\partial p / \partial z$ . The former force can drive the plasma collapse ( $a \rightarrow 0$ ) in the radial direction (we call this magnetic collapse; see Sakai and Ohsawa, 1987) and enhance the pressure  $p_{1z}$ . The combined effect of the magnetic collapse and the pressure gradient can strongly accelerate the tow sided, spiral jets.

### 3. EXPLOSIVE SPIRAL JET

We present the results of numerical calculation of the basic equations (2.15), (2.16) and (2.13), which can be written in the normalized form;

$$\frac{d^2a}{dt^2} = \frac{\beta}{a^{2\gamma-1} b^{\gamma-1}} - \frac{2}{ab} + a \left( \frac{\dot{c}_1}{c_1} \right)^2, \quad (3.1)$$

$$\frac{d^2b}{dt^2} = \frac{\beta}{a^{2\gamma-2} b^\gamma}, \quad (3.2)$$

$$\frac{d^2c_1}{dt^2} = \left( \frac{b_{10}}{b_{20}} \right) \frac{2c_1}{a^2 b} + \frac{\dot{c}_1^2}{c_1} - \frac{2a\dot{c}_1}{a}, \quad (3.3)$$

where  $\beta = c_s^2/v_A^2$  is the plasma  $\beta$  ratio, which is determined from the Alfvén velocity  $v_A = b_{20}/(4\pi\rho_0)^{1/2}$  and the sound velocity  $c_s = (p_{10}/\rho_0)^{1/2}$ . The time is normalized by  $\tau_A = \lambda/v_A$ . As seen in equations (3.1) – (3.3), the physical parameters characterizing the jet flows are  $\beta$  and  $b_{20}/b_{10}$ . The characteristic scale length  $\lambda$  is included only through the normalized time  $\tau_A = \lambda/v_A$ . Therefore, the ideal MHD equations are scale-free and results obtained from the equations (3.1) – (3.3) may be applicable for a variety of different scale jet phenomena. The most important parameter is the  $\beta$  ratio.

#### 3.1 Initial conditions

The basic equations (3.1) – (3.3) are solved as the initial value problem. The normalized velocities are  $v_r/v_A(r/\lambda) = \dot{a}/a$ ,  $v_\phi/v_A(r/\lambda) = \dot{c}_1/c_1$ , and  $v_z/v_A(z/\lambda) = \dot{b}/b$ . The normalized density is  $\rho/\rho_0 = 1/a^2b$ , and the normalized magnetic fields are  $B_r/b_{10}(r/\lambda) = 1/a^2b$ ,  $B_\phi/b_{20}(r/\lambda) = 1/a^2b$ ,  $B_z/b_{10}(z/\lambda) = -2/a^2b$ .

We show some results where  $a(t=0) = 10$ ,  $b(t=0) = 0.01$ ,  $\dot{a}(t=0) = -(10-0.1)$ ,  $\dot{b}(t=0) = 10^{-8}$ ,  $\dot{c}_1(t=0) = 1$ ,  $c_1(t=0) = 10^{-6}$  are taken. Therefore initial physical values we used are  $v_r/v_A(r/\lambda) = -(1.0-0.01)$ ,  $v_\phi/v_A(r/\lambda) = 10^{-6}$ ,  $v_z/v_A(z/\lambda) = 10^{-6}$ ,  $\rho/\rho_0 = 1$ ,  $B_r/b_{10}(r/\lambda) = 1$ ,  $B_\phi/b_{20}(r/\lambda) = 1$ ,  $B_z/b_{10}(z/\lambda) = -2$ . We take here  $b_{10} = b_{20} = -1$ .

The initial velocities of  $v_\phi$ ,  $v_z$  are much smaller than the Alfvén velocity at  $r = z = \lambda$ .

However, we used relatively large radial velocity, which means that the initial sporadic infall from the accretion disk plasma to the central massive objects may trigger the astrophysical jets. And if there exists some dynamical tidal interaction between stars near the central massive objects, there may occur the sporadic radial inflows.

We consider the initial plasma pressure distribution given by equation (2.10), which can be rewritten using equation (2.14) as

$$p(t=0) = \frac{p_{00}}{a^2 b^2} \left\{ 1 - \frac{p_{10}}{p_{00} a^2} \left( \frac{r^2}{2\lambda^2} \right) - \frac{p_{10}}{p_{00} b^2} \left( \frac{z^2}{2\lambda^2} \right) \right\}, \quad (3.4)$$

If we use  $a(t=0) = 10$ ,  $b(t=0) = 0.01$ , the ratio of the pressure amplitudes between the radial component  $p_{10}/p_{00}a^2$  and  $z$  - component,  $p_{10}/p_{00}b^2$  is  $10^{-6}$ , which means that there exists strong pressure anisotropy ( $p_{1r} \ll p_{1z}$ ). As the density is uniform in our model, the pressure anisotropy corresponds to the temperature anisotropy ( $T_{1r} \ll T_{1z}$ ). This temperature anisotropy may be realized when we consider the heat source from the central engine ( $r = z = 0$ ) and heat conduction along the magnetic fields. Near the central engine where the magnetic field strength is weak, there is no temperature anisotropy because of the spherical infall to the massive object. However, far from the central energy source there are magnetic fields which play an important role for the heat conduction. Near the equatorial plane ( $z = 0$ ) the main magnetic field has poloidal component  $B_\phi$  ( $\gg B_r, B_z$ ) as seen in Fig.1.

The heat conduction across the poloidal magnetic field  $B_\phi$  can be strongly reduced compared with the direction parallel to the magnetic field. Therefore the radiative cooling may become dominate in the  $r$ -direction. While the magnetic field lines are almost along the jet axis ( $z$ -direction) in the region far from the central. The heat conductivity along the magnetic field is so high that the temperature in the  $z$ -direction may be retained with the same one as the central source. We may expect from the above discussion that there appears the temperature anisotropy near the jet production region.

### 3.2 Spiral magnetic field structure

The magnetic field structure associated with the plasma jet is axial symmetry ( $\partial/\partial\phi = 0$ ). The components of the axisymmetric magnetic field  $\mathbf{B}$  which lie in the meridional planes can be expressed in terms of the magnetic stream function  $\psi$  ;

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial z}, \\ B_z &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial\psi}{\partial r}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

The magnetic stream function  $\psi$  in the axisymmetric case can be written as

$$\psi(r,z,t) = rA_\phi, \quad (3.6)$$

in which  $A_\phi$  is  $\phi$ -component of the magnetic vector potential  $\mathbf{A}$  ( $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ). From Eqs. (3.5) and (2.7), we find the magnetic stream function  $\psi(r,z,t)$  as

$$\psi(r,z,t) = -\frac{b_{10}}{a^2 b} r^2 z, \quad (3.7)$$

It is easy to show that the magnetic lines of force lie on the magnetic surface  $\psi(r,z,t) = \text{con}$

stant, because the equation of the magnetic lines of force in the meridional lanes ( $dr/B_r = dz/B_z$ ) gives

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial r} dr + \frac{\partial\psi}{\partial z} dz = 0, \quad (3.8)$$

It is also easy to show that  $\psi(r,z,t)$  is conserved, i.e.

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\psi = 0, \quad (3.9)$$

by means of Eqs. (2.5) and (3.7). The conservation of  $\psi$  means that the axisymmetric magnetic surfaces  $\psi$  in an ideal conducting plasma move along the material. Therefore the global structure of the magnetic field topology can change in a self-similar form as shown in Fig.1 during the formation of the jet.

### 3.3 Acceleration time and maximum jet velocity

We show the results of the case,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 4/3$ . Fig.2 shows the time history of the radial velocity  $v_r$  normalized by  $(v_{Ar}/\lambda)$ , with the initial value  $\dot{a}/a = -0.01$ . The magnetic force can induce strong plasma collapse ( $v_r < 0$ ) by the plasma pinch effect (magnetic collapse). During the magnetic collapse the explosive two sided, spiral jets can be generated as seen in Fig.3. On the same time the plasma rotational motion can also be triggered as seen in Fig.4.

The acceleration time getting to the maximum jet velocity is quite short and  $0.04 \tau_A$  for the case of Fig.3. The most important parameter controlling the maximum jet velocity is the plasma  $\beta$  ratio, rather than the initial radial velocity. Table 1 shows the summary of the results for various  $\beta$  ratio,  $\gamma = 5/3$  and  $4/3$ . As seen in the table, the results for  $\gamma = 5/3$  and  $4/3$  are almost same. When  $\beta$  is small (for example,  $\beta = 10^{-4}$ ), the maximum jet velocity is less than the Alfvén velocity at  $z = \lambda$ . However, the  $\beta$  increases, the maximum jet velocity becomes super-Alfvénic within very short time scale. The maximum velocity with high  $\beta$  ( $\geq 1$ ) is almost same for the case of  $\beta = 1$ .

The density and the magnetic field components are proportional to  $(a^2b)^{-1}$ , which time history is Fig.5.

Table 1. Maximum jet velocities and acceleration times for various plasma  $\beta$  ratio.

| $\beta$ \backslash $\gamma$ | 5 / 3                              |                    | 4 / 3                              |                   |
|-----------------------------|------------------------------------|--------------------|------------------------------------|-------------------|
|                             | $V_{Z,Max}(V_A \frac{Z}{\lambda})$ | Acceleration Time  | $V_{Z,Max}(V_A \frac{Z}{\lambda})$ | Acceleration Time |
| $10^{-4}$                   | 0.707                              | 0.97 ( $\tau_A$ )  | 0.65                               | 1.03 ( $\tau_A$ ) |
| $10^{-3}$                   | 1.77                               | 0.39 ( $\tau_A$ )  | 1.81                               | 0.39 ( $\tau_A$ ) |
| $10^{-2}$                   | 5.64                               | 0.12 ( $\tau_A$ )  | 5.83                               | 0.12 ( $\tau_A$ ) |
| $10^{-1}$                   | 18.75                              | 0.033 ( $\tau_A$ ) | 19.4                               | 0.04 ( $\tau_A$ ) |
| 1                           | 56.0                               | 0.015 ( $\tau_A$ ) | 58.0                               | 0.02 ( $\tau_A$ ) |
| 10                          | $56.25(C_S \frac{Z}{\lambda})$     | 0.011 ( $\tau_A$ ) | $58.3(C_S \frac{Z}{\lambda})$      | 0.01 ( $\tau_A$ ) |
| $10^2$                      | $56.25(C_S \frac{Z}{\lambda})$     | 0.011 ( $\tau_A$ ) | $58.2(C_S \frac{Z}{\lambda})$      | 0.01 ( $\tau_A$ ) |

As seen in Fig.2 there appears strong rebound flow after the magnetic collapse. Such strong rebound flow becomes super-Alfvénic when the  $\beta$  is small and can generate the fast magnetosonic shock waves.

When the temperature anisotropy is weak ( $a \simeq b$  at  $t = 0$ ), the jet speed becomes sub-Alfvénic and the acceleration time becomes long.

#### 4. STRONG ELECTRIC FIELD AND SHOCK FORMATION DURING THE JET PRODUCTION

We here show the results of strong electric field produced during the jet formation. The electric field induced from time varying magnetic field during the jet formation may play an important role for high energy particle acceleration (Haswell, Tajima and Sakai 1987). The induced electric field  $\mathbf{E}$  can be derived from the frozen condition  $\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B}/c$ , where  $\mathbf{V}$  and  $\mathbf{B}$  are given by equations (2.5) and (2.7). The components of the induced electric fields are given by

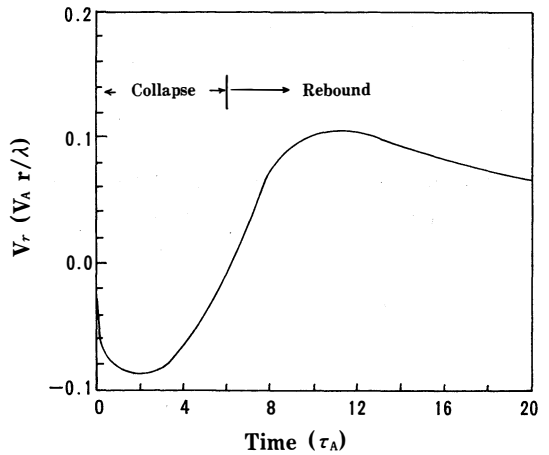


Figure 2. Time history of plasma radial velocity when  $\beta = 1$ , and  $\gamma = 4/3$ . The Lorentz force drives magnetic collapse, which enhances the rebound flow leading to the formation of fast magnetosonic shock waves.

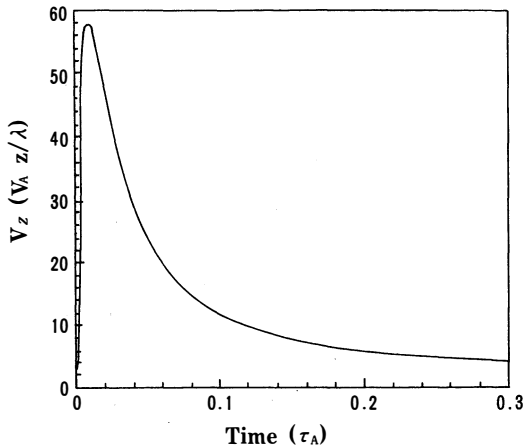


Figure 3. Time history of the jet velocity with  $\beta = 1$  and  $\gamma = 4/3$ . The maximum velocity ( $= 56.0 v_A(z/\lambda)$ ) occurs at  $t = 0.015\tau_A$ .

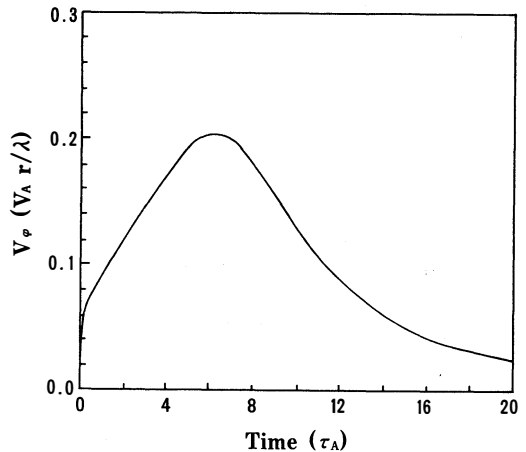


Figure 4. Time history of the velocity,  $v_\phi$  with  $\beta = 1$  and  $\gamma = 4/3$ .

$$E_r/E_0(rz/\lambda^2) = \left(2\frac{\dot{c}_1}{c_1} + \frac{b_{20}}{b_{10}} \cdot \frac{\dot{b}}{b}\right) / a^2 b, \quad (4.1)$$

$$E_\phi/E_0(rz/\lambda^2) = -\left(\frac{\dot{b}}{b} + 2\frac{\dot{a}}{a}\right) / a^2 b, \quad (4.2)$$

$$E_z/E_0(r^2/\lambda^2) = \left(\frac{\dot{c}_1}{c_1} - \frac{b_{20}}{b_{10}} \cdot \frac{\dot{a}}{a}\right) / a^2 b, \quad (4.3)$$

where  $E_0 = b_{10}v_A/c$ .

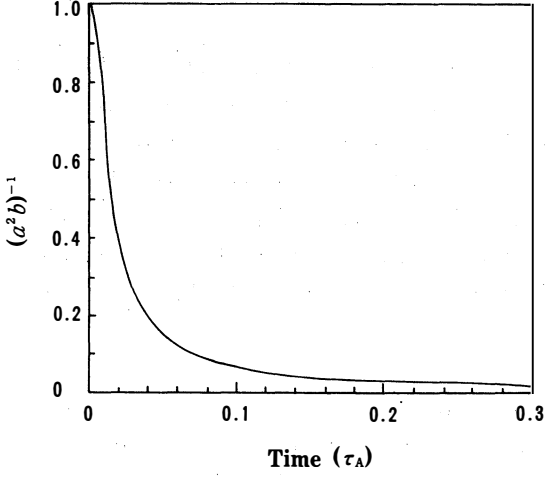


Figure 5. Time history of the density and the components of magnetic fields proportional to  $(a^2 b)^{-1}$  with  $\beta = 1$ , and  $\gamma = 4/3$ . The plasma current,  $j_z$  is also proportional to  $(a^2 b)^{-1}$ .

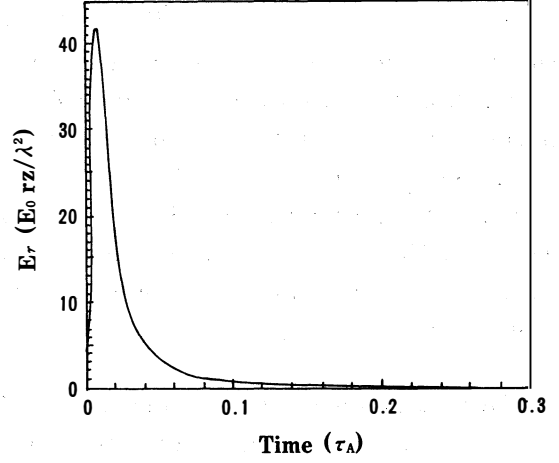


Figure 6 (a). Time history of electric field,  $E_r$  with  $\beta = 1$  and  $\gamma = 4/3$ .

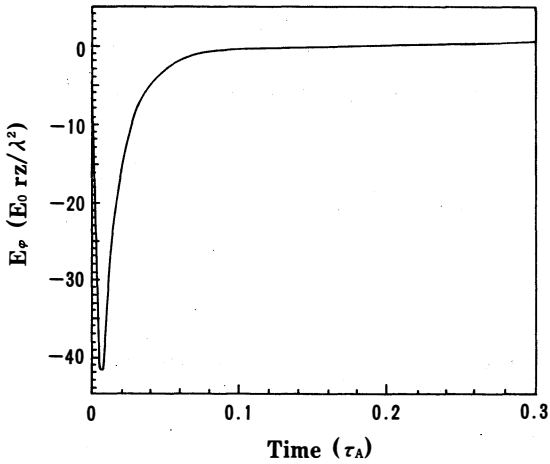


Figure 6 (b). Time history of electric field,  $E_\phi$  with  $\beta = 1$  and  $\gamma = 4/3$ .

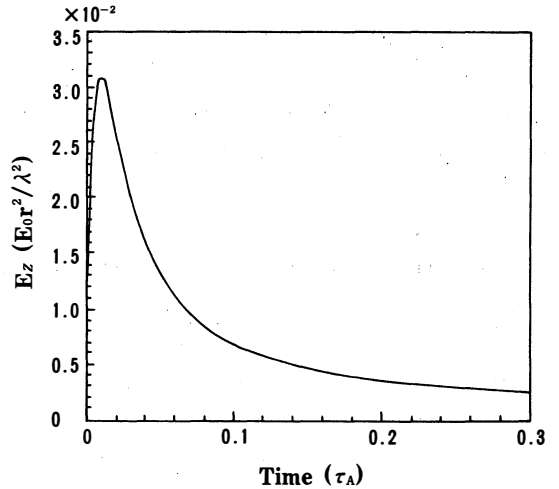


Figure 6 (c). Time history of electric field,  $E_z$  with  $\beta = 1$  and  $\gamma = 4/3$ .

The time history of the above electric fields is shown in Fig.6 (a) – (c), when  $b_{10} = b_{20} = -1$ . During the explosive jet formation, strong electric fields can be generated. Near the peak of the electric fields these maximum amplitude can be retained during  $10^{-2} \tau_A$ , which time scale may be long many order of magnitude compared with the typical ion cyclotron period. Therefore if the typical high energy particle acceleration time is very short compared with  $10^{-2} \tau_A$ , the particle acceleration can be treated under the assumption of steady electromagnetic fields given by equations (2.7) and (4.1) – (4.3).

The equation of a test proton in its normalized form is

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \left( \frac{v_A}{c} \mathbf{E} + \frac{1}{\Gamma} \mathbf{P} \times \mathbf{B} \right), \quad (4.4)$$

where  $\mathbf{P}$  is normalized by  $m_i c$ , time it is normalized by  $\lambda/v_A = \omega_{ci}^{-1}$ ,  $\mathbf{E}$  is normalized by  $E_0$  and  $\Gamma = (1 + p^2)^{1/2}$ . The particle with small  $\mathbf{P}$  can be accelerated by the electric field of the first term of the right-handed side of equation (4.4). If  $|(v_A/c) \mathbf{E}|$  is of order of unity, the particle can be easily accelerated to relativistic energy within very short time compared with  $10^{-2} \tau_A$ . The magnitude of the normalized electric fields,  $E_r$  and  $E_\phi$  is about 40 as seen in Figs.6 (a) and 6 (b). Therefore  $|(v_A/c) \mathbf{E}|$  can be of order of unity, even if  $v_A/c$  is 1/40. The details about the particle acceleration will be investigated by numerical calculations of the test particle (Sakai 1989).

#### 4.1 Fast magnetosonic shock formation by plasma rebound

As seen in Fig.2 the plasma rebound following the strong plasma collapse may generate super-Alfvénic flow, which in turn can produce fast magnetosonic shock waves. The fast magnetosonic shock formation can occur when the local plasma flow velocity exceeds the local magnetosonic wave velocity;  $v_r > (v_A^2 + c_s^2)^{1/2}$ . This condition can be written as

$$\begin{aligned} b\dot{a} > 1 + \left( \frac{b_{10}}{b_{20}} \right)^2 + 4 \left( \frac{b_{10}}{b_{20}} \right)^2 \left( \frac{z}{r} \right)^2 + \\ \frac{\beta}{a^{2\gamma-4} b^{\gamma-1}} \left\{ \frac{p_{00}}{R_0} \left( \frac{r}{\lambda} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^2} \left( \frac{z}{r} \right)^2 \right) \right\}, \quad (4.5) \end{aligned}$$

For the low  $\beta$  case (where we neglect the last term of the right-handed side of equation (4.5)), the above condition becomes

$$\left[ b\dot{a}^2 - \left\{ 1 + \left( \frac{b_{10}}{b_{20}} \right)^2 \right\} \right] \left( \frac{r}{\lambda} \right)^2 > 4 \left( \frac{b_{10}}{b_{20}} \right)^2 \left( \frac{z}{\lambda} \right)^2, \quad (4.6)$$

If the parenthesis of the left-handed side in equation (4.6) is positive,

$$\sqrt{b\dot{a}} > \left\{ 1 + \left( \frac{b_{10}}{b_{20}} \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad (4.7)$$

the fast magnetosonic shock waves can be generated in the region where the following condition is satisfied;

$$\frac{r}{z} > 2 \left| \frac{b_{10}}{b_{20}} \right| \cdot \left[ b\dot{a}^2 - \left\{ 1 + \frac{b_{10}}{b_{20}} \right\}^2 \right]^{-1/2}, \quad (4.8)$$

where  $|b_{10}/b_{20}|$  means the absolute value of  $b_{10}/b_{20}$ . The above condition, Eq. (4.7) can be satisfied in some cases. Figure 7 shows an example, where  $b_{10} = b_{20} = -1$  and  $\beta = 0.01$  are taken. We can find that the condition for shock formation. Eq. (4.7) can be satisfied in Fig.7.



The fast magnetosonic shock waves play an important role for plasma heating and high energy particle production (see review by Sakai and Ohsawa 1987).

## 5. SUMMARY AND DISCUSSION

We have shown that the spiral, two sided jets can be explosively generated by the combined two forces of magnetic Lorentz force and plasma pressure gradient. The important physical parameters characterizing the super-Alfvénic jet are the plasma  $\beta$  ratio and temperature anisotropy. The acceleration time to the maximum jet velocity is quite rapid of order of  $0.01 \tau_A$ . We briefly discussed high energy particle acceleration by strong electric fields driven during the jet formation as well as by the fast magnetosonic shock waves produced by the plasma rebound following the magnetic collapse.

The MHD equations are scale-free equations so that the results obtained here can be applicable to a variety of astrophysical jet phenomena. Among them we consider an application to the extragalactic jet. For the extragalactic jet the central region of the jet formation can not be observed. If we take the scale  $\lambda$  as  $\lambda \sim 10^{14-15}$  cm which is larger than the Schwarzschild radius  $r_s = 10^{13} (M/8M_\odot)$  cm for the central massive black hole and the Alfvén velocity  $v_A \sim 10^{9-10}$  cm/s (Begelman et al. 1984), the normalized time scale  $\tau_A = \lambda / v_A = 10^{4-6}$  sec. Therefore the acceleration time should be  $10^{2-4}$  sec. From a theoretical argument (Begelman et al. 1984) the central region near the active galactic nucleus may be filled with the electron-positron plasma with the temperature  $T \sim m_e c^2$ . For the plasma with  $\beta \sim 1$  we have  $v_A \sim c_s = (m_e/m_i)^{1/2} c = 7 \times 10^8$  cm/s. Therefore the maximum jet velocity may become relativistic velocity,  $50v_A \sim c$ , as seen in Fig.3. In the previous discussion we have neglected the gravitational effect. The characteristic time scale  $T_k$  for the Keplerian motion around the central massive black hole is given by  $T_k = 2\pi/\omega_k$ , where  $\omega_k = (GM/r^3)^{1/2}$ . If we take  $M = 10^8 M_\odot$ ,  $r = 10^{14}$  cm,  $T_k$  is  $6 \times 10^4$  sec. If the acceleration time for the jet formation is less than  $T_k$ , we may neglect the Keplerian motion for the jet formation.

If the acceleration time becomes long, we need to take into account other physical process such as radiative cooling effect (Sakai 1989).

Because of non-relativistic MHD equations, the region of interest is assumed to be far from the Schwarzschild radius. However, the obtained solutions may approximate the solutions near the Schwarzschild radius. We assumed that initially  $v_r < 0$ . While, if we assume that initially rotational velocity occurs without mass inflow, we found that the rotational mass motion can

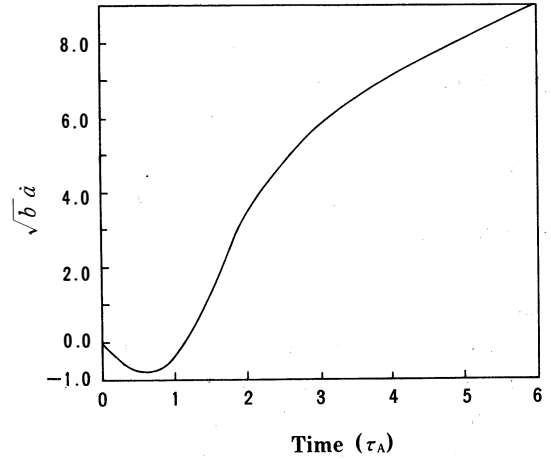


Figure 7. Condition for generation of the fast magnetosonic shock waves; after  $\sqrt{b\dot{a}} > \sqrt{2}$  is satisfied when  $b_{10} = b_{20} = -1$  and  $\beta = 0.01$ , the shock waves can be produced.

drive mass inflow and produce the similar plasma jets.

The obtained self-similar solutions which can exactly satisfy the MHD equations may represent local behaviour of the jet dynamics, because we don't solve exactly the MHD equations as initial-boundary value problem. However, the simple MHD jet solutions proposed here should give insight to the 3-D MHD simulation in the future.

## ACKNOWLEDGEMENT

The author would like to thank Dr. Y. Ohsawa for helpful discussion. This paper was presented as an invited paper in joint Varenna-Abastumani Workshop on plasma Astrophysics, Varenna, Italy, August 24-September 3, 1988. (ESA SP-285)

## REFERENCES

- Begelman, M.C., Blandford, R. D., and Rees, M.J. 1984, *Rev. Mod. Phys.*, 56, 255.  
Blandford, R.D. 1976, *Mon. Not. R. Astro. Soc.*, 176, 465.  
Blandford, R.D., and Payne, D.G. 1982, *Mon. Not. R. Astro. soc.* 199, 883.  
Bridle, A.H., and Perley, R. A 1984, *Ann. Rev. Astro. Ap.* 22, 319.  
Haswell, C.A., Tajima, T., and Sakai, J-I. 1988, preprint.  
Konigl, A. 1986, *Ann. NY. Acad. Sci.* 88.  
Koupelis, T., and Van Horn, H. M. 1988, *Ap.J.* 324, 93.  
Lada, C.J. 1985, *Ann. Rev. Astro. Ap.* 23, 267.  
Lovelace, R.V.E., Wang, J.C.L., and Sulkanen, M.E. 1986, *Ap. J.* 315, 504.  
Margon, B. 1984, *Ann. Rev. Astro. Ap.* 22, 507.  
Sakai, J-I. 1989, *Solar Phys.* in press.  
Sakai, J-I. 1989, in preparation.  
Sakai, J-I., and Ohsawa, Y. 1987, *Space Sci. Rev.* 46, 113.  
Shibata, K., and Uchida, Y. 1985, *Pub. Astr. Soc. Japan.* 37, 31.  
Shu, F.H., Adams, F.C., and Lizano, S. 1987, *Ann. Rev. Astro. Ap.* 25, 25.  
Svestka, Z. 1976, *Solar Flares* (Dordrecht: Reidel)  
Tajima, T., Brunel, F., and Sakai, J-I. 1982, *Ap. J.* 245, L45.  
Tajima, T., Sakai, J-I., Nakajima, H., Kosugi, T., Brunel, F., and Kundu, M.R. 1987, *Ap. J.* 321, 1031.

(Received October, 31 1988)

# PARTICLE ACCELERATION BY MAGNETIC RECONNECTION AND FAST MAGNETOSONIC SHOCK WAVES IN SOLAR FLARES

Jun-ichi Sakai\* and Yukiharu Ohsawa\*\*

## ABSTRACT

This article reviews recent development of the theory of current loop coalescence and fast magnetosonic shock waves, giving particular attention to particle acceleration caused by these processes.

It is shown that the spiral, two sided plasma jets can be explosively driven by the plasma rotational motion induced by magnetic reconnection during the two current loop coalescence. The rebound following the plasma pinch driven by the Lorentz force can generate the fast magnetosonic shock waves.

For a weak magnetic field ( $\omega_{ce} \ll \omega_{pe}$ ), strong acceleration by the shocks occurs to proton only. While the simultaneous acceleration of protons and electrons takes place in a rather strong magnetic field such that  $\omega_{ce} \geq \omega_{pe}$ . Resonant protons gain relativistic energies within the order of the ion cyclotron period (much less than 1 s for solar plasma parameters). The electron acceleration time is shorter than the ion cyclotron period.

Keyword; Magnetic reconnection, Shock acceleration, plasma jet formation, Magnetic collapse, Solar flares, Current loop coalescence.

## 1. INTRODUCTION

The solar flare (for previous summaries, see Svestka<sup>1</sup>, 1976; Sturrock<sup>2</sup>, 1980; Kundu et al.,<sup>3</sup> 1986; Sturrock et al.,<sup>4</sup> 1986) is a manifestation of the explosive release process of magnetic energy stored in the lower corona. During the solar flare a large amount of energy, up to  $10^{32}$  ergs, is released in the solar atmosphere with a time period of a few to about ten minutes. Energy release in solar flares can occur in various forms; plasma heating from  $10^6$  K to  $5 \cdot 10^7$  K, acceleration of charged particles up to relativistic energy, plasma jet motions, and production of electromagnetic radiations in the range from the radio to  $\gamma$ -ray wavelengths.

In order to fully understand the whole picture of solar flares, we must investigate at least the three physical processes related to magnetic energy, i.e., generation, storage, and dissipation of

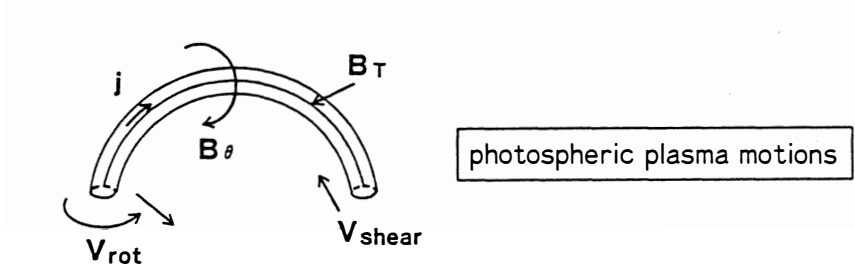
---

\* Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering, Toyama University, Toyama 930 Japan

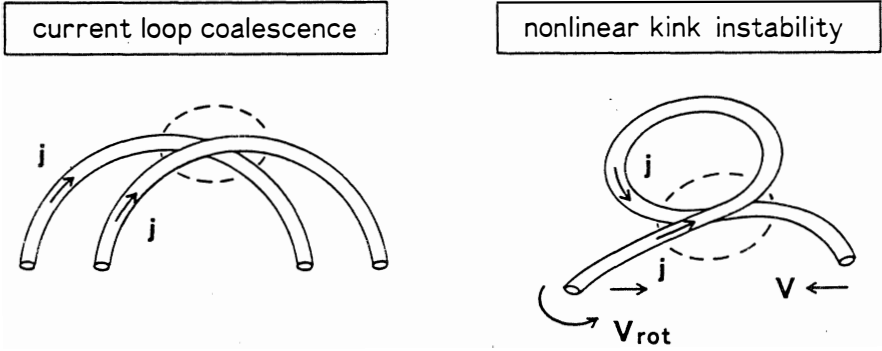
\*\* Institute of Plasma Physics, Nagoya University, Nagoya 464 Japan

# Evolution of a Solar Flare

## Current generation and storage of magnetic energy



## Dissipation of magnetic energy through reconnection



## Flare phenomena

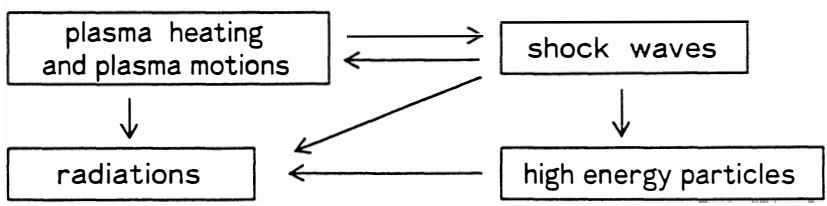


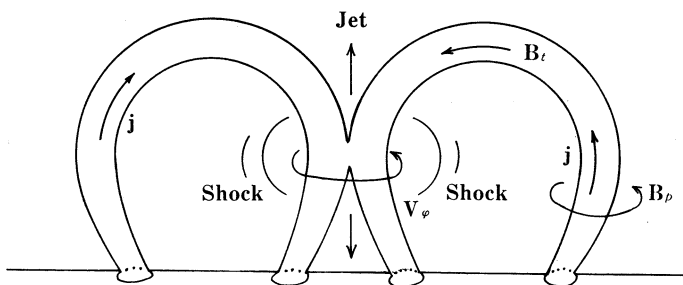
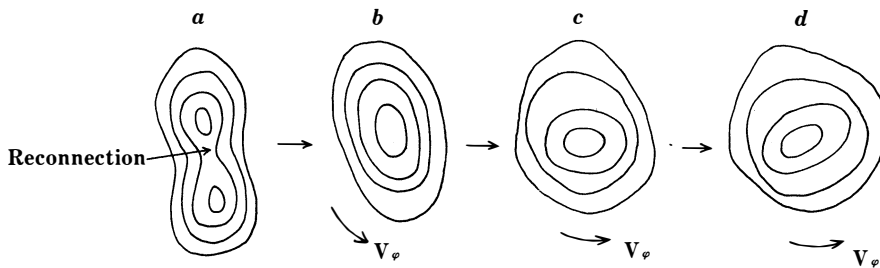
Fig.1 Evolution of a Solar Flare

magnetic energy. We show a possible scenario for the solar flares in Fig.1 (Sakai and Ohsawa<sup>5</sup>, 1987), which has been drawn with particular attention to the generation, storage, and dissipation of magnetic energy.

Direct observations of soft X-rays (Howard and Svestka<sup>6</sup>, 1977) showed that multiple bright coronal loops exist in the magnetic active regions of many magnetic bipoles. These loops may carry plasma currents, which can be generated by photospheric plasma motions in active regions such as

shear motions of sun spots and rotational motions. Mutual interactions of interconnecting coronal loops could be quite an important physical process for magnetic energy release in solar flares (Gold and Hoyle,<sup>7</sup> 1960; Tajima et al.,<sup>8</sup> 1982; Tajima et al.,<sup>9</sup> 1987). In fact, recent observations of  $H\alpha$  emission, radio waves (Kundu,<sup>10</sup> 1982) and hard X-rays (Machso et al.,<sup>11</sup> 1988) suggest that the interactions of coronal loops in the impulsive phase lead to the solar flare.

In order to explain the rapid quasi-periodic acceleration of both ions and electrons observed in the June 7, 1980 flare, Tajima and Sakai (1985,<sup>12</sup> 1986<sup>13</sup>) and Tajima et al. (1982,<sup>8</sup> 1987<sup>9</sup>) showed that the most likely mechanism for the impulsive release of magnetic energy in solar flares is the current loop coalescence (for review, see Sakai and Ohsawa, 1987<sup>5</sup>). It has been shown by theory and simulation (Sakai and Tajima,<sup>14</sup> 1986, Tajima and Sakai,<sup>15,16</sup> 1989) that during the coalescence of two current loops, the magnetic reconnection can explosively transform the magnetic energy to kinetic energy, producing high energy particles and increasing plasma temperatures. The transformation can occur within the Alfvén transit time across the current loops, which is about 1 ~ 10 s for appropriate loop radii. Furthermore, the energy release can be achieved in quasi-periodic manner, when the ratio  $B_p/B_t$  between the poloidal ( $B_p$ : produced by the loop current) and the toroidal ( $B_t$ : potential field) components of the magnetic field is greater than one. While in the reverse case,  $B_p/B_t < 1$ , the energy release by magnetic reconnection is not so explosive compared with the case of  $B_p/B_t > 1$ . In this situation the two current loops begin to rotate around the reconnection point shown in Fig.2 (Sakai,<sup>17</sup> 1989). After the coalescence of two current loops, the single current loop can still do the plasma rotational motion as shown in Fig.2 b-d



**Loop-Loop Coalescence**

Fig.2 Loop-Loop Coalescence

In section 2, we show the results of spiral plasma jet formation driven by the plasma rotational motion induced during the two current loop coalescence process (Sakai<sup>17</sup>, 1989). By means of a theoretical model based on the ideal MHD equations, we find that the spiral, two sided jets can be explosively produced by the combination of the magnetic pinch effect (magnetic collapse) and the plasma pressure. The plasma rebound flow following the magnetic collapse can strongly induce the super-Alfvénic plasma flow, which can generate the fast magnetosonic shock waves.

In section 3, as a possible mechanism for high energy particle acceleration in the impulsive phase of solar flares, a new particle acceleration mechanism in the fast magnetosonic shock waves is proposed (Ohsawa<sup>18</sup>, 1985; see for review, Sakai and Ohsawa<sup>5</sup>, 1987). The collisionless fast magnetosonic shocks can promptly accelerate protons and electrons to relativistic energies, which was found by theory and relativistic particle simulation (Ohsawa and Sakai<sup>19</sup>, 1987; 1988a,<sup>20</sup> 1988b<sup>21</sup>). The simultaneous acceleration of protons and electrons takes place in a rather strong magnetic field such that  $\omega_{ce} \geq \omega_{pe}$ . Resonant protons gain relativistic energies within the order of the ion cyclotron period (much less than 1 s). The electron acceleration time is shorter than the ion cyclotron period.

In section 4, we discuss some applications to solar flares.

## 2. PLASMA JET AND SHOCK FORMATION DURING CURRENT LOOP COALESCENCE

The magnetic reconnection process during the current loop coalescence was reviewed by Sakai and Ohsawa (1987)<sup>5</sup>, in which the effect of toroidal magnetic field ( $B_t$ ) on reconnection was discussed. When the toroidal field,  $B_t$  is less than the poloidal field,  $B_p$ , explosive reconnection is observed and instead a plasma rotational motion around the reconnection point occurs when  $B_t$  becomes larger than  $B_p$ . This plasma rotational motion after the magnetic reconnection can be observed in the computer simulation of the two current loop coalescence (Zaidman<sup>22</sup>, 1986). We call this the threshold phenomena with the toroidal magnetic field. The same threshold phenomenon as the above is observed in simulations of reconnection triggered by impinging MHD waves (Sakai et al.<sup>23</sup> 1984).

We consider the single current loop which can be produced by the two current loop coalescence shown in Fig.2. After the magnetic reconnection, the single current loop can be produced and the plasma can be heated by the magnetic energy dissipation. At the same time, the plasma rotational motion ( $V_\phi$ ) around the reconnection point can be induced during the loop coalescence process when the ratio  $B_p/B_t$  is less than one.

In order to represent the spiral plasma jet and spiral magnetic field structure associated with the jet which may be generated during the above process, we assume the physical quantities as follows; for the velocity components,

$$\left. \begin{aligned} V_r &= \frac{\dot{a}}{a}r, \\ V_\phi &= \frac{\dot{c}_1}{c_1}r, \\ V_z &= \frac{\dot{b}}{b}z, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

for magnetic field components,

$$\left. \begin{aligned} B_r &= \frac{B_{10}}{a^2 b} \left( \frac{r}{\lambda} \right), \\ B_\phi &= \frac{B_{20}}{a^2 b} \left( \frac{r}{\lambda} \right), \\ B_z &= \frac{B_0}{a^2} - 2 \frac{B_{10}}{a^2 b} \left( \frac{z}{\lambda} \right), \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

where we used the cylindrical coordinates  $(r, \phi, z)$ , and the dot means the time-derivative. The time-dependent scale factors,  $a(t)$ ,  $c_1(t)$  and  $b(t)$  can be self-consistently determined from the ideal MHD equations with the adiabatic law ( $p \sim \rho^\gamma$ ).  $B_{10}, B_{20}$  and  $B_0$  are constants and  $\lambda$  is a characteristic scale length which we are concerned with. From the continuity equation, we find the density  $\rho$  as  $\rho = \rho_0/a^2 b$ , where  $\rho_0$  is a constant. From the Maxwell equation, we obtain the current  $j_z = cB_{20}/2\pi\lambda a^2 b$ , which flows along the loop. The time-dependent scale factors can be determined from the equations of motion as follows

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^{2\gamma-1} b^{\gamma-1}} - \frac{2v_A^2}{\lambda^2 a b} + a \left( \frac{\dot{c}_1}{c_1} \right)^2, \quad (2.3)$$

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^{2\gamma-2} b^{\gamma}}, \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2 c_1}{dt^2} = \frac{2v_A^2 c_1}{\lambda^2 a^2 b} + \frac{\dot{c}_1^2}{c_1} - 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{c}_1, \quad (2.5)$$

where  $c_s^2 = p_{10}/\rho_0$ ,  $v_A^2 = B_{20}^2/4\pi\rho_0$ ,  $v_A^2 = v_A (B_{10}/B_{20})^{1/2}$ .

We here assume that the pressure is given by

$$p(r, z, t) = p_0(t) - \frac{(p_{1r}(t)r^2 + p_{1z}(t)z^2)}{2\lambda^2}, \quad (2.6)$$

where  $p_0(t), p_{1r}(t)$  and  $p_{1z}(t)$  can be determined from the adiabatic law as

$$\left. \begin{aligned} p_0(t) &= p_{00}/(a^2 b)^\gamma, \\ p_{1r}(t) &= p_{10}/(a^{2(\gamma+1)} b^\gamma), \\ p_{1z}(t) &= p_{10}/(a^{2\gamma} b^{\gamma+2}), \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

where  $p_{00}$  and  $p_{10}$  are constants.

We show numerical results obtained from Eqs. (2.3) – (2.5), which determine the all physical quantities such as the velocity field (2.1) and the magnetic field (2.2). The time is normalized by the Alfvén transit time  $\tau_A = \lambda/v_A$ . The velocity is normalized by the Alfvén velocity which is determined from the poloidal magnetic field  $B_{20}$ . The initial conditions for the velocities are  $v_r = -10^{-6} (v_A r/\lambda)$ ,  $v_z = 10^{-6} (v_A z/\lambda)$  and  $v_\phi = 0.1 (v_A r/\lambda)$ . The plasma beta ratio is taken to be 0.01.

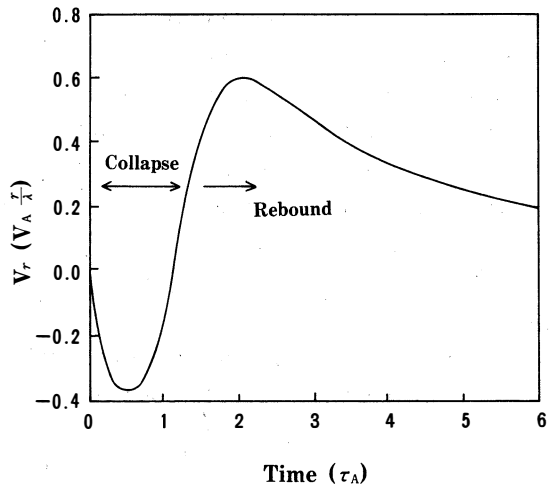


Fig.3

We take  $B_1 = B_0$  and  $\gamma = 5/3$ . Figure 3 shows the time evolution of the radial plasma flow velocity.

The initial rotational plasma flow induced after the magnetic reconnection can drive the plasma collapse ( $v_r < 0$ ) mainly by the  $j_z \times B_\phi$  force, which corresponds to the second term of the right-hand side of Eq. (2.3). During the plasma collapse, the explosive plasma jet in the z-direction can be produced as seen in Fig.4. The acceleration time to the maximum velocity of the jet is quite short and about  $0.11 \tau_A$ . The plasma jet can be driven by the combination of two forces, namely, the  $j_z \times B_\phi$  (which drives the magnetic collapse) and the pressure gradient  $\partial p / \partial z$ . The jet maximum velocity obtained during the short time period is not so sensitive to the initial rotational velocity. We found the same results for the cases  $V_\phi = 0.01 - 1 (v_{Ar} / \lambda)$ . The most important parameter which determines the maximum jet velocity and the acceleration time is the plasma beta ratio. When the beta ratio decreases, the maximum jet velocity also decreases and the acceleration time becomes long. While the beta ratio increases, the maximum jet velocity increases and becomes super-Alfvénic within the very short time period.

The plasma jet obtained here shows the two sided flows which originate from the current coalescence region as seen in Fig.2.

As seen in Fig.3, the plasma rebound ( $v_r > 0$ ) can occur following the plasma collapse. The velocity of the rebound can be enhanced by the magnetic collapse and adiabatic compression, when the plasma beta ratio is small. We here investigate the condition of fast magnetosonic shock waves by the rebound after the magnetic collapse. In the low beta plasma, the shock formation condition,  $v_r > (v_A^2 + c_s^2)^{1/2}$ , is given by

$$\left[ \dot{a}^2 - \frac{1}{b} \left\{ 1 + \left( \frac{B_{10}}{B_{20}} \right)^2 \right\} \right] \left( \frac{r}{\lambda} \right)^2 > b \left( \frac{B_0}{B_{20}} \right)^2 \quad (2.8)$$

We obtain one condition which must be satisfied in Eq. (2.8). Namely, the term with a parenthesis of the left-handed side must be positive,

$$\sqrt{b} \dot{a} > \left\{ 1 + \left( \frac{B_{10}}{B_{20}} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (2.9)$$

If the condition (2.9) is satisfied, the fast magnetosonic shock wave can be generated in the region of  $r > r_s$ , where  $r_s$  is given by

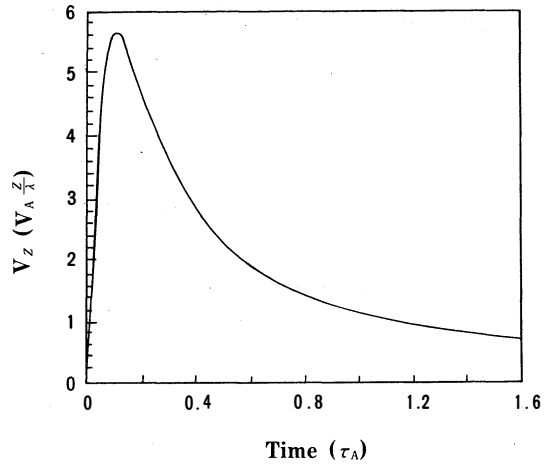


Fig.4

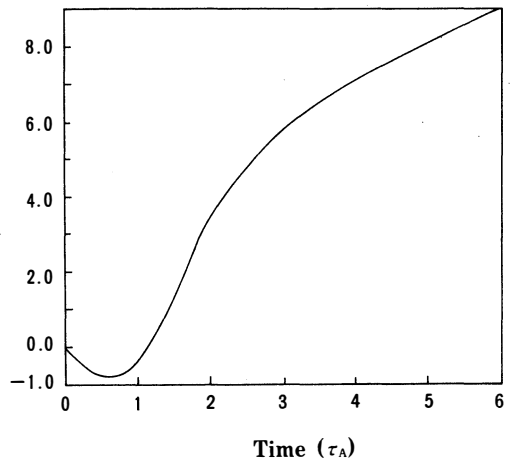


Fig.5



$$\sqrt{r_s} = \sqrt{b} \left( \frac{B_0}{B_{20}} \right) \left[ \dot{a}^2 - \frac{1}{b} \left\{ 1 + \left( \frac{B_{10}}{B_0} \right)^2 \right\}^{-1/2} \right] \lambda. \quad (2.10)$$

Figure 5 shows the time variation of  $\sqrt{b} \dot{a}$  in the case of  $B_{10} = B_{20} = -1$ . The region where  $\sqrt{b} \dot{a} > \sqrt{2}$  is satisfied can be observed in Fig.5. The radius where the shock can be produced is around the scale length  $\lambda$ .

If we take  $\lambda \sim 10^8$  cm which corresponds to the loop radius, and the Alfvén velocity  $v_A \approx 500$  km/s, the Alfvén transit time is  $\tau_A = \lambda/v_A = 2$  seconds. Therefore the acceleration time to the maximum jet velocity is  $0.1 \sim 1$  s, depending on the plasma beta ratio.

The two sided jet flows originated from the current loop coalescence region may be observed during the impulsive phase.

During the plasma collapse, the strong electric field,  $\mathbf{E} = -(\mathbf{V} \times \mathbf{B})/c$  can be produced by the change of the magnetic field. This electric field can generate high energy particles within one second.

### 3. PROMPT SIMULTANEOUS ACCELERATION OF PROTONS AND ELECTRONS TO RELATIVISTIC ENERGIES BY SHOCK WAVES

In previous section we showed that the fast mode shocks by the rebound following the magnetic collapse is very effectively formed, even though the colliding velocity of the two current loops is much less than the Alfvén velocity.

Recently theoretical and simulation work (Ohsawa et al.<sup>18-21</sup>) has shown that a quasi-perpendicular fast magnetosonic shock wave can accelerate both protons and electrons to relativistic energies within a very short time period (shorter than 1 s for the solar plasma parameters). The simultaneous acceleration takes place in a rather strong magnetic field ( $\omega_{ce} \geq \omega_{pe}$ ). For weak magnetic field ( $\omega_{ce} \ll \omega_{pe}$ ), strong acceleration occurs to protons only.

When the ambient magnetic field is weak ( $\omega_{ce} \ll \omega_{pe}$ ), fast magnetosonic shock waves are well described by nonrelativistic theory (Adlam and Allen,<sup>24</sup> 1958; Davis et al.,<sup>25</sup> 1958; Sagdeev,<sup>26</sup> 1966). For such nonrelativistic shocks, it is known (Ohsawa,<sup>18</sup> 1985; Ohsawa and Sakai,<sup>19</sup> 1987) that a quasi-perpendicular fast magnetosonic shock wave can trap some ions and resonantly accelerate time in the direction perpendicular to the ambient magnetic field and parallel to the wave front up to the speed

$$v \sim v_A \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} (M-1)^{2/3}, \quad (3.1)$$

where  $M$  is the Alfvén Mach number. Those trapped ions are accelerated within a short time period,  $t \sim \omega_{ci}^{-1} (m_i/m_e)^{1/2}$ , where  $\omega_{ci}$  is the ion cyclotron frequency. When the resonant ions reach the maximum speed, equation (3.1), they are etrapped and left behind the shock front. For simplicity, we have written the expression of the maximum speed for a perpendicular shock in a zero beta plasma (for the maximum velocity in oblique shocks in finite beta plasmas, see Ohsawa, 1986,<sup>27</sup> 1986<sup>28</sup>).

Equation (3.1) indicates that the maximum speed of resonantly accelerated ions increases with the Alfvén speed. Further it suggests that the resonant ions gain relativistic energies when the Alfvén speed is rather large,  $v_A > c (m_e/m_i)^{1/2}$ ; this is equivalent to the condition  $\omega_{ce} \geq \omega_{pe}$ . We will

discuss shock waves and particle acceleration in such a parameter regime.

First, we analytically show very briefly that ions can be promptly accelerated to relativistic energies for a rather strong magnetic field  $\omega_{ce} \geq \omega_{pe}$ . From the analysis of single particle orbits in a monochromatic electrostatic wave  $E = E_x \sin(kx - \omega t)$  propagating across the magnetic field  $B$  that points in the  $z$ -direction, it was shown (Sagdeev and Shapiro 1973;<sup>29</sup> Sugihara and Midzno, 1979)<sup>30</sup> that trapped particles can be accelerated in the direction parallel to the wave front and perpendicular to the magnetic field up to the speed  $v \sim cE_x/B$ . The strong longitudinal electric field in the shock region also traps some ions and resonantly accelerates them by the same mechanism. The quantity  $cE_x/B$  in a shock wave can be calculated from the self-consistent nonlinear wave theory, and the maximum speed of resonantly accelerated ions is found to be

$$V_{\max} \sim c(1 - Q^{-2})^{1/2}, \quad (3.2)$$

where

$$Q = 1 + \frac{\omega_{ce}^2}{2\omega_{pe}^2} (\tilde{B} - 1)^2 \left[ 1 - \frac{(\tilde{B} + 1)^2}{(\tilde{B}_m + 1)^2} \right], \quad (3.3)$$

with  $\tilde{B}$  the magnetic field strength normalized to the far upstream magnetic field strength  $B_0$ ,  $\tilde{B} = B/B_0$ , and  $\tilde{B}_m$  is the maximum value of  $\tilde{B}$ . When the ambient magnetic field is weak, Eq. (3.2) reduces the nonrelativistic equation (3.1). The resonant ions gain relativistic energies in the time period  $t \sim \omega_{ci}^{-1} (m_i/m_e)^{1/2}$ .

Next, we show simulation results; a relativistic particle simulation demonstrates a shock wave does accelerate some ions to relativistic energies, if the ambient magnetic field is rather strong ( $\omega_{ce} \geq \omega_{pe}$ ). Moreover, some electrons are also accelerated to relativistic energies; this is in contrast to the nonrelativistic shocks in weak magnetic fields ( $\omega_{ce} \ll \omega_{pe}$ ), in which strong acceleration occurs to ions only.

To study time evolution of shock waves, we use a 1-2/2 dimension (one dimension in real space and three dimension in velocity space), fully relativistic, fully electromagnetic particle simulation with full ion and electron dynamics (for details of the code, see Ohsawa,<sup>13</sup> 1985). In this particle code, each simulation particle moves according to the relativistic equation of motion. The electric and magnetic fields are governed by full Maxwell equations. The total number of simulation particles is  $N_i = N_e = 65000$ . The total grid size is  $L_x = 1024\Delta_g$ , where  $\Delta_g$  is the grid spacing. All length and velocities in our simulations are normalized to  $\Delta_g$  and  $\omega_{pe} \Delta_g$ , respectively.

The simulation parameters are the following. The ion-to-electron mass ratio is  $m_i/m_e = 100$ . The speed of light is  $c = 4$ . In the upstream region, the ion temperature is equal to the electron temperature  $T_i = T_e$ . With the ion thermal speed  $v_{Ti} = 0.081$  and the electron thermal speed  $v_{Te} = 0.81$ . The strength of the external magnetic field is chosen so that  $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 3$  in the far upstream

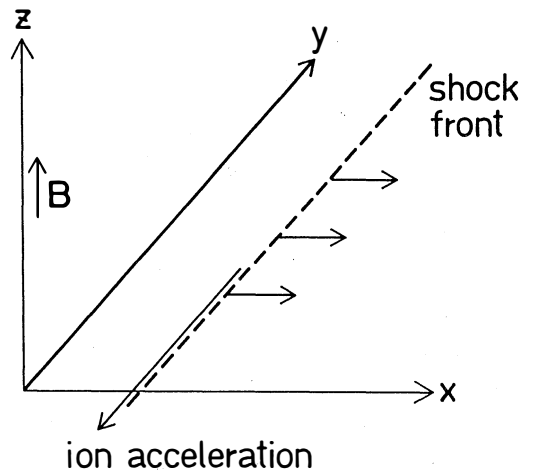


Fig.6

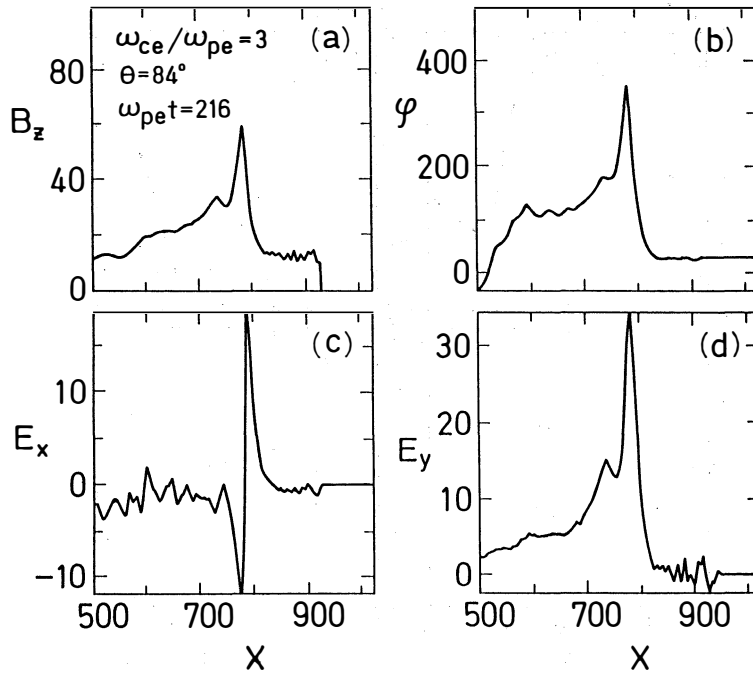


Fig.7 Shock profile and the shock front is  $x \approx 800$ .

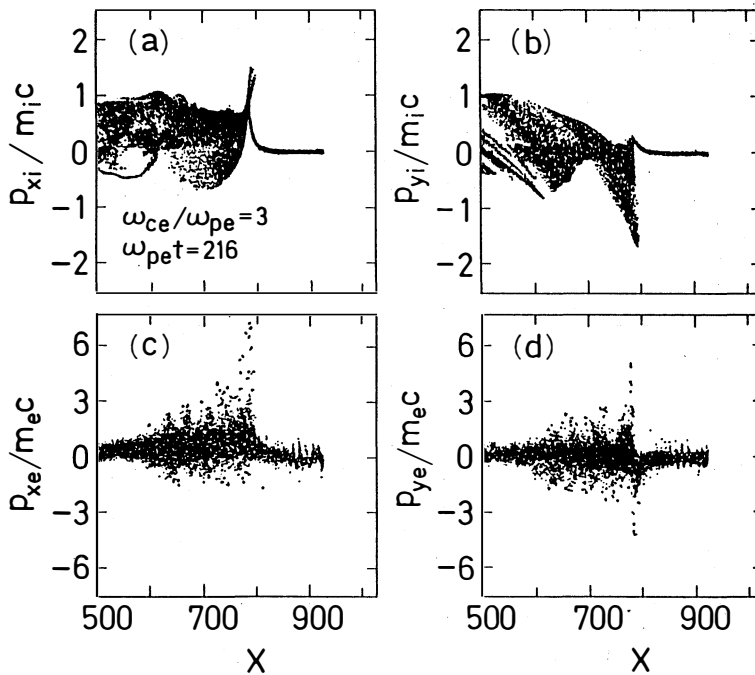


Fig.8 Phase-space plots of ions(a) & (b) of electrons (c) & (d)

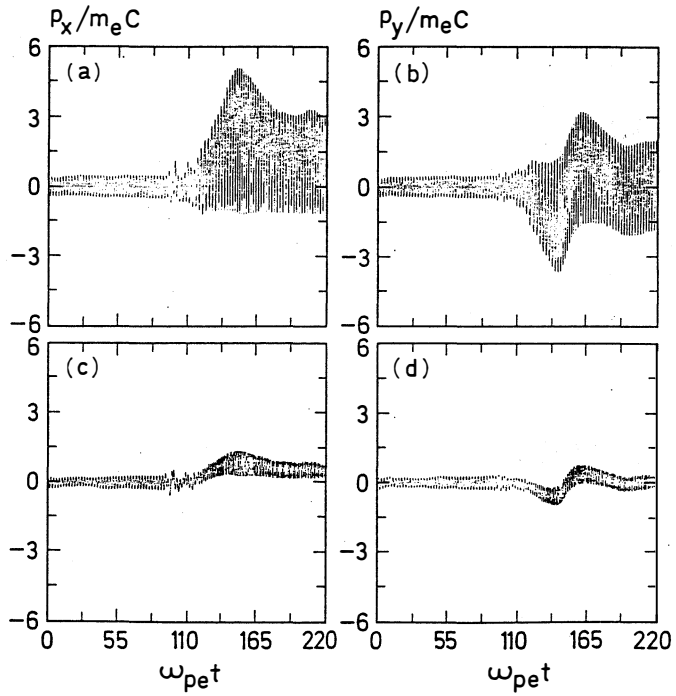
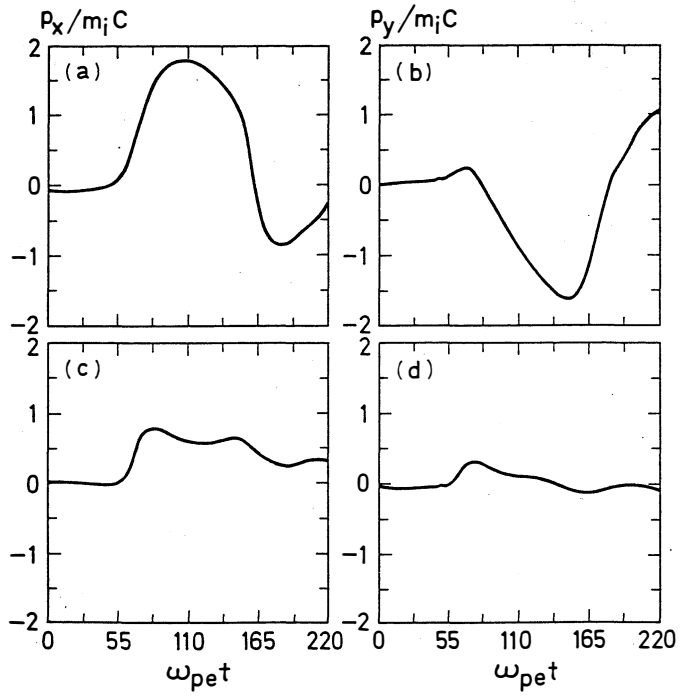


Fig.9 Time variations of momenta of strongly accelerated ion (a) & (b) and electron (c) & (d).

region. For these parameters, the Alfvén speed is  $v_A = 1.2$ ; the ion Larmor radius is 2.8; the electron inertial length is  $c/\omega_{pe} = 4$ . The plasma beta ratio in the far upstream is  $\beta = 0.02$ .

Figure 6 shows the coordinate system, in which the shock front and the direction of accelerated ion are shown. Figure 7 shows shock profile at  $\omega_{pet} = 216$ . (a) is the magnetic field  $B_z(x)$ , (b) the potential  $\phi$ , (c) the longitudinal electric field  $E_x(x)$ , and (d) the transverse electric field  $E_y$ . The propagation angle of the is  $84^\circ$ . The shock is propagating in the positive x-direction with Alfvén Mach number  $M = 2.3$ , and the shock front is at  $x \approx 800$  at  $\omega_{pet} = 216$ . It is to be noted that in a relativistic shock wave the

electric fields are so strong that the quantities  $E_x/B_z$  and  $E_y/B_z$  are of the order of unity in the shock region, while in nonrelativistic shocks those quantities are much smaller than unity.

Figure 8 shows phase-space plots of ions [(a) & (b)] and of electrons [(c) & (d)]. Both ions and electrons are strongly accelerated in the shock region to relativistic energies.

The acceleration mechanism of electrons is different from that of ions. It can be easily seen from Figure 9 which shows typical time evolution of the momenta of a strongly accelerated ion [(a) & (b)] and of an electron [(c) & (d)]. Figures 9(a) & (b) show that a trapped ion is accelerated in the direction of the wave normal and to the negative y-direction until it is detrapped. While the electron gains kinetic energy making Larmor gyration many times as seen in Fig.9(c) & (d). The electron acceleration time is about the transit time of the plasma across the shock region ( $t \sim \Delta/v_{sh}$  with  $\Delta$  the shock width and  $v_{sh}$  the shock speed) and hence much shorter than the ion cyclotron period.

Figure 10 shows the electron distribution function in the region  $640 \leq x \leq 800$ . Up to now, we do not have a theory that predicts the precise shape of the energy distribution function.

#### 4. DISCUSSION

We have shown from a simple theoretical model based on the ideal MHD equations that the two sided plasma jets can be explosively produced within the short time period. The fast magnetosonic shock waves can also be generated from the rebound after the plasma collapse. The fast magnetosonic shock waves can promptly accelerate both electrons and ions to relativistic energies. This mechanism could play an essential role in the particle acceleration in the impulsive phase of solar flares. It explains following important features: (1) the acceleration occurs simultaneously to protons and electrons, (2) the acceleration time is quite rapid (within 1s), and (3) protons and electrons are accelerated to relativistic energies. If shock waves produced in rather strong magnetic field region where the current loop coalescence occurs ( $B_t > B_p$ ) propagate out to weak magnetic field regions, they will become inefficient in accelerating electrons. However, they will continue to produce high energy protons, as in the 1982 June 3 solar flare (Forrest et al. 1987).

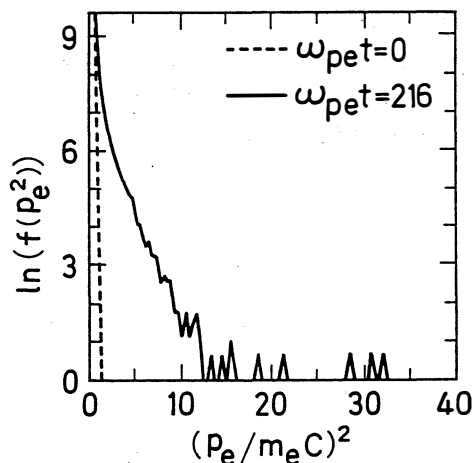


Fig.10

## REFERENCES

1. Svestka, Z.: 1976, *Solar flares*, D.Reidel Publ.Co.,
2. Sturrock, P.A. (ed.): 1980, *Solar Flares: Monograph from Skylab Solar Workshop II*, Colorado Associated University press.
3. Kundu, M.R. and Woodgate. B. (eds.): 1986, *Energetic Phenomena on the Sun*, NASA Conf. Publ. No.2439.
4. Sturrock, P.A. et al. (eds); 1986, *Physics of the Sun*, D.Reidel Publ., Co., Dordrecht, Holland.
5. Sakai, J-I., and Ohsawa, Y.: 1987, *Space Sci. Rev.*, 46, 113.
6. Howard, R.,and Svestka, Z.: 1977, *Solar Phys.*, 54, 65.
7. Gold, T. and Hoyle, F.: 1960, *M.N.R.A.S.*, 120, 89.
8. Tajima, T. Brunel, F. and Sakai, J-I.: 1982, *ApJ.*, 245, L45.
9. Tajima, T., Sakai, J-I., Nakajima, H., Kosugi, T., Brunel, F. and Kundu, M.R.: 1987, *ApJ.*, 321, 1031.
10. Kundu, M.R.: 1982, *Rep. Prong. Phys.*, 45, 1435.
11. Machado, M.et al.: 1988, *ApJ.*, 326, 425.
12. Tajima, T., and Sakai, J-I.: 1985, IFSR No.197, Institute for Fusion Studies, Univ. of Texas.
13. Tajima, T., and Sakai, J-I.: 1986, *IEEE Trans., Plasma Sci.*, PS-14, 929.
14. Sakai, J-I., and Tajima, T.: 1986, in *Proc. of the Joint Varenna-Abatumanì Int. School and Workshop on Plasma Astrophysics*, ESA SP-251,p.77.
15. Tajima, T., and Sakai, J-I.: 1989, *Sov., J.Plasma Phys.* in press.
16. Tajima, T., and Sakai, J-I.: 1989, *Sov., J.Plasma Phys.* in press.
17. Sakai, J-I.: 1989, *Solar Phys.* in press.
18. Ohsawa, Y.: 1985, *Phys. Fluids*, 28, 2130.
19. Ohsawa, Y., and Sakai, J-I.: 1987, *Ap. J.* 313, 440.
20. Ohsawa, Y., and Sakai, J-I.: 1988, *Ap. J.* 332, 439.
21. Ohsawa, Y., and Sakai, J-I.: 1988, *Solar Phys.* 116, 157.
22. Zaidman, E.G.: 1986, IFSR No.246, Institute for Fusion Studies, Univ. of Texas.
23. Sakai, J-I., Tajima, T., and Brunel, F.: 1984, *Solar Phys.*, 91, 103.
24. Adlam, J.H., and Allen, J.E.: 1958, *Philos., Mag.* 3, 448.
25. Davis, L., Lust, R., and Suhluter, A.: 1958, *ZNaturforsch.* A13, 916.
26. Sagdeev, R.Z.: 1966, in *Reviews of plasma Physics*, Vol.4 Consultants Bureau, New York, p.23- 91.
27. Ohsawa, Y.: 1986, *Phys. Fluids*, 29, 773.
28. Ohsawa, Y.: 1986, *Phys. Fluids*, 29, 1844.
29. Sagdeev, R.Z., and Shapiro, V.D.: 1973, *JETP Letters*, 17, 279.
30. Sugihara, R., and Midzno, Y.: 1979, *J.Phys. Soc. Jpn.* 47, 1290.
31. Forrest, D.J., et al.: 1987, *Adv. Space Res.* in press.

This paper was presented as an invited paper on International Workshop on Reconnection in Space plasma held in Potsdam, G.D.R., September 5-9, 1988, and also was presented on the IAU Colloquium No.104 about Solar and Stellar Flares held in Stanford University, California, USA, 15-19 August, 1988.

(Received October, 31 1988)

# Fluid Model of Explosive Coalescence

T. Tajima\*, J. I. Sakai\*\*

## Abstract

Magnetohydrodynamic simulation of the explosive coalescence of magnetic islands is carried out. This result is in agreement with the electromagnetic particle simulation. A theoretical model to describe this process observed in our computer simulations is presented. The theory describes the magnetic collapse and is based on a self-similar solution to the two-fluid plasma equations, as the simulation exhibits temporal self-similarity. The master equation for the scale factor takes a form of the orbital equation in a Sagdeev potential.

## I. Introduction and MHD Simulation

In the preceding companion paper<sup>1</sup> on the simulation study of coalescence of magnetic islands we discovered explosive coalescence. In the present paper we further study its magnetohydrodynamic evolution by simulation and analyze the physical processes based on the plasma two-fluid model. The coalescence instability<sup>2</sup> itself is an ideal magnetohydrodynamic (MHD) instability in the linear stage.<sup>3</sup> In nonlinear stages, however, it involves reconnection of field lines and thus non-ideal (or resistive) MHD processes. The reconnection is driven by the ideal MHD instability external to the point of reconnection. In Refs. 4 and 5 the nonlinear process of driven reconnection was analyzed that generalizes the Sweet-Parker process of reconnection. The MHD simulation model we use is the MHD particle code<sup>6</sup> with  $2\frac{1}{2}$  dimensions. The configuration of the plasma and magnetic fields is that of Ref.7 based on the initial conditions of Fadeev et al.'s equilibrium.<sup>8</sup> The MHD particle code is robust in applications to problems even with strong turbulence, flows, convections, and density depression. This is helpful because the problem involves fast (explosive) reconnection, strong density depression and compression, and strong flows. The magnetic induction equation is advanced by the Lax-Wendroff method.<sup>4</sup> The plasma is originally uniform in density and temperature contained by metallic (conducting) walls at  $y = 0$  and  $L_y$ . Here typical parameters are:  $L_x/\Delta = 128$  and  $L_y/\Delta = 64$ , the number of fluid particles 32768, the "poloidal" magnetic fields  $B_x$  at  $y = 0$  and  $L_y$  are such that the ("poloidal") Alfvén velocity  $v_{Ap} = 3.5c_s$ , the adiabatic constant  $\gamma = 2$ , and the size of particles  $a = 1.0\Delta$ , where  $c_s$  is the sound speed and  $\Delta$  is the unit grid length. The current localization parameter  $\epsilon_c$  is varied from the value  $\epsilon_c = 0.3$  to 0.85 where  $\epsilon_c$  appears in the equilibrium

---

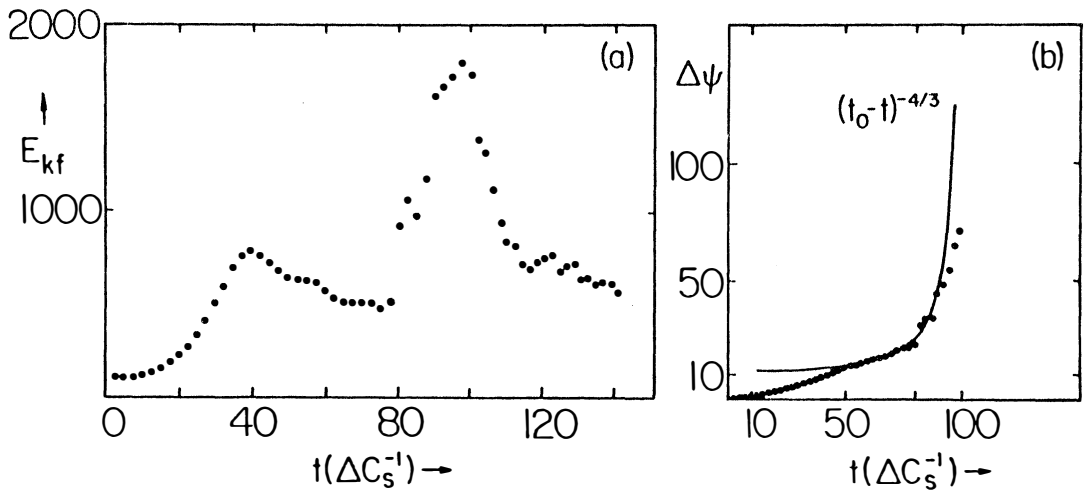
\*Institute for Fusion Studies, University of Texas, Austin, Texas 78712, U.S.A.

\*\*Department of Applied Mathematics and Physics, Toyama University, Toyama, 930 Japan

current profile as  $J_z = B_{0x}k(1 - \epsilon_c^2)(\cosh ky + \epsilon_c \cos kx)^{-2}$ . The Alfvén transit times across the  $y$ -direction and the  $x$ -direction are  $\tau_{Ay} = 18.3 \Delta/c_s$  and  $\tau_{Ax} = 36.5 \Delta/c_s$ , respectively. The typical magnetic Reynolds number is  $R_m \cong 10^4$  with  $\eta = 0.036\Delta c_s$ . As is well known, the ideal MHD dynamics does not contain any characteristic length, except for the system's overall length; in the present case it is either  $L_y$  or the island width. For example, the collisionless skin depth  $c/\omega_{pe}$  and the Debye length vanish. Therefore, in contrast with the kinetic model discussed in Ref. 1, the spatial scales are not compressed. Similarly the relevant time scales are the Alfvén time and the much larger resistive time. On the other hand, the MHD model largely lacks the kinetic effects such as the Landau and cyclotron dampings, particle acceleration, finite Larmor radius effects, etc. Thus the study the MHD model is complementary to that by the particle simulation model.

Figure 1 shows the kinetic energy and the reconnected flux upon coalescence as a function of time for the case with  $\epsilon_c = 0.85$ . A theoretical curve  $(t_0 - t)^{-4/3}$  is superimposed on the simulation result. During the rapid increase of reconnected flux ( $t \cong 50 - 90\Delta c_s^{-1}$ ) the simulation result matches reasonably with the theoretical curve. Beyond  $t = 90\Delta c_s^{-1}$  the increase begins to be mitigated due to a saturation effect (the flux depletion). In contrast Figs.5-8 in Ref.7 displayed the case with  $\epsilon_c = 0.7$ .

The reconnected flux  $\psi$  increased rapidly with  $\Delta\psi \propto t^m$  ( $m \sim 1.9$ ). It was, however, less rapid than the case with  $\epsilon_c = 0.85$ . The released energy was also less in the present case. In Ref.7 the case with  $\epsilon_c = 0.3$  was also treated, where  $\Delta\psi \propto t^m$  with  $m = 1$ . Thus, it is clear that as  $\epsilon_c$  increases, the process of reconnection becomes faster, changing from the Sweet-Parker rate ( $\epsilon_c = 0.3$ )<sup>3</sup> to the faster rate ( $\epsilon_c = 0.7$ )<sup>4,7</sup> to the explosive rate ( $\epsilon_c = 0.85$ ). It is to be noted that pulsations are seen that are superimposed on the overall growth of the reconnected flux in Fig.1 as well as in Fig.5 and 7 of Ref.7. The pulsations in Fig.1 are more irregular than the ones in Fig.5 and 7 in Ref.7. The period of these pulsations is of the order of the poloidal Alfvén transit time in the  $x$ -direction.

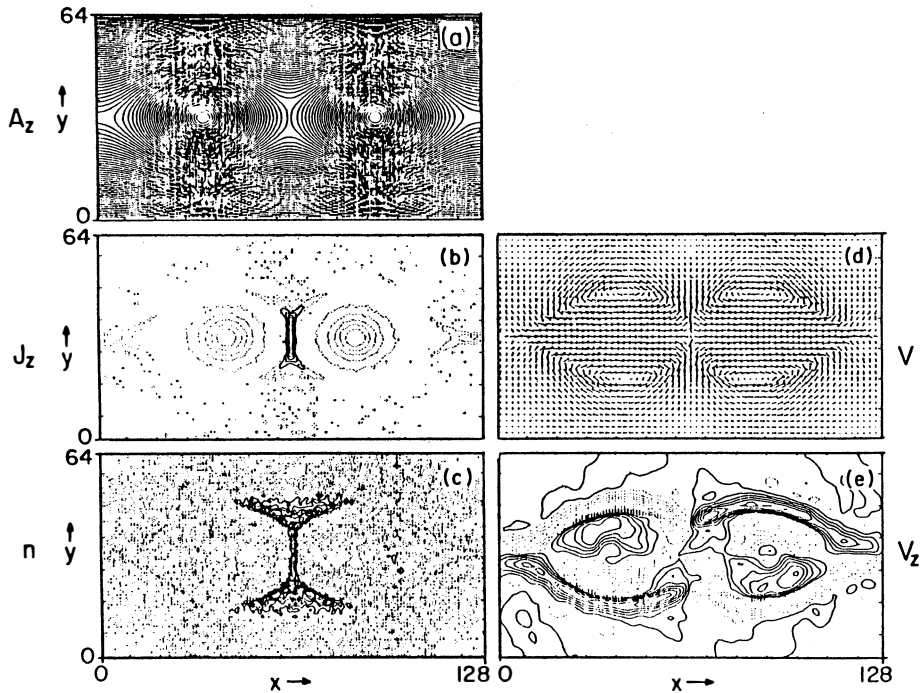


1. Temporal profiles of the fluid energy (a) and the reconnected flux (b) for  $\epsilon_c = 0.85$  obtained from the MHD particle simulation. A solid line in (b) is a theoretical curve.

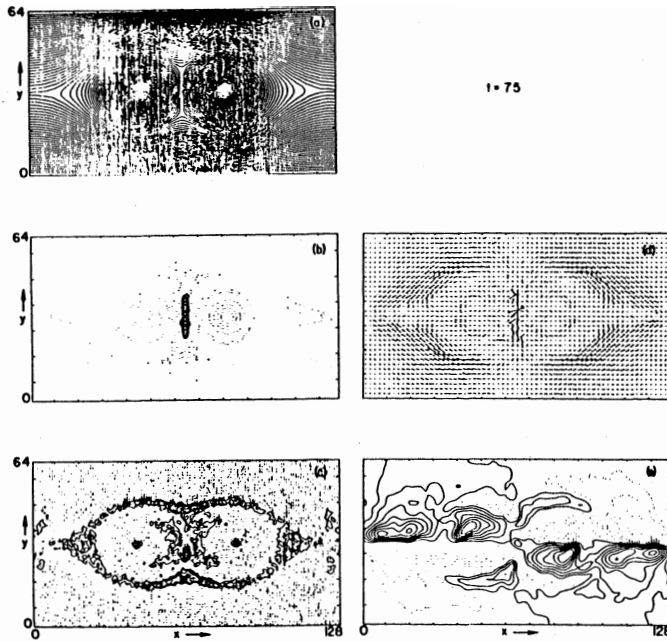


The structure and its evolution of the plasma and magnetic fields during the coalescence are now examined. The case of  $\epsilon_c = 0.7$  is shown in Figs.2 and 3, while that of  $\epsilon_c = 0.85$  in Fig.4. Compared are two time stages: Fig.2 just about at the beginning of rapid coalescence and Fig.3 during the continued rapid coalescence. The sequence of coalescence proceeds as follows. The early slight displacement toward each island is shown in Fig.2(a) at  $t = 20\Delta/c_s$ . When the two islands come in full contact, the magnetic field lines exhibit a pattern similar to that shown in Fig.1(b) of Ref.7. At this moment ( $t = 40$ ), the plasma density at the  $x$ -point becomes high (about twice as the original value) as shown in Fig.2(c) at the same time the current ( $J_z$ ) is strongly induced at the  $x$ -point as seen in Fig.2(b). The plasma flow is shown in Fig.2(d), exhibiting inflows along the  $x$ -direction and strong jet outflows along the  $y$ -direction making an overall pattern of vortices. The plasma flow in the  $z$ -direction is shown in Fig.2(e): As the  $x$ - $y$  flows are set up by the coalescence, the  $z$ -direction flow is induced because of the toroidal field. The development so far is qualitatively similar to the case of  $\epsilon_c = 0.3$  (except that the islands squeeze the plasma in between a little more and the sheet structure is thinner here).

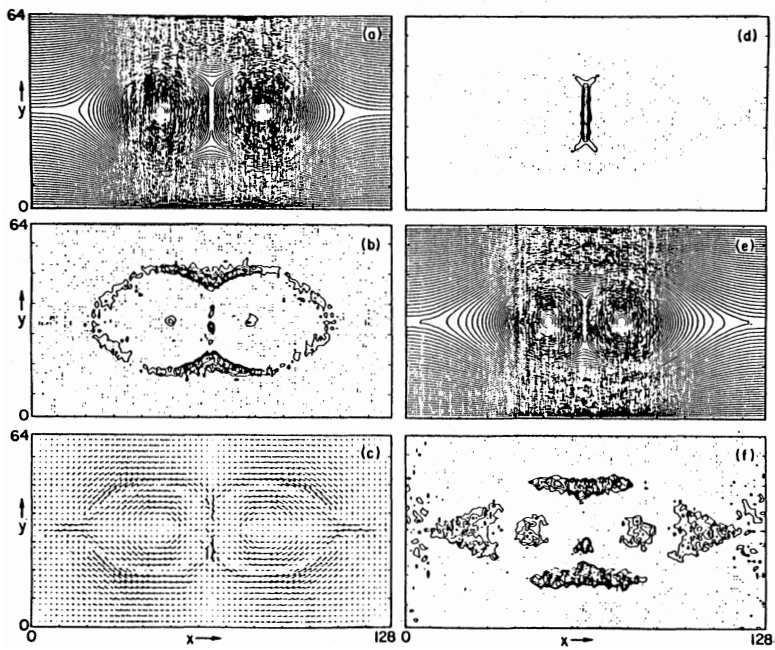
However, later (at  $t = 75$ ) there appear some deviations from the  $\epsilon_c = 0.3$  case. Figure 3 shows the snapshot of the flux, current, density, flow in the  $x$ - $y$ -plane, and the flow in the  $z$ -direction at  $t = 75\Delta/c_s$ . Note that an  $x$ -point-like feature appears at  $x = 64\Delta$ ,  $y = 32\Delta$  as well as a marked and rapid density variation in the plasma sheet [see Figs.3(a) and (c)]: The flow has a very large value near the  $x$ -point and inner vortex structure [Fig.3(d)]. Note also that this



2. Spatial structure of plasma and fields "before" coalescence with  $\epsilon_c = 0.7$ . (a) magnetic field lines at  $t = 20\Delta/c_s$ . (b) Toroidal current density  $J_z$  contours. (c) Plasma density. (d) Plasma flow velocity. (e) Plasma  $z$ -direction flow velocity contours. (b)-(e) at  $t = 40\Delta/c_s$ : Solid lines correspond to above-average contours and dotted once to below-average.



3. Spatial structure of plasma and fields "during" coalescence with  $\epsilon_c = 0.7$ . (a)-(f) as indicated for Fig.2.(a),(e) at  $t = 75\Delta c_s^{-1}$ .



4. Spatial structure of plasma and fields "before" and "during" coalescence with  $\epsilon_c = 0.85$ . (a) Magnetic field lines. (b) Plasma density contours. (c) Plasma flow velocities. (d) Current density ( $J_z$ ) contours. (a)-(d) at  $t = 50\Delta c_s^{-1}$ . (e) Magnetic field lines. (f) Plasma density contours. (e) and (f) at  $t = 87.5\Delta c_s^{-1}$ .

( $t = 75$ ) is the period during which the continuous rapid coalescence goes on. These features were not observed in the case  $\epsilon_c = 0.3$  (see Fig.1, Ref.7), in which the reconnected flux increased linearly in time and in proportion with the square root of the resistivity  $\eta$  ( $\Delta\psi \propto \eta^{1/2}t$ ) and in which the reconnection angle stayed very narrow.

These signatures are consistent with our hypothesis<sup>(a)</sup> that the reconnection takes place by the mechanism of Sweet and Parker for coalescence with  $\epsilon_c = 0.3$ . The signatures found in Fig.3, on the other hand, imply that the reconnection process is not that of Sweet and Parker. It shows instead that (i) the reconnection angle at the  $x$ -point has enlarged [Fig.3(a)]; (ii) a high density spot near the  $x$ -point is formed [Fig.3(c)]; (iii) the reconnected flux increases faster than the Sweet-Parker process ( $\Delta\psi \propto t^m$  with  $m > 2$ ). These are consistent with our further hypothesis (b) that the reconnection is through the process of Brunel, Tajima and Dawson<sup>4</sup> for coalescence with  $\epsilon_c = 0.7$ . ( $t = 160$ ), the system approaches saturation when most of the flux available has reconnected. The flow is randomized.

Figure 4 presents the pattern of the plasma and fields of the case  $\epsilon_c = 0.85$ , where we see faster and explosive reconnection corresponding to Fig.1. We are advancing our third hypothesis<sup>(c)</sup> that the coalescence with  $\epsilon_c = 0.85$  is explosive. See Table I. In frames of Figs.4(a)-(d) ( $t = 50$ ) one sees the coalescence behavior before it becomes explosive. Although, in Figs.4(a) and (b), in particular, one can detect some deviation from the Sweet-parker type for  $\epsilon_c = 0.3$ , it is qualitatively similar to the  $\epsilon_c = 0.3$  case and the  $\epsilon_c = 0.7$  case at this stage. In Figs.4(e) and (f) ( $t = 75$ ); we now see significant deviations in pattern from the cases with less  $\epsilon_c$ . A much wider reconnection angle than the previous ones is observed in Fig.4(e). From these observations it can be argued that the widening of the reconnection angle has to be accompanied by fast or explosive coalescence. This is in agreement with the suggestion made in Ref.4.

## II. Theoretical Model

Geometry of magnetic fields here is exemplified by Fig.3(a). We are primarily concerned with the plasma sheet region (in the neighborhood of  $x = 64\Delta$  and  $y \sim 20\Delta - 42\Delta$ ). In the vicinity of the sheet region the physics is nearly one-dimensional, that is, the variation of quantities in the  $y$ -direction is much less than that in the  $x$ -direction. We further generalize the discussion of Ref.4 in the following. The main generalization in the present theory beyond Ref.4 is the replacement of the pressure equilibrium by the dynamical equation of motion. We assume that  $\partial/\partial x \gg \partial/\partial y, \partial/\partial z$ , in which  $x$  is the direction of coalescence, while  $y$  is the direction of "poloidal" magnetic field line and  $z$  is the direction of plasma current. We treat the external plasma dynamics of the explosive stage as a one-dimensional problem. Toward the end of this section we comment on two-dimensional effects, however.

We start from the two-fluid model equations of plasma and the Maxwell equations, neglecting the displacement current. We assume the adiabatic law of states for both electrons and ions. The basic equations read as follows:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \mathbf{v}_j) = 0 \quad (1)$$

$$m_j n_j \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} = n_j e_j \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_j}{c} \times \mathbf{B} \right) - \nabla p_j, \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \sum_j n_j e_j \mathbf{v}_j, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 4\pi \sum_j n_j e_j, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial p_j}{\partial t} + \mathbf{v}_j \cdot \nabla p_j + \gamma p_j \operatorname{div} \mathbf{v}_j = 0, \quad (6)$$

where  $j$  denotes the species of particles and  $\gamma$  is the ratio of heat capacity which is related to the degree of the system  $f$  as  $\gamma = 1 + 2f$ . The appropriate choice of  $\gamma$  in Eq. (6) depends on individual cases and models we use.<sup>1</sup> For example, the explosive process observed in the kinetic simulation showed a strong one dimensional (one directional) acceleration, which gives rise to one degree of motion  $f = 1$  and thus to  $\gamma = 3$ . On the other hand, in the MHD simulation, the adiabatic constant  $\gamma$  for electrons was fixed to be 2.

During explosive coalescence, there is no specific scale length. The scale length characterizing the current sheet varies continuously in time without deformation of global structure of current sheet. If one looks at the evolution of the system locally in time, the system undergoes the rapid field and temperature rise, compression of plasma, change of the reconnection angle etc. in a certain specific fashion which was detailed in the preceding paper.<sup>1</sup> If one looks at the same system locally in time a little later, the system undergoes these changes with different magnitudes, but still in the same specific fashion. That is, the relations that govern the explosive coalescence themselves are invariant under the change of time scale. This was the manifestation of the presence of self-similarity in the system during explosive coalescence. Such a physical situation may best be described by self-similar solutions in which scale factors vary continuously.

We introduce scale factors  $a(t)$  and  $b(t)$  as follows,

$$v_{ex} = \frac{\dot{a}}{a} x, \quad (7)$$

$$v_{ix} = \frac{\dot{b}}{b} x, \quad (8)$$

where a dot represents the time derivative. An ansatz is imposed here that the velocities are linear in  $x$ . The linear dependence on  $x$  of the velocities implies that particles flow in the opposite direction around the center of current sheet,  $x = 0$ . The scale factors  $a$  and  $b$  will be determined from the above basic equations. From the continuity equations of electrons and ions, Eq. (2), we obtain

$$n_e = n_0/a, \quad (9)$$

$$n_i = n_0/b, \quad (10)$$

where  $n_0$  is a constant. Equations(9) and (10) show that the densities of ions and electrons are

nearly homogeneous in space and vary only in time during coalescence. The self-similar solutions obtained here are local solutions in space whose properties are dominated by the physical process near the current sheet. We therefore neglect the higher terms in space proportional to  $x^3$  and higher hereafter. The current  $J_z$  in the sheet is nearly constant. This means that as  $n$  is nearly constant,  $v_z$  is also approximately constant in space. Neglecting the term with  $x^3$  in Eq. (3), we obtain

$$\frac{B_0(t)}{\lambda} = \frac{4\pi en_0}{c} \left( \frac{v_{iz}^{(0)}}{b} - \frac{v_{ez}^{(0)}}{a} \right), \quad (11)$$

where we assumed the magnetic field  $B_y$  varies as  $B_y = B_0(t) \frac{x}{\lambda}$ , where  $\lambda$  is the magnetic field scale length. This ansatz is consistent with the assumption that the sheet current is (nearly) constant in space.

From the  $y$ -component of Eq.(5) and the  $z$ -component of equation of motion for electrons Eq. (2) we obtain

$$\dot{B}_0 = 2c \frac{E_{z1}}{\lambda}, \quad (12)$$

$$E_{z1} \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{\dot{a}}{a} \cdot \frac{B_0(t)}{\lambda c} x^2 = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial v_{ez}^{(0)}}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} E_{z0}, \quad (14)$$

where

$$E_z = E_{z0}(t) + E_{z1}(t) \frac{x^2}{\lambda^2} \quad (15)$$

Equations (12) and (13) yield

$$B_0(t) = \frac{B_{00}}{a^2}, \quad (16)$$

Assuming that the electrostatic field  $E_x$  varies like  $E_x = E_0(t) x/\lambda$ , we obtain from Poisson's equation (4)

$$E_0 = 4\pi en_0 \lambda \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right), \quad (17)$$

Furthermore, the equations of state for electrons and ions give rise to

$$P_e = \frac{P_{0e}}{a^\gamma} - \frac{P_{0e}}{2a^{\gamma+2}} \cdot \frac{x^2}{\lambda^2}, \quad (18)$$

$$P_i = \frac{P_{0e}}{b^\gamma} - \frac{P_{0e}}{2b^{\gamma+2}} \cdot \frac{x^2}{\lambda^2}, \quad (19)$$

We now go back to the  $x$ -component of equations of motion for electrons and ions in order to obtain the basic equations for  $a(t)$  and  $b(t)$ . If we neglect the small terms of the order of the mass ratio  $m_e/m_i$ , we obtain

$$\ddot{a} = -\omega_{pe}^2 \left( \frac{a}{b} - 1 \right) - \frac{B_{00}^2}{4\pi m_e n_0 \lambda^2 a^2} + \frac{P_{0e}}{m_e n_e \lambda^2 a^\gamma}, \quad (20)$$

$$\ddot{b} = \omega_{pi}^2 \left( 1 - \frac{a}{b} \right) + \frac{P_{0i}}{m_i n_0 \lambda^2 b^\gamma}, \quad (21)$$

Furthermore, assuming that the plasma is quasi-neutral  $n_i = n_e$ , i.e.,  $a = b$ , by adding Eqs.(20) and (21)

$$\ddot{a} = -\frac{v_A^2}{\lambda^2 a^2} + \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^2} \gamma, \quad (22)$$

where  $v_A$  and  $c_s$  are the Alfvén and sound velocities. In Eq.(22) the first term of the RHS corresponds to the  $J \times B$  term. This is the term that drives magnetic compression (collapse). The second term corresponds to the pressure gradient term. This term may eventually be able to balance the magnetic collapse when  $\gamma = 3$ .

Once the behavior of the scale factor  $a(t)$  is determined from the above equations, we obtain various kinds of physical quantities as follows, in the quasi-neutral plasmas, and neglecting the mass ratio ( $\frac{m_e}{m_i} \rightarrow 0$ ),

$$B_y = \frac{B_{00}}{a^2} \cdot \frac{x}{\lambda} \quad (23)$$

$$E_x = \left( -\frac{m_i v_A^2}{e \lambda a^3} + \frac{P_{0e}}{e \lambda a^4 n_0} \right) \frac{x}{\lambda} \quad (24)$$

$$E_z = \frac{B_{00} \dot{a} x^2}{c a^3 \lambda} - \frac{B_{00} m_e c \dot{a}}{4 \pi n_0 e^2 \lambda a^2} \quad (25)$$

$$v_{ez} = -\frac{c B_{00}}{4 \pi n_0 e^2 \lambda a^2} \quad (26)$$

$$v_{ix} = v_{ex} = \frac{\dot{a}}{a} x \quad (27)$$

$$n_i = n_e = \frac{n_0}{a} \quad (28)$$

where the electrostatic field  $E_x$  in the quasi-neutral plasmas is determined from the equation of motions for ions, not from Poisson's equations. From Eqs.(23) and (24) we find a result that in the explosive phase ( $a \rightarrow 0$ ) the electrostatic field [ $E_x \propto (a^{-3} + a^{-4})$ ] grows more rapidly than the magnetic field ( $B_y \propto a^{-2}$ ) does.

Now we investigate the global time behavior of coalescence by making use of the first integral of Eq.(22). Equation(22) is rewritten as

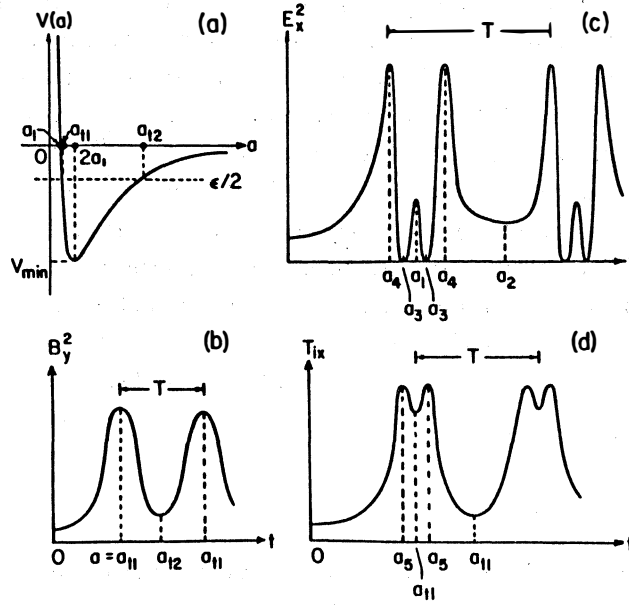
$$\dot{a}^2 = -\frac{\partial V(a)}{\partial a}, \quad (29)$$

where  $V(a)$  is the effective (Sagdeev) potential. The schematic graph of the effective potential is drawn in Fig.5(a). The value  $a$  which satisfies  $V(a_1) = 0$  is given by  $a_1 = \frac{1}{2} \beta$ , with  $\beta \equiv c_s^2 / v_A^2$ . The minimum of the potential,  $V_{\min}$ ,  $V_{\min} = \frac{-v_A^4}{2 \lambda^2 c_s^2}$ , at  $a = 2a_1 = \beta$ . For low  $\beta$  the driving force  $J \times B$  is dominant compared with the pressure term. The first integral of Eq.(29) is given by

$$\dot{a}^2 = \frac{2v_A^2}{\lambda^2 a} - \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^2} + \epsilon, \quad (30)$$

where  $\epsilon/2$  is the initial (Sagdeev) "energy." As seen from Fig.5(a), the explosive magnetic compression corresponds that the scale factor  $a(t)$  rapidly changes in time by orders of magnitude and nearly vanishes. Such an explosive collapse can be realized (i) when the  $\beta$  is small; (ii) when the initial total energy  $\epsilon/2$  is nearly zero.

Let us examine the time history of various physical quantities based on the qualitative time behavior of  $a(t)$  derivable from the effective potential  $V(a)$ . The magnetic field energy is prop-



5. Behavior of explosive coalescence. (a) The Sagdeev potential for the scale factor  $a$ . (b) The temporal profile of the magnetic energy. (c) That of the electrostatic field energy. (d) That of the ion temperature in the  $x$ -direction.

ortional to  $B_y^2$ , which is given by  $B_y^2 = \frac{B_{00}^2}{a^4} \left( \frac{x}{\lambda} \right)^2$ . If the scale factor  $a$  becomes smaller,  $B_y^2$  must increase. The maximum is given by  $\frac{\partial B_y^2}{\partial t} = 0$ , which yields  $\dot{a} = 0$  at  $a = a_{t1}$ . After the maximum,  $B_y^2$  decreases again and reaches minimum at  $a = a_{t2}$ . The oscillatory behavior of the magnetic field energy is schematically drawn in Fig.5(b).

The electrostatic field  $E_x$  is given by Eq.(24). The time history of the electrostatic field energy, which is proportional to  $E_x^2$ , is analyzed by investigating  $\frac{\partial E_x^2}{\partial t} = 0$ . This condition is equivalent

$$\epsilon_0 = 0, \quad \text{or} \quad \frac{\partial \epsilon_0}{\partial t} = 0 \quad (31)$$

where  $\epsilon_0(t) = -\frac{m_i v_A^2}{e \lambda a^3} + \frac{P_{0e}}{e \lambda n_0 a^4}$ . The first condition  $\epsilon_0 = 0$  occurs at  $a = a_3 \approx \beta$ . The second condition  $\partial \epsilon_0 / \partial t$  gives two conditions: (i)  $\dot{a} = 0$ ,  $a = a_{t1}$ ,  $a_{t2}$  or (ii)  $a = a_4 = 4\beta/3$ .

The above considerations give us the schematic time history of the electrostatic field energy  $E_x^2$  as drawn in Fig.5(c). Figure 5(c) indicates a triple-peak structure in the electrostatic field energy. When the plasma  $\beta$  is small,  $a^3$  and  $a_{t1}$  are close. In this case, the triple-peak structure in the electrostatic field energy would become double-peak structure. The maximum value of the electrostatic field,  $E_{max}$ , achieved at  $a = a_4$  is given by

$$E_{max} = \frac{1}{4} \left( \frac{3}{4} \right)^3 \frac{m_i v_A^8 x}{e \lambda c_s^6 \lambda}. \quad (32)$$

The induced electric field  $E_z$  is given by Eq.(25), which shows that  $E_z$  becomes zero, when  $\dot{a} = 0$ .  $E_z$  changes its sign around  $\dot{a} = 0$  because  $\dot{a} = 0$  is the point where the magnetic field achieves maximum or minimum.

Next, the time behavior of ion temperature  $T_{ix}$  is examined. In the early stage of coalescence, the plasma should be adiabatically compressed. However, as the magnetic field energy increases near the peak and approaches the peak, the ion flow energy becomes dominant over the thermal energy. From the consideration that  $v_x^2$  gives maximum or minimum, namely  $\frac{\partial v_x^2}{\partial t} = 0$ , we find two conditions for the extrema; (i)  $v_x = 0$ , which gives  $\dot{a}$ , (ii)  $\frac{\partial v_x}{\partial t} = 0$ , which gives  $a\dot{a} = \dot{a}^2$ . When the explosive coalescence takes place ( $\epsilon = 0$ ), this leads to the condition  $a = a_5 \approx 2\beta/3$ . After  $a = a_5$ , the kinetic energy must decrease, which means that the plasma is in the state of colliding phase. The above considerations give us the schematic time history of the ion temperature, which is shown in Fig.5(d). Figure5(d) shows a doublepeak structure in the ion temperature. The temperature  $T$  is given by  $T = P/n$ , while the dominant term in pressure changes in time as  $P \sim a^{-5}$  when  $\gamma = 3$ ,  $P \sim a^{-4}$  when  $\gamma = 2$ , while  $n \sim a^{-1}$ . Therefore we find

$$T = \frac{P}{n} \approx \frac{1}{a^4} (\gamma=3), \quad (33)$$

$$\approx \frac{1}{a^3} (\gamma=2).$$

We investigate in more detail the explosive phase of the coalescence in a case where we can neglect the effect of plasma pressure: it only acts as a saturation mechanism. The solution of Eq.(22) with  $c_s^2 = 0$ , small  $\epsilon$  and  $\gamma = 3$  is given by

$$a(t) \cong \left(\frac{9}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{v_A}{\lambda}\right)^{2/3} (t_0 - t)^{2/3} + 0(\epsilon) \quad (34)$$

where we neglect the order of  $\epsilon$  and  $t_0$  is the explosion time. Once the solution  $a(t)$  is given by Eq.(34), we can find the various physical quantities as follows, which is valid in the explosive phase of the coalescence;

$$v_x = v_{ix} = v_{ex} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{x}{(t_0 - t)}, \quad (35)$$

$$n = n_i = n_e = \left(\frac{2}{9}\right)^{1/3} \frac{\lambda^{2/3} n_0}{v_A^{2/3} (t_0 - t)^{2/3}}, \quad (36)$$

$$E_x = -\frac{2}{9} \cdot \frac{m_i}{e} \cdot \frac{x}{(t_0 - t)^2}, \quad (37)$$

$$B_y = \left(\frac{2}{9}\right)^{2/3} \frac{B_{00} \lambda^{1/3} x}{v_A^{4/3} (t_0 - t)^{4/3}}, \quad (38)$$

$$E_z = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{9}\right)^{2/3} \frac{B_{00} \lambda^{1/3} x^2}{v_A^{4/3} c (t_0 - t)^{7/3}} + \frac{2}{3} \left(\frac{2}{9}\right)^{1/3} \frac{B_{00} c}{\omega_{pe}^2 \lambda^{1/3} v_A^{2/3} (t_0 - t)^{5/3}}. \quad (39)$$

Let us compare the theoretical results obtained here with the computer simulation results. The global structure of the magnetic field energy, electrostatic field energy, and ion temperature in the  $x$ -direction observed in the simulation is well explained by the theoretical model obtained here. Especially, the double-peak structure in the ion temperature and the triple-peak structure in the electrostatic field energy are also observed in the simulation (see Figs.2 and 3 in the preceding paper)<sup>1</sup>. Table I of Ref.1 summarized the results of comparison of the explosion indices between the theory and the collisionless simulation.



Table 1 Coalescence and Current Peakedness ( $\epsilon_c$ )

| $\epsilon_c$                       | 0   | 0.3  | 0.7                               | 0.85                       |
|------------------------------------|---|--|-----------------------------------|----------------------------|
| Process                            | Sheet pinch<br>tearing<br>instability       | Slow<br>Coalescence<br>Sweet-Parker<br>process | Fast<br>Coalescence               | Explosive<br>Coalescence   |
| Reconnecting. flux<br>$\Delta\psi$ | $e^{\eta}$<br>$\gamma_L \propto \eta^{3/5}$ | $\eta^{1/2}t$                                  | $\eta^{1/2}t^m$<br>( $m \geq 1$ ) | $\eta^0 / (t_0 - t)^{4/3}$ |

In Table I of Ref.1 we showed the index  $m$  of explosiveness [the exponent to the time  $(t_0 - t)^{-m}$ ], in good agreement between simulation and theory in the electrostatic energy. The electrostatic field energy, magnetic field energy, and ion temperature are well explained by the one-dimensional model of the explosive collapse.

Comments are made on two-dimensional effects. We introduce four scale factors  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $c_1(t)$  and  $d(t)$  as follows

$$\begin{aligned}
 v_{ix} &= \frac{\dot{a}}{a}x, \\
 v_{iy} &= \frac{\dot{b}}{b}y, \\
 v_{ex} &= \frac{\dot{c}_1}{c_1}x, \\
 v_{ey} &= \frac{\dot{d}}{d}y.
 \end{aligned} \tag{40}$$

From the equations of motion for electrons and ions we finally obtain for  $a$ ,  $b$ ,  $c_1$ , and  $d$

$$\ddot{a} = \omega_{pi}^2 \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \left( \frac{1}{b} - \frac{a}{c_1 d} \right) \tag{41}$$

$$\ddot{b} = \omega_{pi}^2 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \left( \frac{1}{a} - \frac{b}{c_1 d} \right) \tag{42}$$

$$\ddot{c}_1 = -\omega_{pe}^2 \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \left( \frac{c_1}{ab} - \frac{1}{d} \right) - \frac{v_{Ae}^2}{\lambda^2} \left( \frac{d}{c_1^2} - \frac{1}{d} \right) \tag{43}$$

$$\ddot{d} = -\omega_{pe}^2 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \left( \frac{d}{ab} - \frac{1}{c_1} \right) + \frac{v_{Ae}^2}{\lambda^2} \left( \frac{1}{c_1} - \frac{c_1}{d} \right). \tag{44}$$

The quasi-neutrality ( $n_i = n_e$ ) imposes that ‘‘Wronskian’’ being zero,  $ab = c_1 d$ . These equations were first derived by Imshenik and Syrovatskii.<sup>9</sup> In the limit of  $t \rightarrow t_0$  we have approximately

$$c_1 \approx (t_0 - t)^{2/3} \quad \text{and} \quad d \approx \text{constant}. \tag{45}$$

This reduces to the one-dimensional results discussed in the above.

Roseneau also obtained a self-similar two-dimensional solution.<sup>10</sup> Recently we have come to learn that Kadonaga and Tomimatsu<sup>11</sup> obtained solutions similar to Eqs.(35)-(39).

We would like to thank Drs.F.Brunel, A.Bhattacharjee, and A.G.Litvak for their helpful discussions on the manuscript. This work is supported by the U.S.Department of Energy and the National Science Foundation.

### References

1. T. Tajima and J.I. Sakai, accompanying paper.
2. J.M. Finn and P.K. Kaw, Phys. Fluids **20**, 72 (1977).
3. P.L. Pritchett and C.C. Wu, Phys. Fluids **22**, 2140(1979).
4. F. Brunel, T. Tajima, and J.M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **49**, 323 (1982).
5. S.I. Syrovatskii, Sov. Phys. JETP **33**, 933 (1971) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **60**, 1727 (1971)].
6. J.N. Leboeuf, T. Tajima, and J.M. Dawson, J. Comp. Phys. **31**, 379 (1979).
7. A. Bhattacharjee, F. Brunel, and T. Tajima, Phys. Fluids **26**, 3332 (1983).
8. V.M. Fadeev, I.F. Kvartsvkawa, and N.N. Komarov, Nucl. Fusion **5**, 202 (1965).
9. V.S. Imshenik and S.I. Syrovatskii, Sov. Phys. JETP **25**, 656 (1967) [Zh. Ek. Teor. Fiz. **52**, 990 (1967)].
10. P. Roseneau, Phys. Fluids **22**, 848 (1979).
11. Kadonaga and Tomimatsu, Prog.Theor. Phys. **63**, 1202 (1980).

(Received October, 31 1988)

# Explosive Coalescence of Magnetic Islands and Particle Acceleration

T. Tajima\*, and J.-I. Sakai\*\*

## Abstract

An explosive reconnection process associated with the nonlinear evolution of the coalescence instability is found through studies of the electromagnetic particle simulation. The explosive coalescence is a process of magnetic collapse, in which we find the magnetic and electrostatic field energies and temperatures (ion temperature in the coalescing direction, in particular) explode toward the explosion time  $t_0$  as  $(t_0 - t)^{-8/3}$ ,  $(t_0 - t)^{-4}$ , and  $(t_0 - t)^{-8/3}$ , respectively. Single-peak, double-peak, and triple-peak structures of magnetic energy, temperature, and electrostatic energy, respectively, are observed on the simulation as overshoot amplitude oscillations and these features are theoretically explained. Rapid acceleration of particles binormal to the magnetic field and electric field becomes possible.

## I. Introduction

The reconnection of field-lines is believed to take place due to finite resistivity  $\eta = c^2/4\pi\sigma$  (be it small). The relative magnitude of the time scale for magnetic field-line reconnection may be characterized by the magnetic Reynolds number (or the Lundquist number)  $R_m = \tau_r/\tau_A$  or a smallness parameter, the inverse of Reynolds number,  $\epsilon = R_m^{-1}$ . Thus the time scale of reconnection due to the mechanism of the tearing instability is characterized by  $\epsilon^{-3/5}$ . Sweet and Parker<sup>1</sup> obtained a steady-state solution which has a narrow  $x$ -point angle; the time scale  $\tau_{sp}$  of reconnection is characterized<sup>1</sup> by  $\tau_{sp}^{-1} = \eta^{1/2} (n_i/n_e)^{1/2} (v_A/L)^{1/2} 1/x_0 \propto \eta^{1/2}$ , where  $2L$  is the length of the impinged plasma,  $n_i$  and  $n_e$  are the densities inside and outside of the singular layer.<sup>2</sup> Petschek<sup>3</sup> similarly obtained a steady-state solution which has a large  $x$ -point angle; the reconnection time scale  $\tau_p$  is independent of resistivity,  $\tau_p^{-1} \propto \eta^0$ . The time scale of reconnection due to the mechanism of the Sweet-Parker process is characterized by  $\epsilon^{-1/2}$ , while that of Petschek is by  $\epsilon^0$ . Here we use the words, driven reconnection, in a broad context in which reconnection of magnetic field-lines is incurred so forcibly from external forces that the reconnection process is essentially nonlinear, exhibiting little reminiscent linear instability growth.

In order to rapidly convert magnetic energy into kinetic by a substantial amount, it seems

---

\*Institute for Fusion Studies, University of Texas, Austin, Texas 78712, U.S.A.

\*\*Department of Applied Mathematics and Physics, Toyama University, Toyama, 930 Japan

necessary that the bulk of magnetic energy has to participate in the conversion process: the resistive heating at the  $x$ -point alone is too meager. This is because the available magnetic energy at the  $x$ -point is small by itself. On the other hand, the ideal MHD instabilities such as the kink instability and the coalescence instability are the processes that involve the bulk current redistribution in a matter of the Alfvén time scale.

Nonlinear processes of reconnection either driven by external boundary conditions<sup>2,4</sup> or triggered as a secondary process<sup>5</sup> by the primary instability have been investigated. According to Ref.2 for the problem of externally driven reconnection the rate of reconnection experiences more than one phase with a sufficiently strong drive and a compressible plasma: the first Sweet-Parker phase were the reconnected flux  $\psi \cong \eta^{1/2}t$  and later (after  $\tau_{sp}$ ) the second phase  $\psi \cong \eta^{1/2}t^\alpha$ , where  $\alpha$  is determined by the density compression.

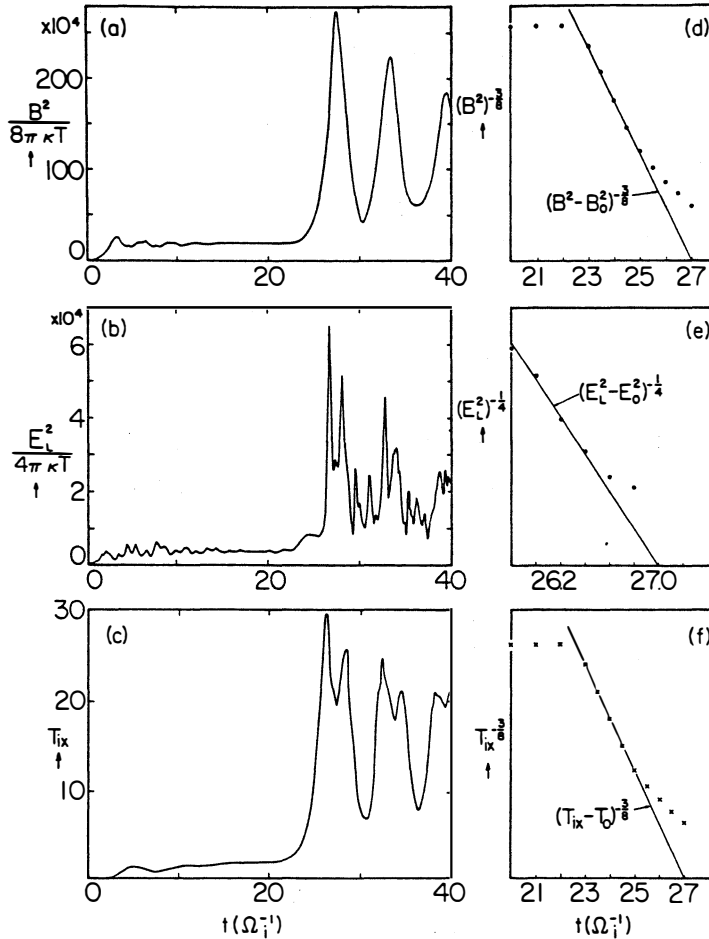
In the present paper and its accompanying paper<sup>6</sup> we are interested in the latter problem, i.e., the nonlinear driven reconnection triggered as a secondary process by the primary instability. In particular we pick the coalescence instability<sup>7,8</sup> as the primary instability to investigate its nonlinear consequences. We do so because (i) although it is an ideal MHD instability in the linear sense, it would not nonlinearly evolve if there no resistive (non-ideal MHD) effect; (ii) it can involve a large amount of conversion of magnetic to kinetic energies in a short time; (iii) it is essentially a two-dimensional instability, thus more amenable to thorough analysis of the fundamental processes of the interesting to observe that with two-dimensionality restriction we still find an explosive process as we shall see. Generally, it is believed that introduction of an additional dimension (this case, a third dimension) to the problem allows breaking of symmetry that has been kept before the introduction, leading to more or easier paths to relax the system to the "lowest energy state". Therefore, we should be "guaranteed" to have an explosive process in three dimensions through the nonlinear coalescence instability since it was "already" explosive in two dimensions. In Ref.5 the reconnection was driven by the coalescence instability, the primary instability. The coalescence instability starts from the Fadeev equilibrium<sup>9</sup>, which is characterized by the current localization parameter  $\epsilon_c$ : The equilibrium toroidal current (in the  $z$ -direction) is given as  $J_z = B_{ox}k(1 - \epsilon_c^2)(\cosh ky + \epsilon_c \cos kx)^{-2}$ . The parameter  $\epsilon_c$  varies from 0 to 1 with small  $\epsilon_c$  corresponding to a weak localization and  $\epsilon_c$  close to unity corresponding to a peaked localization; in the limit of  $\epsilon_c \rightarrow 1$  the current distribution becomes delta function. According to Ref.5 the rate of reconnection was that of Sweet-Parker for small  $\epsilon_c$ , while the reconnection rate experiences two phases for larger  $\epsilon_c$  (but smaller than 0.8). This emergence of two phases is similar to the case of the driven reconnection<sup>2</sup>. The intensity of coalescence and the rate of subsequent reconnection are controlled by just one parameter, the current localization ( $\epsilon_c$ ). In this problem there is no ambiguity as to the nature of the driver in contrast to the reconnection driven by external boundary conditions. For the case with  $\epsilon_c = 0.7$ , the second phase showed the reconnected flux  $\psi$  increasing as  $t^\alpha$  with  $1 < \alpha \leq 2$ . This indicates that the more current localizes, the faster the reconnection becomes.

This leads to a question: Can the reconnected flux  $\psi$  increase explosively as  $(t_0 - t)^{-\alpha}$  ( $\alpha > 0$ ) triggered by the coalescence instability?

## II. Explosive Coalescence

In the present section let us show computational results obtained by our electromagnetic particle simulation based on the same parameters as reported in Ref.10 and on a set-up similar to Ref.11. These results show explosive evolution of physical quantities during nonlinear development of the coalescence instability.

Figure 1 displays the time history of various field and particle quantities observed in our simulation in which after the initial transient (up to  $t = 4\Omega_i^{-1}$  in the code unit to be explained in the following section) the phase of coalescence of two magnetic islands commences. It is seen in Figs.1(a)-(c) that around  $t = 27$  the magnetic and electrostatic field energies shoot up expo-



1. Explosive increase of field energies and temperature during the coalescence of two magnetic islands: EM particle simulation results. For the case  $\Omega_{et} = 0.2$ . Other parameters are given in Sec. III. Toward the same explosion time  $t = t_0 = 27(\Omega_i^{-1})$ , the magnetic energy  $B^2$  (a), electrostatic energy  $E_L^2$  (b), and the ion temperature in the  $x$ -direction  $T_{ix}$  (c) diverge as  $(t_0 - t)^{-8/3}$ ,  $(t_0 - t)^{-4}$ , and  $(t_0 - t)^{-8/3}$ , as shown in(d), (e), and (f), respectively. [We took  $B_0^2 \sim 1.6 \times 10^5$ ,  $E_{L0}^2 \sim 7.5 \times 10^3$ , and  $T_{ix0} \sim 0.85$  for the pre-explosive phase values; see Figs.1(a)-(c)].

sively as well as the ion temperature in the direction of coalescence (the  $x$ -direction). The unit of computational time is omitted hereafter whenever it is unambiguous. It is also seen in Figs.1 (a)-(c) that (i) after the explosive increase of the field energies and temperature this overshooting results in synchronous amplitude oscillations of all these quantities with the period being approximately the compressional Alfvén period; and (ii) superimposed on these overall amplitude oscillations is a distinct double-peak structure in the electrostatic field energy and the ion temperature. Although we are interested in analyzing the entire episode of the run including the initial phase and the post-explosive phase, we focus particularly on the explosive phase of the coalescence. We replot Figs.1(a)-(c) into Figs.1(d)-(f) to find the way in which these quantities increase toward the catastrophic point. We find from Figs.1(d)-(f) that (i) the magnetic energy explodes as  $(t_0 - t)^{-8/3}$ ; (ii) the electrostatic energy explodes as  $(t_0 - t)^{-4}$ ; and (iii) the ion temperature in the coalescing direction explodes as  $(t_0 - t)^{-8/3}$  until saturation due to overshooting sets in, where  $t_0$  is the explosion time measured here to be  $t_0 \sim 27 (\Omega_i^{-1})$  in this run. See Table I.

This discovery of the existence of an explosive process (or instability) and its indices of explosion (the exponent to the time) is important because it tells us that the explosive magnetic process (we may call this the magnetic collapse) can take place in two dimensions and also it prompts our analysis. It is learned that driven reconnection (in the present case it is driven by the coalescence instability) can be explosive under the appropriate conditions. This also underlines a point that the magnetic interaction (the current-current interaction in the manner of Biot-Savart's law) can be inherently attractive and thus explosive (if currents are in the same sense).

 TABLE 1 Indices of Explosion [exponents to the  $1/(t_0 - t)$ ] During Coalescence

|  |            | $\Omega_{et}=0$<br>$L_x \times L_y$<br>$= 128 \times 32$<br>(see Ref. 26)<br>[NB: $L_x \times L_y$<br>$= 256 \times 32$<br>many islands] | $\Omega_{et} = 0.2\omega_{pe}$<br>$L_x \times L_y$<br>$= 128 \times 32$ | $\Omega_{et} = 1.0$<br>$L_x \times L_y$<br>$= 128 \times 32$ | $\Omega_{et} = 2.0$<br>$L_x \times L_y$<br>$= 128 \times 32$<br>No formation<br>of islands |
|--|------------|--|---|--|--|
| Magnetic Energy<br>$B^2$                               | (S)<br>(T) | 8/3<br>8/3   | 8/3<br>8/3  | 2<br>2*  | N/A  |
| Electrostatic Energy<br>$B^2$                          | (S)<br>(T) | 4<br>4   | 4<br>4  | 4  | N/A  |
| Ion Temperature in $x$ -direction<br>$T_{ix}$          | (S)<br>(T) | 8/3<br>8/3   | 8/3<br>8/3  | 3<br>2   | N/A  |
| Explosive Time<br>$t_0$                                | (S)        | $24.3\Omega_i^{-1}$  | $27\Omega_i^{-1}$   | $19\Omega_i^{-1}$  | N/A  |
| Compressional Alfvén<br>Oscillation Period<br>$\tau_0$ | (S)        | $6.3\Omega_i^{-1}$   | $6.0\Omega_i^{-1}$  | $8.8\Omega_i^{-1}$   | N/A  |

\*incompressibility is assumed. Derivation from observation might be due to plasma rotation in  $\Omega_{et} = 1$  case.  
S is for simulation results and T for theory.

### III. Particle Simulation

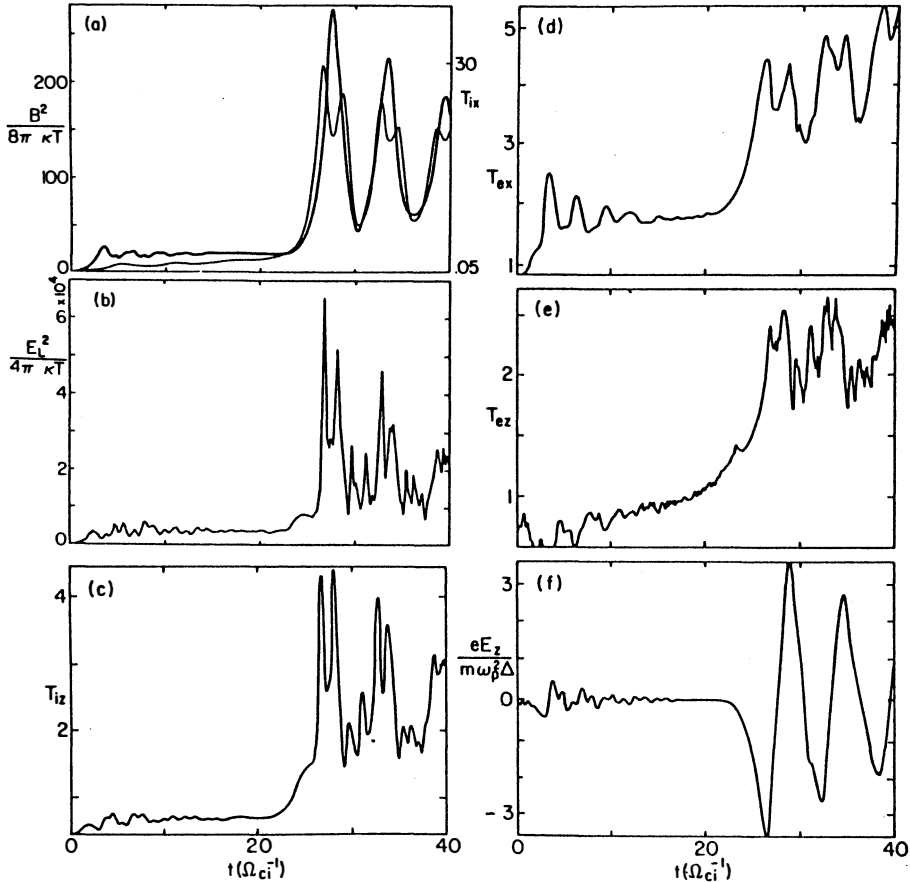
We shall discuss detailed findings of our computer simulation of coalescence of magnetic islands. We present results of a kinetic model of simulation in the present paper. A magnetohydrodynamic simulation along with theory is presented in the following paper.<sup>6</sup> The results from these two different models are consistent in basic points, but are complementary in many detailed aspects. Here we focus on the particle simulation results.

The kinetic simulation model we adopt here is the electromagnetic particle code<sup>12</sup> with  $2\frac{1}{2}$  dimensions. The configuration of the plasma and magnetic field is that of Refs.10 and 11. The plasma density is initially uniform in the  $x$ - and  $y$ -directions and the  $z$ -direction is the ignorable direction. Fields are solved with periodic boundary conditions in the  $x$ - and  $y$ -directions. The sheared magnetic fields are generated by the externally imposed sheet currents  $J_z$  at  $y = 0$  and  $L_y$ , where  $L_y$  is the length of the periodic box in the  $y$ -direction. The sheet currents are turned with a ramp function profile in time. The excess of the plasma return current or lack of it for the uniform component (the wavenumber  $k = 0$ ) is compensated by the displacement current term alone, since the term  $\nabla \times B$  vanishes for  $k = 0$ . There are narrow slits in  $x$  where  $J_z = 0$ , which fix positions of magnetic islands. The other islands are induced in between the islands that are fixed as mentioned in the above. These islands later coalesce. The process of island generation from this configuration was discussed in Ref.11. The later process of coalescence of generated islands is our main concern in the present article. A uniform external (toroidal) magnetic field  $B_z$  is applied with various chosen strengths. Typical parameters we employ in this code are: the numbers of grid points in the  $x$ - and  $y$ -directions are  $L_x/\Delta = 128$  and  $L_y/\Delta = 32$ , the number of electrons (and that of ions) 16384, the speed of light  $c = 4\omega_{pe}\Delta$ , the thermal velocities of electrons in the  $x$ -,  $y$ -, and  $z$ -directions  $v_e = 1\omega_{pe}\Delta$ , the electron-to-ion mass ratio  $m_e/m_i = 1/10$ , the electron-to-ion temperature ratio  $T_e/T_i = 2.0$ , the (“poloidal”) sheared magnetic field  $B_x$  at  $y = 0$  and  $L_y$  is such that  $eB_x/m_e c = 0.77\omega_{pe}$ , and the size of particles  $a = 1\Delta$ , where  $\Delta$  is the unit grid length and  $\omega_{pe}$  is the electron plasma frequency for the uniform plasma at the initial time. The “toroidal” field  $B_z$  is varied for various runs with  $eB_z/mc\omega_{pe}$  ranging from 0 to 0.2, 1, and 2.

In these parameters the “poloidal” Larmor radius at the external current sheets for electrons and ions are  $\rho_{pe} = 1.2\lambda_{De}$  and  $\rho_{pi} = 5.3\lambda_{De}$ , the “poloidal” cyclotron frequencies for electrons and ions  $\Omega_e = 0.77\omega_{pe}$  and  $\Omega_i = 0.077\omega_{pe}$ , and the “poloidal” Alfvén velocity  $v_{Ap} = 1.22v_e$  and the “poloidal” Alfvén transit time measured in terms of the “poloidal” Alfvén velocity at the sheet with the initial plasma density is  $\tau_{Ay} = L_y/v_{Ap} = 26\omega_{pe}^{-1}$  and  $\tau_{Ax} = L_x/v_{Ap} = 105\omega_{pe}^{-1}$ . These numbers change accordingly when there is an imposed “toroidal” magnetic field  $B_z$ . Because of the nature of the particle code and electromagnetic interactions retained, the temporal and spatial scales of simulation are compressed by using an unrealistically large electron-to-ion mass ratio and small grid. However, it is noted that the main time scales we are interested in are that of the Alfvén time and the electron time scales are sufficiently isolated from this. The chief purpose of this simulation is not to reproduce laboratory plasma behavior but to extract some fundamental underlying processes and try to understand them. In fact, as we shall see, many of the basic characteristics of the simulation findings are reasonably in agreement

with our MHD simulation and explained by theoretical analysis in the companion article.<sup>6</sup>

Figure 2 presents the time history of various field quantities and temperatures in the course of the early fromation and the coalescence process with the toroidal field being such that  $eB_z/m_e c \equiv \Omega_{et} = 0.2\omega_{pe}$ , while Fig.3 is that with  $\Omega_{et} = 1.0\omega_{pe}$ . In Fig.2(a) both the magnetic field energy and the ion temperature in the direction of coalescence ( $x$ ) show that, after the early ( $t \leq 3\Omega_i^{-1}$ ) rise which corresponds to the magnetic island formation by tearing, a long relatively dormant period ( $t \equiv 3-22$ ) sets in, followed by a stage ( $t \equiv 22-27$ ) of rapid and huge increase in these oscillatory quantities. It is also evident that after the rapid increase ( $t \geq 27$ ) amplitude oscillations ensue in the coalescence due to overshooting. All the other quantities shown in Figs.2(a)-(e) closely follow the pattern of Fig.2(a) with their characteristic events simultaneously occurring. The amplitude oscillations of the tempratues ( $T_{ix}$  and  $T_{iz}$  as well as  $T_{ex}$  and  $T_{ez}$ ) and the electrostatic field energy have a structure of marked double peaks. The valley of the double-peak structure coincides with the peak of the magnetic field energy ampli-

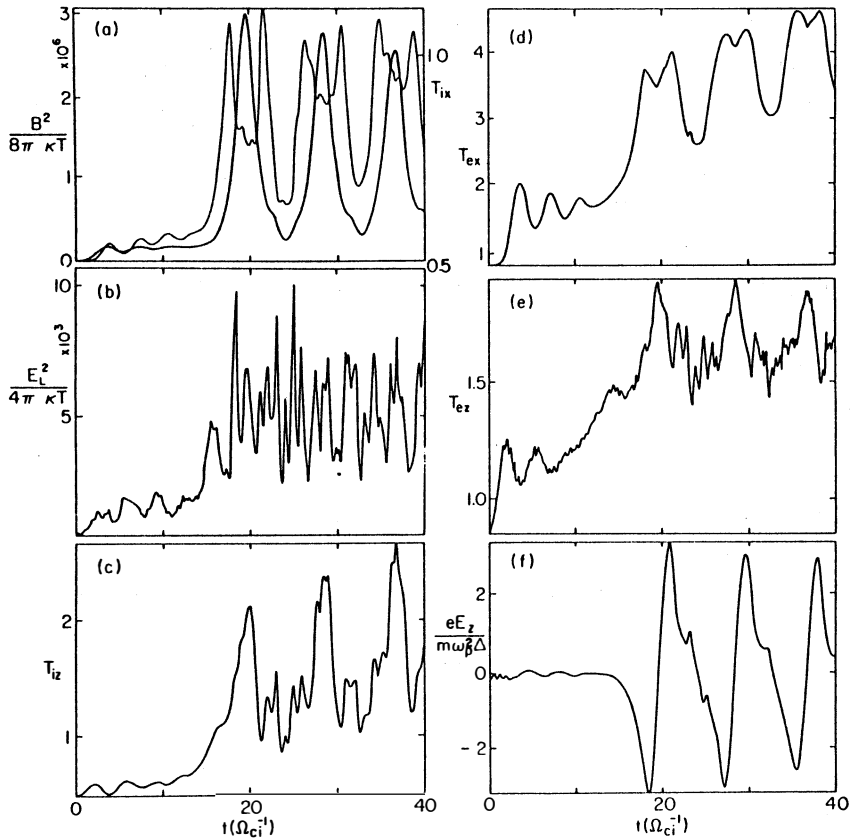


2. Temporal profiles of particle and field quantities for the coalescence process.  $\Omega_{et} = 0.2\omega_{pe}$ . (a) The thick line represents the magnetic energy, the thin one the ion temperature in the  $x$ -direction. ( $T_{ix}$  at  $t = 0$  was 0.5). (b) Electrostatic field energy in time. (c) Ion temperature in the  $z$ -direction. (d) Electron temperature in the  $x$ -direction. (e) Electron temperature in the  $z$ -direction (f) Inductive electric field ( $E_z$ ) in time.



tude. As mentioned in Sec.II, it is important to notice that the rapidness of the increase of each quantity differs and that each quantity explosively increases characterized by a certain definite, but different, index of explosion (i.e.,the exponent to the time measured backward from the point of explosion time) until the saturation stage sets in. The early saturation of rise ( $t \sim 3$ ) of each quantity in Figs.2(a)-(e) corresponds to the completion of island formation.<sup>11</sup> The following quiescent period ( $3 < t \leq 20$ ) corresponds to the stage where the formed islands slowly attract each other. The rapid explosive rise ( $t \geq 20$ ) marks the commencement of the explosive coalescence. The following stage of amplitude oscillations correspond to the “breathing”<sup>10</sup>(or pulsations) of coalesced islands (compressional Alfvén oscillations.) The induced electric field  $E_z$  explosively increases when there is rapid flux reconnection during the explosive coalescence and then oscillates as the magnetic flux in the coalesced island is compressed and decompressed.

Figure 3 shows a similar qualitative trend of the coalescence process when the “toroidal field” is stronger ( $\Omega_{et} = 1 \omega_{pe}$ ). There are, however, several differences. Although the double-peak structure still appears in most frames of Fig.3, some quantities (the electrostatic energy and  $T_{iz}$ ,  $T_{ez}$ ) do not show clear double peaks anymore. In fact, the electrostatic energy



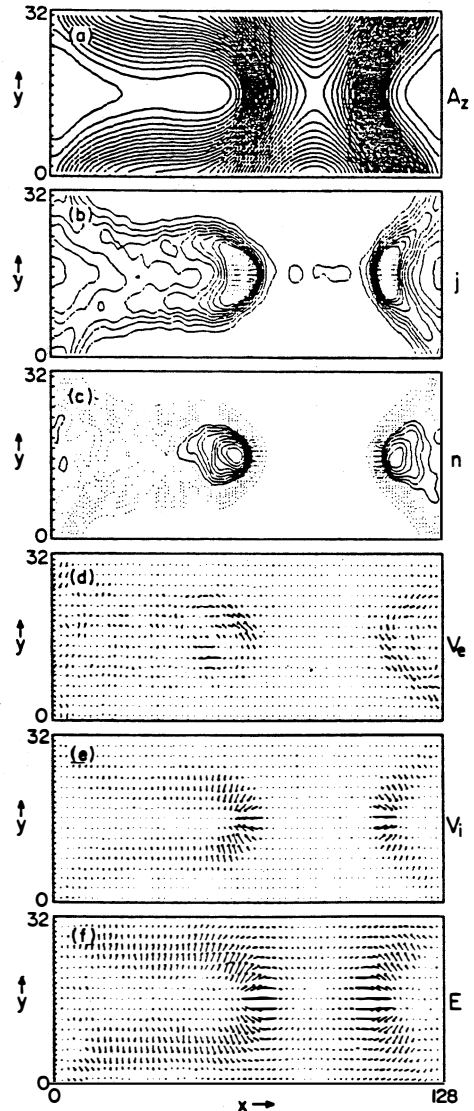
3. Temporal profiles of particle and field quantities for the coalescence with  $\Omega_{et} = 1.0$ . (a) The thick line for the magnetic energy, thin line for ion temperature in  $x$ . (b) Electrostatic energy. (c) Ion temperature in  $z$ . (d) Electron temperature in  $z$ . (e) Inductive electric field  $E_z$ .

does not show systemic amplitude oscillations anymore. The period of the amplitude oscillations and the separation of sub-peak in one double-peak structure are longer than in Fig.2.

As the "toroidal field" is further increased to  $\Omega_{et} = 2\omega_{pe}$  in this setup, the process of island formation abruptly and qualitatively changes. We called this the threshold phenomenon with the "toroidal" field. The rate of reconnection for island formation is down by two orders of magnitude and the structure of islands is not coherent but now turbulent. In this case, we did not observe that the system went beyond the stage of early island formation (corresponding to  $t \leq 3$  in Fig.2 and 3 cases) within the length of the simulation. (This slow process may correspond to the Sweet-Parker process.<sup>1</sup>) So we do not discuss this case in the present paper. A case with no "toroidal" field case  $\Omega_{et} = 0$  was reported earlier,<sup>11</sup> which will also be closely compared with the present cases ( $\Omega_{et} = 0.2$  and  $1.0$ ).

Let us study the structure of the plasma and fields during the completion of island coalescence. Figure 4 exhibits the spatial structure of the magnetic field lines, the toroidal current density  $J_z$ , the plasma electron density, the electron flow, the ion flow, and the electric field at  $t = 24\Omega_i^{-1}$ , while Fig.5 shows that at  $t = 28\Omega_i^{-1}$ . In Fig.4(a) the island near  $x = 55\Delta$ ,  $y = 16\Delta$  is rapidly approaching the other island at  $x = 0$  and  $y = 0$  pinned by the sheet current gaps. The former island is accelerated by the intense magnetic fields behind it. The density of electrons is sharply peaked just behind the center of the island because of the acceleration [Fig.4(d)]. Electrons flow mainly along the field lines [Fig. 4(d)], while ions which are left behind the electrons try to catch up with the electrons [Fig.4 (e)]. This sets up an electrostatic field pattern with arrows pointing from the inside to the outside of the island [Fig.4(f)]. (Note that in the present code the charge of electrons is taken to be positive for a historical reason.)

On the other hand, Fig.5 presents the case of  $\Omega_{et} = 1\omega_{pe}$  just after the coalescence ( $t = 18$ ), corresponding to Fig.3. (The structure before the coalescence is similar to Fig.4.) The electrons flow roughly along the magnetic field lines, but shows some kinks. The ion flow shows a rota-

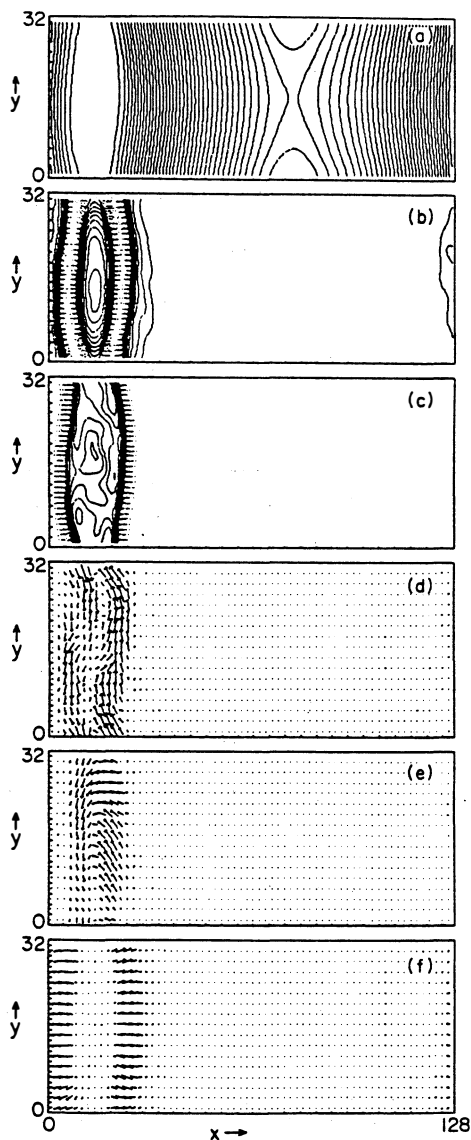


4. Spatial structure of plasma and field before coalescence with  $\Omega_{et} = 0.2$  at  $t = 24\Omega_i^{-1}$ . (a) Magnetic field lines. (b) Current density  $J_z$ . (c) Plasma density (d) Electron flow in the  $x$ - $y$ -plane (f) Electric fields in the  $x$ - $y$ -plane.

tional motion. The main reason for these is that as the “toroidal” magnetic field increases, the incompressibility of the plasma in creases and upon coalescence the island motion adds a strong like  $\mathbf{g} \times \mathbf{B}$ , where  $\mathbf{g}$  is the acceleration of the islands during the coalescence.

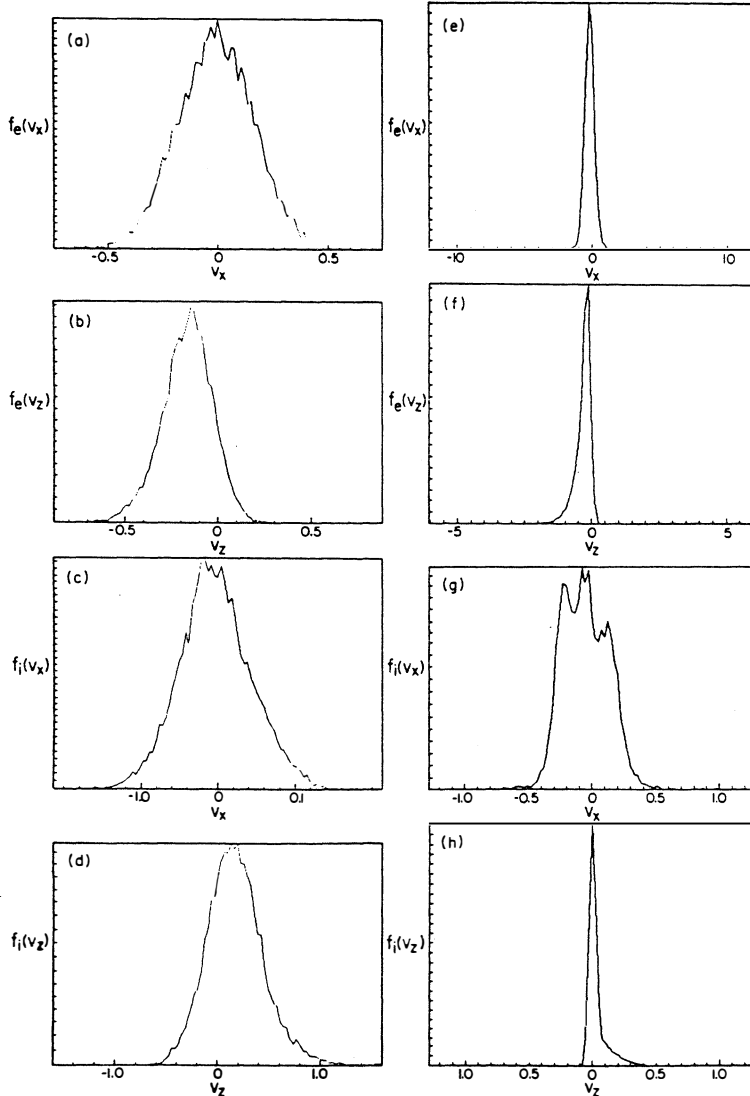
Some of the above findings can be given by a qualitative explanation. Once two currents coalesce, they are bound by the common magnetic flux. The larger coalesced island continues to vibrate. Within the coalesced island the counterstreaming plasma flows cause turbulence which dissipates the flow of energy quickly into heat, thereby reducing the amplitude oscillations of temperatures and fields. As a result, as we shall see, the momentum distribution of plasma electrons and ions exhibit an intense bulk heating and acceleration of the tail. The heating in the poloidal direction ( $x$ ) is due to adiabatic compression and decompression of the coalesced currents. The eventual bulk heating seems to be a result of turbulent dissipation of counterstreaming instabilities. The heating in the toroidal direction may be due to heating/acceleration by the inductive toroidal electric field which is several times the classical Dreicer field<sup>13</sup> and due to the  $v_{ph} \times B$  acceleration. Examination of some of these processes was discussed in Ref.14.

In Fig.6 we show heating and acceleration of particles during the coalescence. The particle acceleration in the high energy tail of ions and electrons is qualitatively discussed here. The tail formation is probably due to a combination of localized electrostatic field acceleration across the “poloidal” magnetic field<sup>15</sup> and magnetic acceleration ( $v_p \times B$  acceleration). A plasma and field behavior similar to that shown in Fig.4 persists up to  $t \sim t_1 \sim 27 \Omega_i^{-1}$ . Electrons are magnetized and are carried away with the accelerating magnetic flux, while bulk ions are accelerated by the  $J \times B$  force. On the other hand, the high energy ions are due to the charge separation created near the compressed flux. The difference of motions between ions and electrons around  $t = t_1$  causes a strong localized shock-like electrostatic field,  $E_L$ , whose phase propagates with a phase velocity of the structure  $v_{ph} = v_x$ . Here the mechanism of  $v_p \times B$  acceleration is that an electrostatic wave propagating with phase velocity



5. Spatial structure of plasma and fields during coalescence with  $\Omega_{ei} = 1$  at  $t = 18 \Omega_i^{-1}$ . (a)~(f) as indicated for Fig.4.

$v_p$  can add energy to a particle that is propagating obliquely to the wave propagation direction by combining the electric acceleration and  $v_p \times B$  acceleration when the particle is trapped in the wave. This  $v_p \times B$  acceleration<sup>15</sup> causes the formation of high energy particles in the "toroidal" direction. By this acceleration process, ions and electrons are accelerated to relativistic energies in opposite directions along the toroidal magnetic field.



6. Distribution functions of electrons and ions "before" [(a)-(d)] and "after" [(e)-(h)] coalescence. (a)-(d) at  $t = 24\Omega_i^{-1}$  and (e)-(h) at  $t = 28\Omega_i^{-1}$ . (a) and (e) the electron velocity distribution in the  $x$ -direction. (b) and (f) the electron velocity distribution in the  $z$ -direction. (c) and (g) the ion velocity distribution in the  $x$ -direction. (d) and (h) the ion velocity distribution in the  $z$ -direction. Note that unit for velocities on the left frames is  $\omega_p\Delta$ , while those on the right is  $c$ . The electron momenta are measured in  $m\omega_p\Delta$  (or  $M\omega_p\Delta$  for ions) on the left, while those on the right in  $mc$  (or  $Mc$  for ions).

## IV. Discussion

We have found that in the magnetic collapse the electrostatic field can be explosively generated and can grow more rapidly than the magnetic field. [The explosiveness of the electrostatic field  $E_x \sim (t_0 - t)^{-2}$ , and magnetic field  $B_y \sim (t_0 - t)^{-4/3}$ ]. The kinetic simulation finds that, in the explosive phase, ions and electrons are simultaneously accelerated in the  $z$ -direction, opposite each other. When a particle moves across the magnetic field driven by the electrostatic field  $E_x$ , the particle can be accelerated in a direction ( $z$ -direction) perpendicular both to the electric field ( $x$ -direction) and the “poloidal” magnetic field ( $y$ -direction). This acceleration mechanism was considered by Sagdeev and Shapiro<sup>15</sup>, by Sugihara et al.<sup>16</sup> and Dawson et al.<sup>17</sup>

By slightly stretching the present theory of explosive coalescence in two dimensions we may be able to discuss the process of tokamak major disruption.<sup>18</sup> The explosive process we find in the coalescence instability is characterized by singular functions of time with a pole (or a branch point) at the explosion time  $(t_0 - t)^{-m}$ . The tokamak major disruption has been modeled as nonlinear evolution of unstable tearing and/or resistive kink modes (mainly the  $m = 2, n = 1$  mode and  $m = 3, n = 2$ ) and their destabilization of other beat modes such as the  $m = 5, n = 3$  mode and its coupling to higher  $m$  and  $n$ 's. It is interesting to extract from their numerical simulation<sup>19</sup> that the toroidal voltage approximately scales as  $(t_0 - t)^{-2}$  toward the disruption time  $t_0$  to our best fit (Fig.5 of Ref.19). The toroidal voltage is related to  $E_z$  in the present paper, which has power exponents of  $7/3$  and  $5/3$  close to 2. The exponent  $\gamma$  itself explodes as  $(t_0 - t)^{-2}$  to our best fit, suggesting an approximate functional form of  $\exp [(t_0 - t)^{-1}]$  for the kinetic energy. From this study of Fig.3 of Ref.19 the singularity of the temporal explosion of the major disruption is characterized by an essential singularity. In their model the electrostatic potential  $\phi$  and the magnetic flux  $\psi$  obey equations with quadratic nonlinearity. With single helicity calculations it seems not possible for us to construct temporal functions with an essential singularity. However, with multiple helicities interacting with each other it may be possible to argue that a strongly developed turbulence which is established by a cascade of many higher order beat modes gives rise to an essential singularity in the temporal behavior: secondary processes yielding  $(\phi, \psi) \propto (t_0 - t)^{-2}$ , tertiary processes (beats of beats)  $\propto (t_0 - t)^{-3}$ , quartic processes  $\propto (t_0 - t)^{-4}$ , .... With a certain combinatorial arrangement which depends on individual dynamics of turbulence, one sums up the entire energy as  $\sum_{n=0}^{\infty} C_n (t_0 - t)^{-n}$ , where  $C_n$ 's are coefficients; the analytic property of such a function may be generically related to that of  $\exp [(t_0 - t)^{-1}]$ .

We would like to thank Drs. J.N.Leboeuf, J.M. Dawson, and A.G. Litvak for fruitful discussions. This work is supported by the U.S. Department of Energy and the National Science Foundation.

## References

1. P.A. Sweet, in *Electromagnetic Phenomena in Cosmic Physics* (Cambridge Univ. Press, London, 1958), p.123; E.N. Parker, *J. Geophys. Res.* **62**, 509(1957).
2. F. Brunel, T. Tajima, and J.M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 323(1982).

3. H.E. Petschek, Proc. AAS-NASA Syposium on Physics of Solar Flares (NASA SP-50, 1964) p.425.
4. T. Sato and T. Hayashi, Phys. Fluids **22**, 1189(1979).
5. A. Bhattacharjee, F. Brunel, and T. Tajima, Phys. Fluids **26**, 3332(1983).
6. T. Tajima and J.I. Sakai, accompanying paper.
7. J.M. Finn and P.K. Kaw, Phys. Fluids **20**, 72(1977).
8. P.L. Pritchett and C.C. Wu, Phys. Fluids **22**, 2140(1979).
9. V.M. Fadeev, I.F. Kvartskawa, and N.N. Komarov, Nucl. Fusion **5**, 202(1965).
10. T. Tajima, F. Brunel, and J.-I. Sakai, Ap. J. **245**, L45(1982).
11. J.N. Leboeuf, T. Tajima, and J.M. Dawson, Phys. Fluids **25**, 784(1982).
12. A.T. Lin, J.M. Dawson, and H. Okuda, Phys. Fluids **17**, 1995(1974).
13. H. Dreicer, Phys. Rev. **115**, 238(1959).
14. J.I. Sakai and T. Tajima, in *Proc. Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics* (EAS, Sukhumi, 1986) **SP256**, p.113.
15. R.Z. Sagdeev and V.D. Shapiro, JETP Lett. **17**, 279(1973).
16. R. Sugihara and Y. Midzuno, J. Phys. Soc. Jpn. **47**, 1290(1979).
17. J.M. Dawson, et al., Phys. Rev. Lett. **50**, 1455(1983).
18. L.A. Artsimovich, Nucl. Fusion **12**, 215(1972).
19. P.H. Diamond, R.D. Hazeltine, Z.A. An, B.A. Carreras, and H.R. Hicks, Phys. Fluids **27**, 1449(1984).

(Received October, 31 1988)

# Plasma Jet and Shock Formation during Current Loop Coalescence in Solar Flares

Jun-ichi Sakai\*

## ABSTRACT

We report on the results of plasma jet and shock formation during the current loop coalescence in solar flares. It is shown by a theoretical model based on the ideal MHD Equation that the spiral, two-sided plasma jet can be explosively driven by the plasma rotational motion induced during the two current loop coalescence process. The maximum velocity of the jet can exceed the Alfvén velocity, depending on the plasma  $\beta (=c_s^2/v_A^2)$  ratio. The acceleration time getting to the maximum jet velocity is quite short and less than 1 second. The rebound following the plasma collapse driven by magnetic pinch effect can strongly induce super-Alfvénic flow. We present the condition of the fast magnetosonic shock formation. We briefly discuss the high energy particle acceleration during the plasma collapse as well as by the fast magnetosonic shocks.

## 1. INTRODUCTION

The current loop coalescence model (Gold and Hoyle 1960; Tajima et al. 1982,1987; for a review see Sakai and Ohsawa 1987) provided keys to understanding many of the characteristic of solar flares (Svestka 1976; Sturrock ed. 1980; Kundu and Woodgate eds. 1986) such as explosive plasma heating, high-energy particle acceleration, and quasi-periodic oscillation of electromagnetic emission. Recent observations (Machado et al. 1988) showed that the interaction of current loops is an essential ingredient in the trigger of the solar flare energy release. During the coalescence of two current loops, the magnetic energy stored by the plasma current is explosively transformed to plasma heating as well as to production of high-energy particles through the magnetic reconnection process (see Fig.1). The energy release is achieved in a quasi-periodic fashion (Sakai and Tajima 1986) when the ratio  $B_p/B_t$  between the poloidal ( $B_p$ : produced by the loop current) and the toroidal ( $B_t$ : potential field) components of the magnetic field is greater than one. We here consider the reverse case,  $B_p/B_t < 1$ . In this situation the two current loops begin to rotate around the reconnection point shown in Fig.1a. After the coalescence of two current loops, the single current loop can still do the plasma rotational motion as shown in Fig.1b-d. This rotational motion after the magnetic reconnection can be also observed

---

\*Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering, Toyama University, Toyama, 930 JAPAN

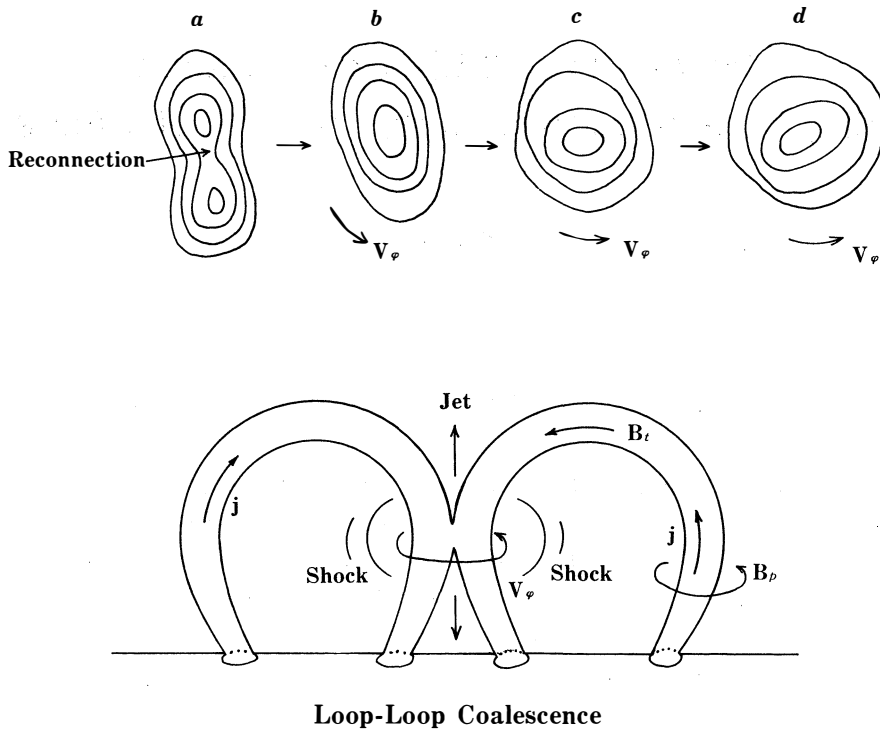


Figure 1. Schematic picture showing the two current loops coalescence (lower part) and plasma rotational motion ( $V_\phi$ ) induced during the loop coalescence process (upper part). Spiral, two-sided jets can be produced by the plasma rotational motion.

in the computer simulation of the two loop coalescence when  $B_p/B_t < 1$  (Zaidman 1986).

In this paper, we present the results of spiral plasma jet formation driven by the plasma rotational motion ( $V_\phi$ ) induced during the two current loop coalescence process. By means of a theoretical model based on the Ideal MHD Equations, we find that the spiral, two-sided jets can be explosively produced by the combination of the magnetic pinch effect (collapse) and the plasma pressure. The rebound following the plasma can strongly induce the super-Alfvénic plasma flow, which generates the fast magnetosonic shock waves.

## 2. THEORETICAL MODEL

We consider the single current loop which can be produced by the two current loop coalescence shown in the Fig.1. After the magnetic reconnection, the single current loop can be produced and the plasma can be heated by the magnetic energy dissipation. At the same time, the plasma rotational motion ( $V_\phi$ ) around the reconnection point can be induced during the loop coalescence process when the ratio  $B_p/B_t$  is less than one.

In order to represent the spiral plasma jet and spiral magnetic field structure associated with the jet, we assume the physical quantities as follows; for the velocity components,



$$\begin{aligned}
 V_r &= (\dot{a}/a)r, \\
 V_\phi &= (\dot{c}_1/c_1)r, \\
 V_z &= (\dot{b}/b)z,
 \end{aligned} \tag{1}$$

for the magnetic field components,

$$\begin{aligned}
 B_r &= \frac{B_{10}}{a^2 b} \left( \frac{r}{\lambda} \right), \\
 B_\phi &= \frac{B_{20}}{a^2 b} \left( \frac{r}{\lambda} \right), \\
 B_z &= \frac{B_0}{a^2} - 2 \frac{B_{10}}{a^2 b} \left( \frac{z}{\lambda} \right)
 \end{aligned} \tag{2}$$

where we used the cylindrical coordinates  $(r, \phi, z)$ , and the dot means the time-dependent scale factors,  $a(t)$ ,  $c_1(t)$  and  $b(t)$  can be self-consistently determined from the ideal MHD Equations with the adiabatic law ( $P \sim \rho^\gamma$ ;  $\gamma$  is the ratio of the specific heats).  $B_{10}$ ,  $B_{20}$  and  $B_0$  are constants and  $\lambda$  is a characteristic scale length which we are concerned with. From the continuity equation, we find the density  $\rho$  as  $\rho = \rho_0/a^2 b$ , where  $\rho_0$  is a constant. From the Maxwell equation, we obtain the current  $j_z = cB_{20}/2\pi\lambda a^2 b$ , which flows along the loop. The time-dependent scale factors can be determined from the equations of motion as follows;

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^{2\gamma-1} b^{\gamma-1}} - \frac{2v_A^2}{\lambda^2 a b} + a \left( \frac{\dot{c}_1}{c_1} \right)^2 \tag{3}$$

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = \frac{c_s^2}{\lambda^2 a^{2\gamma-2} b^{\gamma}}, \tag{4}$$

$$\frac{d^2 c_1}{dt^2} = \frac{2v_{A2}^2 c_1}{\lambda^2 a^2 b} + \frac{\dot{c}_1^2}{c_1} - 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{c}_1^2 \tag{5}$$

where  $c_s^2 = P_{10}/\rho_0$ ,  $v_A^2 = B_{20}^2/4\pi\rho_0$ ,  $v_{A2} = v_A (B_{10}/B_{20})^{1/2}$ .

We here assumed that the pressure is given by

$$P(r, z, t) = P_0(t) - \frac{P_{1r}(t)r^2 + P_{1z}(t)z^2}{2\lambda^2} \tag{6}$$

where  $P_0(t)$ ,  $P_{1r}(t)$  and  $P_{1z}(t)$  can be determined from the adiabatic law as

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \frac{P_{00}}{a^{2\gamma} b^\gamma}, \\
 P_{1r} &= \frac{P_{10}}{a^{2(\gamma+1)} b^\gamma}, \\
 P_{1z} &= \frac{P_{10}}{a^{2\gamma} b^{\gamma+2}},
 \end{aligned} \tag{7}$$

where  $P_{00}$  and  $P_{10}$  are constants.

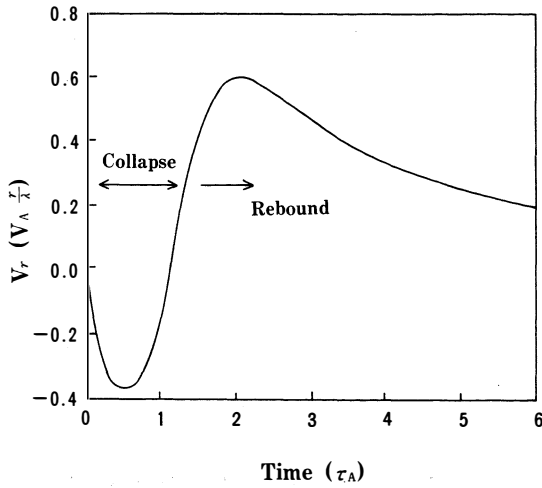


Figure 2. Temporal variation of the plasma radial flow velocity. At the early stage the plasma collapse ( $V_r < 0$ ) can be induced and the strong rebound which produces shock waves can be enhanced by the magnetic collapse.

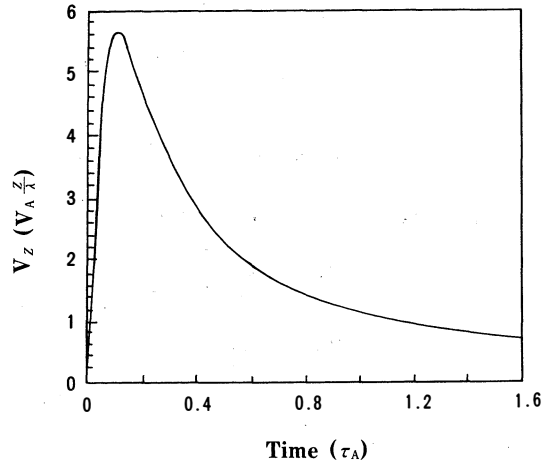


Figure 3. Temporal variation of the plasma jet flow velocity normalized by  $(v_{Az}/\lambda)$ . The maximum velocity (5.64) occurs at  $0.11\tau_A$ .

### 3. JET FORMATION

We show numerical results obtained from Eqs. (3) - (5), which determine the all physical quantities such as the velocity field (1) and the magnetic field (2). The time is normalized by the Alfvén transit time  $\tau_A = \lambda/v_A$ . The velocity is normalized by the Alfvén velocity  $v_A$  which is determined from the poloidal magnetic field  $B_{20}$ . The initial conditions for the velocities are  $V_r = -10^{-6}(v_{Ar}/\lambda)$ ,  $V_z = 10^{-6}(v_{Az}/\lambda)$  and  $V_\phi = 0.1(v_{Ar}/\lambda)$ . The plasma  $\beta$  ratio is taken to be 0.01. We take  $B_{10} = B_{20} = -1$  and  $\gamma = 5/3$ . Figure 2 shows the time profile of the radial plasma flow velocity  $(\dot{a}/a)$  which is normalized by  $v_A(r/\lambda)$ . The initial plasma rotational velocity ( $V_\phi = 0.1(v_{Ar}/\lambda)$ ) can drive the plasma collapse ( $V_r < 0$ ) mainly by the  $j_z \times B_\phi$  force, which corresponds to the second term of the right-hand side of the equation (3). During the plasma collapse the explosive plasma jet in the z-direction can be produced as seen in Fig.3. The acceleration time getting to the maximum velocity of the jet is quite short and  $0.11\tau_A$ . The plasma jet can be driven by the combination of two forces, namely, the  $j_z \times B_\phi$  (which drives

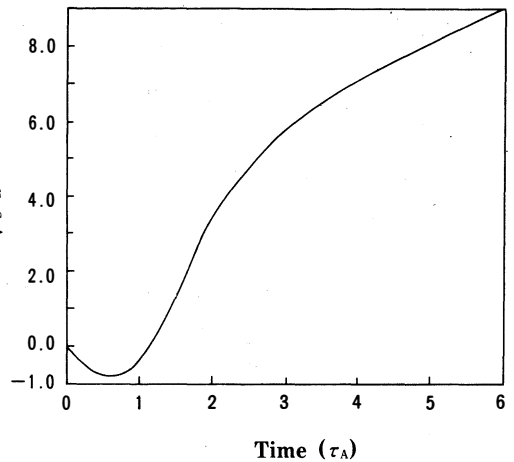


Figure 4. Shock formation condition: after the time when  $\sqrt{b \dot{a}} > \sqrt{2}$  is satisfied, the shock waves can be generated.

the collapse) and the pressure gradient  $\partial P/\partial z$ . The maximum velocity ( $V_{z,max}$ ) obtained during the short period is not so sensitive to the initial rotational velocity. We found the same results for the cases  $V_\phi = 0.01 - 1$  ( $v_{AR}/\lambda$ ). The most important parameter which determines the maximum velocity and the acceleration time is the plasma  $\beta$  ratio. The summary of the results is shown in the Table. When the plasma  $\beta$  ratio decreases, the maximum jet velocity decreases and the acceleration time becomes long. While the  $\beta$  increases, the maximum jet velocity increases and becomes super-Alfvénic within the very short time period.

The plasma jet obtained here shows the two-sided flows which originate from the current coalescence region as seen in Fig.1.

#### 4. SHOCK FORMATION

As seen in the previous section, the strong spiral plasma jet can be produced during the plasma collapse ( $V_r < 0$ ). The jet flow may become super-Alfvénic when the plasma  $\beta$  ratio increases. The super-Alfvénic jet flow can induce the Alfvénic shock waves along the current loop. On the other hand, the plasma rebound ( $V_r > 0$ ) can occur following the plasma collapse (see Fig.2). The velocity of the rebound can be enhanced by the magnetic collapse and adiabatic compression. We here investigate the condition of shock formation by the rebound of the plasma after magnetic collapse. The fast magnetosonic shock waves can be induced by super-Alfvénic plasma flow when the velocity of the rebound,  $V_r$ , becomes larger than the local magnetosonic velocity. In the low  $\beta$  plasma, the condition,  $V_r > (V_A^2 + c_s^2)^{1/2}$ , is given by

$$\left[ \dot{a}^2 - \frac{1}{b} \left\{ 1 + \left( \frac{B_{10}}{B_{20}} \right)^2 \right\} \right] \left( \frac{r}{\lambda} \right)^2 > b \left( \frac{B_0}{B_{20}} \right)^2 \quad (8)$$

We obtain one condition which is satisfied in Eq.(8). Namely, the term with a parenthesis of the left-hand side must be positive,

$$\sqrt{b} \dot{a} > \left\{ 1 + \left( \frac{B_{10}}{B_{20}} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (9)$$

If the condition (9) is satisfied, the shock wave can be generated in the region of  $r > r_s$ , where  $r_s$  is given by

$$r_s = \sqrt{b} \left( \frac{B_0}{B_{20}} \right) \left[ \dot{a}^2 - \frac{1}{b} \left( \frac{B_{10}}{B_{20}} \right)^2 \right]^{-1/2} \lambda \quad (10)$$

Figure 4 shows the time variation of  $\sqrt{b} \dot{a}$  in the case of  $B_{10} = B_{20} = -1$ . The region where  $\sqrt{b} \dot{a} > \sqrt{2}$  is satisfied can be observed in the Fig.4. The radius  $r_s$  where the shock wave can be produced is around the characteristic scale length  $\lambda$ .

Table: Maximum jet velocities and acceleration times reaching the maximum velocity for different plasma  $\beta$  ratios with the same initial conditions.

| $\beta$   | $V_{z,max} (V_A \frac{Z}{\lambda})$ | Acceleration Time ( $\tau_A$ ) |
|-----------|-------------------------------------|--------------------------------|
| $10^{-4}$ | 0.68                                | 0.97                           |
| $10^{-3}$ | 1.77                                | 0.38                           |
| $10^{-2}$ | 5.64                                | 0.11                           |
| $10^{-1}$ | 18.73                               | 0.035                          |
| $10^0$    | 55.92                               | 0.01                           |

## 5. DISCUSSION

We have shown from the simple theoretical model based on the ideal MHD equations that the two-sided plasma jets can be explosively produced within the short time period. If we take the characteristic scale length  $\lambda$  as  $\lambda \sim 10^8$  cm which corresponds to the loop radius, and the Alfvén velocity  $v_A = 500$  km/s, the Alfvén transit time is  $\tau_A = \lambda/v_A = 2$  seconds. Therefore the acceleration time getting to the maximum jet velocity is  $0.1 \sim 1$  second, depending on the plasma  $\beta$  ratio. The two-sided jet flows originated from the current loop coalescence region may be observed during the impulsive phase (Doschek et al. 1986; Zarro et al. 1989).

During the plasma collapse, the strong electric field,  $\mathbf{E} = -(\mathbf{V} \times \mathbf{B})/c$  can be produced by the change of the magnetic field. This strong electric field can generate high energy particles ( $\sim$  GeV) within 1 second (Sakai, 1989).

The high energy particle acceleration by the shock waves is believed to play an important role in solar flares (Sakai and Ohsawa 1987; Ramaty and Murphy 1987). The shock formation mechanism has not been well examined in association with physical processes in the impulsive phase. The shock formation by the rebound following magnetic collapse is very effective, even though the colliding velocity of the two current loops is much less than the Alfvén velocity. The fast magnetosonic shock waves generated from the rebound after plasma collapse can strongly accelerate protons to the velocity  $V \sim \sqrt{m_i/m_e} v_A$  within less than one second (Ohsawa and Sakai, 1987). If the magnetic field is rather strong ( $\omega_{ce} > \omega_{pe}$ ), the fast magnetosonic shock wave can simultaneously accelerate both electrons and protons to relativistic energies (Ohsawa and Sakai, 1988; Sakai and Ohsawa, 1987).

I thank Drs. T. Tajima, and J.C. Henoux for fruitful discussions. This paper was presented as an invited paper on the Second Workshop on Impulsive Solar Flares at the University of New Hampshire, 26-27-28, September 1988.

## REFERENCES

1. Doschek, G.A., et al.: 1986, in Proc. SMM Workshop, Energetic Phenomena on the Sun, ed. M.R. Kundu and B. Woodgate (NASA CP-2439), p.4-1.
2. Gold, T., and Hoyle, F.: 1960, M.N.R.A.S., 120, 89.
3. Kundu, M.R., and Woodgate, B. (ed.): 1986, Proc. SMM Workshop, Energetic Phenomena on the Sun, NASA CP-2439.
4. Machado, M.E., Moore, R.L., Hernandez, A.M., Rovira, M.G., Haggard, M.J., and Smith, J.B.: 1988, ApJ. 326, 425.
5. Machado, M.E., Xiao, Y.C., Wu, S.T., Prakakis, Th., and Dialetis, D.: 1988, ApJ. 326, 451.
6. Ohsawa, Y., and Sakai, J-I.: 1987, ApJ., 313, 440.
7. Ohsawa, Y., and Sakai, J-I.: 1988, ApJ., 332, 439.
8. Ramaty., and Murphy, R.J.: 1987, Space Sci. Rev. 45, 213.
9. Sakai, J-I.: 1989, in preparation.
10. Sakai, J-I., and Ohsawa, Y.: 1987, Space Sci. Rev. 46, 113.

11. Sakai, J-I., and Tajima, T.: 1986, Proc. Joint Varenna-Abastumani Interat. School and Workshop on plasma Astrophysics ESA (Sukhumi) SP-251, p.77.
12. Sturrock, P.A. (ed): 1980, Solar Monograph from Skylab Solar Workshop 2 (Boulder: Colorado Associated University Press).
13. Svestka, Z.: 1976, Solar Flares (Dordrecht: Reidel).
14. Tajima, T., Brunel, F., and Sakai, J-I.: 1982, ApJ. (Letters), 245, L45.
15. Tajima, T., Sakai, J-I., Nakajima, H., Kosugi, T., Brunel, F., and Kundu, M.R.: 1987, ApJ. 321, 1031.
16. Zaidman, E.G.: 1986, IFSR # 246, Institute for Fusion Studies, University of Texas, Austin.
17. Zarro, D.M., Canfield, R.C., Strong, K.T., and Metcalf, T.R.: 1988, ApJ. 324, 582.

(Received October, 31 1988)

# Prompt Particle Acceleration to Relativistic Energies During Current Loop Coalescence in Solar Flares

Tohru Nakano\* and Jun-ichi Sakai\*\*

## ABSTRACT

High energy particle acceleration during the current loop coalescence in solar flares is investigated by numerical simulation, based on the theoretical model derived by Sakai and Tajima (1986). Simulation results show that during the current loop coalescence, both electrons and protons can be quasi-periodically accelerated to relativistic energies within very short time ( $\ll 1$ s). These results can give a good explanation for the prompt high energy particle acceleration during the impulsive phase of solar flares.

## 1. INTRODUCTION

The solar flare<sup>1</sup> is the explosive release process of magnetic energy stored in corona plasma. After launching of the Solar Maximum Mission (SMM)<sup>2</sup> and Hinotori satellites<sup>3</sup>, in particular, from the observations of solar flares with hard X-rays and  $\gamma$ -rays, it became<sup>4</sup> clear that, within a second, protons and electrons are accelerated up to  $\sim$  GeV, up to  $\sim$  100 MeV, respectively. They are beyond rest-mass energy. It seems difficult that these observational results can be explained by the former statistical acceleration mechanism like the Fermi-acceleration, which is slow acceleration process. Since the corona plasma flows along the magnetic flux tube which makes closed loop on the surface, many plasma current loops are observed in the flare region. Consequently, the reciprocal actions among these plasma current loops as well as magnetic flux tubes may be a very important role for the energy release process in solar flares. One of fundamental reciprocal action is the coalescence process<sup>5,6</sup> of the two parallel plasma current loops, which currents flow in the same direction each other. In the coalescence process, under some conditions, magnetic energies of both current loops can be transformed to the kinetic energy of the whole plasma current through the explosive magnetic reconnection.<sup>7,8</sup> At the same time, protons and electrons are accelerated rapidly to the relativistic energies. This phenomenon has been already shown by simulation and theory (current loop coalescence model)<sup>9,10</sup>.

In this paper, we will report the detailed simulation results, using the theoretical coalescence model,<sup>11</sup> and show that both electrons and protons can be promptly accelerated to relativistic

---

\*Department of Electronics Engineering

\*\*Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering, Toyama University, Toyama 930 JAPAN

tic energies during the current loop coalescence.

In section 2 we review the theoretical model of the current loop coalescence and derive basic equations.

In section 3 we discuss the normalized basic equations, initial values and parameters for computations.

In section 4 we present the numerical results.

In section 5 we summarize our results.

## 2. THEORETICAL MODEL OF THE COALESCENCE PROCESS

In this section we review the theoretical model<sup>10,11</sup> of current loop coalescence process, and derive the basic equations.

### 2.1 Definition of Theoretical Model

This model is treated in rectangular coordinate system, where  $x$  is the direction of coalescence, while  $y$  is the direction of poloidal magnetic field line and  $z$  is the direction of plasma current (See Fig.1). And we assume that  $\partial/\partial x \gg \partial/\partial y, \partial/\partial z$ . This means that every quantity is dependent only on  $x$  and time. Therefore, it is treated as one-dimensional problem. The basic equations we start are the two-fluid model equations of plasma and the Maxwell equations. They read as follows,

$$\frac{\partial}{\partial t} n_j + \nabla \cdot (n_j \mathbf{V}_j) = 0, \quad (2.1)$$

$$m_j n_j \frac{d}{dt} \mathbf{V}_j = n_j e_j \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}_j}{c} \times \mathbf{B} \right) - \nabla p_j, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \sum_j n_j e_j \mathbf{V}_j, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \sum_j n_j e_j, \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_j + \mathbf{V}_j \cdot \nabla p_j + \gamma p_j \nabla \cdot \mathbf{V}_j = 0, \quad (2.6)$$

where  $j$  denotes the species of particles (proton or electron) and  $\gamma$  is the ratio of heat capacity which is related to the degree of freedom of the system  $f$  as  $\gamma = 1 + 2/f$ .

Here we neglected the displacement current in Eq. (2.3), because the flow speed during the current loop coalescence is slow compared with the light velocity. In the coalescence process, the scale-length involved in the system is not constant but varies continuously in time. Therefore the system can keep its global structure without changing whole structure of current loops, even if every quantity varies with time.

Such a physical situation may be described by self-similar solutions in which scale factors vary continuously. We introduce two scale factors  $a(t)$  and  $b(t)$  for both proton and electron flow velocities as follows,

$$V_{ex} = \frac{\dot{a}}{a}x, \tag{2.7}$$

$$V_{ix} = \frac{\dot{b}}{b}x, \tag{2.8}$$

where a dot represents the time derivative. The linear dependence on  $x$  for velocities implies that protons and electrons stream in opposite direction around the center of current sheet ( $x=0$ ). These scale factors  $a(t)$  and  $b(t)$  will be self-consistently determined from the above basic equations. Now, we derive the equations of various quantities, related to the coalescence process.

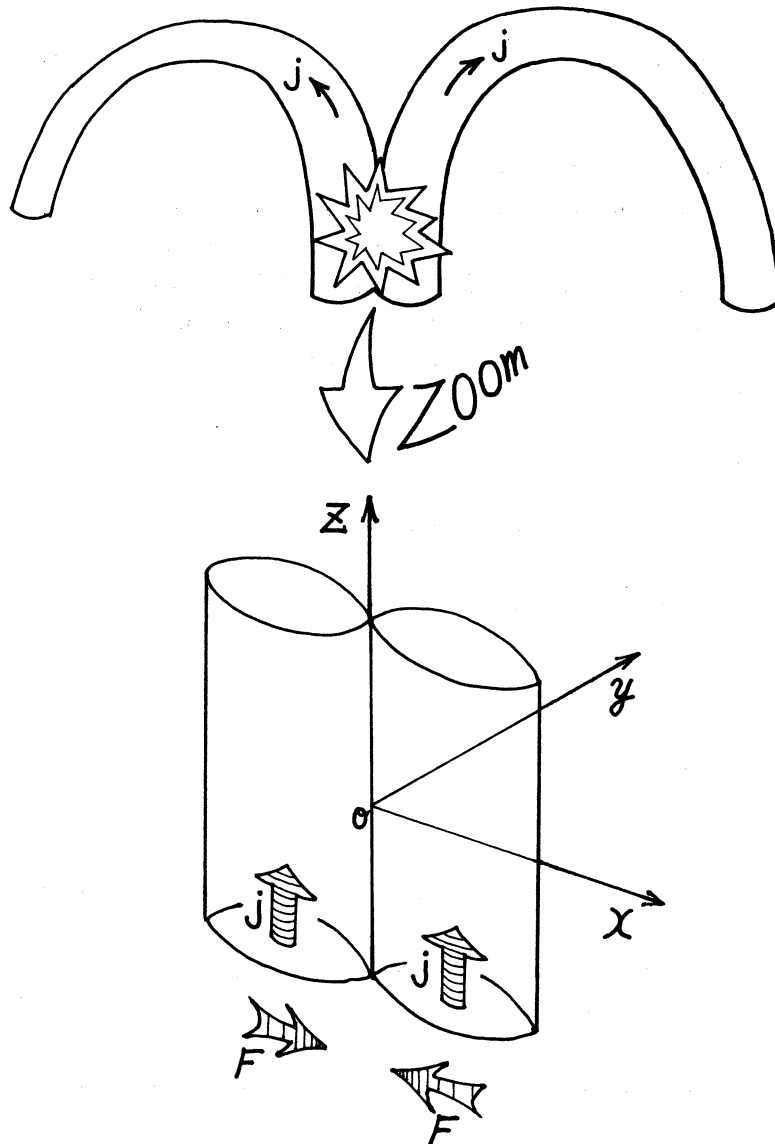


Fig.1. Coordinate system and schematic picture showing loop-loop coalescence:  $j$  is current density and  $F$  is attraction force.



## 2.2 Derivation of Particle Density $n$

The continuity equation of particles, Eq. (2.1), becomes a simpler expression as follows, because of one-dimensional problem,  $\partial/\partial y \equiv 0$ ,  $\partial/\partial z \equiv 0$ .

$$\frac{\partial}{\partial t} n_j + n_j \frac{\partial}{\partial x} V_{jx} = 0 \quad (2.1)'$$

where we assumed that the density  $n_j$  depends only on time. This assumption is consistent with Eqs. (2.7) and (2.8). For electrons, We have from Eq. (2.7)

$$\frac{\partial}{\partial x} V_{ex} = \frac{\dot{a}}{a}.$$

Substituting above equation into Eq. (2.1)', we obtain

$$\frac{\dot{n}_e}{n_e} + \frac{\dot{a}}{a} = 0.$$

Integrating the both sides of the above equation by time, we obtain

$$n_e = \frac{n_0}{a}. \quad (2.9)$$

For protons, we have in a similar manner

$$n_i = \frac{n_0}{b}. \quad (2.10)$$

## 2.3 Derivation of Magnetic Field $B$

We assume that  $B_x = 0$ , and  $B_z = \text{constant}$  in this model. So, we derive only the  $y$ -component  $B_y$ .

At first, from the  $y$ -component of Eq. (2.5) we obtain

$$\frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} B_y. \quad (2.5)'$$

Assuming that  $B_y$  varies like  $B_y = B_0(t) \cdot x/\lambda$ , we get

$$\frac{\partial}{\partial t} B_y = \dot{B}_0 \frac{x}{\lambda}.$$

Substituting this into Eq. (2.5)' (note  $\partial E_x/\partial z = 0$ ),

$$\frac{\partial}{\partial x} E_z = \frac{x}{c\lambda} \dot{B}_0. \quad (2.5)''$$

Furthermore, we assume  $E_x = E_{z0}(t) + E_{z1}(t) \cdot x^2/\lambda^2$  and differentiate both sides by  $x$ . Then we have

$$\frac{\partial}{\partial x} E_z = E_{z1}(t) \cdot \frac{2x}{\lambda^2}.$$

Substituting this into Eq. (2.5)'', we obtain

$$E_{z1}(t) = \frac{\lambda}{2c} \dot{B}_0. \quad (2.11)$$

From the  $z$ -component of Eq. (2.2), we have

$$m_j \frac{d}{dt} V_{jz} = e_j \left[ E_z + \frac{1}{c} \cdot (V_{jx} B_y - V_{jy} B_x) \right].$$

Assuming  $a(t) = b(t)$  and substituting  $E_z = E_{z0}(t) + E_{z1}(t) \cdot x^2/\lambda^2$ ,  $B_x = 0$ ,  $B_y = B_0(t) \cdot x/\lambda$ ,

$\partial V_{jz}/\partial z = 0$ , and Eq.(2.7) into above equation, we obtain

$$m_j \frac{\partial}{\partial t} V_{jz} = e_j \left[ E_{z0}(t) + E_{z1}(t) \cdot x^2/\lambda^2 + \frac{\dot{a}}{a} \cdot \frac{B_0(t)}{\lambda c} \cdot x^2 \right].$$

This equation can be re-written as

$$m_j \frac{\partial}{\partial t} V_{jz} - e_j E_{z0}(t) = \frac{e_j}{\lambda} \left[ \frac{E_{z1}(t)}{\lambda} + \frac{\dot{a}}{a} \cdot \frac{B_0(t)}{c} \right] x^2.$$

To satisfy this equation on any  $x$  value, both sides must be zero. Hence, we get

$$m_j \frac{\partial}{\partial t} V_{jz} - e_j E_{z0}(t) = 0, \quad (2.12)$$

$$\frac{E_{z1}(t)}{\lambda} + \frac{\dot{a}}{a} \cdot \frac{B_0(t)}{c} = 0. \quad (2.13)$$

From Eqs.(2.11) and (2.13), we have

$$\frac{\dot{B}_0}{B_0} = -2 \cdot \frac{\dot{a}}{a},$$

which gives by integrating both sides,

$$B_0(t) = \frac{B_{00}}{a^2}, \quad (2.14)$$

where  $B_{00}$  is a constant.

Thus, we obtain

$$B_y = \frac{B_{00}}{a^2} \cdot \frac{x}{\lambda}. \quad (2.15)$$

## 2.4 Derivation of Electric Field E

We assume  $E_y = 0$  in this model. So, we derive the  $x$  and  $z$ -component of **E**.

### 2.4.1 DERIVATION OF $x$ -COMPONENT $E_x$

From the Poisson's equation (2.4),

$$\frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y + \frac{\partial}{\partial z} E_z = 4\pi e \cdot (n_i - n_e).$$

Substituting Eqs.(2.9) and (2.10) into this equation, (note:  $\partial/\partial y \equiv 0$  and  $\partial/\partial z \equiv 0$ )

$$\frac{\partial}{\partial x} E_x = 4\pi e n_0 \cdot \left[ \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right].$$

Assuming  $E_x$  as  $E_x = E_0(t) \cdot x/\lambda$ , we obtain for  $E_0(t)$

$$E_0(t) = 4\pi e n_0 \lambda \cdot \left[ \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right].$$

Therefore, we have

$$E_x = 4\pi e n_0 x \cdot \left[ \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right]. \quad (2.16)$$

In this way,  $E_x$  has been derived, and we try to represent  $E_x$  without  $b(t)$ .

From the  $z$ -component of Eq.(2.3),

$$\frac{\partial}{\partial x} B_y - \frac{\partial}{\partial y} B_x = \frac{4\pi e}{c} \cdot (n_i V_{iz} - n_e V_{ez}).$$

Substituting  $B_x = 0$ ,  $B_y = B_0(t) \cdot x/\lambda$ , and Eqs. (2.9), (2.10) into the above equation, we obtain

$$\frac{B_0(t)}{\lambda} = \frac{4\pi en_0}{c} \cdot \left[ \frac{V_{iz}}{b} - \frac{V_{ez}}{a} \right]. \quad (2.17)$$

From Eq. (2.12), we have the two expressions for protons and electrons as follows,

$$m_i \cdot \frac{\partial}{\partial t} V_{iz} = eE_{z0}(t), \quad m_e \cdot \frac{\partial}{\partial t} V_{ez} = -eE_{z0}(t). \quad (2.18)$$

Eliminating  $E_{z0}(t)$  from (2.18), we obtain

$$m_e \cdot \frac{\partial}{\partial t} V_{ez} = -m_i \cdot \frac{\partial}{\partial t} V_{iz}.$$

Integration both sides by time gives

$$m_e \int dV_{ez} = -m_i \int dV_{iz}.$$

Hence we get

$$V_{iz} = -\frac{m_e}{m_i} \cdot V_{ez}. \quad (2.19)$$

From Eqs. (2.17) and (2.19), we obtain

$$\frac{B_0(t)}{\lambda} = -\frac{4\pi en_0}{c} \cdot \left[ \frac{m_e}{m_i} \cdot \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right] \cdot V_{ez}.$$

Substituting Eq. (2.14) into this, we obtain for  $V_{ez}$

$$V_{ez} = -\frac{cB_{00}b}{4\pi en_0\lambda a^2 \cdot \left[ \frac{b}{a} + \frac{m_e}{m_i} \right]}.$$

Neglecting the mass ratio ( $m_e/m_i \approx 0$ ), we obtain

$$V_{ez} = -\frac{cB_{00}}{4\pi en_0\lambda a}. \quad (2.20)$$

Furthermore, the  $x$ -component of Eq. (2.2) becomes

$$m_e n_e \frac{d}{dt} V_{ex} = n_e e e_e \cdot \left[ E_x + \frac{V_{ey}B_z - V_{ez}B_y}{c} \right] - \frac{\partial}{\partial x} p_e. \quad (2.21)$$

Here, we define  $p_e$  as follows,

$$p_e = \frac{p_{0e}}{a^\gamma} - \frac{p_{0e}}{2a^{\gamma+2}} \cdot \frac{x^2}{\lambda^2},$$

where  $p_{0e}$  is a constant.

Then, we obtain

$$\frac{\partial}{\partial x} p_e = -\frac{p_{0e}}{a^{\gamma+2}} \cdot \frac{x}{\lambda^2} \quad (2.22)$$

And we obtain by use of Eq. (2.7)

$$\frac{d}{dt} V_{ex} = \frac{\ddot{a}}{a} \cdot x \quad (2.23)$$

Substituting Eqs. (2.15), (2.16), (2.20), (2.22), and (2.23) into (2.21), we obtain

$$\ddot{a} = -\omega_{pe}^2 \cdot \left[ \frac{a}{b} - 1 \right] - \frac{B_{00}^2}{4\pi m_e n_0 \lambda^2 a^2} + \frac{p_{0e}}{m_e n_0 \lambda^2 a^\gamma} \quad (2.24)$$

where  $\omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 n_0 / m_e$ .

If we define  $p_i$  and  $\omega_{pi}^2$  for protons as follows,

$$p_i = \frac{p_{0i}}{b} - \frac{p_{0i}}{2b^{\gamma+2}} \cdot \frac{x^2}{\lambda^2}, \quad \omega_{pi}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_i}.$$

We can obtain the following equation for protons:

$$\ddot{b} = \omega_{pi}^2 \cdot \left[ 1 - \frac{b}{a} \right] + \frac{p_{0i}}{m_i n_0 \lambda^2 b^\gamma} \quad (2.25)$$

If we define the Alfvén velocity  $V_a$  as

$$V_a^2 = \frac{B_{00}^2}{4\pi n_0 (m_i + m_e)} \approx \frac{B_{00}^2}{4\pi n_0 m_i} \quad (m_e/m_i \approx 0),$$

Then we obtain from Eq.(2.24)

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \left[ -\frac{m_i V_a^2}{\lambda^2 a^3} + \frac{p_{0e}}{n_0 \lambda^2 a^{\gamma+1}} \right] / (4\pi n_0 e^2).$$

Substituting this into Eq.(2.16), we finally obtain

$$E_x = \left[ -\frac{m_i V_a^2}{e \lambda a^3} + \frac{p_{0e}}{e \lambda a^{\gamma+1} n_0} \right] \cdot \frac{x}{\lambda}. \quad (2.26)$$

#### 2.4.2 DERIVATION OF $z$ -COMPONENT $E_z$

Since  $E_z = E_{z0}(t) + E_{z1}(t) \cdot x^2 / \lambda^2$ , we eliminate  $E_{z0}(t)$  and  $E_{z1}(t)$  from it, using Eqs.(2.12) and (2.13). Then we have

$$E_z = \frac{m_j}{e_j} \frac{\partial}{\partial t} V_{jz} - \frac{\dot{a}}{a} \cdot \frac{B_0(t)}{c \lambda} \cdot x^2.$$

Substitution Eq.(2.14) into the above equation gives

$$E_z = \frac{m_j}{e_j} \frac{\partial}{\partial t} V_{jz} - \frac{\dot{a}}{a^3} \cdot \frac{B_{00}}{c \lambda} \cdot x^2. \quad (2.27)'$$

From Eqs.(2.19) and (2.20), we obtain

$$V_{jz} = \frac{m_e}{m_j} \cdot \frac{c B_{00}}{4\pi e_j n_0 \lambda a}.$$

Partially differentiation both sides by time gives

$$\frac{\partial}{\partial t} V_{jz} = -\frac{m_e}{m_j} \cdot \frac{c B_{00} \dot{a}}{4\pi e_j n_0 \lambda a^2} \quad \left[ = \frac{d}{dt} V_{jz} \right]$$

Substituting this into Eq.(2.27)', we can get the following expression for  $E_z$ :

$$E_z = -\frac{c B_{00} m_e}{4\pi e^2 n_0 \lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^2} - \frac{B_{00}}{c \lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^3} \cdot x^2. \quad (2.27)$$

#### 2.5 Equation of Motion for a Test Particle

Here we consider the equations of motion for a test particle which moves in the electromagnetic fields given in the previous section. The relation between momentum  $\mathbf{P}$  and velocity  $\mathbf{V}$  of a test particle is given by

$$\mathbf{P}_j = m_j \Gamma_j \mathbf{V}_j$$

where  $\Gamma_j$  is

$$\Gamma_j = \frac{1}{\sqrt{1 - |\mathbf{V}_j|^2/c^2}}.$$

Eliminating  $\mathbf{V}_j$  from the above two equations,

$$\Gamma_j = \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}.$$

Therefore, we have

$$\mathbf{V}_j = \frac{\mathbf{P}_j}{m_j \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}} \quad (2.28)$$

The equation of motion for a charged particle is given as follows,

$$\dot{\mathbf{P}}_j = e_j \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}_j}{c} \times \mathbf{B} \right). \quad (2.29)$$

Substituting Eq. (2.28) into (2.29), we have

$$\dot{\mathbf{P}}_j = e_j \left[ \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}_j \times \mathbf{B}}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}} \right].$$

Now we split this into three components as follows,

$$\dot{P}_{jx} = e_j \left[ E_x + \frac{P_{jy} B_z - P_{jz} B_y}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}} \right],$$

$$\dot{P}_{jy} = e_j \left[ E_y + \frac{P_{jz} B_x - P_{jx} B_z}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}} \right],$$

$$\dot{P}_{jz} = e_j \left[ E_z + \frac{P_{jx} B_y - P_{jy} B_x}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}} \right].$$

After substituting the electromagnetic fields in the previous section, we get the following equations;

$$\begin{aligned} \dot{P}_{jx} = e_j & \left[ \left[ -\frac{m_i V_a^2}{e \lambda a^3} + \frac{p_{0e}}{e \lambda a^{\gamma+1} n_0} \right] \cdot \frac{x}{\lambda} \right. \\ & \left. + \frac{1}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}} \cdot \left[ P_{jy} B_z - P_{jz} \frac{B_{00}}{a^2} \cdot \frac{x}{\lambda} \right] \right], \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\dot{P}_{jy} = -\frac{e_j P_{jx} B_z}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}}, \quad (2.31)$$

$$\dot{P}_{jz} = e_j \left[ -\frac{c B_{00} m_e}{4 \pi e^2 n_0 \lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^2} - \frac{B_{00}}{c \lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^3} \cdot x^2 + \frac{P_{jx} B_{00} x}{a^2 \lambda m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2/(m_j c)^2}} \right]. \quad (2.32)$$

## 2.6 Derivation of Charged Particle's Position $x$ , $y$ , $z$

Since momentum  $\mathbf{P}_j$  is represented as  $\mathbf{P}_j = m_j \Gamma_j \mathbf{V}_j$ , it is clear that

$$\dot{x}_j = \frac{P_{jx}}{m_j \Gamma_j}, \quad (2.33)$$

$$\dot{y}_j = \frac{P_{jy}}{m_j \Gamma_j}, \quad (2.34)$$

$$\dot{z}_j = \frac{P_{jz}}{m_j \Gamma_j}. \quad (2.35)$$

Therefore the position of a particle is given by integrating the above equations.

## 2.7 Derivation of Scale Factor $a(t)$

Since we have assumed  $n_i = n_e$ , the scale factor  $a(t)$  is equal to  $b(t)$ . Therefore we derive  $a(t)$  only.

Substituting  $a(t) = b(t)$  into Eqs.(2.24) and (2.25), we get

$$\ddot{a} = -\frac{B_{00}^2}{4\pi m_e n_0 \lambda^2 a^2} + \frac{p_{0e}}{m_e n_0 \lambda^2 a^\gamma},$$

$$\ddot{b} = \frac{p_{0i}}{m_i n_0 \lambda^2 a^\gamma}.$$

Multiplying  $m_e$  in the above equation and  $m_i$  in the lower, respectively, and adding the two equations, we obtain

$$(m_e + m_i)\ddot{a} = -\frac{B_{00}^2}{4\pi n_0 \lambda^2 a^2} + \frac{p_{0e} + p_{0i}}{n_0 \lambda^2 a^\gamma},$$

which can be written as

$$\ddot{a} = -\frac{V_a^2}{\lambda^2 a^2} + \frac{C_s^2}{\lambda^2 a^\gamma}, \quad (2.36)$$

where

$$V_a^2 = \frac{B_{00}^2}{4\pi n_0 (m_e + m_i)}, \quad C_s^2 = \frac{p_{0e} + p_{0i}}{(m_e + m_i) n_0}.$$

## 2.8 Summary of Basic Equations

Here, we summarize the derived equations. We assume that particle density and pressure for protons are equal to ones for electrons, respectively. Therefore, we can represent  $n_e = n_i = n_0$  and  $p_{0e} = p_{0i} = p_0$ . The equations of various quantities are summarized as follows:

$$\ddot{a} = -\frac{V_a^2}{\lambda^2 a^2} + \frac{C_s^2}{\lambda^2 a^\gamma}, \quad (2.37)$$

$$\dot{x}_j = \frac{P_{jx}}{m_j \Gamma_j}, \quad (2.38)$$

$$\dot{P}_{jx} = e_j \left[ \left[ -\frac{m_i V_a^2}{e \lambda a^3} + \frac{p_0}{e \lambda a^{\gamma+1} n_0} \right] \cdot \frac{x}{\lambda} + \frac{1}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2 / (m_j c)^2}} \cdot \left[ P_{jy} B_z - P_{jz} \frac{B_{00}}{a^2} \cdot \frac{x}{\lambda} \right] \right], \quad (2.39)$$

$$\dot{y}_j = \frac{P_{jy}}{m_j \Gamma_j}, \quad (2.40)$$

$$\dot{P}_{jy} = -\frac{e_j P_{jx} B_z}{m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2 / (m_j c)^2}}, \quad (2.41)$$

$$\dot{z}_j = \frac{P_{jz}}{m_j \Gamma_j}, \quad (2.42)$$

$$\dot{P}_{jz} = e_j \left[ -\frac{c B_{00} m_e}{4\pi e^2 n_0 \lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^2} - \frac{B_{00}}{c \lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^3} \cdot x^2 + \frac{P_{jx} B_{00} x}{a^2 \lambda m_j c \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2 / (m_j c)^2}} \right], \quad (2.43)$$

$$E_x = \left[ -\frac{m_i V_a^2}{e \lambda a^3} + \frac{p_0}{e \lambda a^{\gamma+1} n_0} \right] \cdot \frac{x}{\lambda}, \quad (2.44)$$

$$E_z = -\frac{cB_{00}m_e}{4\pi e^2 n_0 \lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^2} - \frac{B_{00}}{c\lambda} \cdot \frac{\dot{a}}{a^3} \cdot x^2, \quad (2.45)$$

$$B_y = \frac{B_{00}}{a^2} \cdot \frac{x}{\lambda}, \quad (2.46)$$

$$n_e = n_i = \frac{n_0}{a}. \quad (2.47)$$

And

$$V_a^2 = \frac{B_{00}^2}{4\pi n_0 (m_e + m_i)}, \quad (2.48)$$

$$C_s^2 = \frac{2p_0}{(m_e + m_i)n_0}, \quad (2.49)$$

$$\Gamma_j = \sqrt{1 + |\mathbf{P}_j|^2 / (m_j c)^2}. \quad (2.50)$$

### 3. OPERATIONS FOR SIMULATION OF THE EXPLOSIVE COALESCENCE

In this section, we will describe the method of numerical simulation and the normalization of physical quantities, and also determine their initial conditions for the differential equations.

#### 3.1 Summary of Normalized Physical Quantities

If the derived equations are numerically treated in a computer, it is possible to occur an overflow error or an underflow error. Because some variables in the equations might have an enormous or nearly zero numbers (for example,  $c = 3.0 \times 10^{10}$  cm/sec,  $m_e = 9.1 \times 10^{-28}$  g). To avoid these numerical errors, every variables are used to be normalized.

Since  $a(t)$  is a non-negative non-dimensional variable, it is not necessary to normalize it.

Now we define the normalized variables as follows.

$$\tilde{t} = \frac{t}{T}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{\lambda}, \quad \tilde{P} = \frac{P}{m_j c}, \quad \tilde{E} = \frac{E}{m_j c^2 / (e\lambda)}, \quad \tilde{B} = \frac{B}{B_{00}}, \quad \tilde{n} = \frac{n}{n_0}.$$

Then, we can derive the following equations:

$$\dot{a} = \frac{da}{dt} = \frac{1}{T} \cdot \frac{da}{d\tilde{t}}, \quad \ddot{a} = \frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{1}{T^2} \cdot \frac{d^2 a}{d\tilde{t}^2}, \quad \dot{P} = \frac{dP}{dt} = \frac{m_j c}{T} \cdot \frac{d^2 \tilde{P}}{d\tilde{t}^2}.$$

Therefore, Eqs. (2.37) ~ (2.47) without the suffix  $j$  for particle species can be normalized as follows,

$$\ddot{a} = -\frac{M_a^2}{a^2} + \frac{M_s^2}{a^\gamma}, \quad (3.1)$$

$$\dot{\tilde{x}} = \frac{\tilde{P}_x}{\sqrt{1 + |\tilde{\mathbf{P}}|^2}}, \quad (3.2)$$

$$\dot{\tilde{P}}_x = C_r \cdot \left[ M_r \left[ -\frac{M_{a1}^2}{a^3} + \frac{M_{s1}^2}{a^{\gamma+1}} \right] \cdot \tilde{x} + \frac{R_c}{\sqrt{1 + |\tilde{\mathbf{P}}|^2}} \cdot \left[ \tilde{P}_y \tilde{B}_z - \tilde{P}_z \frac{\tilde{x}}{a^2} \right] \right], \quad (3.3)$$

$$\dot{\tilde{y}} = \frac{\tilde{P}_y}{\sqrt{1 + |\tilde{\mathbf{P}}|^2}}, \quad (3.4)$$

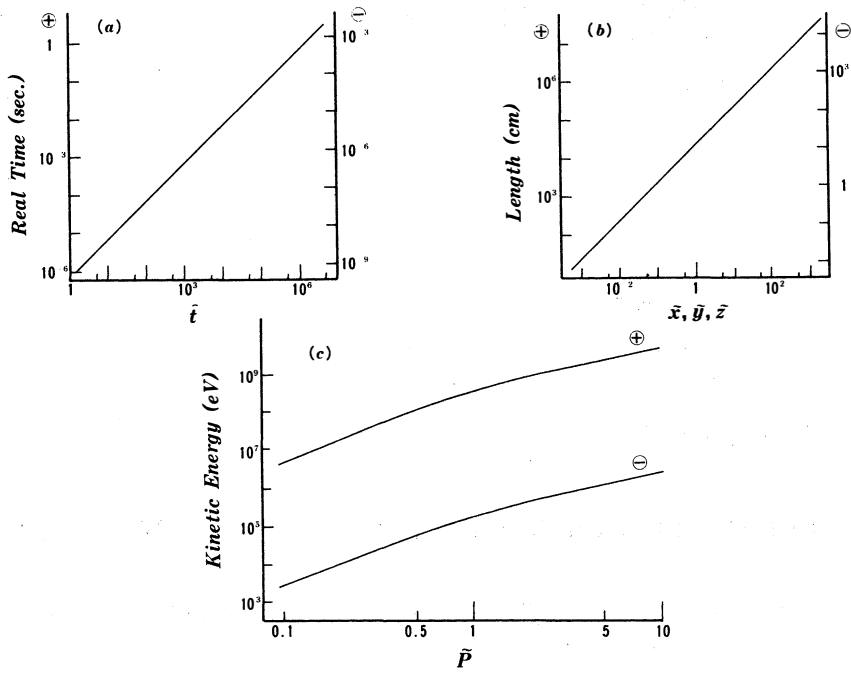


Fig.2. Relations between dimensional and non-dimensional quantities of (a) time, (b) length, (c) kinetic energy.

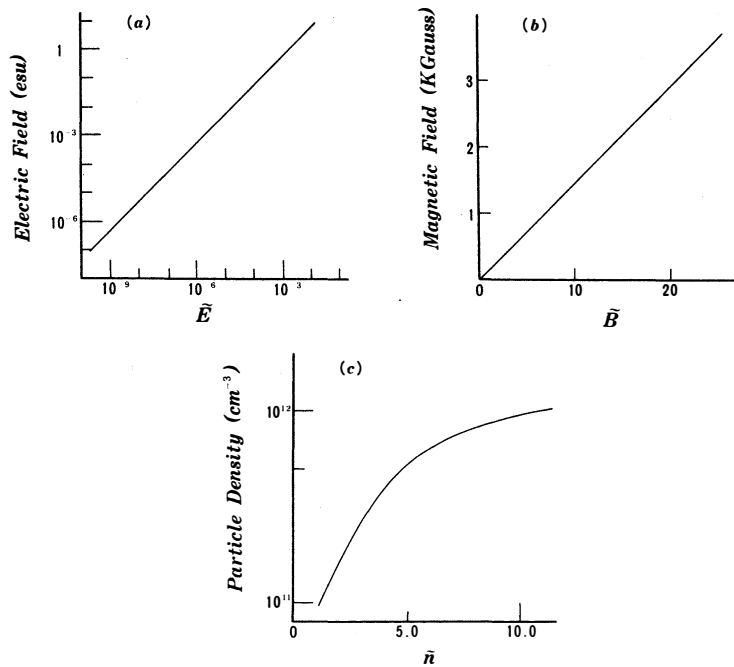


Fig.3. Relations between dimensional and non-dimensional quantities of (a) electric field, (b) magnetic field, (c) particle density.



$$\dot{\tilde{P}}_y = -C_r \cdot \frac{R_c}{\sqrt{1+|\tilde{\mathbf{P}}|^2}} \cdot \tilde{P}_x \tilde{B}_z, \quad (3.5)$$

$$\dot{\tilde{z}} = \frac{\tilde{P}_z}{\sqrt{1+|\tilde{\mathbf{P}}|^2}}, \quad (3.6)$$

$$\dot{\tilde{P}}_z = C_r \cdot \left[ -\frac{R_c}{R_p^2} \cdot \frac{\dot{a}}{a^2} - R_c \cdot \frac{\dot{a}}{a^3} \cdot \tilde{x}^2 + \frac{R_c}{\sqrt{1+|\tilde{\mathbf{P}}|^2}} \cdot \tilde{P}_x \cdot \frac{\tilde{x}}{a^2} \right], \quad (3.7)$$

$$\tilde{E}_x = M_r \cdot \left[ -\frac{M_{a1}^2}{a^3} + \frac{M_{s1}^2}{a^{\gamma+1}} \right] \cdot \tilde{x} \quad (= \tilde{E}_0 \cdot \tilde{x}), \quad (3.8)$$

$$\tilde{E}_z = -\frac{R_c}{R_p^2} \cdot \frac{\dot{a}}{a^2} - R_c \cdot \frac{\dot{a}}{a^3} \cdot \tilde{x}^2 \quad (= \tilde{E}_{z0} + \tilde{E}_{z1} \cdot \tilde{x}^2), \quad (3.9)$$

$$\tilde{B}_y = \frac{\tilde{x}}{a^2} \quad (= \tilde{B}_0 \cdot \tilde{x}). \quad (3.10)$$

$$\tilde{n} = \frac{1}{a}. \quad (3.11)$$

Other normalized physical quantities are summarized as follows,

$$M_a^2 = \frac{V_a^2}{c^2}, \quad (3.12)$$

$$M_s^2 = \frac{C_s^2}{c^2}, \quad (3.13)$$

$$M_{a1}^2 = \frac{V_a^2}{c^2}, \quad (3.14)$$

$$M_{s1}^2 = \frac{\dot{p}_0}{m_p n_0 c^2}, \quad (3.15)$$

$$R_c = \omega_{cj} T, \quad (3.16)$$

$$R_p^2 = \omega_{pe}^2 T^2, \quad (3.17)$$

$$C_r = \frac{e_j}{e}, \quad (3.18)$$

$$M_r = \frac{m_i}{m_j}, \quad (3.19)$$

$$\gamma = 1 + \frac{2}{f}, \quad (3.20)$$

where

$$\omega_{cj} = \frac{eB_{00}}{m_j c}, \quad (3.21)$$

$$\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e}. \quad (3.22)$$

To solve the coupled nonlinear differential equations, we used ODAM (Adams method to solve a simultaneous first differential equations). To use this method, several quantities are defined as follows,

$$y_1 = a, \quad y_2 = \dot{a}, \quad y_3 = \tilde{x}, \quad y_4 = \tilde{P}_x,$$

$$y_5 = \tilde{y}, \quad y_6 = \tilde{P}_y, \quad y_7 = \tilde{z}, \quad y_8 = \tilde{P}_z.$$

And Eqs. (3.1) ~ (3.7) are transformed into the following eight simultaneous first order differential equations;

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad (3.23)$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{M_a^2}{y_1^2} + \frac{M_s^2}{y_1^\gamma}, \quad (3.24)$$

$$\dot{y}_3 = \frac{y_4}{\sqrt{1+|\tilde{P}|^2}}, \quad (3.25)$$

$$\dot{y}_4 = C_r \cdot \left[ M_r \cdot \left[ -\frac{M_{a1}^2}{y_1^3} + \frac{M_{s1}^2}{y_1^{\gamma+1}} \right] \cdot y_3 + \frac{R_c}{\sqrt{1+|\tilde{P}|^2}} \cdot \left[ y_6 \tilde{B}_z - y_8 \frac{y_3}{y_1^2} \right] \right], \quad (3.26)$$

$$\dot{y}_5 = \frac{y_6}{\sqrt{1+|\tilde{P}|^2}}, \quad (3.27)$$

$$\dot{y}_6 = C_r \frac{R_c}{\sqrt{1+|\tilde{P}|^2}} \cdot y_4 \tilde{B}_z, \quad (3.28)$$

$$\dot{y}_7 = \frac{y_8}{\sqrt{1+|\tilde{P}|^2}}, \quad (3.29)$$

$$\dot{y}_8 = C_r \cdot \left[ -\frac{R_c}{R_p^2} \cdot \frac{y_2}{y_1^2} - R_c \cdot \frac{y_2}{y_1^3} \cdot y_3^2 + \frac{R_c}{\sqrt{1+|\tilde{P}|^2}} \cdot y_4 \cdot \frac{y_3}{y_1^2} \right], \quad (3.30)$$

here

$$|\tilde{P}|^2 = y_4^2 + y_6^2 + y_8^2.$$

### 3.2 Determination of Initial Conditions

Initial values of physical quantities are necessary to solve the above simultaneous equations. In this section we will define various normalized physical quantities in the basic equations and determine the initial values.

#### 3.2.1. DETERMINATION OF PARAMETERS

Before determination of initial values, we have to set the values of parameters involved in the basic equations.

For simulations, we use magnetic field and density of the typical solar flare region as

$$B_{00} = 145 \text{ Gauss},$$

$$n_0 = 10^{11}/\text{cm}^3.$$

In Eq. (3.1) the first term of right hand side corresponds to the  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  term and drives the magnetic collapse. While the second term corresponds to the pressure gradient term and may eventually be able to balance with the magnetic compression term when  $\gamma = 3$ . The condition  $\gamma = 3$  which we will use here means that the current loop coalescence occurs in nearly one-dimensional fashion so that the degree of freedom of the system becomes unity. The plasma  $\beta$

value ( $\beta = C_s^2/V_a^2$ ) is varied from 0.1 to 1.0. From the above quantities, we can calculate following quantities;

$$\begin{aligned}\omega_{pe}^2 &= \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e}, \\ \omega_{cj} &= \frac{eB_{00}}{m_j c}, \\ p_0 &= \frac{B_{00}^2}{8\pi} \cdot \beta, \\ T &= \frac{1}{\omega_{cj}} = \frac{m_j c}{eB_{00}}, \\ \lambda &= cT = \frac{m_j c^2}{eB_{00}}, \\ V_a^2 &= \frac{B_{00}^2}{4\pi n_0 (m_e + m_i)} \approx \frac{B_{00}^2}{4\pi n_0 m_i}, \\ C_s^2 &= \frac{2p_0}{(m_e + m_i)n_0} \approx \frac{2p_0}{m_i n_0}.\end{aligned}$$

Here, we note that standard values of time  $T$ , length  $\lambda$ , and momentum  $m_j c$  are changed by the species of particles. (For electric field,  $m_j c^2 / (e\lambda) = B_{00}$ .) Fig.2 and 3 show the relation of non-dimensional quantities and dimensional quantities, based on the above values.

### 3.2.2. DETERMINATION OF THE INITIAL VALUES

Because the basic equations numerically solved are eight-dimensions, we need eight initial values. For location and momentum of a charged particle, they are varied in the following ranges.

$$\begin{aligned}\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} &= 0.0 \sim 4.0 \\ \tilde{P}_x, \tilde{P}_y, \tilde{P}_z &= \pm 10^{-6} \sim 10^{-4}\end{aligned}$$

Next, we discuss about the determination of initial values of  $a$  and  $\dot{a}$ . Eq.(3.1) can be rewritten as follows,

$$\ddot{a} = -\frac{\partial}{\partial a} V(a), \quad (3.31)$$

here  $V(a)$  is the effective (Sagdeev) potential, which is given by

$$V(a) = -\frac{M_a^2}{a} + \frac{M_s^2}{2a^2}. \quad (3.32)$$

The graph of the effective potential is shown in Fig.4. The minimum value  $V_{\min}$  is obtained from the condition of  $\partial V(a)/\partial a = 0$ .

$$V_{\min} = -\frac{M_a^4}{2M_s^2} \quad \left[ a = \frac{M_s^2}{M_a^2} \right]$$

If plasma  $\beta$  value varies, the shape of graph is changed by it as shown in Fig.4. If the plasma  $\beta$  becomes smaller, the shorter and deeper the potential bottom is. So, when the initial condition of  $a$  is close to  $V_{\min}$ , we have oscillational behavior of  $a$  near the potential minimum.

We assume that the initial values of  $a$  and  $\dot{a}$  are  $a_s$  and  $\dot{a}_s$ , respectively. From the rule of

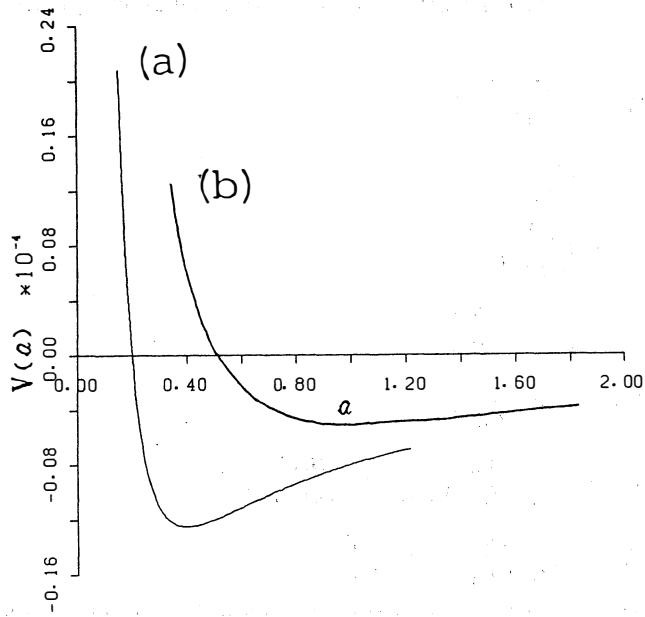


Fig.4. Effective potential  $V(a)$ : (a) $\beta = 0.4$ , (b) $\beta = 1.0$ .

energy conservation, we obtain

$$\frac{1}{2}m_j(\dot{a}_s)^2 = -m_j \int_{a_s}^{a_e} \ddot{a} da, \quad (3.33)$$

where  $a_e$  is the edge of oscillation in  $a$ -axis. We regard Eq. (3.33) as a second order equation for  $a_e$ , and arranging it, we get

$$\left[ (\dot{a}_s)^2 - 2 \cdot \frac{M_a^2}{a_s} + \frac{M_s^2}{a_s^2} \right] \cdot a_e^2 + 2M_a^2 a_e - M_s^2 = 0.$$

From the conditions of existence of solutions, we obtain

$$|\dot{a}_s| < \sqrt{2M_a^2/a_s - M_s^2/a_s^2} \quad (\text{note: } a_s > \frac{\beta}{2}) \quad (3.34)$$

If the start point  $a_s$  is at the bottom of the potential ( $a_s = \beta$ ), Eq. (3.34) is rewritten as follows;

$$|\dot{a}_s| < \sqrt{(M_a^2)^2/M_s^2} = \sqrt{M_a^2/\beta}. \quad (3.35)$$

We determine the initial value of  $\dot{a}$  from Eq. (3.35), as the initial value of  $a$  is equal to the plasma  $\beta$  value.

#### 4. SIMULATION RESULTS

In this section, we will show the simulation results obtained by means of the basic equations derived in the previous section. At first in our simulations, we determine  $\beta$ ,  $\vec{B}_z$ , and the eight initial values of simultaneous differential equations as follows;

$$\beta = 0.4, \quad \tilde{B}_z = 1.0,$$

$$a = \beta, \quad \dot{a} = -\beta \times 10^{-2}, \quad (\dot{a}/a = -10^{-2})$$

$$\tilde{x} = 1.0, \quad \tilde{y} = \tilde{z} = 0.0,$$

$$\tilde{P}_x = \tilde{P}_y = \tilde{P}_z = 10^{-6}.$$

Next we will change four parameters  $\beta$ ,  $\tilde{B}_z$ ,  $\dot{a}/a$ , and  $\tilde{x}$ , which have important effects on the particle acceleration.

#### 4.1 Electromagnetic Field and Density during Current Loop Coalescence

In this section, we will show how the electromagnetic fields, density and coalescence period can change depending on  $\beta$  and  $\dot{a}/a$  during the current loop coalescence. These physical quantities have the periodic characteristics in time. Then, in Figs.5~7, both of maximum and minimum values for every quantity are dotted and are connected with each other.

Fig.5 shows the parameter dependence of  $\tilde{B}_0$  and  $\tilde{n}$ . As shown in Figs.5(a) and (c), if  $\beta$  becomes smaller, both values of  $\tilde{B}_0$  and  $\tilde{n}$  become larger. This means that for the low  $\beta$  plasma strong plasma compression can occur by the Lorentz force (magnetic collapse) during the current loop coalescence. And, as  $\beta$  is large, they are almost constant. The dependence on  $\dot{a}/a$  shown in Figs.5(b) and (d) shows that both  $\tilde{B}_0$  and  $\tilde{n}$  increase with increment of  $\dot{a}/a$ . This means

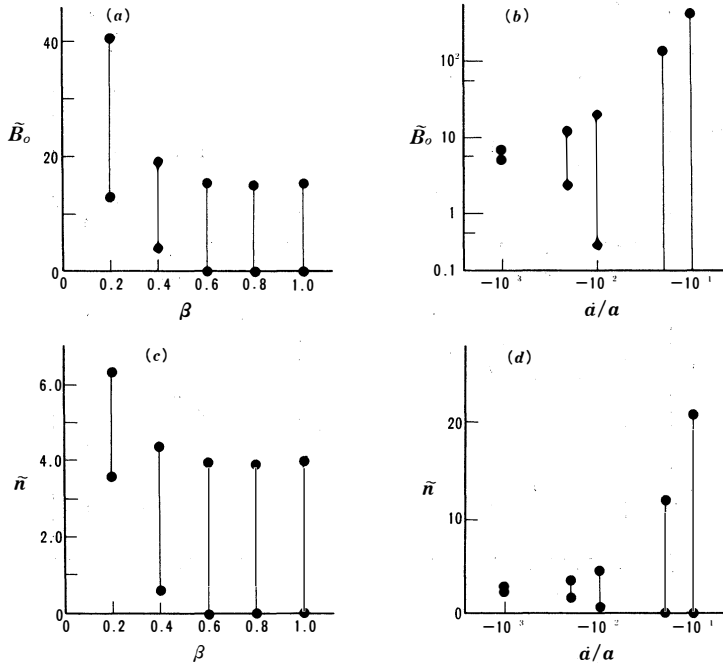


Fig.5.  $\tilde{B}_0$  depends on (a) $\beta$ , (b) $\dot{a}/a$ .  $\tilde{n}$  depends on (c) $\beta$ , (d) $\dot{a}/a$ .

that if the initial colliding velocity ( $\propto \dot{a}/a$ ) becomes large, strong magnetic collapse can occur with strong density accumulation.

Fig.6 shows the parameter dependence of  $\bar{x}$ -component  $E_0$  of electric field. Fig.6(b) shows that  $\dot{a}/a$  approaches to  $-0.1$ , the maximum value of  $\tilde{E}_0$  suddenly can become large. This effect may be important for the high energy particle production. For  $\bar{z}$ -components  $\tilde{E}_{z0}$  and  $\tilde{E}_{z1}$  as shown in Fig.7, the coefficient  $\tilde{E}_{z1}$  proportional to  $\bar{x}$  is much larger than  $\tilde{E}_{z0}$ . This means that the amount of acceleration in  $\bar{z}$ -direction depends on the location of particles in  $\bar{x}$ -direction.

Fig.8 shows the parameter dependence of the period on  $\beta$  and  $\dot{a}/a$ . When  $\beta$  as well as  $\dot{a}/a$  is large, the period is long. Because the bottom of effective potential  $V(a)$  becomes shallow and flat.

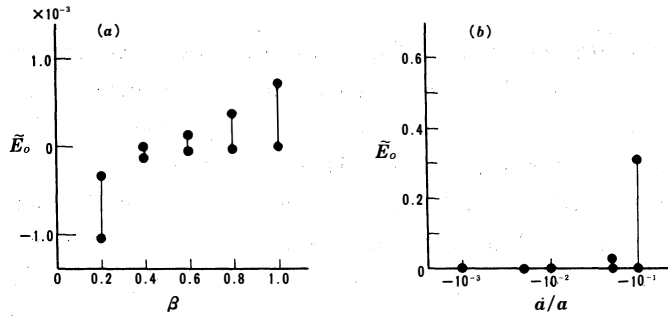


Fig.6.  $\tilde{E}_0$  depends on (a)  $\beta$ , (b)  $\dot{a}/a$ .

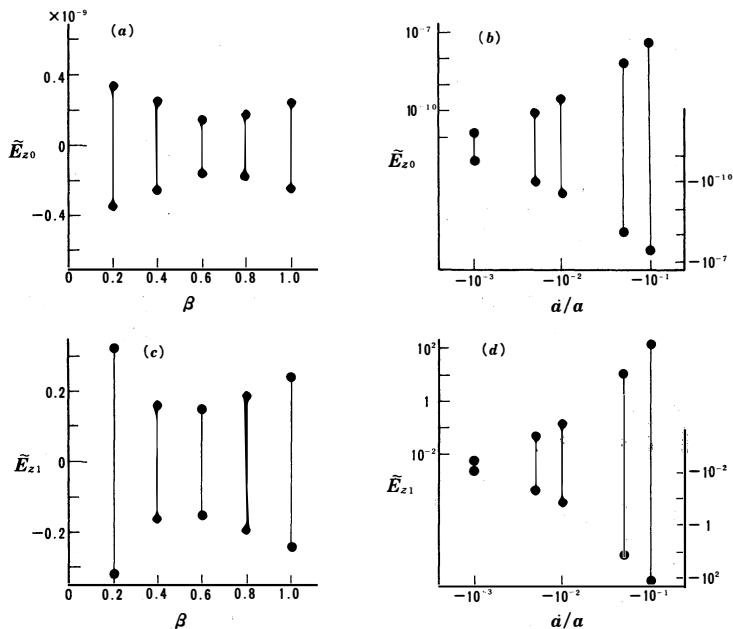


Fig.7. Electric field components depend on  $\beta$  and  $\dot{a}/a$ .

### 4.2 Particle Acceleration to Relativistic Energies

We will show that both electrons and protons can be periodically accelerated to relativistic energies during the current loop coalescence. Figs.9~12 show the parameter dependences of maximum value  $\tilde{P}_{max}$  of momentum and its components  $\tilde{P}_x$ ,  $\tilde{P}_y$ , and  $\tilde{P}_z$  under several conditions.

Fig.9(a) shows  $\beta$  dependence of  $\tilde{P}_{max}$  which has a peak around  $\beta \approx 0.4$ . The peak value is 2.4, which corresponds to about 2 GeV for protons, about 1.22 MeV for electrons. Since the bottom of the effective potential  $V(a)$  becomes shallower with increasing  $\beta$ , particle's oscillatory behavior is transformed into non-oscillatory behavior. In Fig.9(a), non-oscillatory behavior occurs at  $\beta > 0.5$ .

Fig.9(b) shows  $\tilde{B}_z$  dependence. When  $\tilde{B}_z = 0$ , charged particles are hardly accelerated. But

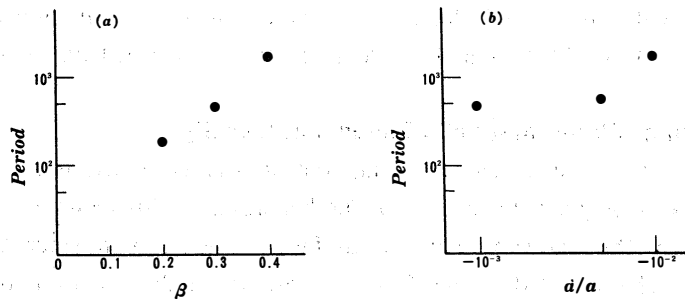


Fig.8. Periodic time depends on (a) $\beta$ , (b) $\dot{a}/a$ .

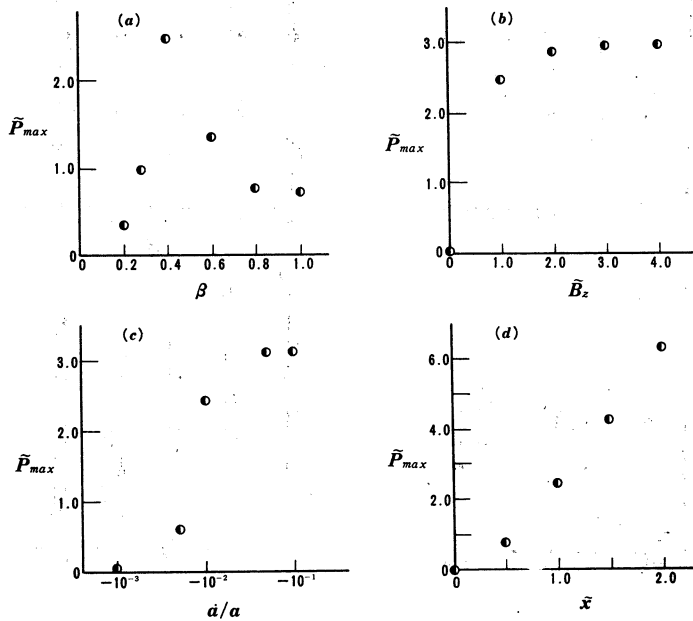


Fig.9.  $\tilde{P}_{max}$  depends on (a) $\beta$ , (b) $\tilde{B}_z$ , (c) $\dot{a}/a$ , (d) $\tilde{x}$ .

when  $\tilde{B}_z$  is beyond 1.0 (=145 Gauss), their kinetic energies are larger than rest-mass energies and seem to saturate. Therefore, the relativistic particle acceleration needs the existence of  $\tilde{B}_z$  essentially.

Fig.9(c) shows the dependence on  $\dot{a}/a$ . When  $|\dot{a}/a|$  increases,  $\tilde{P}_{\max}$  increases. The explosive coalescence of plasma current loops is also important to get the relativistic energies for both electrons and protons.

Fig.9(d) shows the dependence on the initial particle location  $\tilde{x}$ .  $\tilde{P}_{\max}$  increases linearly with  $\tilde{x}$ . Particles located far from the center of current loop coalescence, can be well accelerated.

Figs.10(a) ~ (d) show the various parameter dependence of  $\tilde{x}$ -component  $\tilde{P}_x$ . As seen in Fig.10, the acceleration to  $\tilde{x}$ -direction is weak. (Here, for protons, O for electrons.)

Figs.11 and 12 show the parameter dependence of  $\tilde{P}_y$  and  $\tilde{P}_z$ , respectively. From these graphs, it is clear that protons and electrons can be accelerated to the opposite direction each other.  $\tilde{P}_y$  and  $\tilde{P}_z$  are 10 to 100 time as large as  $\tilde{P}_x$  after the current loop coalescence.

### 4.3 Time Evolution of Electromagnetic Fields and Density

The time evolution of electromagnetic fields and density is shown as a typical example, using standard values as they are determined at the beginning of this chapter.

Figs.13 ~ 15 show the time evolution of scale factor, electric field, magnetic field, and density. The oscillatory behavior of the scale factor  $a$  leads to similar oscillations in other physical

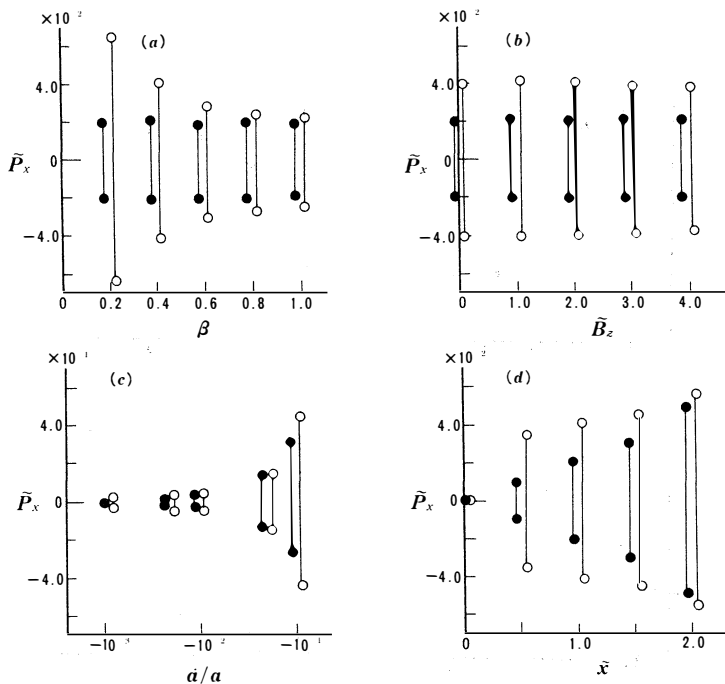


Fig.10.  $\tilde{P}_x$  depends on (a) $\beta$ , (b) $\tilde{B}_z$ , (c) $\dot{a}/a$ , (d) $\tilde{x}$ .



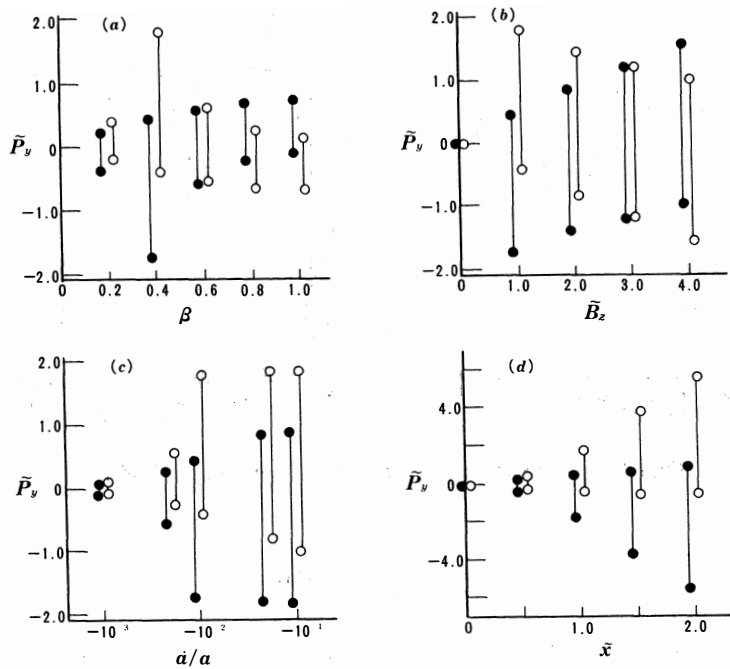


Fig.11.  $\tilde{P}_y$  depends on (a) $\beta$ , (b) $\tilde{B}_z$ , (c) $\dot{a}/a$ , (d) $\tilde{x}$ .

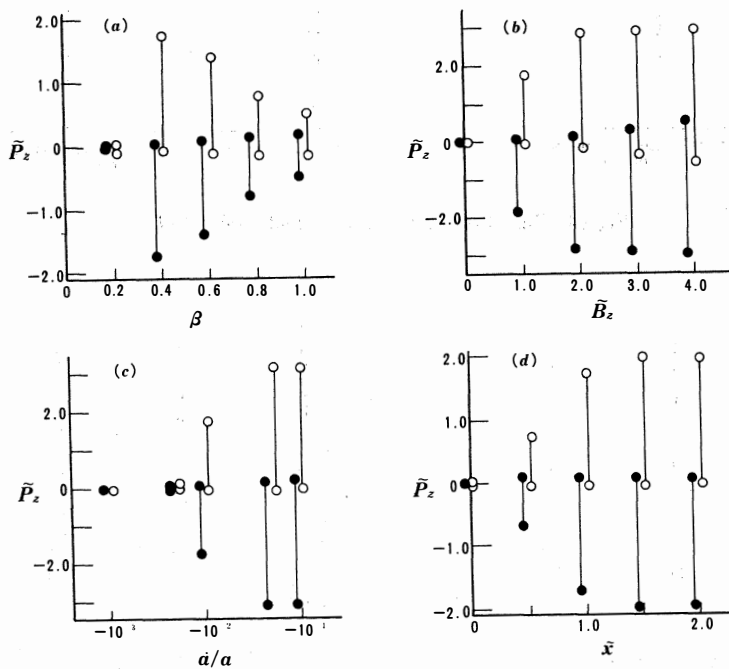


Fig.12.  $\tilde{P}_z$  depends on (a) $\beta$ , (b) $\tilde{B}_z$ , (c) $\dot{a}/a$ , (d) $\tilde{x}$ .

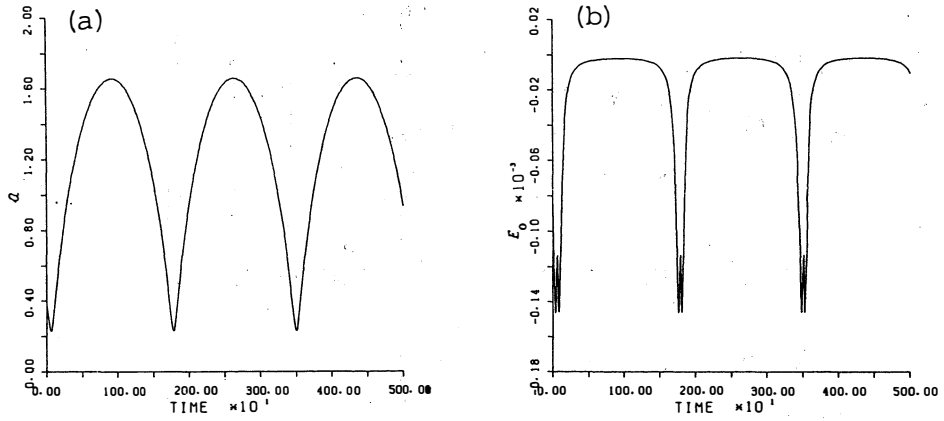


Fig.13. Time history of (a) scale factor  $a$ , (b) electric field  $\bar{E}_0$ .

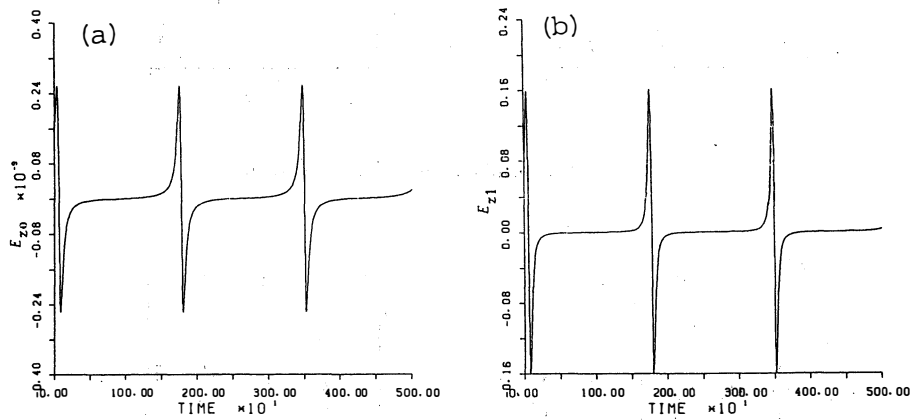


Fig.14. Time history of electric field; (a)  $\bar{E}_{z0}$ , (b)  $\bar{E}_{z1}$ .

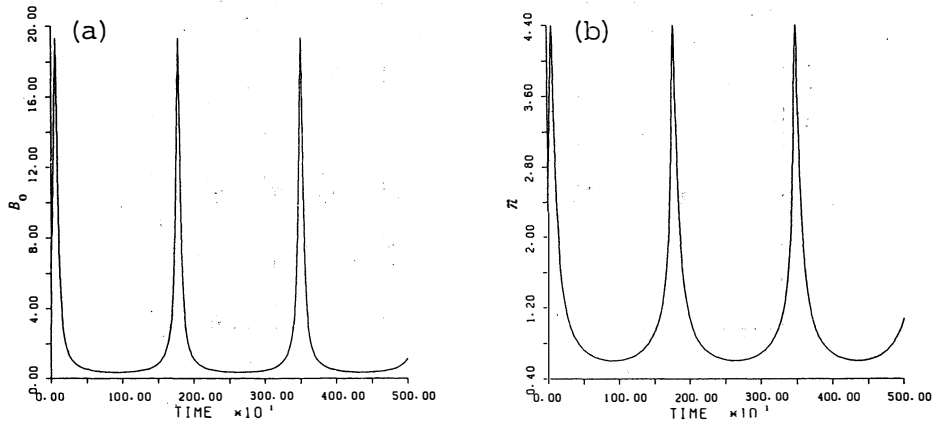


Fig.15. Time history of (a) magnetic field  $\bar{B}_0$ , (b) particle density  $\bar{n}$ .

quantities. The period of  $a$  is about  $1.7 \times 10^3$ , which corresponds to about 1.2 msec for protons, about  $0.68 \mu\text{sec}$  for electrons. Other physical quantities have the same period. If  $\beta$  becomes smaller, double-peak structure (Fig.13(b)) on  $\tilde{E}_0$  which occurs during the magnetic collapse phase disappears and  $\tilde{E}_0$  changes like a sine wave.

#### 4.4 Time Evolution of Momentum of Charged Particles

In this section, we will show the momentum and the orbit of proton when  $\tilde{B}_z$  and  $\tilde{x}$  are 4.0 and 1.0, respectively.

As seen in Fig.16(a), the momentum  $\tilde{P}_x$  varies with a very small time scale compared with  $\tilde{P}_y$  and  $\tilde{P}_z$  (see Figs.16(b) and Fig.17(a)). Furthermore,  $\tilde{P}_x$  has a high periodic behavior which corresponds to the period of the scale factor  $a$ . Fig.17(b) shows the time evolution of total momentum of proton. Fig.18 shows the orbit of proton which moves from large  $z$  to small  $z$ . (Many symbols in the orbit mean the time intervals. One interval is about  $180 \mu\text{sec}$ .)

Figs.19~21 show the behavior of proton when  $\tilde{B}_z = 1.0$  and  $\tilde{x} = 0.0$ . This is an example that a proton is hardly accelerated. Indeed, in  $\tilde{x}\text{-}\tilde{y}$  plane, the proton shows Larmor motion

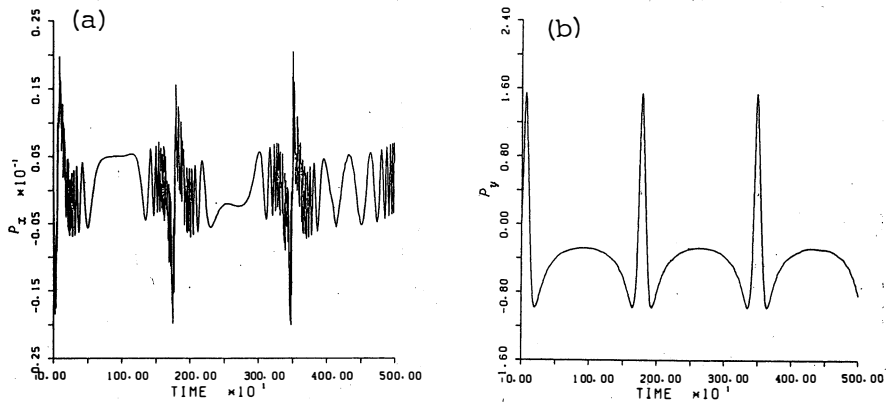


Fig.16. Time history of momentum; (a)  $\tilde{P}_x$ , (b)  $\tilde{P}_y$ .

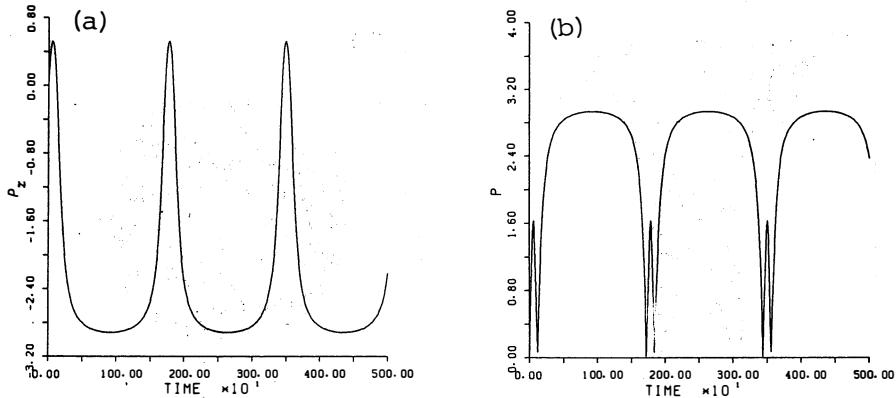


Fig.17. Time history of momentum; (a)  $\tilde{P}_z$ , (b)  $\tilde{P}$ .

around  $\tilde{B}_z$ . As seen in Fig.19(b), the change of total momentum during magnetic collapse is very small. Fig.20(a) and (b) show the orbit of the proton in  $x$ - $y$  plane and  $y$ - $z$  plane, respectively. Fig.21 shows its 3-D orbit. Figs.22 ~ 24 show the behavior of electron when  $\tilde{B}_z = 1.0$  and  $\tilde{x} = 1.5$ . In  $\tilde{x}$ -direction, the electron behaves with the same manner of proton, because of the coalescence direction. But in  $\tilde{y}$  and  $\tilde{z}$ -directions (Figs.22(b), 23(a)), the electron can be accelerated in opposite directions compared with protons (see Figs.16(b), 17(a)). Fig.24 shows orbit of the electron which moves from small  $z$  to large  $z$ . The oscillatory acceleration period of the electron is the same with one of the scale factor  $a$ . Therefore we

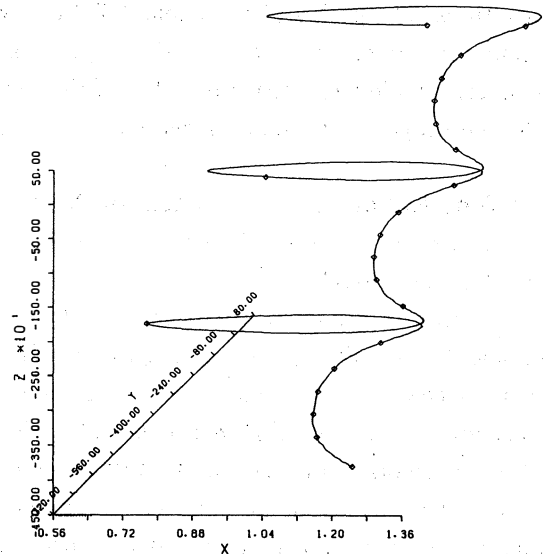


Fig.18. 3-D representation of proton's orbit.

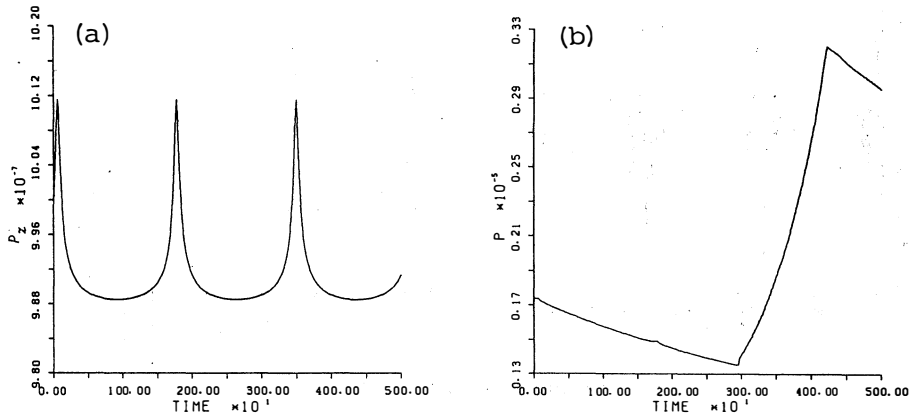


Fig.19. Time history of momentum; (a)  $\tilde{P}_x$ , (b)  $\tilde{P}_y$ .

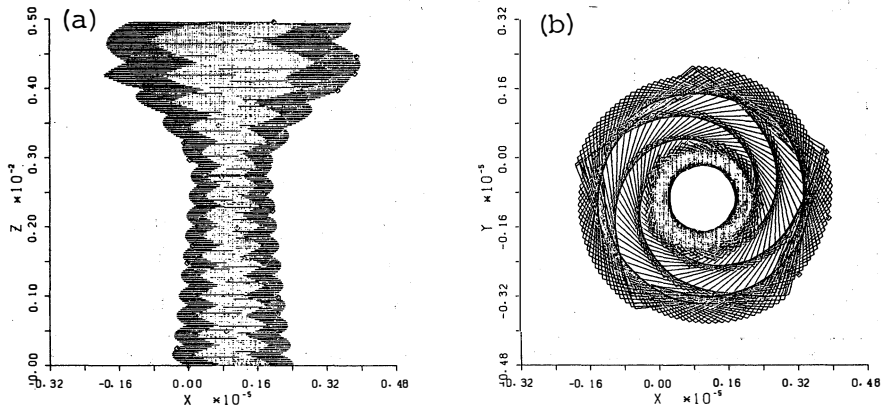


Fig.20. Proton's orbit in (a)  $\tilde{x}$ - $\tilde{z}$  plane, (b)  $\tilde{x}$ - $\tilde{y}$  plane.

may conclude that both electrons and protons can be quasi-periodically accelerated to relativistic energies during current loop coalescence.

### 5. SUMMARY AND DISCUSSION

In this paper, we investigated the explosive acceleration of charged particles (protons and electrons), using the plasma current loop coalescence model. We found that both electrons and protons can be quasi-periodically accelerated to the relativistic energies under several conditions. The important parameters for relativistic particle acceleration are (1) the plasma  $\beta$  ratio, (2) the magnetic field along the

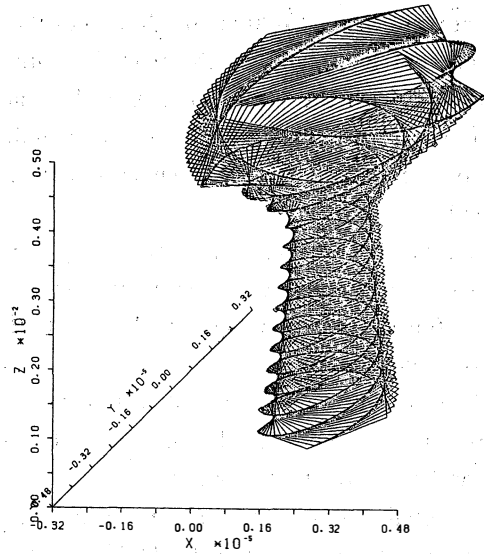


Fig.21. 3-D representation of proton's orbit.

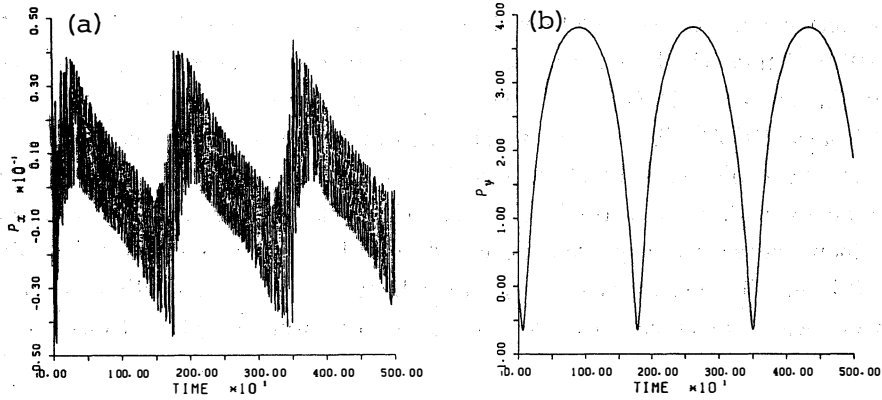


Fig.22. Time history of momentum; (a)  $\bar{P}_x$ , (b)  $\bar{P}_y$ .

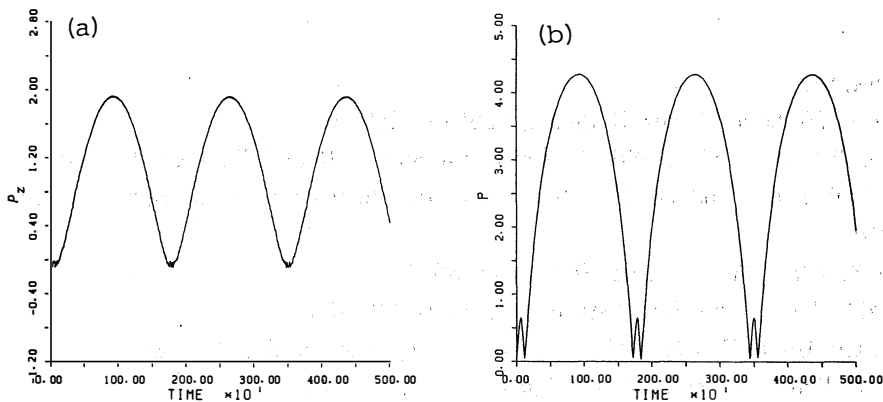


Fig.23. Time history of momentum; (a)  $\bar{P}_z$ , (b)  $\bar{P}_y$ .

two current loops, (3) high colliding velocity of the current loops and (4) the particle's initial location  $\bar{x}$  from the center of loop coalescence. Both electrons and protons can be simultaneously accelerated within much less than one second.

Recent observations for high energy particle acceleration during the impulsive phase in solar flares are summarized by de Jager (1989)<sup>12</sup> as follows:

- (1) The acceleration times of electrons and protons to energies of some tens of MeV can be shorter than  $\sim 2$  sec.
- (2) Although MeV protons are accelerated nearly simultaneously with MeV electrons, observations with high time resolution show that the ionic emission can occur one to two seconds later.
- (3) Primary electrons are accelerated to energies of roughly  $\sim 100$  MeV.

De Jager (1989)<sup>12</sup> explained these observations by the explosive current loop coalescence model proposed by Tajima et al. (1982,<sup>6</sup> 1987)<sup>8</sup> (see for review of the current loop coalescence model; Sakai and Ohsawa, 1987)<sup>10</sup>. The electron acceleration up to the observed energies ( $\sim 100$  MeV) is possible by the explosive current loop coalescence, if many current loop coalescence can occur successively within one second. Quasi-periodic relativistic electron acceleration during the current loop coalescence may cause observed short-lived micro-wave bursts<sup>13</sup> with lifetimes down to  $\sim 0.1$  sec. The quasi-periodic magnetic collapse can produce multiple strong fast magnetosonic shock wave,<sup>14</sup> which can also produce high energy protons and electrons.<sup>10</sup>

### Acknowledgement

We acknowledge for use of Computer Center, Toyama University.

### References

1. Svestka, 1976, Solar Flares, D. Reidel, Publ. Co, Holland.
- Sturrock, P.A. et al. eds. 1986, Physics of the Sun, D. Reidel. Publ. Co, Holland.
2. Kundu, M.R. and Woodgate, B. 1986, Energetic Phenomena on the Sun, NASA Conf. Publ., No.2439.
3. Tanaka, K. 1987, Publ. Astron. Soc. Japan. 39, 1.
4. Chupp, E.L. 1984, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 22, 359.
5. Gold, T. and Hoyle, F. 1960, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 120, 89.
6. Tajima, T., Brunel, F., and Sakai, J. 1982, Ap. J. 245, L45.
7. Tajima, T. and Sakai, J. 1989a, Sov. J. Plasma Phys. in press

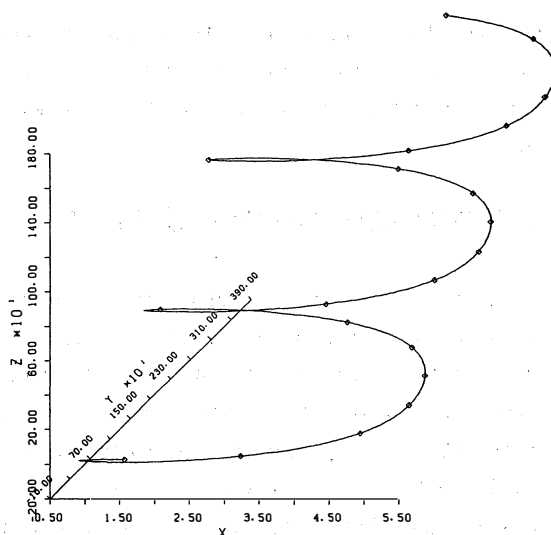


Fig.24. 3-D representation of electron's orbit.

8. Tajima, T. and Sakai, J. 1989b, Sov. J. Plasma Phys. in press
9. Tajima, T., Sakai, J.-I., Nakajima, H., Kosugi, T., Brunel, F., and Kundu, M.R. 1987, Ap. J. 321, 1031.
10. Sakai, J.-I., and Ohsawa, Y. 1987, Space Sci. Rev., 46, 113.
11. Sakai, J. and Tajima, T. 1986, Proc. Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics, ESA SP-251, p.77.
12. De Jager, C. 1989, Advances in Space Research, in press
13. De Jager, C., Kuypers, J., Correia, E. and Kaufmann, P. 1987, Solar Phys. 110, 317.
14. Sakai, J. 1989, in preparation

(Received October, 31 1988)

# プラズマ中の2次元X型電流層における磁氣的収縮と それに伴う磁気音波の衝撃波形成

森田 智之\*, 山口 健一\*, 坂井 純一\*\*

## 概 要

プラズマ中の2次元X型電流層において、磁気ローレンツ力によって生じる電流層の収縮の非定常力学過程を、数値解析によって調べた。

断熱比 $\gamma = 3$ の時には、電流層が振動しながら収縮し、 $\gamma = 5/3$ の時には、振動なしに収縮する。この電流層の収縮に伴い、磁場、密度、速度、圧力などの各物理量の変動し、強い磁気音波の衝撃波が形成されることを示す。

## 1. はじめに

X型磁場配位をもつプラズマ中の電流層には、磁気再結合過程に関連して多くの文献がある(たとえば、最近の研究結果のまとめは、文献1を参照; 以前の関連する文献は、文献1に含まれる)。その中で、特に太陽プラズマでは、太陽フレアのモデル<sup>2</sup>や、太陽プロミネンスのモデル<sup>2</sup>として、プラズマ中の電流層の力学的ふるまいの研究は、重要な位置を占める。従来の電流層の力学の研究は、定常状態の研究<sup>1</sup>や、Tearingモード不安定性の解析にみられるように、線形安定解析が主であった。しかし、最近では、大型計算機を用いたシミュレーション、及び、太陽の観測技術の進展に伴い、非定常問題として、電流層の力学過程を研究することが重要になってきている。<sup>1,3</sup>

特に、太陽フレアの爆発的初相(早い場合には1秒以内)で、イオン、陽子、及び、電子が、相対論的エネルギーまで加速されることが、SMMの観測などで明らかになった<sup>4</sup>。この様な速い、そして効率のよい粒子加速の物理過程として、現在2つのモデル<sup>5,6</sup>が提案されている。その第1のモデルは、太陽コロナ中に存在する、2本、又は、多くの電流ループが互いに相互作用(主に、合体相互作用)をして、磁気再結合によって、磁場のエネルギーをプラズマの加熱、及び、高エネルギー粒子の加速に変換するというモデルである。このモデルでは、2本の電流ループの中間に形成されるX型電流層の力学過程、特に、非定常力学過程が重要な役割を演じている。

これまでは主に、1次元の電流層がモデルとして扱われてきたが、この論文では、2次元X型電流層の非定常収縮過程を調べる。

この論文で用いられる基礎方程式は、Sakai など<sup>7</sup>(1987)によって、プロミネンス形成理論の論文に提出されたものを用いる。第2節では、電磁流体(MHD)方程式より、より簡単化された非線形連立常微分方程式を導出する。これらが、2次元X型電流層の非定常力学過程をよく記述している。第3節では、この基礎方程式を数値解析することによって、電流層が、磁気ローレンツ力によって、断熱

\*富山大学工学部電気工学科    \*\*富山大学工学部応用数学講座



比 $\gamma = 3$ の時には、振動しながら収縮することを示し、2次元電流層が、1次元電流層に近づくことを示す。また、 $\gamma = 5/3$ の時には、振動なしに、一気に収縮する。この収縮に伴い、磁気音波の衝撃波が形成されることを示す。

第4節では、得られた結果をまとめる。また、衝撃波形成に伴う、電流層での磁氣的再結合過程への影響や、衝撃波による粒子加速などについても議論する。

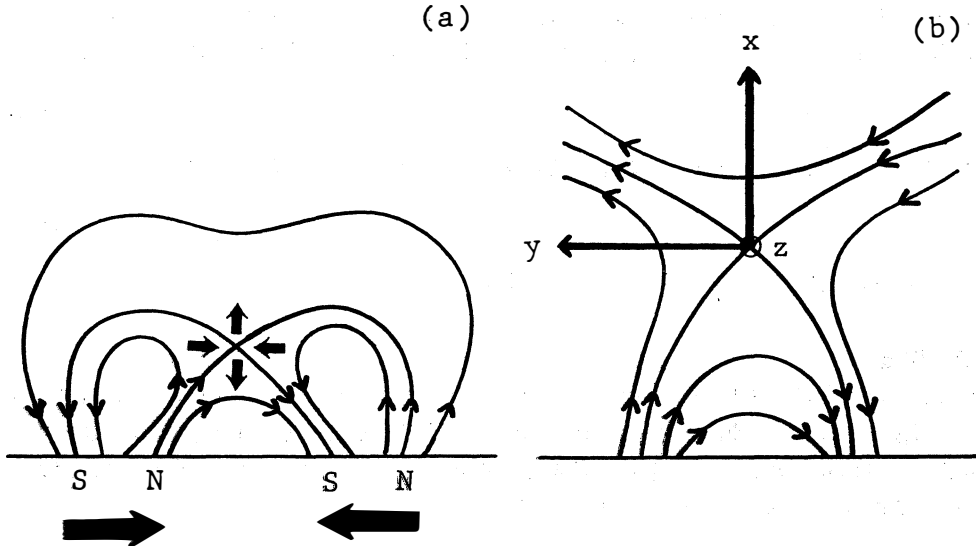


図1(a) プロミネンス形成の場所での磁場配位、及び、プラズマの流れ  
(b) 座標系

## 2. 基礎方程式と電流層のモデル

### 2.1 MHD 方程式

プロミネンスをモデル化すると、図1(a)に示すように、光球面の活動域の磁場によって形成される、コロナ中の薄い電流層である。図1(b)のように、垂直方向を $x$ 軸、水平方向を $y$ 軸、そして、プロミネンスに沿った水平方向を $z$ 軸として座標を設定する。ここで、プロミネンスは、 $z$ 軸方向に一様な薄膜と仮定する。

プロミネンスの形成の理論は、様々な物理的過程をふまえている。たとえば、プラズマ圧縮過程、温度と重力の効果、コロナ中の加熱、輻射過程などが含まれる。そして、これらを表現する式は、次に示すように、重力とエネルギー輸送を考慮した、MHD 方程式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla P + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \rho g e_x \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B} \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) P + \gamma P \nabla \cdot \mathbf{V} = (\gamma - 1) [E_H - Q_C + \nabla \cdot (\kappa_0 T^{5/2} \nabla T)] \quad (1.4)$$

ここで、 $\rho$ 、 $\mathbf{V}$ 、 $P$ 、 $\mathbf{B}$ 、そして $T$ は、それぞれ密度、速度、圧力、磁場、そして温度である。また、

重力加速度  $g(x)$  は、次のように与えられる。

$$g(x) = GM_{\odot}R_{\odot}^{-2} \left(1 + \frac{x}{R_{\odot}}\right)^{-2} = g_{\odot} \left(1 + \frac{x}{R_{\odot}}\right)^{-2} \quad (1.5)$$

ここで、 $M_{\odot}$ 、 $R_{\odot}$ 、 $g_{\odot} = GM_{\odot}R_{\odot}^{-2}$  はそれぞれ、太陽の質量、太陽の半径、太陽表面での重力加速度である。

式(1.4)の  $E_H$  と  $Q_C$  は、加熱と輻射による冷却の項である。加熱効果を示す  $E_H$  は、波動、もしくは電流の散逸のためによるが、未だよく解明されておらず、次のように、簡単な形をとるものと仮定する。

$$E_H = h\rho \quad (1.6)$$

ここで、 $h$  は定数である。一方、輻射冷却を示す  $Q_C$  は、次のようになる。

$$Q_C = \chi\rho^2T^{\alpha} \quad (1.7)$$

ここで、 $\chi$  と  $\alpha$  は定数だが、温度によって変化する。

## 2.2 電流と磁場

図 1(a) に示したように、磁極が向かい合っている 2 つの磁気双極子は、互いに近づき合うと考えられる。X-Y 断面をみると、 $y$  軸と平行に、両方向からプラズマが流入しており、それによって、X 型をした磁場配位が形成される。X 型をした磁場配位をとりまくように、水平にプラズマが流入しているわけだが、その速度  $v_y$  を、次のように仮定する。

$$v_y = \frac{\dot{a}}{a}y \quad (2.1)$$

ここで、 $a(t)$  は、スケール因子で、時間の関数である。また、 $\dot{a} = da/dt$  である。スケール因子  $a(t)$  は、電流層の厚さの連続的な変化を特徴づける。即ち、 $a(t)$  が小さくなると、電流層が薄く圧縮されることを意味する。

また、垂直方向の流れの速度  $v_x$  は、次のように仮定する。

$$v_x = v_{x0}(t) + \frac{\dot{b}}{b}x \quad (2.2)$$

ここで、 $v_{x0}(t)$  と、別のスケール因子  $b(t)$  は、基礎方程式より、後ほど決定される。

磁場の各成分は、次のように仮定する。

$$B_x = B_{x0}(t) \frac{y}{\lambda} \quad (2.3)$$

$$B_y = B_{n0}(t) + B_{y0}(t) \frac{x}{\lambda} \quad (2.4)$$

$$B_z = B_{z0}(t) \quad (2.5)$$

ここで、 $\lambda$  は電流層の特徴的長さである。未知関数  $B_{x0}(t)$ 、 $B_{y0}(t)$ 、 $B_{z0}(t)$ 、 $B_{n0}(t)$  は、基礎方程式より、後ほど決定される。式(2.4)の中の  $B_{n0}(t)$  は、磁場の X 点が上下に移動する様子を示す項である。

## 2.3 基礎方程式の導出

連続の式(1.1)へ、式(2.1)、(2.2)を代入すると、密度  $\rho(t)$  は、時間だけの関数となることがわか

る。即ち、

$$\rho(t) = \frac{\rho_0}{a(t)b(t)} \quad (3.1)$$

ここで、 $\rho_0$ は一定である。

次に、誘導電流に関する式(1.3)に、速度の式(2.1), (2.2), そして磁場に関する式(2.3)~(2.5)を代入し、計算すると、以下のように各磁場の成分が決定される。

$$B_{x0} = \frac{B_0}{a^2} \quad (3.2)$$

$$B_{y0} = \frac{B_0}{b^2} \quad (3.3)$$

$$\frac{dB_{n0}}{dt} = -\frac{v_{x0}B_0}{\lambda b^2} - B_{n0} \cdot \frac{\dot{b}}{b} \quad (3.4)$$

$$B_{z0} = \frac{B_{00}}{ab} \quad (3.5)$$

ここで、 $B_0, B_{00}$ は定数である。

圧力Pを次のように仮定する。

$$P(x,y,t) = P_{00}(t) - P_0(t) \cdot \frac{x}{\lambda} - P_{x0}(t) \cdot \frac{x^2}{\lambda^2} - P_{y0}(t) \cdot \frac{y^2}{\lambda^2} \quad (3.6)$$

運動方程式(1.2)へ、式(2.1)~(2.5), 式(3.1)~(3.3), 式(3.5), (3.6)を代入、計算すると次のようになる。まず、運動方程式のx成分で、xに依らない項だけ取り出すと、

$$\frac{dv_{x0}}{dt} + v_{x0} \cdot \frac{\dot{b}}{b} = \frac{ab}{\rho_0} \cdot \frac{P_0}{\lambda} - \frac{B_{n0}B_0}{4\pi\lambda} \cdot \frac{ab}{\rho_0} \left( \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) - g_{\oplus} \quad (3.7)$$

xに比例する項をみると、

$$\frac{d^2b}{dt^2} = 2 \cdot \frac{P_{x0}}{\lambda^2} \cdot \frac{ab^2}{\rho_0} - \frac{v_A^2}{\lambda^2} \left( \frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) + 2 \cdot \frac{g_{\oplus}}{R_{\oplus}} \cdot b \quad (3.8)$$

ここで、 $v_A = B_0 / \sqrt{4\pi\rho_0}$ である。y成分を考える。

$$\frac{d^2a}{dt^2} = 2a^2b \cdot \frac{P_{y0}}{\rho_0\lambda^2} + \frac{v_A^2}{\lambda^2} \left( \frac{1}{b} - \frac{b}{a^2} \right) \quad (3.9)$$

最後に、エネルギー輸送に関する式(1.4)について考察する。今、式(1.4)は、加熱と輻射冷却の項を含んでいるが、この論文では、特に、断熱圧縮について考え、よって右辺を無視することができる。即ち、xに依らない項と、xに比例する項に分けて考えると、次式が得られる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_{00}}{dt} - \frac{v_{x0}P_0}{\lambda} + \gamma P_{00} \left( \frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} \right) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (3.10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_0}{dt} + 2 \cdot \frac{P_{x0}}{\lambda} \cdot v_{x0} + \frac{\dot{b}}{b} P_0 + \gamma P_0 \left( \frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} \right) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (3.11)$$

ここで、 $P_{x0}$ と $P_{y0}$ は、以下のように定義した。

$$\left\{ \begin{aligned} P_{x0} &= \frac{P_a}{a^{\gamma+2} b^{\gamma+2}} \end{aligned} \right. \quad (3.12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_{y0} &= \frac{P_a}{a^{\gamma+2} b^{\gamma}} \end{aligned} \right. \quad (3.13)$$

ここで、 $P_a$ は一定である。式(3.12), (3.13)を用いると、スケール因子a(t), b(t)の時間変化を記述する式(3.9), (3.8)は、次のようになる。

$$\frac{d^2a}{dt^2} = \frac{C_s^2}{\lambda^2 a^\gamma b^{\gamma-1}} + \frac{v_A^2}{\lambda^2} \left( \frac{1}{b} - \frac{b}{a^2} \right) \quad (3.14)$$

$$\frac{d^2b}{dt^2} = \frac{C_s^2}{\lambda^2 a^{\gamma-1} b^\gamma} - \frac{v_A^2}{\lambda^2} \left( \frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) + 2 \cdot \frac{g_\odot}{R_\odot} \cdot b \quad (3.15)$$

ここで、 $C_s$ は音速で、 $C_s^2 = 2P_a/\rho_0$ である。

## 2.4 基礎方程式の無次元化

前節では、非線形連立偏微分方程式を、より簡単な非線形連立常微分方程式まで導出した。この節では、計算機によるシミュレーションによって解を求めるために、方程式を無次元化する。即ち、方程式に含まれる次元のある量を、基準となるスケールと、無次元量との積で表す。つまり、時間  $t$  を、基準の時間スケール  $T_0$  と、無次元量  $\tilde{t}$  で表すと、式(3.14)は、次のようになる。

$$\frac{d^2a}{d\tilde{t}^2} = \frac{1}{M_s^2} \cdot \frac{1}{a^\gamma b^{\gamma-1}} + \frac{1}{M_A^2} \left( \frac{1}{b} - \frac{b}{a^2} \right) \quad (4.1)$$

ここで、 $1/M_A^2$ と $1/M_s^2$ は、次のように定義する。

$$v_A^2 \frac{T_0^2}{\lambda^2} \equiv \frac{1}{M_A^2} \quad (4.2)$$

$$C_s^2 \frac{T_0^2}{\lambda^2} \equiv \frac{1}{M_s^2} \quad (4.3)$$

同様に、 $v_{x0}$ や $B_{n0}$ なども無次元化すると、次のようになる。

$$v_{x0} = V_0 \tilde{v}_{x0} = \frac{\lambda}{T_0} v_{x0}$$

$$B_{n0} = B_0 \tilde{B}_{n0}$$

$$P_0 = P_a \tilde{P}_0$$

$$P_{00} = P_a \tilde{P}_{00}$$

これらの関係より、式(3.15)、(3.4)、(3.7)、(3.10)、(3.11)は、次のような無次元化方程式となる。

$$\frac{d^2b}{d\tilde{t}^2} = \frac{1}{M_s^2} \cdot \frac{1}{a^{\gamma-1} b^\gamma} - \frac{1}{M_A^2} \left( \frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) + 2M_g b \quad (4.4)$$

$$\frac{d\tilde{B}_{n0}}{d\tilde{t}} = -v_{x0} \frac{T_0}{\lambda b^2} - \frac{\tilde{B}_{n0}}{b} \cdot \frac{db}{d\tilde{t}} = -\frac{\tilde{v}_{x0}}{b^2} - \frac{\tilde{B}_{n0}}{b} \cdot \frac{db}{d\tilde{t}} \quad (4.5)$$

$$\frac{d\tilde{v}_{x0}}{d\tilde{t}} = -\frac{\tilde{v}_{x0}}{b} \cdot \frac{db}{d\tilde{t}} + \frac{ab}{2} \cdot \frac{\tilde{P}_0}{M_s^2} - ab \frac{\tilde{B}_{n0}}{M_A^2} \left( \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) - M_{1g} \quad (4.6)$$

$$\frac{d\tilde{P}_0}{d\tilde{t}} = -\frac{\tilde{P}_0}{b} \cdot \frac{db}{d\tilde{t}} - 2 \frac{\tilde{v}_{x0}}{a^\gamma b^{\gamma+2}} - \gamma \tilde{P}_0 \left( \frac{1}{a} \cdot \frac{da}{a\tilde{t}} + \frac{1}{b} \cdot \frac{db}{b\tilde{t}} \right) \quad (4.7)$$

$$\frac{d\tilde{P}_{00}}{d\tilde{t}} = \tilde{v}_{x0} \tilde{P}_0 - \gamma \tilde{P}_{00} \left( \frac{1}{a} \cdot \frac{da}{d\tilde{t}} + \frac{1}{b} \cdot \frac{db}{d\tilde{t}} \right) \quad (4.8)$$

ここで、 $M_g$ と $M_{1g}$ は、おのおの次のように定義した。

$$M_g \equiv \frac{g_\odot T_0^2}{R_\odot}$$

$$M_{1g} \equiv \frac{g_0 T_0}{V_0}$$

### 3. 計算結果

前節で導出した基礎方程式を数値解析するために、この論文では、アダムス法を使用した。スケール因子や速度などの初期条件は、次のように設定した。

|                    |                 |
|--------------------|-----------------|
| $a = 1$            | $B_{n0} = 0.01$ |
| $\dot{a} = -0.001$ | $P_0 = 1$       |
| $b = 2$            | $P_{00} = 1$    |
| $\dot{b} = 0$      | $M_A = 1$       |
| $v_{x0} = 0.001$   | $M_s = 1$       |

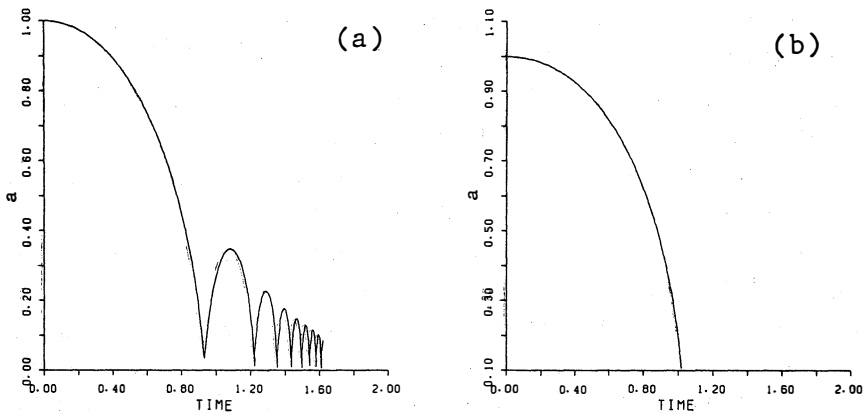


図2 (a)  $\gamma = 3$  の時のスケール因子  $a$  の時間変化  
 $(a(t=0) = 1.0)$   
 (b)  $\gamma = 5/3$  の時のスケール因子  $a$  の時間変化  
 $(a(t=0) = 1.0)$

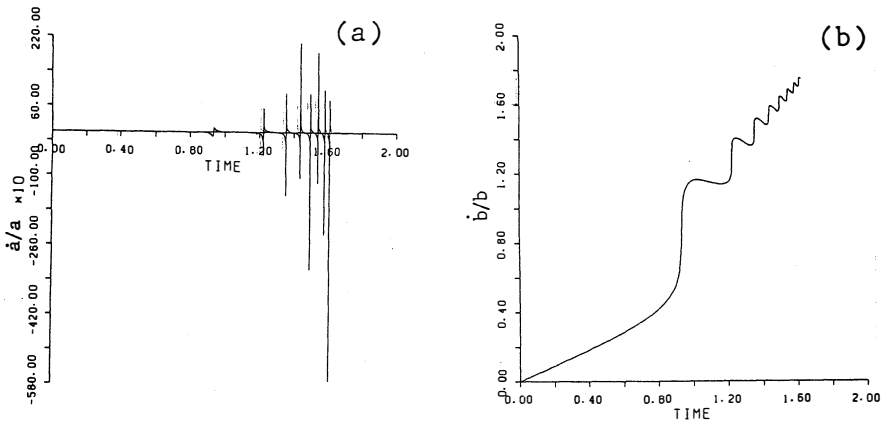


図3 (a)  $\gamma = 3$  の時の  $v_y \propto \dot{a}/a$  の時間変化  
 $\dot{a}/a$  の初期値は、 $-0.001$   
 (b)  $\gamma = 5/3$  の時の  $v_x \propto \dot{b}/b$  の時間変化  
 $\dot{b}/b$  の初期値は、 $0$

時間の無次元量は  $\tau_A$ , そして  $\beta$  は次のように定義した。

$$\tau_A = \lambda/v_A$$

$$\beta = M_s^2/M_A^2 = 1$$

図2は、スケール因子  $a(t)$  の時間変化である。図2(a)は、断熱比  $\gamma = 3$ , 図2(b)は、 $\gamma = 5/3$  の場合である。 $\gamma = 3$  の時は振動しながら減衰し、周期も次第に短くなるが、 $\gamma = 5/3$  の時には、振動なしに減衰する。

図3は、断熱比  $\gamma = 3$  の時の  $\dot{a}/a$  と  $\dot{b}/b$  の時間変化である。プラズマの流入速度  $v_y$  は、 $\dot{a}/a$  に比例し、図3(a)からわかるように、両側から中心に向かって大きな速度で流入している。そして、この速度  $v_y$  の周期は、図2(a)と一致する。垂直方向の流れの速度  $v_x$  は、 $\dot{b}/b$  に比例する。図3(b)に、この  $\dot{b}/b$  の時間変化を示す。これから、速度  $v_x$  は、振動しながら上昇していくことがわかる。

図4は、 $\gamma = 3$  の時の密度  $\rho/\rho_0 = (ab)^{-1}$  の時間変化である。これと、図2(a)を比較すると、スケール因子  $a(t)$  が急に落ち込み、小さくなっている時間と、密度がピークになっている時間が一致している。即ち、水平方向からのプラズマの流入によって、電流層が圧縮され、密度が、非常に短い時間で、10~30倍も大きくなっていることがわかる。

図5は、 $\gamma = 3$  の時の磁場の時間変化である。図5(a)は磁場の  $x$  成分、図5(b)は、磁場の  $y$  成分である。 $B_{x0}$  は、スケール因子  $a(t)$  の関数だから、図2(a)と対比させると、密度  $\rho$  と同様な傾向を示すが、 $B_{x0}$  は、 $a^2$  に反比例するので、非常に大きな値となっている。逆に、 $B_{y0}$  は単調に減少していることがわかる。これは、スケール因子  $b(t)$  の時間変化が、単調増加となっているためである。このこと ( $B_x \gg B_y$ ) より、電流層は、ほとんど一次的に収縮されることが確められた。

図6は、 $\gamma = 3$  の時の圧力の時間変化である。図6(a)は圧力の  $x$  成分、図6(b)は圧力の  $y$  成分で

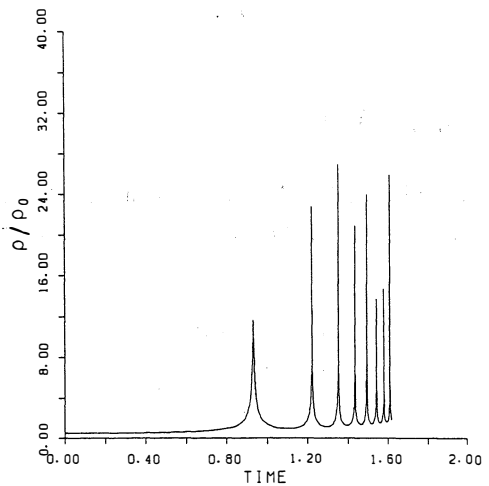


図4  $\gamma = 3$  の時の密度  $\rho/\rho_0 = 1/ab$  の時間変化

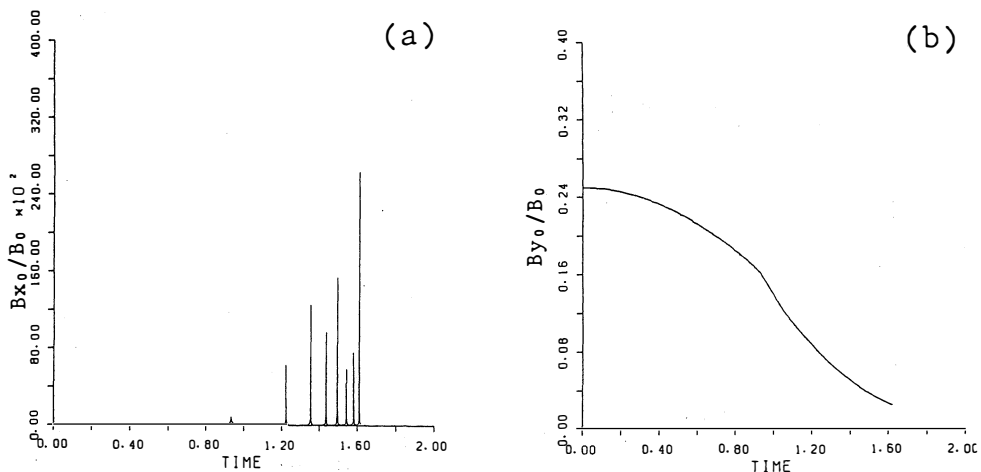


図5  $\gamma = 3$  の時の (a)磁場  $B_{x0}/B_0 = 1/a^2$ , (b) $B_{y0}/B_0 = 1/b^2$  の時間変化

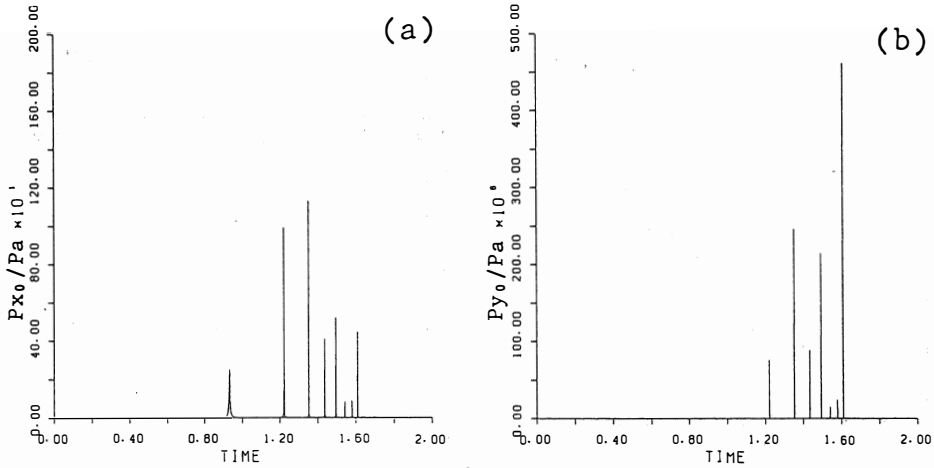


図6  $\gamma = 3$  の時の (a) 圧力  $P_{x0}/P_a = a^{-3}b^{-5}$ , (b)  $P_{y0}/P_a = a^{-5}b^{-3}$  の時間変化

ある。圧力  $P$  は、スケール因子  $a(t)$  と  $b(t)$  の関数なので、やはり、圧力がピークとなる時間は、 $a(t)$  が急に小さくなっている時間と一致する。図6(a)と(b)を比べると、ほぼ同じ傾向と言えるが、水平方向の圧力  $P_{y0}$  の値が、非常に大きいことに気付く。つまり、水平方向からのプラズマの流入により、電流層は、相等大きな圧力で圧縮されていることがわかる。

図7は、 $\gamma = 3$  の時、衝撃波の形成条件を満たしているか否かを示す。衝撃波は、プラズマの水平速度  $v_y$  が、磁気音波の速度  $V_M = \sqrt{v_A^2 + C_s^2}$  より大きくなった時に形成される。今、 $v_A/V_0 = 1$  と仮定しているので、 $v_y > \sqrt{v_A^2 + C_s^2}$  を満たす条件は、低ベーター ( $\beta$ ) プラズマでは、 $|\dot{a}\sqrt{a/b}| > 1$  となる。

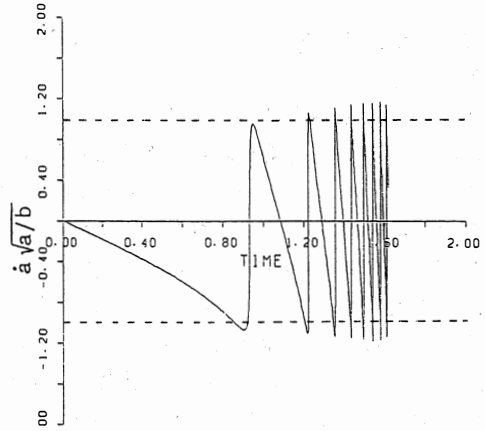


図7  $\gamma = 3$  の時の衝撃波の形成条件;  $|\dot{a}\sqrt{a/b}| > 1$  の所で衝撃波が形成される  
破線は、 $\pm 1$  を示す

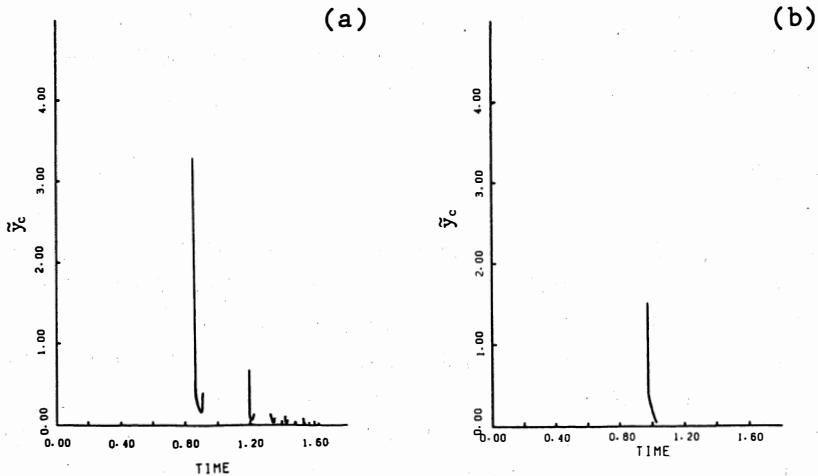


図8 (a)  $\gamma = 3$ , 及び, (b)  $\gamma = 5/3$  の時の衝撃波の形成場所  $\bar{y} = y/\lambda$  を示す

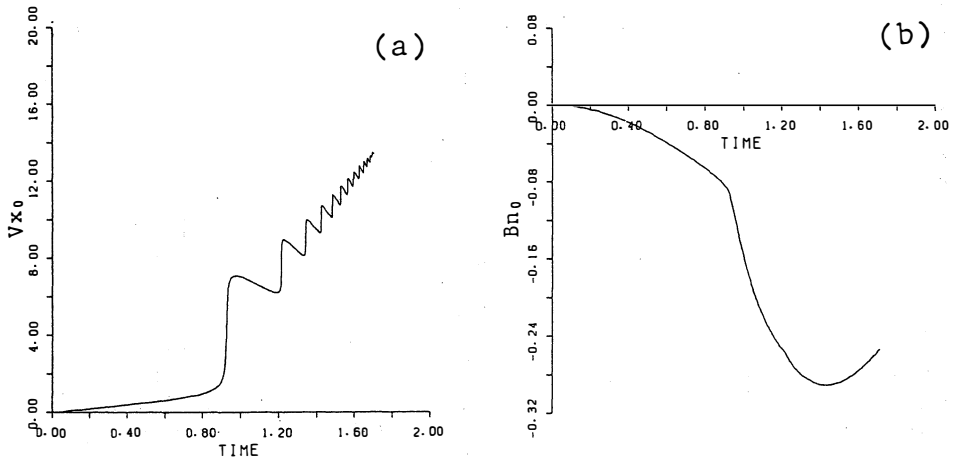


図9 (a)  $\gamma = 3$  の時の上昇流の速度  $V_{x0}$ , 及び, (b) 磁場  $B_{n0}$  の時間変化

図7の破線が、 $\pm 1$ を示しているので、衝撃波は、電流層が圧縮される度に、形成されていることがわかる。

図8は、衝撃波の形成場所  $\bar{y}_c (=y/\lambda)$  を示す。図8(a)は  $\gamma = 3$ , 図(b)は  $\gamma = 5/3$  の場合である。 $\gamma = 3$  の時は、図7より繰り返して衝撃波が形成されることが判明したが、その場所は、次第に中心方向に収束していくことがわかる。 $\gamma = 5/3$  の時は、スケール因子  $a(t)$  が、バウンドせず、一気に減衰するため、衝撃波形成も、一回だけである。

図9(a)は、 $\gamma = 3$  の時の上昇流の速度である。速度は、周期を短くしながら増減を繰り返しているが、全体的に見ると、次第に大きくなっていることがわかる。図9(b)は、 $\gamma = 3$  の時の磁場  $B_{n0}$  の時間変化である。 $B_{n0}$  の値が負で大きくなっていることは、式(2.4)より、 $B_y = 0$  の点が  $x$  の正の方向に移動していることを示す。即ち、磁場のX点が上昇運動をしていることに対応する。

これまでは、プラズマの  $\beta$  値が、 $\beta = 1$  として解析してきた。これらと対比するために、 $\beta = 0.1$ , 即ち、 $M_s^2/M_A^2 = 0.1$  として計算した。その結果、スケール因子  $a(t)$  の時間変化は、 $\gamma = 3$ ,  $\gamma = 5/3$  のいずれの場合も、図2と同様な特徴を示した。相違する点は、バウンドする周期が全体的に小さくなり、収縮する時間が早くなることである。また、プラズマの水平方向の初速度を変えた場合、どのような傾向を示すか調べてみた。今回は、 $\dot{a}/a = -0.001$  と対比し、 $\dot{a}/a = -0.5$  とした。その結果、スケール因子の時間変化や、磁場、密度などの物理量、そして、衝撃波形成は大きな違いを示さず、プラズマの初速度は、全体の傾向にあまり影響を与えないことがわかった。

#### 4. 結論及び考察

この論文では、プラズマ中の2次元X型電流層において、電流層が収縮する非定常力学過程を、数値解析によって調べた。その結果、断熱比  $\gamma$  によって、電流層の収縮過程は大きな違いを示した。また、電流層の収縮に伴い、種々の物理量が変動し、衝撃波が形成されることもわかった。電流層で磁気音波の衝撃波が形成されると、磁場のX点近傍での磁氣的再結合過程に、大きな影響を及ぼす可能性がある。実際、有限振幅の磁気音波によって磁氣的再結合が助長されることが、理論及び<sup>8,9,10</sup>シミュレーション<sup>11</sup>で確かめられている。磁気音波が衝撃波となって、磁場のX点近傍に伝播すると、どの程度、磁氣的再結合が助長されるか、今後の研究課題である。

又、衝撃波が、数回にわたって電流層領域から外に向って伝播すると、この磁気音波の衝撃波面で



強い粒子加速が可能になる<sup>1</sup>。多くのフレアでは、ある時には、準周期的に粒子加速が観測され、又、ある時には、かなりランダムに粒子加速が起っている。もし、電流層で衝撃波が多重形成されると、この様な多重のパルスの粒子加速の説明が可能になると考えられる。従って、電流層での衝撃波形成過程、及び、それによる磁氣的再結合への影響、粒子加速の問題は、今後、増々研究する必要がある。

この論文では、電流層の加熱効果と輻射冷却による影響を無視し、断熱圧縮状態として考察してきた。今後、特に太陽プロミネンス形成の研究には、これらの項を含んだ方程式を考慮せねばならない。

## 謝 辞

この論文の数値計算は、富山大学情報処理センターを使用したことを記し、感謝の意を表します。

## 参考文献

1. J.Sakai and Y.Ohsawa, (1987) Space Science Review, 46, 113
2. E.R.Priest, (1982) Solar Magnetohydrodynamics, D.Reidel 出版社 オランダ
3. J.Sakai, (1986) 太陽プラズマ物理の諸問題, 核融合研究 55, 111
4. J.Sakai, (1986) 太陽フレアでの爆発的磁気再結合と粒子加速, 日本物理学会 41, 734
5. T.Tajima, J.Sakai, H.Nakajima, T.Kosugi, F.Brunel and M.R.Kundu, (1987) ApJ. 321, 1031
6. Y.Ohsawa and J.Sakai, (1988) ApJ. 332, 439
7. J.Sakai A.Colin and E.R.Priest, (1987) Soler physics
8. J.Sakai, and H.Waohimi, (1982) ApJ. 258, 823, 114, 253
9. J.Sakai, (1983) J.Plaoma Phys. 30, 109.
10. J.Sakai, and K.I.Wishikawa, (1983) Solar Phys. 88, 241
11. J.Sakai, T.Tajima and F.Brunel, (1984) Solar Phys. 91, 103

## Magnetic Collapse and Formation of Fast Magnetosonic Shock Waves in Two-Dimensional X-type Current Sheet

Tomoyuki Morita, Ken-ichi Yamaguchi, and Jun-ichi Sakai

### Abstract

We investigate non-steady magnetic collapse driven by Lorentz force in two-dimensional X-type current sheet. When adiabatic ratio,  $\gamma = 2$ , the current sheet can oscillate during magnetic collapse. While the current sheet can collapse without oscillation when  $\gamma = 5/3$ . We show that during the magnetic collapse in the current sheet fast magnetosonic shock waves can be generated.

(1988年10月31日受理)

# Direct Potential Proliferation, Connection with the Riccati Equation and Related Transformation

Tsutomu KAWATA\*

## 1. Introduction

It is interesting to seek the simplest way solving nonlinear evolution equations (NLEE). A contribution by Crum<sup>1)</sup> should be emphasized, where a simple way of potential proliferation had given for the one-dimensional Schrödinger operator and the resulting potential is characterized by a parameter. Wadati et al<sup>2)</sup> had pointed out that is applicable for the Bäcklund transformation (BT) solving the integrable NLEE. We thought Crum's method well comparable to a version of Riemann-Hilbert transform (RHT)<sup>3-5)</sup> except for the contribution from continuous scattering data. Recently various kinds of transformations have been studied for integrable NLEE's. Our hope is to arrive at such a situation based on the RHT. Along this theme we specially show a crucial point for deriving the BT in this note.

Discussions are given generally as possible. Based on the RHT, we derive a general and direct potential proliferation by using a projection matrix. The proliferation formula generally solves soliton solutions, but we distinguish this from the BT. according to Alberty et al,<sup>6)</sup> we derive the Riccati equation and change the RHT as suitable for description of the associated transformation between solutions of Riccati eqs. The resulting transformation includes a "singular" one and we find it playing a key role for deriving the BT. For examples the two-dimensional  $M \times M$ -AKNS class of NLEE's is discussed and we show how to eliminate the Riccati solution from the transformation.

## 2. Direct Potential Proliferation

We consider matrices  $\Phi$  and  $\tilde{\Phi}$  with a parameter  $\lambda$ , satisfying

$$[\tilde{\Phi}(\lambda; \cdot)]^T \Phi(\lambda; \cdot) = \Xi(\lambda), \quad (2.1)$$

where orders(= $M$ ) of matrices and the number of dimensions are arbitrary, and  $\Xi(\lambda)$  is independent on dimensional variables. We assume another pair of matrices  $\Phi^1$  and  $\tilde{\Phi}^1$ ,

$$[\tilde{\Phi}^0]^T \Phi^0 = [\tilde{\Phi}^1]^T \Phi^1, \quad (2.2)$$

and define a transformation as

---

\* Faculty of Engineering, Toyama University, Toyama, 930 Japan

$$\Phi^1[\Phi^0]^{-1} = [\tilde{\Phi}^{1T}]^{-1}\tilde{\Phi}^{0T} = \chi = [\tilde{\chi}^T]^{-1}, \quad (2.3)$$

$$\Phi^1 = \chi\Phi^0, \quad \tilde{\Phi}^{1T} = \tilde{\Phi}^{0T}\tilde{\chi}^T, \quad (2.3)$$

Both upper-scripts "0" and "1" are used to distinguish both original and excited states, respectively.

A 1-form  $\Omega(\lambda; \cdot)$  is introduced to give general evolutions of the system,

$$d\Phi^0 = \Omega^0\Phi^0, \quad d\Phi^1 = \Omega^1\Phi^1, \quad (2.5)$$

and  $d\Phi^0$  means the exterior derivative of  $\Phi^0(\lambda; \cdot)$ . The exterior derivative of eq. (2.5) defines a flat connection, ie., the integrable condition

$$d\Omega^0 - \Omega^0 \wedge \Omega^0 = 0, \quad d\Omega^1 - \Omega^1 \wedge \Omega^1 = 0. \quad (2.6)$$

Because  $d\Phi^1 = d(\chi\Phi^0) = (d\chi + \chi\Omega^0)\Phi^0 = \Omega^1\chi\Phi^0$ , we obtain

$$\Omega^1 = d\chi \cdot \chi^{-1} + \chi\Omega^0\chi^{-1}. \quad (2.7)$$

Since  $d(\tilde{\Phi}^T\Phi) = 0$ , adjoint relations are similarly given by

$$d\tilde{\Phi}^{0T} = -\tilde{\Phi}^{0T}\Omega^0, \quad d\tilde{\Phi}^{1T} = -\tilde{\Phi}^{1T}\Omega^1. \quad (2.8)$$

It is necessary to determine both matrices  $\chi$  and  $\tilde{\chi}$ , then we assume these as

$$\chi(\lambda; \cdot) = 1 - \alpha(\lambda)P(\cdot), \quad \tilde{\chi}^T(\lambda; \cdot) = 1 - \bar{\alpha}(\lambda)P(\cdot), \quad (2.9)$$

where  $P(=P^2)$  a projection matrix, while both scalars  $\alpha$  and  $\bar{\alpha}$  constants. Because  $\tilde{\chi}^T(\lambda)\chi(\lambda) = 1$ , we must set

$$\alpha(\lambda) + \bar{\alpha}(\lambda) = \alpha(\lambda)\bar{\alpha}(\lambda). \quad (2.10)$$

We can find a simplest solution of eq. (2.10) as

$$\alpha(\lambda) = \frac{\lambda_0 - \bar{\lambda}_0}{\lambda - \bar{\lambda}_0}, \quad \bar{\alpha}(\lambda) = \frac{\bar{\lambda}_0 - \lambda_0}{\lambda - \lambda_0}. \quad (2.11)$$

The projection matrix can be chosen as

$$P = \frac{|\phi_0\rangle\langle\bar{\phi}_0|}{\langle\bar{\phi}_0|\phi_0\rangle}, \quad P^2 = P, \quad (2.12)$$

where  $|\phi_0\rangle = \Phi^0(\lambda_0)|c\rangle$ ,  $\langle\bar{\phi}_0| = \langle\bar{c}|\tilde{\Phi}^0(\bar{\lambda}_0)$ ,  $c$  and  $\bar{c}$  are arbitrary constants.

It is not difficult to get the exterior derivative of eq. (2.12), the derivative of eq. (2.12),

$$dP = (1-P)\Omega^0(\lambda_0)P - P\Omega^0(\bar{\lambda}_0)(1-P). \quad (2.13)$$

From eqs. (2.7), (2.9), (2.10) and (2.13) we can obtain the proliferation of  $\lambda$ -dependent potential  $\Omega(\lambda; \cdot)$ ,

$$\begin{aligned} \Delta\Omega &\equiv \Omega^1 - \Omega^0 \\ &= \bar{\alpha}(\lambda)(1-P)\{\Omega^0(\lambda_0) - \Omega^0(\lambda)\}P \\ &\quad + \alpha(\lambda)P\{\Omega^0(\bar{\lambda}_0) - \Omega^0(\lambda)\}(1-P). \end{aligned} \quad (2.14)$$

### 3. Riccati Equation and Connection to Projection Matrix

We take a quantity  $y_k^j = y^j/y^k$ , where  $|y\rangle = \{|y^1, y^2, \dots\rangle\}$  is a vector satisfying eq. (2.5), then its derivative is given by

$$dy_{kj} = \sum_q \Omega_q^j y_k^q - \sum_q y_k^j \Omega_q^k y_j^q. \quad (3.1)$$

This can be regarded as the Riccati equation, and the conservation laws can be derived actually. For this purpose we define

$$\omega_j = \sum_q \Omega_q^j y_j^q. \quad (3.3)$$

Here  $\omega_j$  is a closed form, that is,

$$d\omega_j = \sum_p (\Omega_p^j \wedge \Omega_q^j) y_j^p y_j^q = 0, \quad (3.3)$$

because  $(\Omega_p^j \wedge \Omega_q^j)$  is anti-symmetric while  $y_j^p y_j^q$  symmetric as to  $(p, q)$ . If we expand  $d\omega_j(\lambda)$  as to  $\lambda$ , infinite conservation laws are obtained.

From eq.(3.1) we can define a vector type of Riccati equation,

$$|dy_j\rangle = (\Omega - \omega_j) |y_j\rangle, \quad \omega_j = \langle j | \Omega | y_j \rangle, \quad (3.4)$$

where  $|y_j\rangle = |y\rangle / y^j$ . Here we must note

$$d\omega_j = \langle j | \{ d\Omega - \Omega \wedge \Omega \} | y_j \rangle + \omega_j \wedge \omega_j = 0,$$

that is,  $\omega_j$  is a closed 1-form and just equal to the one already introduced in eq.(3.2). Including adjoint relations, we list

$$|d\phi_j\rangle = \{ \Omega(\lambda) - \omega_j \} |\phi_j\rangle, \quad \omega_j = \langle j | \Omega(\lambda) | \phi_j \rangle, \quad (3.5a)$$

$$\langle d\bar{\phi}_k | = -\langle \bar{\phi}_k | \{ \Omega(\lambda) - \bar{\omega}_k \}, \quad \bar{\omega}_k = \langle \bar{\phi}_k | \Omega(\lambda) | \phi_k \rangle, \quad (3.5b)$$

where the upper script "0" meaning the ground state is omitted and

$$|\phi_j(\lambda)\rangle = |\phi\rangle / \phi^j, \quad \langle \bar{\phi}_k(\lambda) | = \langle \bar{\phi} | / \phi^k, \quad (3.6)$$

We remark a fact  $\langle j | \phi_j \rangle = 1$ , then  $0 = \langle j | d\phi_j \rangle$  also results in  $\omega_j = \langle j | \Omega(\lambda) | \phi_j \rangle$ .

The projection matrix in eq.(2.12) can be replaced with

$$P = \frac{|\phi_j(\lambda_0)\rangle \langle \bar{\phi}_k(\bar{\lambda}_0)|}{\langle \bar{\phi}_k(\bar{\lambda}_0) | \phi_j(\lambda_0) \rangle}, \quad (3.7)$$

which of course gives the same derivative as in eq.(2.13). The transformation in eq.(2.4) may be translated for the Riccati equation and it is our interest. Then it is necessary to construct  $\langle \bar{\phi}_k^1 |$  and  $|\phi_j^1\rangle$ ,

$$|\phi_j^1\rangle = (1 - \alpha P) \rho_{1j}^0 |\phi_j\rangle, \quad \rho_{1j}^0 = \phi^j / \phi^{1j}. \quad (3.8)$$

which must satisfy  $|d\phi_j^1\rangle = (\Omega^1 - \omega_j^1) |\phi_j^1\rangle$ . It is not difficult to show this directly, by using  $d\rho_{1j}^0 = \rho_{1j}^0 (\omega_j - \omega_j^1)$ , etc..

The adjoint case is obtained similarly,

$$\langle \tilde{\phi}_k^1 | = \langle \tilde{\phi}_k | (1 - \tilde{\alpha}P) \tilde{\rho}_{1k}^0, \quad (3.9)$$

where  $\tilde{\rho}_{1k}^0 = \tilde{\phi}_k / \tilde{\phi}^{1k}$ ,  $d\tilde{\rho}_{1k}^0 (\tilde{\omega}_k^1 - \tilde{\omega}_k)$  and  $\tilde{\omega}_k = \langle \tilde{\phi}_k | \Omega^1 | k \rangle$ . We can again show  $\langle \tilde{\phi}_k^1 |$  satisfying  $\langle d\tilde{\phi}_k^1 | = -\langle \tilde{\phi}_k^1 | (\Omega^1 - \tilde{\omega}_k^1)$ . We remark that the unknown scalar factor  $\rho_{1j}^0$  in eq. (3.8) does not give any difficulty to construct the next-order projection matrix  $P^1$ . This makes it possible to reconstruct the solutions recursively.

Under  $j, k$  fixed, it is better to represent the solution of Riccati eq. as

$$|\phi_j\rangle = \sum_p |p\rangle \Phi_j^p, \quad \langle \tilde{\phi}_k | = \sum_q \langle q | \tilde{\Phi}_q^k, \quad (3.10)$$

where  $\Phi_j^j(\lambda) = \tilde{\Phi}_k^k(\lambda) = 1$ . From eqs. (3.5) and (3.10) the  $\lambda$ -dependent Riccati eq. can be obtained,

$$d\Phi_j^p = V_j^p - V_j^j \Phi_j^p, \quad -d\tilde{\Phi}_p^j = \tilde{V}_p^j - \tilde{V}_j^j \tilde{\Phi}_p^j, \quad (3.11)$$

where

$$V_j^p(\lambda) = \sum_k \Phi_j^k(\lambda) \Omega_k^p(\lambda), \quad \tilde{V}_q^j(\lambda) = \sum_k \tilde{\Phi}_k^j(\lambda) \Omega_q^k(\lambda). \quad (3.12)$$

Both eqs. (3.11) and (3.12) self-consistently satisfy  $\Phi_q^p \Phi_j^q = \Phi_j^p$ .

#### 4. Transformation of Riccati Solutions

We can directly proliferate the solutions of Riccati equation. If we take the  $j$ -th component of eq. (3.8),

$$\phi_j^1(\lambda) = \phi_j^j(\lambda) - \alpha(\lambda) \frac{\langle \tilde{\phi}_{0j} | \phi_j(\lambda) \rangle}{\langle \tilde{\phi}_{0j} | \phi_{0j} \rangle}, \quad (3.8)$$

where  $|\phi_{0j}\rangle = |\phi_j(\lambda_0)\rangle$  and  $\langle \tilde{\phi}_{0k} | = \langle \tilde{\phi}_k(\tilde{\lambda}_0) |$ , the following is obtained,

$$|\phi_j^1(\lambda)\rangle = \frac{|\phi_j(\lambda)\rangle \langle \tilde{\phi}_{0j} | \phi_{0j} \rangle - \alpha(\lambda) |\phi_{0j}\rangle \langle \tilde{\phi}_{0j} | \phi_j(\lambda) \rangle}{\langle \tilde{\phi}_{0j} | \phi_{0j} \rangle - \alpha(\lambda) \langle \tilde{\phi}_{0j} | \phi_j(\lambda) \rangle}, \quad (4.1a)$$

$$\langle \tilde{\phi}_k^1(\lambda) | = \frac{\langle \tilde{\phi}_{0k} | \phi_{0k} \rangle \langle \tilde{\phi}_k(\lambda) | - \tilde{\alpha}(\lambda) \langle \tilde{\phi}_k(\lambda) | \phi_{0k} \rangle \langle \tilde{\phi}_{0k} |}{\langle \tilde{\phi}_{0k} | \phi_{0k} \rangle - \tilde{\alpha}(\lambda) \langle \tilde{\phi}_k(\lambda) | \phi_{0k} \rangle}, \quad (4.1b)$$

In these relations both factors  $\alpha(\lambda)$  and  $\tilde{\alpha}(\lambda)$  diverge at  $\lambda = \tilde{\lambda}_0$  and  $\lambda_0$ , respectively. Hence we obtain

$$|\phi_j^1(\tilde{\lambda}_0)\rangle = |\phi_{0j}\rangle, \quad \langle \tilde{\phi}_k^1(\lambda_0) | = \langle \tilde{\phi}_{0k} |. \quad (4.2)$$

From substitution of eq. (4.2) into eq. (3.11), the  $\lambda$ -independent Riccati eqs. are obtained as

$$d\Phi_{0j}^p = V_{0j}^p - V_{0j}^j \Phi_{0j}^p = V_{0j}^{1p} - V_{0j}^{1j} \Phi_{0j}^p, \quad (4.3a)$$

$$-d\tilde{\Phi}_{0p}^j = \tilde{V}_{0p}^j - \tilde{V}_{0j}^j \tilde{\Phi}_{0p}^j = \tilde{V}_{0p}^{1j} - \tilde{V}_{0j}^{1j} \tilde{\Phi}_{0p}^j, \quad (4.3b)$$

where  $\Phi_0 = \Phi(\lambda_0)$ ,  $V_0 = V(\lambda_0)$  etc., and from these we can get

$$W_{0j}^p = W_{0j}^j \Phi_{0j}^p, \quad \tilde{W}_{0p}^j = \tilde{W}_{0j}^j \tilde{\Phi}_{0p}^j \quad (p \neq j), \quad (4.4)$$

where

$$W_{0j}^q = \sum_k \Lambda_{0k}^q \Phi_{0j}^k, \quad \tilde{W}_{0q}^j = \sum_k \tilde{\Lambda}_{0q}^k \tilde{\Phi}_{0k}^j, \quad (4.5a)$$

$$\Lambda_0 \equiv \Omega^1(\tilde{\lambda}_0) - \Omega(\lambda_0), \quad \tilde{\Lambda}_0 \equiv \Omega^1(\lambda_0) - \Omega(\tilde{\lambda}_0). \quad (4.5b)$$

Because of

$$\omega_j^1(\tilde{\lambda}_0) - \omega_j(\lambda_0) = \langle j | \Lambda_0 | \phi_{0j} \rangle, \quad \tilde{\omega}_j^1(\lambda_0) - \tilde{\omega}_j(\tilde{\lambda}_0) = \langle \tilde{\phi}_{0j} | \tilde{\Lambda}_0 | j \rangle,$$

relations (4.3) can be written as the eigenvalue equations,

$$\Lambda_0 | \phi_{0j} \rangle = | \phi_{0j} \rangle \langle j | \Lambda_0 | \phi_{0j} \rangle, \quad \langle \tilde{\phi}_{0k} | \tilde{\Lambda}_0 = \langle \tilde{\phi}_{0k} | \tilde{\Lambda}_0 | k \rangle \langle \tilde{\phi}_{0k} |. \quad (4.6)$$

This relation makes it possible to determine both vectors  $| \phi_{0j} \rangle$  and  $\langle \tilde{\phi}_{0j} |$  from matrices  $\Lambda_0$  and  $\tilde{\Lambda}_0$ , but this process is not so clear. Let's consider the first of eq. (4.6),

$$\sum_q \Lambda_{0q}^p \Phi_{0j}^q = \sum_q \Lambda_{0q}^j \Phi_{0j}^q \Phi_{0j}^p.$$

If we multiply  $\Phi_{0p}^j$  on the both sides, it can be reduced to

$$\sum_q \Lambda_{0q}^p \Phi_{0p}^q = \sum_q \Lambda_{0q}^j \Phi_{0j}^q. \quad (p \neq j) \quad (4.7)$$

As shown later by this relation we can solve  $\Phi_{0j}^p$  basically.

## 5. Two-Dimensional M×M-AKNS problem and Conservation Laws

In this section we limit the discussion to the case of two dimensions, and give the 1-form  $\Omega$  explicitly,

$$\Omega(\lambda; \cdot) = \sum_{n=0}^N \lambda^n \Omega_n(\cdot) = D(\lambda; x, t) dx + F(\lambda; x, t) dt, \quad (5.1)$$

and consider the conservation laws which is important to derive the Hamiltonian formalism of problems. The principle is that " $\omega_j(\lambda)$  is a closed form;  $d\omega_j = 0$ ". We denote

$$\omega_j(\lambda) = J_j(\lambda) dx + K_j(\lambda) dt, \quad (5.2)$$

where

$$J_j(\lambda) = \langle j | D(\lambda) | \phi_j(\lambda) \rangle, \quad K_j(\lambda) = \langle j | F(\lambda) | \phi_j(\lambda) \rangle. \quad (5.3)$$

Taking the exterior derivative of eq. (5.2), we easily obtain

$$\partial_x J_j(\lambda) = \partial_x K_j(\lambda). \quad (5.4)$$

If  $K_j(\lambda)$  vanishes rapidly as  $x \rightarrow \pm\infty$ , the  $\lambda^{-1}$ -expansion of  $J_j(\lambda)$ ,

$$J_j(\lambda) = \sum_n \lambda^{-n} J_j^{(n)}, \quad (5.5)$$

should give infinite conserved densities under solvable conditions.

As a primitive case for example, we take the M×M-AKNS system defined by

$$D(\lambda, x, t) = i\lambda A + Q(x, t), \quad (5.6)$$

where  $A$  is constant and diagonal, while  $Q$  is an off-diagonal potential matrix.

We specially take and denote the  $x$ -component of eq.(3.5a) as

$$\partial_x |\phi_j\rangle = [D(\lambda) - J_j(\lambda)] |\phi_j\rangle, \quad (5.7)$$

and use an expansion for convenience of calculations,

$$|\phi_j(\lambda)\rangle = |j\rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{-n} \sum_p \Phi_{j,n}^k |k\rangle. \quad (5.8)$$

After tedious calculations we can obtain an explicit formula of Riccati equation,

$$\partial_x \Phi_j^k = q_j^k + i\lambda (a_k - a_j) \Phi_j^k + \sum_m q_m^k \Phi_{mj} - \sum_m q_m^j \Phi_j^m \Phi_j^k, \quad (5.9)$$

and expand it as the  $\lambda^{-1}$ -series as

$$\Phi_j^k(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{-n} \Phi_{j,n}^k. \quad (k \neq j) \quad (5.10)$$

Substituting eq.(5.10) into eq.(5.9), we get

$$\lambda^{-0} : 0 = q_j^k + i(a_k - a_j) \Phi_{j,1}^k, \quad (5.11a)$$

$$\lambda^{-1} : \partial_x \Phi_{j,1}^k = i(a_k - a_j) \Phi_{j,2}^k + \sum_m q_m^k \Phi_{j,1}^m. \quad (5.11b)$$

It is necessary to take care of the order:  $\lambda^{-n} (2 \leq n)$ , from eq.(5.10a) we obtain

$$\partial_x \Phi_{j,n}^k = i(a_k - a_j) \Phi_{j,n+1}^k + \sum_m q_m^k \Phi_{j,n}^m - \sum_{p=1, m=1}^{n-1} \sum_j q_m^j \Phi_{j,p}^m \Phi_{j,n-p}^k. \quad (5.11c)$$

These eqs.(5.17) show that  $\Phi_{j,n}^k$  can be solved recursively, and from substitution of eqs.(5.3), (5.8) into (5.5), we obtain the infinite conserved densities as

$$J_j^{(n)} = \sum_k q_k^j \Phi_{j,n}^k. \quad (n=1, 2, \dots) \quad (5.12)$$

## 6. Derivation of Bäcklund Transformation

As shown in §5 we examine the two-dimensional  $M \times M$ -AKNS system. The evolution of  $t$  is omitted for simplicity.

**6A)  $2 \times 2$ -AKNS System:** We denote the  $2 \times 2$ -AKNS equation as <sup>4)</sup>  $|\phi_x\rangle = D(\lambda; Q) |\phi\rangle$ , where  $D(\lambda; Q) = -i\lambda\sigma_3 + Q$ ,  $\sigma_3$  one of Pauli's spin matrices. The ket  $|\phi\rangle \{ = |\phi(\lambda, x)\rangle \}$  means usual column vector, while the bra  $\langle \bar{\phi} | = (-\bar{\phi}_2, \bar{\phi}_1)$  satisfies its adjoint equation,  $\langle \bar{\phi}_x | = -\langle \bar{\phi} | D(\lambda, x)$ . The projection matrix is given by

$$P = \frac{|\phi_0\rangle \langle \bar{\phi}_0|}{\langle \bar{\phi}_0 | \phi_0\rangle},$$

which still satisfy eq.(2.13) and the potential proliferation (2.15) is reduced to

$$\Delta Q \equiv Q^{(1)} - Q = i(\lambda_0 - \tilde{\lambda}_0) [P, \sigma_3]. \quad (6.2)$$

Elements of  $Q$  are denoted as  $Q_2^1 = q$  and  $Q_1^2 = r$ . If the Riccati eq. is taken as  $\Gamma_x = q - r\Gamma^2$



$-2i\lambda\Gamma$ , the projection matrix is given by

$$P = \frac{1}{\Gamma_0 - \tilde{\Gamma}_0} \begin{pmatrix} \Gamma_0 & -\Gamma_0 \tilde{\Gamma}_0 \\ 1 & -\tilde{\Gamma}_0 \end{pmatrix}, \quad (6.3)$$

where  $\Gamma_0 = \Gamma(\lambda_0; x)$  and  $\tilde{\Gamma}_0 = \Gamma(\tilde{\lambda}_0; x)$ . From eqs.(6.2) and (6.3) we can det

$$q^{(1)} = q + \frac{2i(\lambda_0 - \tilde{\lambda}_0) \Gamma_0 \tilde{\Gamma}_0}{(\Gamma_0 \tilde{\Gamma}_0)}, \quad (6.4a)$$

$$r^{(1)} = r + \frac{2i(\lambda_0 - \tilde{\lambda}_0)}{(\Gamma_0 - \tilde{\Gamma}_0)}. \quad (6.4b)$$

It is also possible to proliferate the solutions of Riccati equations by the fractional formula (4.1) corresponding to

$$\Gamma^{(1)}(\lambda) = \frac{\Gamma(\lambda) (\Gamma_0 - \tilde{\Gamma}_0) - \alpha(\lambda) \Gamma_0 (\Gamma(\lambda) - \tilde{\Gamma}_0)}{(\Gamma_0 - \tilde{\Gamma}_0) - \alpha(\lambda) (\Gamma(\lambda) - \tilde{\Gamma}_0)}, \quad (6.5a)$$

$$\tilde{\Gamma}^{(1)}(\lambda) = \frac{\tilde{\Gamma}(\lambda) (\tilde{\Gamma}_0 - \Gamma_0) - \tilde{\alpha}(\lambda) \tilde{\Gamma}_0 (\tilde{\Gamma}(\lambda) - \Gamma_0)}{(\tilde{\Gamma} - \Gamma_0) - \tilde{\alpha}(\lambda) (\tilde{\Gamma}(\lambda) - \Gamma_0)}. \quad (6.5b)$$

Both relations (6.4) and (6.5) give a direct and recursive soliton construction, because the Riccati equation is easily solved for the trivial (null) potential. Furthermore this process is simpler than using eqs.(2.4), (2.9), (6.1) and (6.2). It is not difficult to calculate a composite consisting of two transformations characterized by sets of parameters.  $(\lambda_0, \tilde{\lambda}_0)$  and  $(\lambda_1, \tilde{\lambda}_1)$ . It is interesting to examine the commutivity of two possible composites ordered by  $\{(\lambda_0, \tilde{\lambda}_0), (\lambda_1, \tilde{\lambda}_1)\}$  and  $\{(\lambda_1, \tilde{\lambda}_1), (\lambda_0, \tilde{\lambda}_0)\}$ , respectively. This can be shown as abelian then the process of N-soliton can be done uniquely without introducing any freedom.

We can derive the BT without any meditation ( $P$  or  $\Gamma$ ). It is basically impossible to eliminate the projection by using only eq.(6.2). Then we provide its differentiation as another independent relation. If eq.(2.13) is rewritten as

$$P_x = -i\lambda_0 \sigma_3 P + i\tilde{\lambda}_0 P \sigma_3 + i(\lambda_0 - \tilde{\lambda}_0) P \sigma_3 P + [Q, P], \quad (6.6)$$

the RHS of eq.(6.2) can be differentiated as

$$[P, \sigma_3]_x = i(\lambda_0 + \tilde{\lambda}_0) [P, \sigma_3] \sigma_3 + i(\lambda_0 - \tilde{\lambda}_0) [P \sigma_3 P, \sigma_3] + [[Q, P], \sigma_3]. \quad (6.7)$$

The second and third terms of this relation still consist of the projection. From eq.(6.2), however, the projection included in these terms can be eliminated basically, because eq.(6.2) is also solvable inversely. These two terms are written as

$$P \sigma_3 P = \rho_0 P, \quad [[Q, P], \sigma_3] = 2\rho_0, \quad (6.8)$$

where  $\rho_0 = (\Gamma_0 + \tilde{\Gamma}_0) / (\Gamma_0 - \tilde{\Gamma}_0)$ . From substitution of eqs.(6.7) and (6.8) into eq.(6.2) we can get

$$(Q^{(1)} - Q)_x = i(\lambda_0 + \tilde{\lambda}_0) (Q^{(1)} - Q) \sigma_3 + i(\lambda_0 - \tilde{\lambda}_0) \rho_0 (Q^{(1)} + Q), \quad (6.9a)$$

$$\rho_0 = \pm \sqrt{1 - \Delta q \cdot \Delta r / (\lambda_0 - \tilde{\lambda}_0)^2}. \quad (6.9b)$$

The meaning of these relations becomes clear, applying to such a special case as the nonlinear Schrödinger equation. We simply take a case  $r = -q^*$ , and the spectrum point as pure imaginary  $\lambda_0 = i\eta_0 (\eta_0 > 0)$ , then

$$\Gamma^*_0 = -\bar{\Gamma}_0^{-1}, \quad \rho_0 = \frac{|\Gamma_0|^2 - 1}{|\Gamma_0|^2 + 1}. \quad (6.10)$$

Eqs.(6.4) and (6.9) are simplified to

$$\Delta q = \frac{4\eta_0 \Gamma_0}{1 + |\Gamma_0|^2}, \quad \Delta q_x = -2\eta_0 \rho_0 (q + q^{(1)}), \quad (6.11a)$$

$$q + q^{(1)} = \frac{2(\Gamma_{0,x} - \Gamma_0^2 \Gamma_{0,x}^*)}{1 - |\Gamma_0|^4}. \quad (6.11b)$$

On the other hand we can formally set  $\lambda = \bar{\lambda}_0$  in eq.(6.5), then  $\Gamma^{(1)}(\lambda)$  yields a finite value,

$$\Gamma^{(1)}(\bar{\lambda}_0) = \Gamma_0, \quad \bar{\Gamma}^{(1)}(\lambda_0) = \bar{\Gamma}_0. \quad (6.12)$$

From the view point of RHP, however, this setting is abnormal. This can be said as a "singular" transformation, but plays another key role for deriving the BT (see the former of eq.(6.10)) and the result is exactly same as eqs.(6.9). The intuitional method by konno and Wadati<sup>7)</sup> just corresponds to this.

**6B) M×M-AKNS System:** The case of  $M=3$  had been treated by Case and Chiu,<sup>8)</sup> only by using the potential proliferation formula,

$$\Delta Q = i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) [A, P], \quad (6.13)$$

obtained from eq.(2.14), which yet remains the projection. To obtain a complete BT, we must eliminate the projection as shown in the  $2 \times 2$ -case. In this case, however, we note that the variation  $\Delta Q$  can not be given by  $P$ , because the freedom of  $P$  is less than the potential's. That is, the potential is under a certain constrain. We must emphasize eq.(6.13) still available under such a situation, and its inverse is given by,

$$P_k^j = \frac{\Delta Q_k^j}{i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0)(a_j - a_k)} = \left[ \sum_q \tilde{\Phi}_{0q}^k \Phi_{0j}^q \right]^{-1}. \quad (6.14)$$

Because of

$$P^2 = P \quad \text{or} \quad P_j^j = \sum_q P_q^j P_j^q,$$

the diagonal entry is calculated as

$$P_j^j = (1/2) \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - 4 \sum_{q(\neq j)} P_q^j P_j^q} \right\}. \quad (6.14b)$$

Similaly to eq.(6.7) we consider

$$\begin{aligned} P_x &= [Q, P] - i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) PAP + i\lambda_0 AP - i\bar{\lambda}_0 PA, \\ [A, P]_x &= i\lambda_0 A [A, P] - i\bar{\lambda}_0 [A, P] A - i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) [A, PAP] + [A, [Q, P]]. \end{aligned}$$

The potential is differentiated as

$$\begin{aligned} \Delta Q_x &= i(\lambda_0 A \cdot \Delta Q - \bar{\lambda}_0 \Delta Q \cdot A) + i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) [A, [Q, P]] \\ &\quad + (\lambda_0 - \bar{\lambda}_0)^2 [A, PAP]. \end{aligned} \quad (6.15)$$

For elimination of P, we take the j-k element of eq. (6.15) and use eq. (6.14),

$$\langle j | [A, [Q, P]] | k \rangle = \frac{(a_j - a_k)}{i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0)} \sum_q \left\{ \frac{Q_q^j \Delta Q_k^q}{a_q - a_k} - \frac{Q_k^q \Delta Q_q^j}{a_j - a_q} \right\} - (a_j - a_k) (P_j^j - P_k^k) Q_k^j,$$

$$\langle j | [A, PAP] | k \rangle = -\frac{a_j - a_k}{(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0)^2} \sum_q \frac{\Delta Q_q^j a_q \Delta Q_k^q}{(a_j - a_q)(a_q - a_k)} + (a_j - a_k) (a_j P_j^j + a_k P_k^k) P_k^j,$$

where  $\Sigma$  must be taken for  $q \neq j, k$ . Eq. (6.15) can be reduced to

$$\begin{aligned} \Delta Q_{kx}^j &= i(\lambda_0 a_j - \bar{\lambda}_0 a_k) \Delta Q_k^j - i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) \left\{ (a_j Q_k^{1j} - a_k Q_k^j) P_j^j + (a_k Q_k^{1j} - a_j Q_k^j) P_k^k \right\} \\ &+ \sum_q \left\{ \frac{\Delta Q_k^q}{a_k - a_q} (a_k Q_q^{1j} - a_j Q_q^j) + \frac{\Delta Q_q^j}{a_q - a_j} (a_j Q_k^{1q} - a_k Q_k^q) \right\}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

The singular transformation (4.1) is expected to give the same result as eq. (6.16), but we omit it here. However, we can show that functions  $\Phi_{0k}^j$  may be determined from eq. (4.4), which is explicitly given by

$$\Delta Q_j^p + \sum_q \Delta Q_q^p \Phi_{0j}^q - \left\{ i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) (a_p - a_j) + \sum_q \Delta Q_q^j \Phi_{0j}^q \right\} \Phi_{0j}^p = 0, \quad (6.17a)$$

$$\Delta Q_p^j + \sum_q \Delta Q_p^q \bar{\Phi}_{0j}^q - \left\{ i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) (a_p - a_j) + \sum_q \Delta Q_j^q \bar{\Phi}_{0q}^j \right\} \bar{\Phi}_{0p}^j = 0. \quad (6.17b)$$

If we introduce

$$\Delta g'_j = \sum_q \Delta Q_q^j \Phi_{0j}^q, \quad (6.18)$$

eq. (6.17a) can be reduced to

$$\Delta g'_j - \Delta g'_k = i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) \cdot (a_j - a_k). \quad (6.19)$$

A general solution is easily given by

$$\Delta g'_j = i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0) a_j + \zeta, \quad (j=1, 2, \dots, M) \quad (6.20)$$

and we remark that an arbitrary function  $\zeta$  is equal to the value of both sides in eq. (4.7). From eqs. (6.4) and (6.6) we can omit  $\Delta g'_j$  and change the notation to the one consisting of components  $\phi_0^k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ),

$$[\zeta - \{ D^1(\bar{\lambda}_0) - D(\lambda_0) \}] | \phi_0 \rangle = 0. \quad (6.21)$$

This is homogeneous as to  $|\phi_0\rangle = |\phi_{0j}\rangle$ , that is, equal to eq. (4.6) and  $\zeta = \langle j | \{ D^1(\bar{\lambda}_0) - D(\lambda_0) \} | \phi_{0j}\rangle$ . If we want to get a nontrivial solution, the characteristic equation

$$\det[\zeta - \{ D^1(\bar{\lambda}_0) - D(\lambda_0) \}] = 0, \quad (6.22)$$

must be solved but it is not easy to solve when the order is higher. At least we say that the eigenvalue problem can be solved.

## 7. Concluding Remarks and Discussions

A direct potential proliferation formula had been derived for generally integrable NLEE and translated into the one of Riccati equation. That a "fractional" transformation is obtained. The

RHT of course enables us to describe contributions from continuous scattering data, but we can not get a good success relating the analysis for continuous scattering data with the present case. We must note the form of projection in eq. (2.9) is not general, ie., such a sine-Gordon type of equation can not be treated without some improvements. Furthermore we can employ a more complicated projection matrix<sup>5)</sup>, which may effect to the freedom in eq. (2.14).

It was shown that the BT can be derived in two ways. The one directly uses the potential proliferation (6.2), while a singular transformation (4.2) gives the other. Along this line we obtained the BT, that is, eqs. (6.9) or (6.16) is regarded as a nonlinear equation recursively determine potentials  $\{Q^1, Q\}$ . As shown in eqs. (6.21) and (6.22) it is also possible to obtain a relation between potentials  $\{Q^1, Q\}$  and Riccati solutions solutions  $\{\Phi_{0k}^j, \bar{\Phi}_{0k}^j\}$ , without any their derivatives. For the case of  $M = 2$ , we obtain

$$\Phi_{01}^2 = \{i(\bar{\lambda}_0 - \lambda_0) + \sqrt{\Delta q \cdot \Delta r - (\lambda_0 - \bar{\lambda}_0)^2}\} / \Delta q. \quad (7.1)$$

It is well-known that a pseudopotential plays an important role for deriving the BT and infinite dimensional algebra relating with symmetric transformation. We must note  $\Phi_{01}^2$  regarded as a pseudopotential. We can expect to connect our method with the infinite dimensional algebra. It is interesting to research the connection of that algebra with the scattering matrix defined in the RHT or inverse scattering method.

### References

- 1) M.M.Crum: Quart.J.Math., **6**(1955) 121
- 2) M.Wadati, H.Sanuki and K.Konno: Prog. Theor. Phys., **53**(1975) 419
- 3) V.E.Zakharov and A.B.Shabat: Func. Anal. Appl., **13**(1980) 13
- 4) T.Kawata: J. Phys. Soc. Japan, **51**(1982) 3381
- 5) T.Kawata: Res. Notes Math., **95**, (Pitman) "Advances in nonlinear waves I", (1984) 210
- 6) J.M.Alberty, T.Koikawa and R.Sasaki: Physica **5D**(1982) 43
- 7) K.Konno and M.Wadati: Prog. Theor. Phys., **53**(1975) 1652
- 8) K.M.Case and S.C.Chiu: Phys. Fluids **20**(1977) 746-749
- 9) T.Kawata: Bull. Fac. Eng. Toyama Univ., **38**(1986) 49
- 10) T.kawata: J.Phys. Soc. Japan, **56**(1987) 1261

(Received October, 31 1988)

# 昭和62年度富山大学大学院工学研究科学位論文一覧表

## 〔電気工学専攻〕

### 雄雌コオロギの神経構造の差異について

大 川 智 之

コオロギの雄は発音行動をとることにより、雌を誘引し、交尾する。コオロギは左前翅を重ねて、摩擦することにより発音を行う。左右前翅の摩擦運動を引き起こすためには、それに関与する筋肉の活動、またそれを制御する神経活動がなければならない。これまでの、多くの研究により、前翅の機械振動の仕組み、それに関与する筋肉の電気活動とその制御性などが詳しく調べられてきた。これらの筋肉の電気活動は中胸神経節からの司令によって、制御されていることも明らかにされている。

筆者は、これらの点に着目し、中胸神経節から、これらの筋肉へ伸びる神経束を切断し、神経節へとコバルト逆注入を行った。その結果、雄と雌コオロギの間で、N1、N3、及びN5を介して遠心性に送り出す中胸での神経綱に、大きな差異のみられることが実証された。このことから、これらと発音の関係は組織学的に明確にされた。

### 非定常有限振幅音波伝搬の数値シミュレーション

河 部 秀 記

非線形音波は、気体の流速分布計測やパラメトリックアレーなどへの応用が考えられることから、精度のよい解析法が望まれている。本研究はその基礎的段階として、1次元および2次元の非定常非線形音場について数値解析を行ったものである。すなわち、まず準線形理論を適用して非線形波動方程式を基本波と第2高調波に関する線形方程式に変換し、次に有限要素法およびニューマーク $\beta$ 法を適用してこれを解いた。その結果、1次元の解析例は理論値とよく一致し、本法の妥当性が示されると共に、2次元音響ダクト内の非線形音波伝搬の様子が明らかにされた。また、非定常波動方程式を精度よく解くための技法（波長に対する有限要素のサイズや時間ステップの選び方）も示されている。

### 閉領域電磁界の有限要素解析

小 堀 智 生

導波路や空洞共振器内の電磁波の挙動はMaxwellの方程式に従うが、これまでその数値解析が困難であった。その1つの理由は数値解にスプリアス解（非物理的な偽の解）が混入するためであるが、近年これらの解は解決されつつある。本研究は、3次元閉領域電磁界を有限要素法で解析するものであり、スプリアス解を抑制させるためのいくつかの手法（Nedelec型要素法、ラグランジュ未定乗数法など）について検討を加えたものである。その結果、固有値問題ではNedelec要素の使用が有効であること、励振応答問題ではさらにラグランジュ未定乗数を併用すべきであることなどが明らかにされた。

## Krämer 型トレッド・ミルに関する研究

酒 井 成 夫

コオロギなどの昆虫は、各種の外部刺激によく反応し、それに伴う行動をとる。この刺激-反応系の計測は、下等動物であればあるほど難しい。これまでに、多くの方法が提案されているが、装置がとても複雑で、高価になることなどの欠点があった。筆者は、クレーマーのトレッド・ミルを改良、修正して、より正確に、より安価に、小動物の行動量を計測しうる装置の試作およびその有効実験を行った。本装置は、大きな球体の頂点を中心に、球体のX方向およびY方向に、それぞれ発行体および受光体を配置する。小動物が外部刺激に反応して、左、右に前進および後退するとき、XおよびY方向の発光体と受光体との関係が変化する。この変化分を計測し、計算式に表し、動物の行動とは反対方向に球体を動かし、位置修正を行う。この修正量より、動物の行動量を計測する装置であり、クレーマー型より、応答速度も早く、安価である。

## 心電波形のエキスパートシステムの診断の試み

瀬 谷 啓 一

心電図には心臓の電氣的機能に関する情報が数多く含まれている。近年、心電波形の自動認識、自動診断の試みがなされており、一部は卓上型インテリジェント心電計として実用に供されている。本研究はパソコンを用いたAI型自動診断を目標とするもので、診断論理に人工知能言語 PROLOG の適用を試みている。波形計測プログラム、推論プログラム、診断に必要な知識データベースが互いに独立したいわばエキスパートシステム型診断論理のプロトタイプを作成した。

## 植物細胞の電界効果と電界融合

佃 康 郎

主にハウレンソウ、ハルジョンの葉とニンジン根から遊離細胞またはプロトプラストを分離し、それら細胞の電氣的性質と電界融合に関する研究を行って次の結果を得ている。①遊離細胞に均一交流電界を印加した場合、約2 MHzの転換周波数以下では正の配向、それ以上では負の配向をする。また、この転換周波数近傍で1個の細胞でも回転することがあることを初めて見出している。②プロトプラストのパールチェーン形成過程は Sauer の理論とよく一致する。③雑草は一般に細胞壁堅固なため、細胞融合が困難であるが、ハルジョンは既成の酵素でプロトプラストが作成でき、電界による細胞融合の遂行が可能である。

## 神経回路網の同定に関する研究

東 政 信

大脳を中心とした神経系の構造と機能の解明が望まれている。ヒトの大脳をはじめとした高度な情報処理系では、感覚系からの情報は、多くの中継点を經由して認識域へ伝達されることがわかっている。微小電極法は、各地点での神経活動を把握するには、すぐれた手段であった。神経組織学は神経システムの走行を知るには適した手段であった。しかし、この両者、ミクロな活動とマクロな走行路を結びつけた研究方法が見つけれられないほど、神経生理学は壁に当たっている。これを解決すべく、提案されたのが、本方法である。感覚及び神経回路網への入力として、一定周期の繰返し信号を入れ、出力側でそれを検出する。この一定周期を変化させるとき、出力側での信号も変化する。これらの関係が最も単純化されたとき、電気泳動的に、染色を行い、その回路を同定する。このとき、回路の一部を切断し、同様の方法をとる。このことにより、入力としての感覚系、出力系としての認識域までの神経回路網の同定ができよう。

## A Numerical Analysis of Transient Wave Responses in Plasma and Transformer Windings

魯 軍 偉

プラズマ内のイオン音波の伝搬には不明の点が多い。また、安全性の面から、衝撃電圧下の変圧器内の電圧の挙動に関しても解析が望まれている。本研究は、上記イオン音波と変圧器内の電圧の挙動が同じ形の非定常な偏微分方程式に支配されることに着目して、これを数値解析したものである。非定常問題の数値解析では空間と時間の両者を離散化する必要があるが、本研究では、空間に関して有限要素法を、時間に関してはニューマークβ法を適用した。その結果、音波と電圧の過渡応答が明らかにされると共に、精度のよい解を得るために必要な、波長に対する空間離散化のサイズ及び時間ステップの取り方が明らかになった。

## 〔工業化学専攻〕

### N-未置換のスルフィルイミンの Michael 型付加反応機構

滋 野 一 弥

N-未置換のスルフィルイミンと親電子オレフィンを反応させるとアジリジン、エナミンの二つの生成物が定量的に得られることが知られている。アジリジン類は薬理活性を持つものが多く、この方法では一段階で合成できるので非常に有用である。しかし反応選択性に影響を及ぼす Factor 及び反応機構は明らかになっていない。本研究では反応条件を変えて反応に影響を及ぼす Factor を検討し、さらにその反応機構を置換基効果、溶媒効果など動力学的に検討した。乾燥剤存在下の反応からエナミンの生成にプロトン性溶媒が関与していることが分かった。またスルフィルイミンの pKa との兼ね合いから未反応のスルフィルイミンがエナミンの生成量を増加させていたことも分かった。さらに Hammett プロットからこの反応が求核的反応であり、スルフィルイミンの窒素の求核攻撃が律速であることが分かった。(日本化学会第54回春季年会で発表)

## (N-アリアルエチレンスルホニル)-ウレタン, 尿素及び その他のアリアルエチレンスルホンアミド誘導体の合成

新 堂 誠

一般式  $\text{Ar-CH=CHSO}_2\text{NH}_2$  で表わされるスルホンアミドをクロルギ酸エチル及び炭酸カリウムの存在下アセトン中で還流すると  $\text{Ar-CH=CHSO}_2\text{NHCO}_2\text{Et}$  が得られた。これにアルキルアミンを加えて塩とした後 5 mmHg で  $120^\circ\text{C}$  に 5 時間加熱するとスルホニル尿素  $\text{Ar-CH=CHSO}_2\text{NHCO-NHR}$  が得られた。Ar としてはフェニル, 1-ナフチル,  $\beta$ -スチリル, 2-チエニルなど, 又 R としてはメチル, フェニルなどが合成された。

## シクロヘプタ [a] フェナレン-6, 10-ジオンの合成と性質

武 田 英 也

新規キノンであるシクロヘプタ [a] フェナレン-6, 10-ジオン(1)の合成に成功した。この全反応段階は 9 段階あり, 全体収率は 0.83% である。(1)はその異性体のシクロヘプタ [a] フェナレン-6, 12-ジオン(2)との各種スペクトル等の比較により, (2)と同様にジカチオン種が  $16\pi$  電子系であるにもかかわらず常磁性を示す事がわかった。また(1)は(2)よりも若干平面性が高い事を示す知見が得られた。

## N-ベンゾイル-アリアルエチレンスルホンアミドの合成と その反応及び新規 1, 4, 2-ジチアジン誘導体の合成

竹 村 勝 也

2-アリアルエチレンスルホンアミドは, 塩基存在下, 塩化ベンゾイルと縮合してN-ベンゾイル-2-アリアルエチレンスルホンアミドを与えた。これは塩基中分子内 Michael 型環化付加反応を起こさなかったが, カルボニル酸素を硫黄に置き換えることにより, 分子内環化付加し, 新規 1, 4, 2-ジチアジン誘導体を与えた。この 1, 4, 2-ジチアジンは 3 位にアリアル基のついたもので, その合成経路が確立された。



## モノ置換アゾ及びアゾキシベンゼン類の合成と反応について

寺 前 正 治

非対称モノ置換アゾキシベンゼン類の合成法を検討した。4-クロルアゾキシベンゼンの $\alpha$ 体及び $\beta$ 体などが合成された。またアゾベンゼン類の硫酸とメタノールとの新奇な反応を見出した。この反応によって置換ベンチジエンの他にアゾ基の還元によるアニリン類が生成した。特に2位にカルボキシル基を持つものでは高収率でアニリン類を与えた。

## Metal-RX 系下に於ける石炭の可溶化 ——可溶化成分の構造特性——

中 野 辰 彦

石炭を  $Zn-C_4H_9I$  系下に処理すると(常圧,  $150^\circ C$ , 2~5h), 多量のベンゼン可溶分(BS)が得られる。夕張, 太平洋両炭を当法で処理し, 得られた  $n$ -ヘキサン可溶分(HS)の分子量分布, 構造パラメータ等を調べて以下の結果を得た。1) BS 取得率は夕張炭で76% (2回処理), 太平洋炭で62% (3回処理)であった。2)再処理によって,  $n$ -ヘキサン不溶分(HIS)の殆どがHSに転化した。3)HSとHISは分子量に大差があったが構造パラメータは類似していた。4)HISを処理すると著しく分子量が低下し, C-C結合の開裂を示唆する結果が得られた。5)当方HSは水素化分解法HSに比べて, 分子量もアルキル置換度も高かった。

## 触媒添着活性炭による環境中有害成分除去の研究 ——硫化メチル並びに亜酸化窒素の除去——

西 川 剛 司

活性炭単独による硫化メチル, 並びに亜酸化窒素( $N_2O$ )の吸着性は低い。硫化メチルが臭化スズと分子化合物  $SnBr_4 \cdot 2C_2H_6S$  を作る特性を利用し, 活性炭に臭化スズを添着させ硫化メチル蒸気を吸着除去する方式について検討を行い, 10%前後に臭化スズを添着した活性炭が高い吸着性のあることを認めた。一方亜酸化窒素は活性炭に重金属を添着させて吸着させる方式とそれに紫外線を照射し, 分解吸着する方式について検討を行い, 無添着のものに比し, 高い吸着性, あるいは分解のあることを認めた。

## 環境中でのトリチウムガスの転換 ——紫外線照射によるトリチウム水の生成反応——

野上 英明

トリチウムガスのトリチウム水への転換に関する研究を行い、次の知見を得た。

1)トリチウムガス単独の場合、石英及びパイレックスガラスのいずれも反応容器材質の酸化への影響は認められなかった。2)トリチウムガスと酸素が共存する場合、トリチウムガスの自己 $\beta$ 線の影響によって転換反応が進行すること、並びに200~300nm波長領域の紫外線照射によりトリチウム水の生成が10,00程度促進されることを見出した。

## Studies on the Mechanism for Pyrolytic Elimination of Trivalent Sulfur Compounds

本山 厚司

$\beta$ -位に水素を持つ三配位有機硫黄化合物を熱分解させると、対応するオレフィンを定量的に与えることが知られている。本研究では、その反応機構を明らかにし、それらの化合物全体にわたって比較する目的で、エチルフェニル系のスルホキシド、スルフィリイミン、スルホニウムイリド、およびエチルメチル系のスルホニウムイリドについて、その反応を動力学的に検討した。どの化合物も反応は本来E1型の遷移状態を通して進行し、 $\beta$ -位にフェニル基を導入するとその遷移状態がカルバニオン型に片寄る傾向があることが分かった。また、反応性はスルフィリイミンが最大で、スルホキシドとスルホニウムイリドは同程度であることが分かった。しかし、スルフィリイミンの窒素上あるいはスルホニウムイリドの炭素上の置換基を変えることによって、その反応性が大きく変化し、遷移状態にも影響を与えることが分かった。(日本化学会第52回及び第54回春季年会で発表、日本化学会誌に掲載)

## 〔金属工学専攻〕

### Fe-Cr, Fe-Si 合金における高温水蒸気酸化

朝見 浩治

高温水蒸気雰囲気中におけるFe-Cr合金およびFe-Si合金の酸化挙動について次の諸事項が明らかになった。1) Fe-Cr合金ではリーゼガング現象によると考えられる周期的多層構造のサブスケールが認められ、とくにFe-9%Cr合金をAr-10% H<sub>2</sub>O雰囲気中で酸化した場合この周期的多層構造は最も明瞭になる。2) Fe-Cr, Fe-Si合金のサブスケールは放物線則に従って成長し、拡散律速を暗示している。

## マンガン団塊の湿式処理に関する基礎的研究

荒井 敦志

本論文は、酸化・還元浸出法の適用によるマンガン団塊の湿式処理プロセスの一環として、マンガン団塊—硫化ニッケル系混合鉱の酸化・還元浸出特性について熱力学的考察および実験的研究を行った。またプロセスの効率良い運用を計るため、酸化還元浸出過程に及ぼす鉱物組成の影響についても合わせて検討した。

## 時効硬化型アルミニウム合金のセレーションについて

浦野 寛幸

強靱、軽量化を目指す経済、工業界の期待に応えるべき Al 基合金において、自動車ボディ等の実用化に最も大きな問題となるのがセレーションである。また、Al 基合金は強度を上げるために時効処理を施すことが不可欠である。本研究により、セレーションが時効処理とともに出現、減少あるいは消滅する原因が明らかとなり、Al 基合金のより幅広い実用化が進むものと期待される。

## SEM-ECP 法を用いた羽毛状晶の面方位決定による成長機構の検討

才川 清二

羽毛状晶における双晶境界の面方位の確認は従来エッチピット法やX線ラウエ法などの比較的誤差の多い手法によった。本研究は羽毛状晶発起点付近の結晶間の面方位関係、更に双晶境界の増殖時における板状結晶の方位の同定を「エレクトロチャンネルングパターン」で行い、羽毛状晶の発生、成長過程の機構を結晶学的に明らかにした。

## チタン、チタン合金の depassivation PH

高橋 勇治

塩素イオンを含む強酸性水溶液中の Ti 及び Ti 合金の活性化の挙動を明らかにするため、溶液の pH を変化させ、それぞれの24時間後の自然電極電位の変化から depassivation pH 値を求め SUS304, 316 ステンレス鋼と比較した。 $\pi$  の自動態皮膜はこれらのステンレス鋼に比べ広い低 pH 域で安定であり、弱い酸化力で容易に不動態化することが分った。

## 極低炭素冷延鋼板の再結晶集合組織に及ぼす銅の影響

谷 畑 弘 之

0.4%の銅を含む極低炭素鋼の冷延集合組織は銅を含有しない場合、冷延前に銅を固溶させた場合、銅を析出させた場合の3者間で差異は認められなかった。再結晶集合組織は銅を固溶又は析出させた影響は徐加熱再結晶集合組織の上に明瞭に表われ、銅の析出によって  $\{111\}$  リング上に分散するが、固溶試料では  $\{111\}$   $\langle 011 \rangle$  の強い集積を示し、さらに徐加熱によって  $\{554\}$   $\langle 225 \rangle$  にも強い集積を示すようになる。

## Al-Mg 合金鑄塊における羽毛状晶の増殖機構

橋 本 行 史

双晶境界の増殖について調べるため、一方向凝固で生じた Al-5% Mg 合金の羽毛状晶をおよそ10ミクロン毎に観察した。増殖起点の観点からみてその過程を次の二つに分けられる。タイプ I は既存双晶境界が起源となり、新しい双晶境界がその一部から分離するにつれ次第に形成されるもの、タイプ II は既存双晶のいずれかの結晶内に生じた亜粒界上に新たな双晶が形成されるもので、双晶境界の長さ及び間隔の変化に、それぞれ特徴が見られた。

## 資源リサイクリングに関する研究

長谷川 昌 弘

本研究は、省資源および資源リサイクリングの観点から電解コンデンサー廃液および鉛バッテリースラッジからの有価成分の回収に関して、効率良い新しい湿式処理プロセスの開発の可能性について熱力学的考察および実験的研究を行ったものである。すなわち、電解コンデンサー廃液から溶媒抽出法ならびに塩化水素ガスによる晶析反応を応用して高純度アルミナを回収するプロセスおよび先に報告した鉛バッテリースラッジの湿式処理プロセスに及ぼす微量不純物の影響について検討し、これらのプロセスにより効率良い処理が行えることを明らかにした。

## Al-Mg-Si 合金における粒界破断機構

松 田 健 二

現在、実用 Al 合金に残された最後の問題といわれる粒界破断について、種々の因子を制御して最も問題となる結晶粒界という因子のみを抽出することに成功した。その結果、従来数多く報告され、半ば定説化されている結晶粒内の優先変形に基づく破断機構は影響が小さく、結晶粒界の優先変形が大きく影響している破断機構であることが明らかとなり、高温変形時の超塑性現象との兼ね合いから、今後の展開が非常に注目される研究である。

## 鉄鋼表面におけるクロム拡散被覆層の形成

楊 鴻 鈞

純鉄、炭素鋼、ニッケル鋼表面に精密なクロム拡散被覆を行い、1)純鉄、炭素鋼、ニッケル鋼のいずれも Cr 拡散被覆量と  $\sqrt{t}$  及び反応速度定数の対数と  $1/T$  は直線関係にありアレニウスの式を満足する。2) Cr の拡散被覆層は原表面をはさんで Cr 被覆層と拡散層からなり欠陥がなく組織は健全であった。3) とくにニッケル鋼では Cr 濃度変化の大きい最外層 ( $\alpha$  相) の内部に広い範囲にわたって 40~45% Cr, 6~7% Ni を含む  $r$ ,  $\alpha_2$  相域が形成されその陽分極特性から SUS316 鋼以上の耐食性を有すると判断された。

### [機械工学専攻]

## 電気ポテンシャル法による分布き裂の簡易計測法に関する基礎的研究

白石 敬 司

機械・構造物中に存在する複数のき裂の長さ及び位置を、電気ポテンシャル法を用いて精度よく非破壊的に簡便に計測する方法を開発することを目的として基礎的解析を行った。単一き裂が存在する部材のポテンシャル比分布を境界要素法を用いて解析し、それを二次近似によって精度よく表示する方法を示し、二次近似によるポテンシャル比分布の合成によって複数分布するき裂の位置及び長さをパーソナルコンピュータで推定する方法を提案した。

## AN EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON PURE TONE GENERATION BY SELF-SUSTAINED OSCILLATION OF THE WATER FLOW

Rivas Castro Roberto

The auscultatory technique are developed based on the KOROTKOFF sound emitted when the blood pass across a strangulation of the artery.

The reason of the phenomenon was investigated mechanically by using an acrylic pipe, an orifice plate and water, instead of the artery, the strangulation and the blood respectively.

An essence of the phenomenon is as follow: according to the flow velocity the several natural resonances of the orifice produce a pressure disturbance in the fluid, and emit the corresponding sound, being the frequency of it proportional to the flow velocity. According to the length of orifice the different natural resonances can be excited producing jumps from one to another frequency of sound.

## 〔生産機械工学専攻〕

### パターン投影による物体の位置と姿勢の測定

赤 沢 宗 彦

光学的に物体面の位置と姿勢を、短時間に非接触で測定する測定法についての研究を行った。この手法は物体面上に投影されたX型パターンをカメラで捕らえ、その中心のずれや歪みをコンピュータを用いて解析し、位置と姿勢を同時測定するものである。その結果、1回の測定を1秒（すべてのデータ入力後、一括して解析する場合は0.06秒）で行うことができた。また、再現性の向上により測定装置として完成させる事ができた。（61年度 春季精密工学会にて発表）

### 安定化要素制御による固定絞り静圧スラスト軸受の特性改善

中 本 徹

静圧スラスト軸受は安定な特性を示すが空気の混入や流体キャパシタンス等により、動剛性が低下する。この軸受のポケット部に油タンクと絞りからなる安定化要素を接続し、この安定化要素を比例、積分、微分演算動作により制御して軸受の動特性を改善することを試みた。

その結果、比例、積分演算要素により安定化要素を制御すると、軸受剛性が著しく改善できることがわかった。また、最適調整の見地から、制御方法を検討することができた。

### 歯当りを考慮したねじ歯車のかみあい解析に関する研究

細 野 清 仁

インポリュートねじ歯車に生じる歯当りは、他の歯車に比較して、極端に幅が狭く、かつバイアス傾向にあることはよく知られている。そのため、時々異常摩耗を引き起すことがある。しかし、その原因については、歯当りの形状が理論的に明らかにされていないため、明確ではなかった。そこで、本論文では、ねじ歯車のかみあいに関し、従来より厳密な解析を行い、その結果に基づいて、計算機による歯当りパターンのシミュレーションを試みた。それにより、これまでの諸現象の原因を明らかにするとともに、線接触かみあいに必要ないくつかの指針を与えることができた。

## 空気圧管路系の動特性

宮野 秀 昭

空気圧信号を伝送する管路系の動特性を解析し実測値と比較した。周波数特性については、粘性と慣性の効果を表わすパラメータと圧縮性の効果を表わすパラメータからなる超越関数を含む伝達関数から求めた。過渡特性については、基礎式が双曲型となる点に着目し特性曲線法を適用して求めた。その結果、粘性と熱伝導による損失を考慮した基礎式から得られる解析結果が実測値とよく一致することをたしかめた。更に管路途中に分岐・合流等を含む場合の等価管路系の扱いについて検討を加えた。

## アルミニウム合金の熱間押し型設計における メタルフロー調整に関する研究

村 田 伸 一

熱間押し加工におけるメタルフローを定性的あるいは定量的に評価し、押し出材の流出過程やピレット表皮層の流出挙動等を、格子線解析法やマクロ組織観察から検討を行い、メタルフローに及ぼす押し型因子の影響を明らかにした。さらに、この基礎実験の結果を発展させ、生産現場でも応用可能となる押し型の設計についても検討を加えた。

## 〔化学工学専攻〕

### ポリアクリルアミド加水分解ゲルの膨潤および金属イオン吸着特性

磯 部 勉

ポリアクリルアミドの加水分解ゲルは、各種の溶媒やイオン種に対し、極めて特異な膨潤および吸着特性を示す。pH 変化に対するゲルの含水率、密度、固定基および吸着イオン組成の測定を行い、ゲルと吸着水との相溶性とゲル弾性に基づく自由エネルギー変化の考察から膨潤特性の解明を行った。

一方、ゲル吸着については、Fe(II) および Cu(II) イオンをそれぞれ単独に含む水相と両イオンを含む混合水相からの吸着を行い、平衡論的考察を行った。

## 異常時処置支援システムの設計に関する研究

川 本 正 治

塩化ビニル重合反応缶の異常な温度上昇は化学工場の大災害をしばしばもたらしている。温度の異常上昇による、異常時処理を支援するためのシステム設計を目的としている。温度異常上昇には3原因を想定し、その原因の混成した場合のシミュレーション実験を行っている。システム設計に当っては、異常原因を推定する上層プログラムと、その結果を見定めて適正化を図る下層プログラムの階層構造をとっている。諸条件をパラメータに、知識工学的手法を用いて、その支援のためのシステム設計を行った。

## 管および環状流路内の乱流構造

柴 田 良 弘

シェルアンドチューブ或いは二重管型熱交換器の環状部を想定したモデルとして、管および環状流路を用いて伝熱の媒体となっている流体（水）の乱流構造を調べるにはいくつかのファクターがあるが、ここでは流路内の局所乱流強度、レイノルズ応力および相関係数の各分布を求め、さらに速度変動成分の時間の変化から乱流構造を解明し、最終的には昨年の実験である偏心二重管環状部の測定結果と比較して、内管偏心が流路内流れに及ぼす影響を調べた。

## ゲルクロマトグラフィーの分離性能の支配因子 —— 溶離液の電解質濃度とローディング液量 ——

西 野 角 治

最近の成分分離技術として注目のゲルクロマトグラフィーの分離性能の基礎研究として、各種濃度の塩化ナトリウム—高分子多糖類（ブルーデキストラン）水溶液の分離をおこない、ゲル粒子の負電荷にとまなうドナン排除にたいする溶離液のイオン濃度ならびにゲル浸透体積にたいするローディング液量について、えられた濃度波形クロマトグラムのモーメント解析の結果より、分離度にたいするそれらの効果を明らかにした。

## 電気浸透的脱水過程における粘土層内の液状水移動

番 場 啓 泰

水で練った粘土層の電気浸透的脱水過程における粘土層内の含水率およびイオン成分 ( $\text{Na}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Cl}^-$ ) 含有率が従来の研究と異なった分布を示すことを見出した。その現象は、粘土層内での電気浸透的作用とオスモテック・サクション・ポテンシャル差に起因する作用とが重ね合わされて水分が移動するというモデルによって合理的に説明された。また、電気浸透的脱水に要するエネルギーは、乾燥による値より一桁小さくなることを示した。



## [電子工学専攻]

### 多源蒸着法による EL 薄膜発光素子の製作

岡 島 公 樹

エレクトロルミネッセント (EL) 薄膜発光素子は発光型パネルディスプレイや薄型面光源として注目されている。発光薄膜の製法は発光輝度や寿命に影響を及ぼす重要な因子である。本研究では、亜鉛と硫黄を交互に蒸着して硫化亜鉛 (ZnS) 発光層を形成する方法を試み、X線回折法と走査型電子顕微鏡観察によって膜質と製作条件との関係を調べた。亜鉛と硫黄の蒸発源温度及び基板回転速度を選ぶことによって一源蒸着法より結晶性の優れた薄膜を得ることができた。

### Co-Cr スパッタ膜の組成比と膜特性

金 井 伸 弘

この論文は、垂直磁気記録媒体として使用される Co-Cr 薄膜をマグネトロンスパッタ装置により作成を行った実験報告である。ここで用いているスパッタ装置は独特なターゲット形状を持つため印加磁界を変えることにより作成膜の Co と Cr の組成比を変化させることができることから、装置の特徴並びに組成比の変化と作成膜の特性との関係を述べている。又、組成の異なる二層膜の作成を試みている。

### Ge(100)-2×1面上の Si の初期成長過程

川 端 宏

超高真空 ( $\sim 1 \times 10^{-10}$  Torr) 中で清浄な Ge(100)-2×1 基板上に基板温度を変えて Si を蒸着し、低速電子線回折 (LEED)、オージェ分光 (AES)、低速電子エネルギー損失分光 (LEELS) の“その場”測定から Ge(100) 基板上における Si の初期成長過程を調べた。室温基板では成長層はアモルファスであった。300°C、500°C 基板上でも AES からは Si は層状成長しているように見えるが、LEELS からは小さな島状成長であると思われる。500°C で膜厚を厚く ( $> 50 \text{ \AA}$ ) した場合、島は合体し、単結晶 Si(100) 膜となった。

## Fortran と結合可能な Prolog 処理系の作成

北 野 哲

画像処理等の大量の手続的処理を伴う知識処理を記述するためのプログラミング言語として拡張 Prolog を作成した。これは DEC-10 Prolog を基本とし、さらにそれを Fortran サブルーチンを容易に呼び出すことができるように拡張したものである。特長は、呼び出したい Fortran サブルーチンを Prolog に組み込むためのインターフェース部を自動生成できるようにしたことであり、これによりユーザの負担が大幅に軽減される。この拡張 Prolog 処理系は Fortran 77 でインプリメントされていて、図書カード認識・理解システムの記述に応用されている。

## 垂直磁気記録媒体下地層に関する研究

篠 原 俊一郎

高密度情報記録を目的とする垂直磁気記録方式では、その記録再生感度向上の為に媒体下地層として軟磁性膜が用いられる。本論文は改良形マグネトロンスパッタによる軟磁性膜の作成、評価に関する研究報告である。

スパッタ装置の磁気回路の変更によりマグネトロンスパッタの特長である高速、高能率成膜が実現された。また応用上重要である膜の磁気特性、軸配向性の作成条件による変化を明らかにした。

## 強誘電性液晶セルにおける分子配向制御と電気-光学効果

田 代 憲 璽

強誘電性液晶の配向制御方法として、(1)酸化イットリウム ( $Y_2O_3$ ) や酸化サマリウム ( $Sm_2O_3$ ) の斜方蒸着 (蒸着角度:  $40^\circ \sim 80^\circ$ )、(2)  $Y_2O_3$  や  $Sm_2O_3$  の斜方蒸着と電界印加徐冷処理との組合せ (最大電界強度:  $20MV/m$ , 周波数:  $DC \sim 1 kHz$ )、(3)ポリフッ化ビニリデン配向膜のラビングおよびポーリング処理 (ポーリング電界:  $2 MV/m$ ) を試みた。各セルについて、偏光顕微鏡観察と電気光学特性から液晶分子の配向状態を調べた。(1)では液晶分子が垂直配向し、(2)の方法によって均一な傾斜配向が得られた。また(3)では平行配向しやすいことがわかった。

## 漢字についての質問応答システムの作成

田 添 忠 徳

漢字の読み方や意味等を人に質問するとき「にんべんに加えるという字の読みは？」のようにその漢字を分解して尋ねることが多い。このように漢字をいくつかの部分に分解して記憶し、それを検索しその漢字に関する情報を取り出すシステムを作成した。特長は、検索したい漢字の分解に関する文を分ち書きの日本語で(にんべん に 加)のように入力できることであり、複数の分解方法に柔軟に対処できるようになっている。システムは VAX LISP でインプリメントされていて、現在のところ教育漢字に関する検索ができるようになっている。

## 強誘電性液晶セルの分子配向における電界誘起変形

津 田 誠

表面安定形配向の強誘電性液晶セルにおける自発分極の反転過程において、ヒステリシスを伴った電気光学特性が観察されている。ヒステリシス発生機構の解明を目的として、分子配向の電界誘起変形を計算機解析した。ヒステリシス発生に関係する物性定数として、(a)液晶の弾性定数  $k$ 、(b)基板表面と液晶分子との非極性結合係数  $B_n$  および極性結合係数  $B_p$  に注目した。解析結果から、(1)  $k$  が大きくなると反転閾電圧が低下し、ヒステリシスが低電界で発生すること、(2)  $B_n$  または  $B_p$  が大きくなると反転閾電圧は上昇することがわかった。

## 大地上の垂直アンテナに関する研究

富 樫 昇

大地の電気定数により、アンテナの入力インピーダンスや放射指向性に、およぼされる影響について理論解析され、従来、知ることのできなかつた種々のアンテナ特性を明らかにした。

特に、アンテナと、大地をはって伝播する表面波とアンテナとの関連を明らかにすると共に、現在、不要なサイドローブによる放送障害波を除去する新しいアンテナ方式を提案し、計算により特性を示し、世の中に役立つものを提示した。

## 電子分光法による GaSe-InSe 界面の研究

中山 典一

GaSe-InSe 超格子を作製するため、InSe 基板上に成長させた GaSe 薄膜と GaSe 基板上に成長させた InSe 薄膜についてその成長様式、結晶性、界面での反応性、価電子帯不連続をオージェ電子分光 (AES)、低速電子エネルギー損失分光 (LEELS)、X線光電子分光法 (XPS) を使って評価した。その結果、InSe 上の GaSe も GaSe 上の InSe も基本層 ( $\sim 8 \text{ \AA}$ ) を単位として層状成長すること、適当な成長温度 (GaSe は  $400^\circ\text{C}$ 、InSe は  $300^\circ\text{C}$ ) ではわずかに 2 基本層 ( $\sim 16 \text{ \AA}$ ) で単結晶に匹敵する結晶性のよい膜が得られること、界面でのバンド (価電子帯) 不連続は成長順序によらず  $0.1\text{eV}$  以内、伝導帯不連続は  $\sim 0.7\text{eV}$  であること、などを明らかにした。

## 強誘電性液晶セルの過渡応答とマトリクス駆動

淵脇 栄治

強誘電性液晶を使った表示素子の設計に必要なパラメータとして、(a)自発分極の値とその温度依存性、(b)応答速度、(c)駆動パルスの振幅および印加時間に対する閾特性、(d)メモリー特性がある。これらの特性を 4 種類の強誘電性液晶について測定し、各液晶に対して最適な駆動条件を求めた。得られた結果に基づいて、4 パルス法による駆動実験を行った。16本 $\times$ 48本の電極構造を持つ単純マトリクス形表示パネルを試作し、マイクロコンピュータ制御の駆動回路を使って動作させた。

## 同期放送用八木アンテナの反射器特性に関する研究

山岸 明洋

有限数のテレビジョン放送チャンネルで、もっとも有効にチャンネルを利用する方法に、同じ周波数で同じ映像を放送する同期放送が提案されている。これを実現する為の 1 つに、アンテナの高性能化をはかるといふ課題がある。

この論文は、現在使用されている受信アンテナと、大きさや素子数を大幅に変えることなく反射器を改善することにより、FB 比を 24dB 程度に改善できることを示したものである。

計算は種々の反射器の特性についてなされ、その中で最も小形に、しかも UHF の全周波数帯域にわたり特性を維持できる画期的なアンテナが存在することを示し、また、それを実現した。

平成元年3月発行

富山県富山市五福3190番地

富山大学工学部紀要委員会

# Contents

|  |     |
|--|-----|
| 1. Calculation Method for Characteristics of Transfilter<br>.....Hiroshi FUJITA, Ken-ichi YAMAGUCHI, Masaaki SAKUI,.....   | 1   |
| Tutomu MAEDA, Muneharu SAWADA  |     |
| 2. Development of Toroidal Plasma(TP) Magnetron Sputtering System<br>.....Takahazu TAKAHASHI, Masaaki YONEDA, Masahiko NAOE.....   | 13  |
| 3. Measurements of the Thermal Conductivity of Insulation Materials<br>at High Temperatures by the Transient Hot Wire Method<br>.....Eisyun TAKEGOSHI, Miki KURABE,.....         | 22  |
| Yoshio HIRASAWA, Takao NAGAMOTO  |     |
| 4. Grinding Residual Stress in Al-Alloy AC3A<br>.....Hisakimi NOTOYA, Yuzo TAKATSUJI,.....   | 28  |
| Shigeru YONETANI, Kosei SHIBATA  |     |
| 5. Improvement of Characteristics of Externally Pressurized Bearing<br>by Controlling Stabilizer<br>.....Tsuyoshi OHSUMI, Haruo MORI, Yukio MATSUMOTO,.....                      | 35  |
| Ken IKEUCHI, Hirofumi TAKASE, Toru NAKAMOTO  |     |
| 6. Rayleigh Equation Approximating Equation of Motion<br>in Hydraulic Drive System .....Tsuyoshi OHSUMI, Yukio MATSUMOTO,.....   | 45  |
| Hirofumi TAKASE, Masao KANOH   |     |
| 7. Turbulence Structure in Circular and Annulus Ducts( I )<br>—Turbulence and Reynolds Stress—<br>.....Hisashi MIYASHITA, Yoshihiro SHIBATA, Tatsuo NISHIMURA.....               | 54  |
| 8. Turbulence Structure in Circular and Annulus Ducts(II)<br>—Organized Structure of Fluctuation Component—<br>.....Hisashi MIYASHITA, Yoshihiro SHIBATA, Tatsuo NISHIMURA.....  | 69  |
| 9. Non-Steady Astrophysical Spiral Jets Driven<br>by Magnetic Collapse and Pressure .....Jun-ichi SAKAI.....   | 79  |
| 10. Particle Acceleration by Magnetic Reconnection and<br>Fast Magnetosonic Shock Waves in Solar Flares<br>.....Jun-ichi SAKAI, Yukiharu OHSAWA.....                             | 91  |
| 11. Fluid Model of Explosive Coalescence .....T. TAJIMA, Jun-ichi SAKAI.....   | 103 |
| 12. Explosive Coalescence of Magnetic Islands and Particle Acceleration<br>.....T. TAJIMA, Jun-ichi SAKAI.....   | 115 |
| 13. Plasma Jet and Shock Formation during Current Loop Coalescence<br>in Solar Flares .....Jun-ichi SAKAI.....   | 127 |
| 14. Prompt Particle Acceleration to Relativistic Energies<br>during Current Loop Coalescence in Solar Flares<br>.....Tohru NAKANO, Jun-ichi SAKAI.....                           | 134 |
| 15. Magnetic Collapse and Formation of Fast Magnetosonic Shock Waves<br>in Two-Dimensional X-type Current Sheet<br>.....Tomoyuki MORITA, Ken-ichi YAMAGUCHI, Jun-ichi SAKAI..... | 160 |
| 16. Direct Potential Proliferation, Connection with the Riccati Equation<br>and Related Transformation .....Tutomu KAWADA.....   | 171 |
| 17. Abstract of Master degrees thesis in 1988 .....  | 181 |