

# 方形波パルス電圧源による非線形 磁化曲線をもつ鉄心の鉄損特性

柳 瀬 秋 夫, 作 井 正 昭, 藤 田 宏

## 1 . 緒 言

電気機器の出力決定を左右する温度上昇は機器の設計上重要な課題の一つになっている。近年電力应用到に直流可変電源が簡単に得られるサイリスタを用いた方形波パルス電圧による産業機器の普及はめざましく、その適用分野も拡大の一途をたどっている。しかしながら対称交流電圧を供給した場合の温度特性算定に必要な鉄損および銅損に関する報告は数多くあるが、方形波パルス供給時の鉄損特性に関する報告はほとんどなくサイリスタを用いた方形波パルス電圧供給の場合の鉄損特性について知る必要はきわめて大切な課題であるといえよう。

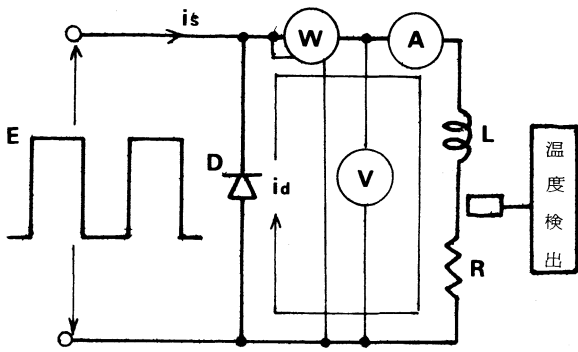
元来磁気飽和特性をもつ鉄心の鉄損計算は非線形のためいろいろの困難性があり、鉄損特性の精密計算は非常に困難である。しかし非線形磁化曲線を近似的に線形化することにより、近似的な鉄損特性を知ることができると考えられる。

以上によってサイリスタを用いた直流チョッパ方式による方形波パルス電圧を供給した場合の鉄心の鉄損特性について基礎的な解析を試みてヒステリシス損、うず電流損および銅損が電圧、電流および供給回路の電気定数、パルス幅、パルス周期などと、どのような関係にあるかを近似特性式を導出し、さらにこれらを確認するため鉄損特性、温度上昇曲線の実測を行い、本文の解析結果と実測結果について比較検討を加えたところ、正弦波交流電圧源である場合の鉄損特性に対する従来の概念と異なった特性を示すことが判明されたのでその概要を報告する。

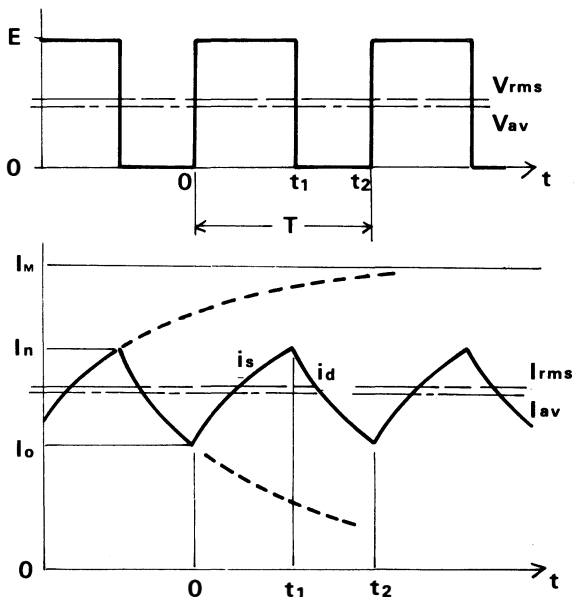
## 2 . 温 度 上 昇

通電中の電気機器に生ずる諸損失は大部分熱エネルギーに変換される。したがって電気機器を長時間一定電力で通電したときに到達する温度と周囲の冷却媒体温度の差（温度上昇）は機器の放熱容量、放熱係数、放熱面積等で定まる時定数と加熱時間により指数関数的に上昇し、最終温度上昇は電力損失に比例する。

本研究では電気機器の最終温度上昇を知る上で必要な第1図の鉄心入りコイルの鉄損算定について基礎的解析を主眼において検討をすゝめる。図示のLは非線形磁化特性をもつ鉄心入りコイルのインダクタンス、Rは抵抗でDは環流ダイオードをあらわす。



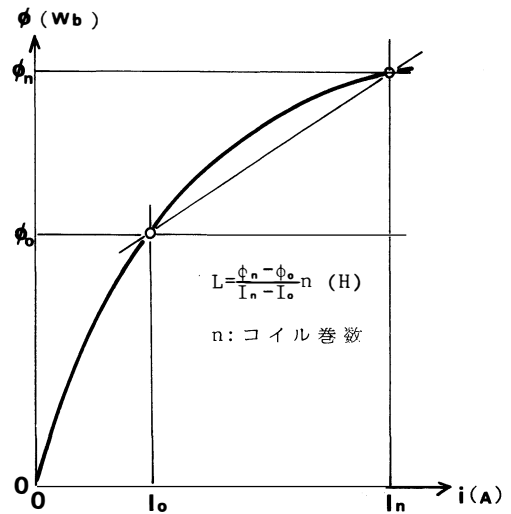
第1図



第2図

### 3. 電圧・電流計算式

第1図に示すコイルに供給される方形波パルス電圧およびその電流の代表的予想波形を第2図に示す。第3図は鉄心入りコイルの直流電流とその予想磁化曲線をあらわすものとする。



第3図

いま第1図の環流ダイオードDは理想的なものとして、順方向抵抗を0、逆方向抵抗を無限大と仮定する。一方第三図に示す $I_n \sim I_0$ 間の平均インダクタンス $L = \{(\phi_n - \phi_0) / (I_n - I_0)\} \cdot n$ であるから図のような脈動振幅 $I_n - I_0$ である場合にこのLを用いた電圧方程式より求まる電流計算結果は非線形曲線を着実に計算した電圧方程式による計算結果に比し、その誤差は実用上無視できる程である。<sup><2></sup>

したがって本文にこの方法を導入すれば第1図および第2図から次式が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} E &= i_s R + L \frac{di_s}{dt} \quad (0 < t < t_1) \\ 0 &= i_d R + L \frac{di_d}{dt} \quad (t_1 < t < T) \\ L &= \{(\phi_n - \phi_0) / (I_n - I_0)\} n \end{aligned} \right\} \text{-----(1)}$$

ただし  $i_s$  : オン期間中の瞬時電流.  $i_d$  : オフ期間中の瞬時電流.  $n$  : 巻数とし, 時間  $t$  をそれぞれのオン・オフ期間の始めから測るものとすれば,

オン期間 ( $0 \sim t_1$ )  $t = 0$  で  $i_s = I_0$ ,  $t = t_2$  で  $i_s = I_n$

オフ期間 ( $t_1 \sim t_2$ )  $t = 0$  で  $i_d = I_n$ ,  $t = t_2$  で  $i_d = I_0$

の条件より, オン期間中の瞬時電流  $i_s$  およびオフ期間中の瞬時電流  $i_d$  は

$$\left. \begin{aligned} i_s &= I_M - (I_M - I_0) e^{-\frac{t}{T_e}} \\ i_d &= I_n e^{-\frac{t}{T_e}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

となる。<sup><1></sup> ただし  $T_e = L/R$ ,  $I_M = E/R$  である。

(2)式において  $t = t_1$  で  $i_s = I_n$ ,  $t = t_2$  で  $i_d = I_0$

の条件から

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= \{ I_M - (I_M - I_0) e^{-\frac{t_1}{T_e}} \} e^{-\frac{t_2}{T_e}} \\ I_n &= I_M - (I_M - I_0) e^{-\frac{t_1}{T_e}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。さらに(3)式より

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= T_e \cdot \log \{ (I_M - I_0) / (I_M - I_n) \} \\ t_1 &= T_e \cdot \log \{ I_M - (I_M - I_0) e^{-\frac{t_1}{T_e}} / I_0 \} = T_e \cdot \log (I_n / I_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

となる。

故にパルス周期を  $T$  とすれば,  $T = t_1 + t_2$  となる。

いま方形波パルス電圧のくり返し周期  $T$ . オン時間  $t_1$  の比を  $d_F = t_1/T$  (下通電係数 Duty factor と呼ぶことにする) とすれば(4)式より通電係数  $b_F$  は

$$d_F = \frac{t_1}{T} = \frac{T_e}{T} \log \frac{I_M - I_0}{I_M - I_n} \dots\dots\dots (5)$$

となって  $d_F$  は  $I_n, I_0$  によりおのずから決定される値となる。

またコイルに流れる脈動電流の振幅  $I_w$  は

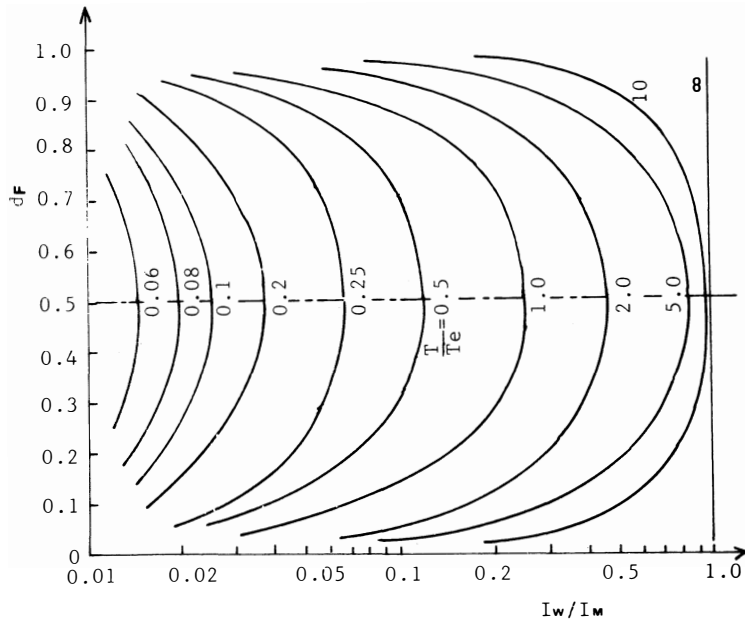
$$I_w = I_n - I_0 \dots\dots\dots (6)$$

となる。

第4図に  $I_w/I_M$  と  $d_F, T_e/T$  の計算例を示した。(6)式より  $T/T_e$  を一定とすれば  $d_F = 0.5$  で  $I_w$  が最大値を有し, また  $d_F = 0.5$  を中心に対称図形となることも容易に理解できる。

以上に用いた(1)~(6)式中の  $T_e$  の値はコイルの磁化曲線の形状と電流振幅により(1)式を満足する  $L$  の値によって変化する。

すなわちパルス電圧によるコイルの電流振幅は, パルスのくり返し周期によって第4図に示す如くわん曲状を示すが, 正弦波電圧による場合は電圧値によって周期に関係なく一定である。このことが



第 4 図

これから述べようとする鉄損解析の重要な要素の一つになってくる。

一方回路を流れる平均電流  $I_{av}$ , 実効電流  $I_{rms}$  は

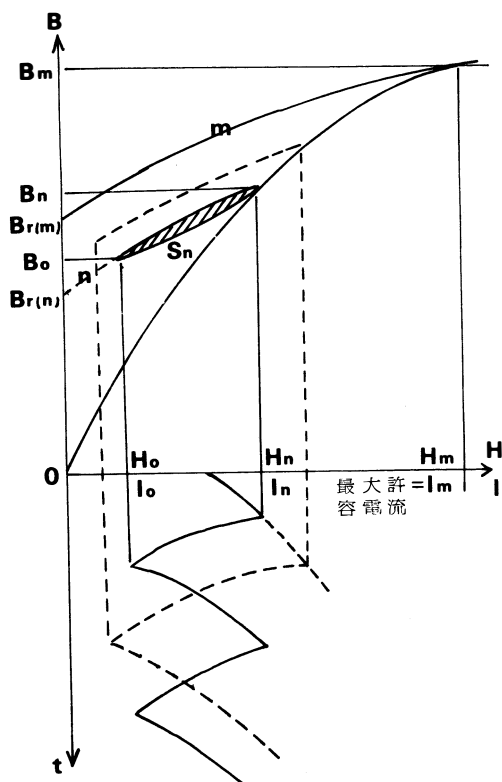
$$\left. \begin{aligned} I_{av} &= \frac{1}{T} \left( \int_0^{t_1} i_s dt + \int_0^{t_2} i_s dt \right) = \frac{t_1}{T} \cdot I_M = d_F \cdot I_M \\ I_{rms}^2 &= \frac{1}{T} \left( \int_0^{t_1} i_s^2 dt + \int_0^{t_2} i_s^2 dt \right) \equiv \frac{1}{T} \left\{ d_F \cdot T \cdot T_M^2 - T_e (I_n - I_o) I_M \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots(7)$$

となる。

#### 4. 磁化曲線の模擬法

磁気回路の磁化特性に関する解析を行う場合磁化曲線の取扱いが問題となる。すなわち第5図に示されるような  $B \cdot H$  曲線およびヒステリシス曲線（図示の下降曲線  $m$  をそのまま用いると以後の解析は非常に複雑となるため、本文では上述したように近似表示式を引用する。

従来より磁気回路の磁化特性に関し多くの近似式がある。たとえばヒステリシスループの表示式として直角双曲線<sup><3><4></sup>近似法、だ円近似法<sup><5></sup>等によって磁化特性に関する解析を行い、電動機の諸特



第 5 図

n 曲線が求まる。

このようにして起磁力  $0 \sim H_m$  範囲で、実測のたすけで数本の下降曲線を作成することができる。この場合第 5 図の m, n 曲線他数本の曲線に見合う曲線がないときは、近似している曲線間において推定作図しこれを用いても実用上の誤差は少い。もちろんこの下降曲線の数が多ければ精度は上る。

一方磁界の周期的な変化にともなって磁束密度も変化するが、その際のマイナーループの形状は実際にはそのループの位置および大きさによって異なり、この点を考慮した精密な計算は困難となるので同形状なものと仮定する。<sup>(6)</sup> (Kelly 氏は対称交流電圧供給時のヒステリシスループ近似式より発展して本文でのべているような正領域ループにおいても上下降曲線を点対称とした計算結果はよい近似を示すことを報告<sup>(7)</sup>している。)

したがって(9)式の近似表示式を用いて任意の方形波パルス電圧の動作状態  $H_n, H_0$  における  $B_n, B_0$  の値が算出できる。

以上で変動範囲  $H_n \sim H_0$  である場合のヒステリシスループが求まり、このマイナーループ面積  $S_n$  は次式で示される。

$$S_n = 2 \left[ \int_{H_0}^{H_n} B_n \left( \frac{H + K_n H_n}{H_n + K_n H} \right) dH - \int_{H_0}^{H_n} \left\{ \mu(H - H_0) + B_0 \right\} dH \right] \quad (10)$$

ただし

$$\mu = \frac{(B_n - B_0)}{(H_n - H_0)} \quad (11)$$

である。

性および設計法等について数多く研究開発を行っている。

この観点より筆者らは磁化特性に関して上述の直角双曲線近似法を導入することとする。

回路電流による起磁力  $H$  によって生ずる  $B \cdot H$  曲線およびヒステリシス下降曲線の近似表示式として一般によく用いられている下式<sup>(3)<4><5></sup>

$$B = \frac{H}{a + bH}, \quad B = B_m \frac{H + K_m H_m}{H_m + K_m H} \quad (8)$$

(ただし,  $a, b$  は定数,  $K_m = B_{r(m)} / B_m$  とする)

を引用すれば、任意方形波パルス電圧の周期  $T$ , 通電係数  $d_F$  の電流による起磁力は電流に比例するから(3)~(5)式と同様にして得られるその磁束密度をそれぞれ  $B_n, B_0$  とすれば

$$B_n = \frac{H_n}{a + bH_n}, \quad B_0 = B_n \frac{H_0 + K_n H_n}{H_n + K_n H_0} \quad (9)$$

(B · H 曲線)                      (下降曲線)

となる。(ただし  $K_n = B_{r(n)} / B_n$  とする。)

(8), (9)式の定数  $a, b$  および  $K_m, K_n$  の値はあらかじめ実測によって知られているので第 5 図の m,

上述のことから磁化特性が示されると、パルス電圧の周期および通電係数  $d_F$  によって磁束密度の振巾と、ループ面積が得られ後述する鉄損算定の要因となる。

## 5. 鉄 損 特 性

磁化特性をもつ回路の鉄損には周知のように、ヒステリシス損とうず電流損がある。

磁界を一周期にわたり変化させると上述のようなヒステリシスループが得られるが、この面積  $S_h$  はこの磁化過程中的エネルギー損失を与えヒステリシス損と呼ばれ、また磁束変化によって鉄心内に生ずるジュール損つまりうず電流損は磁束密度の振巾と動作周波数および波形率の関数であらわされる。  
 $\langle 1 \rangle \langle 8 \rangle \langle 9 \rangle \langle 12 \rangle$

すなわち、これらはいずれも磁束密度の脈動によるものであり、本文で述べようとする方形波パルス電圧源による鉄損も基本的にこの考え方に变りない。

しかるに正弦波形によるヒステリシス損を求める場合該当鉄心の構造上および材質によって周波数に無関係にループ面積は最大磁束密度によって決まる実験式で求められるが、本文のような場合はそのまゝ適用できないのであえてループ面積の関数として検討をすゝめる理由である。

したがってヒステリシス損  $P_h$  およびうず電流損  $P_e$  は(11)式のループ面積  $S_h$  とチョツパのくり返し周波数  $f = 1/T$  により、 $P_e$  は(9)式の磁束密度振巾  $(B_n - B_0)$  よりそれぞれ

$$P_h = K_h S_h f \quad P_e = \{K_F (B_n - B_0) f\}^2 \quad \text{-----}(12)$$

となる。ただし  $K_h, K_e$  : それぞれの損失係数  $K_F$  : 脈動磁束分の波形率である。したがって鉄損  $P_i$  は

$$P_i = P_h + P_e \quad \text{-----}(13)$$

となる。

一方回路電流による銅損  $P_c$  および回路の熱流源となる全損失  $P$  は

$$P_c = I_{rms}^2 R \quad P = P_i + P_c \quad \text{-----}(14)$$

となる。

以上、3～5項にわたりパルス電圧源による非線形磁化特性をもつ磁気回路の鉄損特性について基礎的な解析をした。

しかしうず電流損およびヒステリシス損の算定に必要な(12)式の  $K_h, K_e$  の値はいまだに求められていない。以下に本文の如きパルス波電圧源による鉄損分離法についてさらに検討をすゝめる。

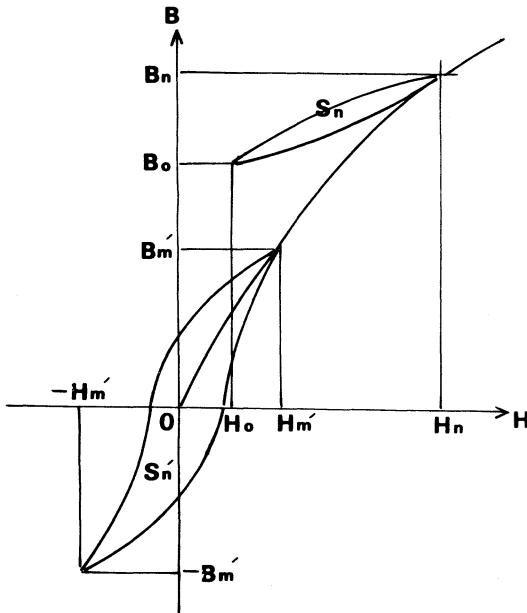
## 6. 実 験 的 検 討

本文の解析の妥当性を立証するため非線形磁化特性をもつ回路の実測例として、二三の鉄心入りコイルを用い本研究の解析結果と比較検討する。

前述した如く鉄損特性計算過程で鉄損中のうず電流損とヒステリシス損の示す割合、すなわち鉄損分離が当然問題になってくる。

正弦波対称交流電圧源による場合、最大磁束密度およびループの形状は一定であるが、本文の如きパルス電圧源ではパルス電圧の動作状態によって最大磁束密度およびループの形状もそのつど変化し鉄損分離は非常に困難で明確な算定法は未だないようである。

このような厳しい中で筆者らは、正弦波形でないひずみ波形による鉄損であってもヒステリシスループ面積と磁束密度振幅を算出することにより近似的に鉄損分離できるものと考え検討を加える。



第 6 図

### 6・1 鉄損分離

第6図は正弦波電圧（0点対称励振）およびパルス電圧によるヒステリシスループの説明図である。図示の小さいループ $S_n$ は、ある通電係数 $d_F$ 、くり返し周波数 $f$ で動作中のパルス電圧によるマイナーループ面積を示し、大きいループ $S'_n$ は周波数 $f'$ の正弦波電圧によるヒステリシスループ面積をあらわすものとする。

正弦波電圧のループは最大磁束密度 $B'_m$ の0点対称励振となっているが、パルス電圧のループは磁束密度振幅 $(B_n - B_o)$ で直流バイアスのかかった形状となっている。このような状態にあるとき、正弦波電圧によるヒステリシス損 $P_h$ は

$$P_h = K_h S'_n f' \quad \text{----- (15)}$$

である。

一方正弦波電圧による $P_h$ 、 $P_e$ は一般によく用いられている次式

$$\left. \begin{aligned} P_h &= \partial f' B_m'^2 / 100 \quad [\text{W/kg}] & P_e &= \epsilon (f' B'_m / 100)^2 \quad [\text{W/kg}] \\ \frac{P_h}{P_e} &= \frac{\delta}{\epsilon} \cdot \frac{100}{f'} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (16)}$$

ただし、 $\delta$ 、 $\epsilon$ は鉄板の材質および厚さによる定数であらわせる。<sup><10> <11></sup>

しかし上式は波形率不変の条件があるから、正弦波電圧の周波数 $f'$ で電流があまりひずみのない状態の鉄損 $(P_h + P_e)$ を実測しておけば、(16)式より $P_h$ 、 $P_e$ が求まりヒステリシスループ面積 $S'_n$ は磁化曲線の近似式(10)、(11)式によって算出されるので(15)式より $K_h$ が求まる。

一方(12)式における磁束密度振幅を $2B'_m$ とおけば $K_e$ が得られる。

ここで鉄損の実測はなるべく $B'_m$ の小さい部分でひずみが少く波形率もあまり変化しないものと考えられるので、この範囲で行えばよい。

### 6・2 鉄損分離の実際

本実験に供試した数種の試料中の代表的な一例である鉄板の厚さ1mmの普通鉄板では、(16)式に用いた定数 $\delta = 4.4$ 、 $\epsilon = 22.4$ である。<sup><10></sup>

実実測用の正弦波電圧100[V]、周波数60[Hz]であり、そのループ面積 $S_n = 212$  [ $\text{Wb/m}^2 \cdot \text{AT/m}$ ]、最大磁束密度 $0.3$  [ $\text{Wb/m}^2$ ]のとき、鉄損 $(P_h + P_e)$ は12.51[W]であった。

以上によって供試鉄心の損失係数 $K_h$ 、 $K_e$ は

$$K_h = 2.42 \times 10^{-4}, \quad K_e = 6.56 \times 10^{-3}$$

ととして決定される。

よってこの損失係数を用い(12)式でパルス電圧のヒステリシス損およびうず電流損対くり返し周波数特性が得られる。

以上によって算出した計算値と実測値を対比させ、本法の実用上の有用性について確かめてみる。

なおすでにのべた如く鉄心の温度（最終上昇温度）は(14)式の損失 $P = P_i + P_e$ に比例するから、実

測において鉄心の全損失と、ともに、あわせ図示した。

実験の具体的は構造概要は無端鉄心入りコイルで、その平均長さ39 [cm]、断面積2.01 [cm<sup>2</sup>]、厚さ1 [mm]、巻数2840 [回]、抵抗27.2 [Ω]であった。

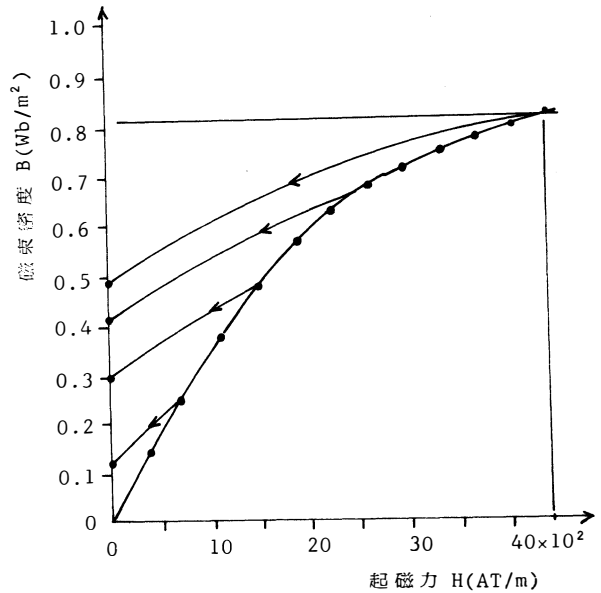
第7図は、このB・H曲線と夫々の下降曲線における残留磁束密度の値0.49 [Wb/m<sup>2</sup>]、0.41 [Wb/m<sup>2</sup>]、0.3 [Wb/m<sup>2</sup>]、0.12 [Wb/m<sup>2</sup>]を示す。

電源装置は直流20 [V] 一定電源を用いた。

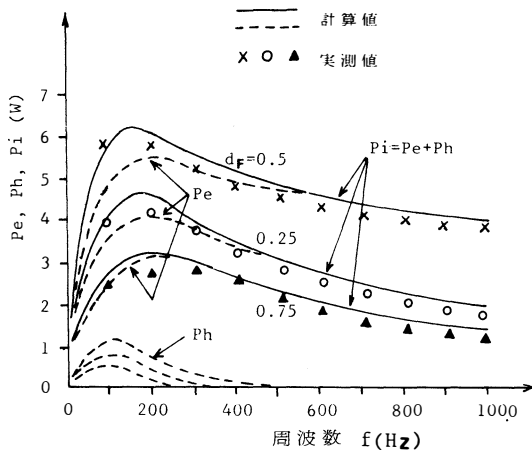
第8図(a)はコイルのくり返し周波数対鉄損特性の計算値と実測値を示し、(b)図は全損失(銅損+鉄損)と温度特性をあわせて示してある。なお方形波パルス電圧発生装置として用いたチョッパの周波数範囲は、その構造上から約50 [Hz] ~ 1000 [Hz]であった。

実測値と対比している計算結果は、B・H曲線、ヒステリシス曲線(下降曲線)および回路定数等計算に必要な各要素を本文でのべた手順をふまえて算出したものである。

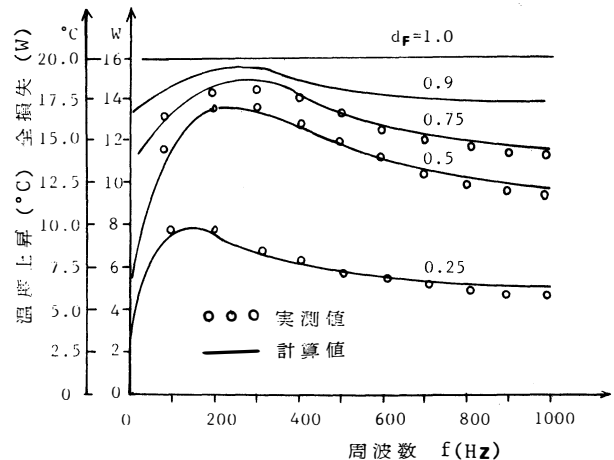
第8図(a)の点線で示した小さいわん曲線はヒステリシス損  $P_h$ 、大きいわん曲線はうず電流損  $P_e$  の計算値で、実線のわん曲線は鉄損 ( $P_e + P_h$ ) の計算結果値を示し、×○△印は通電係数  $d_F$  をパラメータとした鉄損の実測値をあらわす。



第 7 図



第 8 図(a)



第 8 図(b)

図をみればわかるように、本供試鉄心では周波数が約100~200 [Hz] の間に  $P_i$  は最大値を有し、周波数の増加と、ともにわん曲状を示している。この点正弦波の鉄損特性の概念と著しく異なったところである。

以上でひずみ波の一例である方形波電圧を用いた場合、その脈動分のみの磁束振幅、周波数、波形率および磁化特性を考慮し(12)式を用いて算定すれば、これらの特性概況を知ることができる。

## 7. 結 言

以上でパルス電圧源による非線形磁化特性をもつ鉄損特性についてのべたところ交流対称励振の場合と異った概念を示すことが判明された。

このことは従来の鉄損特性に対して新しい概念の提案といえよう。

しかしながら鉄損の算定にあたり、一般に実用されている  $B \cdot H$  曲線の近似表示式の外にヒステリシス曲線の近似式を追加導入して解析をすゝめた、然し本文では当初よりうず電流損、ヒステリシス損の絶対値そのもの、算定法が目的でなく、方形波パルス電圧源の動作状態により鉄損がどのような推移をたどるかの究明を主眼としているのと、非線形磁化飽和をもつ鉄心の鉄損特性についての相対的關係を知る上で、本文の解析法の妥当性を得たかった、めである。

したがって本文の計算値と実測値との誤差は必ずしも満足できるものでなく、文中でも概要的な特性とのべているのもこの理由によるものである。この点さらに検討をつゞけたい。

## 参 考 文 献

- |                      |                                    |        |              |
|----------------------|------------------------------------|--------|--------------|
| 1. P. HUIU. FRANKLIN | IEEE TRANS. POWER APPARATUS SYSTE. | 1-2    | 249 (1972)   |
| 2. " " "             | " "                                | 1-2    | 260 (1972)   |
| 3. 宮入, 片岡            | 電 学 誌                              | 85-10  | 1740 (昭40)   |
| 4. 関 根               | "                                  | 93-11  | 535 ( " 48)  |
| 5. " "               | "                                  | 94     | 503 ( " 49)  |
| 6. 片 岡               | "                                  | 90     | 2041 ( " 45) |
| 7. D. O KELLY        | PROC. IEE                          | 124-6  | 578 (1977)   |
| 8. 柳瀬他               | 電 学 誌                              | 101-1  | 56 (昭56)     |
| 9. 電気学会              | 電気工学ハンドブック                         |        | 484          |
| 10. " "              | 電気機器工学 ( I )                       |        | 81           |
| 11. 野 中              | 電気機器 ( I )                         |        | 59           |
| 12. 柳瀬他              | 電 学 誌                              | 101-11 | 667 (昭56)    |

## Iron-Loss Characteristic of Iron Core Having Nonlinear Magnetization Curve due to Square-Wave Pulse Voltage.

Akio YANASE, Masaaki SAKUI, Hiroshi FUJITA

Recently, in the electrical application the development of industrial apparatus using a semiconductor-chopper system easily employed as a source of a DC variable voltage is remarkable and it makes great strides in the extension of application field. However, there are very few reports on the iron loss characteristic of these apparatuses.

We derived the fundamental method for the analysis of iron loss in the iron core when DC chopper with square-wave pulse voltage is used. Furthermore, We obtained experimentally the iron loss characteristic of the iron core having nonlinear magnetization curve, and found that there was difference in general idea between the DC chopper and the symmetrical AC voltage. In this paper, the outline of the results mentioned above is reported.

〔英文和訳〕

### 方形波パルス電圧源による非線形 磁化曲線をもつ鉄心の鉄損特性

柳 瀬 秋 夫, 作 井 正 昭, 藤 田 宏

近年電力応用上、直流可変電源が容易に得られる半導体チョッパ方式を用いた産業機器の普及はめざましく、その適用分野も拡大の一途をたどっている。しかしながら、温度上昇の一要因となる鉄損特性に関する報告は殆んどない。

筆者らはこの目的から方形波パルス電圧を供給した場合の鉄心の鉄損特性について基礎的な解析を試み、さらに実験により非線形磁化特性回路の鉄損特性を実測したところ、交流対称電圧供給の場合に対する従来の鉄損特性概念と異なった新概念を得たので、その概要を報告する。

(1982年10月20日受理)