

# ガスレーザーの位相同期について

井上 聡・井上 浩

## Phase Locking of Gas Lasers

Satoshi INOUE・Hiroshi INOUE

We found the non-stationary solution of Lamb's differential equations, with slowly varying parameters by means of the cavity length modulation. It is shown that in order to keep the phase locking the moving velocity of reflecting mirrors must be over the threshold value, and the flat part of the curves of the relative phase versus time corresponds to the phase locking of gas lasers.

### 1. 緒 言

共振器長変調による位相同期の実験は1966年Hennebler & Schulte<sup>(1)</sup>によって行なわれ、さらに1967年Smith<sup>(2)</sup>、1968年Bambini & Burlamachi<sup>(3)</sup>などによって行なわれ、ガスレーザーが位相同期を生ずるためには、反射鏡の移動速度に閾値があり、或る移動速度となるとはじめて位相同期が生ずることが明にせられている。しかしこの理論的なうらづけは未だ見受けられないので次の2つの仮定を設けて検討を試みたので報告したい。

仮定としてはその1として、共振器長を変化しても常に3モードの共振が可能であること、その2として反射鏡の移動は緩慢であって、移動距離を等間隔に区分した際、1区間の諸定数は一定としてLamb<sup>(4)</sup>の微分方程式をとき、次の区間においては、前の計算結果を初期値とし、微分方程式のパラメーターが変化した系に加わると云うように見做しうることのように考える。此の様にして求めた相対位相が時間的变化に対して平坦であれば位相同期が行なわれていると考えることによって、反射鏡の移動速度の閾値は4 cm/sec (相対励起比1.1、ドップラー巾1010 MHzのとき)となることを示した。これは実験結果と

も一致する。

### 2. 位 相 同 期

Lambの3モードの微分方程式を用いて数値計算を行うが、この微分方程式のパラメーターは前論文<sup>(5)</sup>に示してあるものを利用する。

そして仮定の(1)に従って3モードとならないパラメーターは使用しないこととする。

Lambの微分方程式の非定常解を求めるのにEuler<sup>(6)</sup>法によったが概略のフローチャートを次に示す。但し位相同期の簡略式を用いる判定法もこの中に含めたが、ここでは省いてある。[5]の式番号そのまま用いて示しておく。

1.  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 、 $\phi$ の初期値を与える。
2. 反射鏡の最初的位置に対するパラメーターを用意する。
3.  $\Delta T$ 時間の変化量を計算する。  
 $\Delta E_1 = ((1)の右辺) \cdot \Delta T$   
 $\Delta E_2 = ((2)の右辺) \cdot \Delta T$   
 $\Delta E_3 = ((3)の右辺) \cdot \Delta T$   
 $\Delta \phi_1 = ((4)の右辺) \cdot \Delta T$   
 $\Delta \phi_2 = ((5)の右辺) \cdot \Delta T$   
 $\Delta \phi_3 = ((6)の右辺) \cdot \Delta T$

$$\Delta\psi = 2\Delta\psi_2 - \Delta\psi_1 - \Delta\psi_3$$

$$E_1 = E_1 + \Delta E_1$$

$$E_2 = E_2 + \Delta E_2$$

$$E_3 = E_3 + \Delta E_3$$

$$\psi = \psi + \Delta\psi$$

$$T = T + \Delta T$$

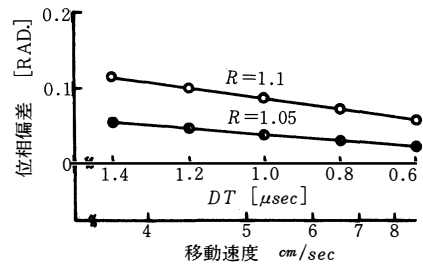
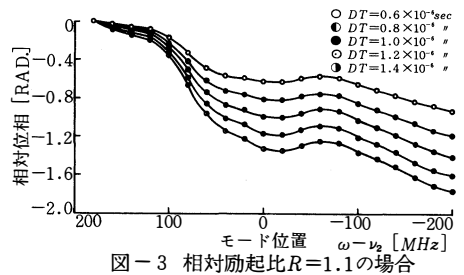
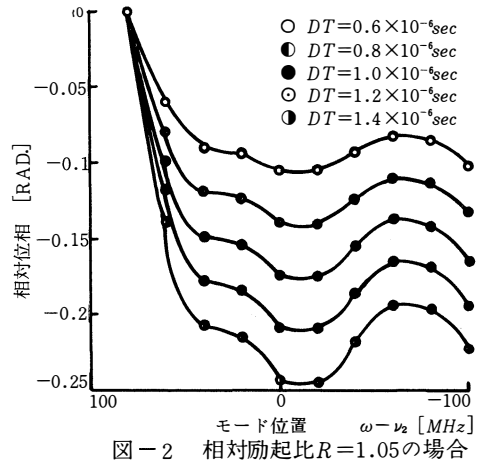
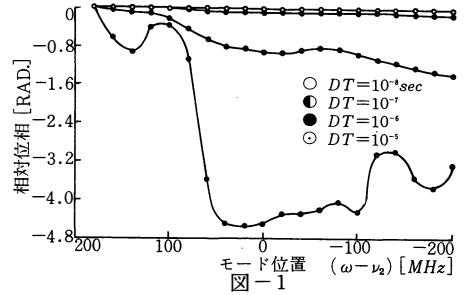
次の位置のパラメーターを用意する。

4.  $n$  回行い終了すれば5へ、でなければ3へ飛ぶ

5. 終了

計算する全区間を  $n$  等分し時間の単位を  $\Delta T$  とするが、反射鏡の位置の変化をドップラー幅中の周波数の変化でおきかえると、ドップラー幅の中で  $20\text{MHz}$  の変化は距離で  $\lambda/12$  に相当する。従って移動速度として  $\Delta T = 10^{-5}\text{sec}$  とすると  $5.3\text{cm/sec}$  の移動速度に対応せしめることが出来る。 $\psi$  の初期値を  $0$ 、 $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  の初期値を  $40$ 、 $140$ 、 $180$ 、とした時、 $\Delta T$  が  $10^{-5}$ 、 $10^{-6}$ 、 $10^{-7}$ 、 $10^{-8}(\text{sec})$  と変ったときの計算値を図-1 に示す。 $(\omega - \nu_2)$  なる値は  $0$  のときには  $3$  - モードの中央の  $E_2$  が  $6328\text{\AA}$  に相当する発振をなすときで、従って  $(\omega - \nu_2)$  はドップラー幅の中央よりの  $E_2$  モードのずれを表している。移動速度を上昇することによって相対位相の変化が少なくなることが分る。同様に相対励起比  $R = 1.05$  としたとき、 $\Delta T = 0.6 \times 10^{-6}$ 、 $0.8 \times 10^{-6}$ 、 $1.0 \times 10^{-6}$ 、 $1.2 \times 10^{-6}$ 、 $1.4 \times 10^{-6}(\text{sec})$  に対する相対位相を図-2 に示す。また相対励起比  $R = 1.1$  の場合を図-3 に示す。図-2、図-3 を見れば、 $(\omega - \nu_2)$  が  $0$  の中央において平坦な部分が生じていることが分る。 $(\omega - \nu_2)$  の  $\pm 40\text{MHz}$  付近において相対位相の偏差を求めて図-4 に示す。

相対位相が  $0.1\text{rad}$  となる  $\Delta T$  は  $1.3 \times 10^{-6}\text{sec}$  となるが移動速度に換算すると  $4\text{cm/sec}$  となり、位相同期の生ずる閾値と考えることが出来る。反射鏡が移動し、理在の  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  のモードの1つ  $E_1$  がドップラー幅より出ていっても新に  $E_1$  のモードがドップラー幅の中に入って来て、同じく  $3$  - モードとなり、位相同期が行なわれることとなり、位相同期は経続される。1区間の計算に使用する初期値はすでに充分成長した発振モードが同期に関係あるとしている。位相同期に関係するまでには非直線項の影響のない第1項、即ち  $E_1 = \alpha E_1$  のように考えてみれば移動速度の遅速に関せず、同じ位置にすれば同じ振幅まで build up すると考えることが出来る。



### 3. 位相同期に関するLambの簡略式に

Lambによると近似式として

$$\phi = \sigma + A \sin \psi + B \cos \psi$$

$$\sigma = 2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3$$

として、 $A$ 、 $B$ の計算略式が示してある。よって今 $\sqrt{A^2+B^2}$ と $\sigma$ との関係を取扱う必要がある。フローチャートの途中に $\sqrt{A^2+B^2}$ と $\sigma$ との計算を入れてみたが、図-5に示すようになる。

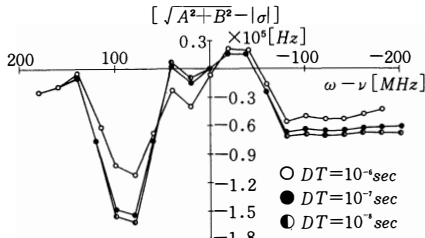


図-5 Lamb簡略式による同期の伴定

Lambによると $\sqrt{A^2+B^2} - |\sigma|$ が正となれば位相同期が生ずることとなるが、先に求めた位相同期より範囲が狭いと思われるので、この簡略式は簡略しすぎた感がある。またこの考え方をどの程度の移動速度まで利用出来るかを考えてみる。反射鏡の移動しているので、区分された $\Delta T$ の中にレーザーのパルス数は少なくとも10ヶ欲しいので、現在使用しているレーザーの120MHzに対しては $10^{-7}$ sec程度となる。また式中使用した緩和定数が10MHz程度と考えて

いるので、これによっても $10^{-7}$ secの時間隔で考える必要がある。従って適用出来る移動速度は500cm/s位が限度であると考えられる。

### 4. 結 言

系の共振器長変化により緩くりとパラメーターの変化する微分方程式を数値解析することにより、位相同期するため移動速度の閾値を求め。これが実験結果と一致することを示した。終りに研究室の方々の御助言について感謝する次第である。

### 文 献

- (1) W.C.Hennenbler and H.J.Schulte : J.Appl. Phys. 37 (1966) 2187
- (2) P.W.Smith : Appl.Phys.Letters 10 (1967) 51
- (3) A.Bambini and P.Burlamacchi : J.Appl. Phys. 39 (1968) 4868
- (4) Lamb, Jr : Phys. Rev . 134 (1964) A1429
- (5) 井上、井上 : ガスレーザーの3モード発振について、富大工紀要、24巻
- (6) 電気学会 : 電子演算工学概論 P.178
- (7) 井上、井上 : 電気4学会北陸支部連合大会 昭和46年10月 B-11
- (8) 井上、井上 : 物理、応物北陸支部合同講演会 昭和46年11月 B-3