

ガスレーザーの3モード発振について

井上 聡・井上 浩

3-Mode Oscillation of Gas Lasers

Satoshi INOUE・Hiroshi INOUE

We found the stationary solution of Lamb's differential equations numerically, varying the parameters with the displacement of mirrors, and the conditions in order to hold 3-mode oscillation. This is valid to the study of the phaselocking of gas lasers.

1. 緒 言

ガスレーザーを利用する際には発振する各モード間の位相同期を行うことによって、パルス通信の信号対雑音比を上昇せしめることが行なわれている。この位相同期のなかで、振幅変調同期、周波数変調同期に関しては理論的にも実験的にも詳細に研究されている。⁽¹⁾⁽²⁾しかして共振器長変調を行うことによっても全く同様にガスレーザーの位相同期を行うことが出来ることが実験的に確められている。⁽³⁾⁽⁴⁾しかし、この同期に関して理論的に取り上げられたことがない。本文は共振器長変調によってゆっくりとパラメーターが変化するものとしてLamb⁽⁵⁾の微分方程式をといて此の現象を解明しようとするもので、先づLambの微分方程のパラメーターとレーザーの相対励起比との関係、およびドップラー幅との関係を数値計算によって求め、又此のパラメーターを用いて3モード発振振幅を求めた。与えられた諸定数に対して3モード発振の可否を論じた。

これよりLambの3モードの式が位相同期をとるために用いうる条件が求められた。

2. Lambの微分方程式とパラメーター

ガスレーザーにおいて、3モード発振可能なとき

の発振振幅 E_1, E_2, E_3 、と位相 ψ_1, ψ_2, ψ_3 との間には次の微分方程式が成立する。

$$\dot{E}_1 = \alpha_1 E_1 - \beta_1 E_1^2 - \theta_{12} E_1 E_2^2 - \theta_{13} E_1 E_3^2 - (\eta_{23} \cos \psi + \xi_{23} \sin \psi) E_2^2 E_3 \quad \dots\dots(1)$$

$$\dot{E}_2 = \alpha_2 E_2 - \beta_2 E_2^2 - \theta_{21} E_2 E_1^2 - \theta_{23} E_2 E_3^2 - (\eta_{13} \cos \psi + \xi_{13} \sin \psi) E_1 E_2 E_3 \quad \dots\dots(2)$$

$$\dot{E}_3 = \alpha_3 E_3 - \beta_3 E_3^2 - \theta_{31} E_3 E_1^2 - \theta_{32} E_3 E_2^2 - (\eta_{21} \cos \psi + \xi_{21} \sin \psi) E_2^2 E_1 \quad \dots\dots(3)$$

$$\dot{\psi}_1 = \Omega_1 + \sigma_1 + \rho_1 E_1^2 + \tau_{12} E_2^2 + \tau_{13} E_3^2 + (\eta_{23} \sin \psi - \xi_{23} \cos \psi) E_2^2 E_3 E_1 \quad \dots\dots(4)$$

$$\dot{\psi}_2 = \Omega_2 + \sigma_2 + \rho_2 E_2^2 + \tau_{21} E_1^2 + \tau_{23} E_3^2 + (\eta_{13} \sin \psi - \xi_{13} \cos \psi) E_1 E_2 E_3 \quad \dots\dots(5)$$

$$\dot{\psi}_3 = \Omega_3 + \sigma_3 + \rho_3 E_3^2 + \tau_{31} E_1^2 + \tau_{32} E_2^2 + (\eta_{21} \sin \psi - \xi_{21} \cos \psi) E_2^2 E_1 E_3 \quad \dots\dots(6)$$

$$\dot{\psi} = 2 \times (5 \text{ の右辺}) - (4 \text{ の右辺}) - (6 \text{ の右辺}) \quad \dots\dots(7)$$

ψ は相対位相と称するもので、位相同期に関係するものである。(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)式中のパラメーター $\alpha_n, \beta_n, \theta_{nm}, \eta_{nm}, \xi_{nm}, \sigma_n, \rho_n, \tau_{nm}$ などは相対励起比 R とドップラー幅 KU とに関係するもので、この計算式は[5]の(82)、(83)、(92)、(93)、(109)~(120)、(124)~(129)式を用いた。

このパラメーターは発振振幅に依存しない。

式中出现してくる N_2 などの計算には、反射境間の距

離 $L=125\text{cm}$ 、レーザー管長 104.5cm 管と反射鏡との距離を 13.5cm とした。また電気子モーメントは [6] のデータを用い、励起密度 N は [7] の値を用い、 $N(z, t) = 5.9 / 3 \times 10^{13} [1/\text{m}^3]$ とした。また緩和定数としては a 単位の緩和定数 $\gamma_a = 12\text{MHz}$ 、b 単位のそれを $\gamma_b = 23\text{MHz}$ とした。また $\Omega_n = \frac{n\pi c}{L}$ (c は光速) で決まる周波数より多少ずれた ν_n でもって発振している。反射鏡の位置を移動することによってドップラ幅の中央 ω よりのモードのずれを表すために $\omega - \nu_2$ とするが、反射鏡の移動を発振波長単位で表すと便利であるため、計算すると $\lambda/12$ が 20MHz に対応することが分る。よって $(\omega - \nu_2)$ を横軸にとり、パラメーターの変化を縦軸にとってその関係を求めると次図のようになる。表示方法としては、中央モードの位置 $(\omega - \nu_2)$ 上に 3 モードに対するパラメーターの計算値を 3 点で表した。

3. パラメーターの計算値

3-1 相対励起比 $R=1.5$ 、ドップラ幅 $KU=400\text{MHz}$ の場合

非飽和利得係数 α_n 、自己飽和利得係数 β_n 、他による飽和利得係数 θ_{nm} 、モード引張り項 σ_n 、モード反撥

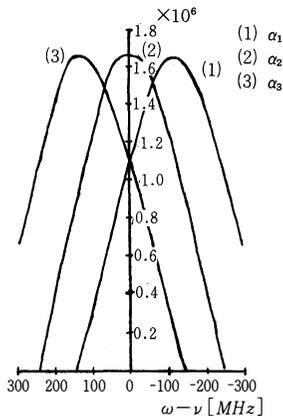


図-1.1 非飽和利得項 $\alpha_n (R=1.5, KU=400\text{MHz})$

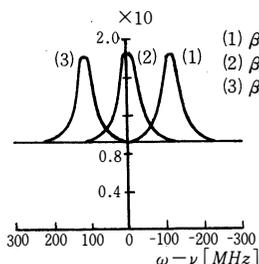


図-1.2 自己の飽和利得項 $\beta_n (KU=400\text{MHz})$

項 ρ_n 、モード結合項 τ_{nm} 、非定常状態項 η_{nm} 、 ξ_{nm} をそれぞれ、図-1.1 より 1.8 に示す。

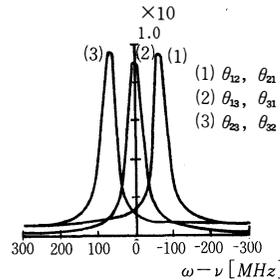


図-1.3 他による飽和利得項 $\theta_{nm} (KU=400\text{MHz})$

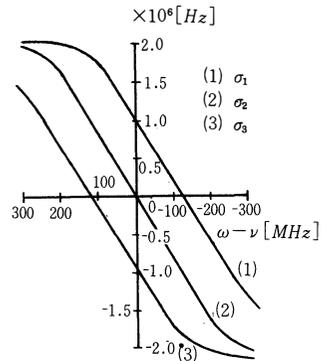


図-1.4 Mode引張り項 $\sigma_n (KU=400\text{MHz})$

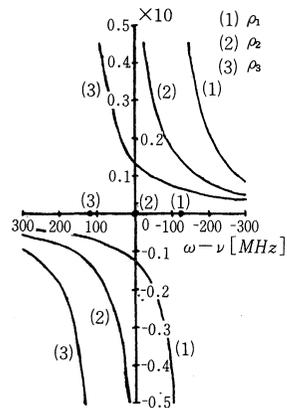


図-1.5 Mode反撥項 $\rho_n (KU=400\text{MHz})$

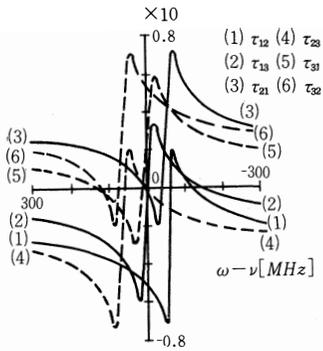


図-1.6 Mode結合項 $\tau_{nm}(KU=400MHz)$

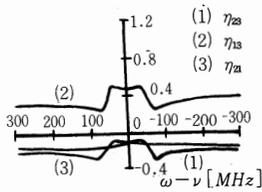


図-1.7 非定常状態項 $\eta_{nm}(KU=400MHz)$

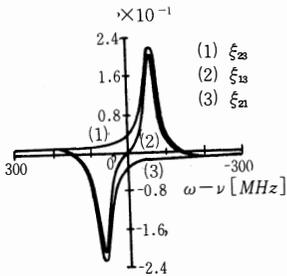


図-1.8 非定常状態項 $\xi_{nm}(KU=400MHz)$

3-2 同上 相対励起比 $R=1.2, KU=600MHz$

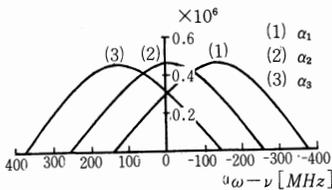


図-2.1 非飽和利得項 $\alpha_n(R=1.2, KU=600MHz)$

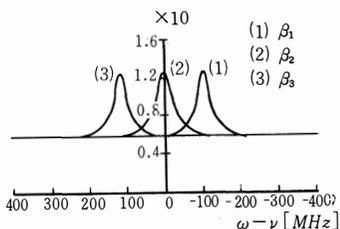


図-2.2 自己の飽和利得項 $\beta_n(KU=600MHz)$

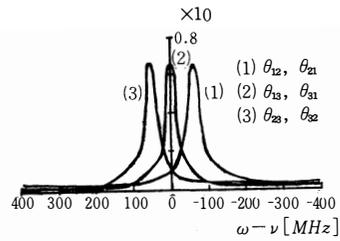


図-2.3 他による飽和利得項 $\theta_{nm}(KU=600MHz)$

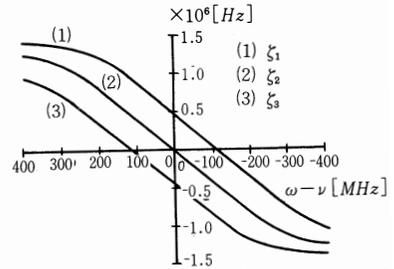


図-2.4 Mode引張項 $\sigma_n(KU=600MHz)$

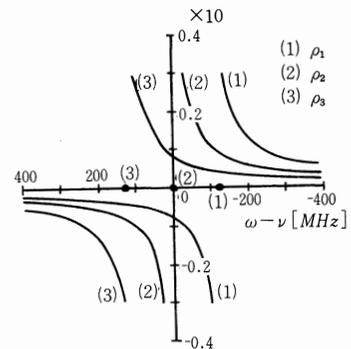


図-2.5 Mode発撥項 $\rho_n(KU=600MHz)$

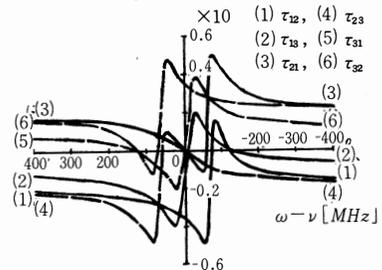


図-2.6 Mode結合項 $\tau_{nm}(KU=600MHz)$

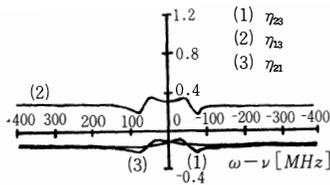


図-2.7 非定常状態項 η_{nm} ($KU=600MHz$)

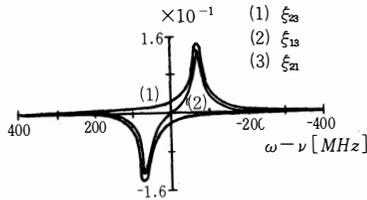


図-2.8 非定常状態項 ξ_{nm} ($KU=600MHz$)

3-3 同上 相対励起比 $R=1.1$ 、 $KU=800MHz$

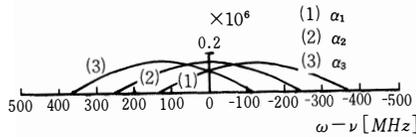


図-3.1 非飽和利得項 α_n ($R=1.1$ 、 $KU=800MHz$)

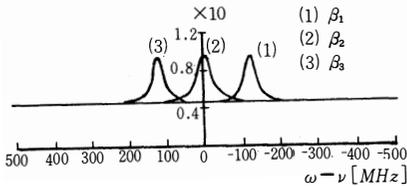


図-3.2 自己の飽和利得項 β_n ($KU=800MHz$)

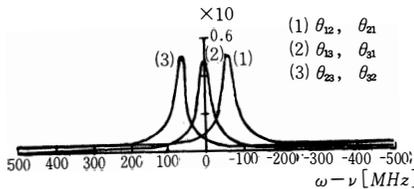


図-3.3 他による飽和利得項 θ_{nm} ($KU=800MHz$)

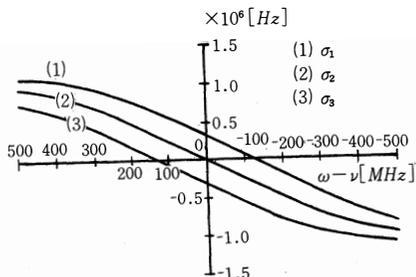


図-3.4 Mode引張項 σ_n ($KU=800MHz$)

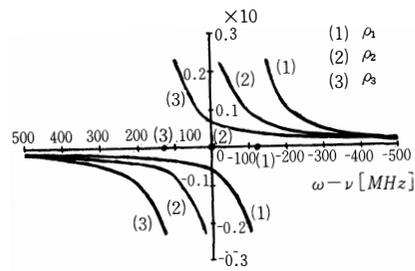


図-3.5 Mode反撥項 ρ_n ($KU=800MHz$)

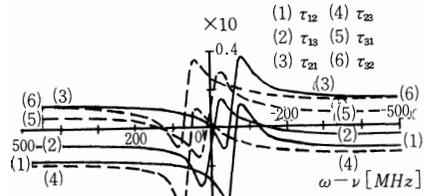


図-3.6 Mode結合項 τ_{nm} ($KU=800MHz$)

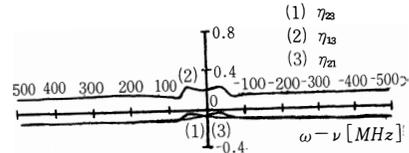


図-3.7 非定常状態項 η_{nm} ($KU=800MHz$)

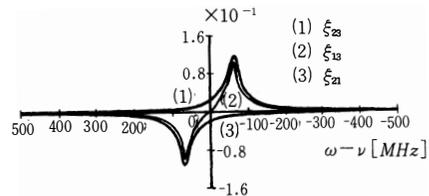


図-3.8 非定常状態項 ξ_{nm} ($KU=800MHz$)

3-4 同上 相対励起比 $R=1.05$ 、 $KU=1010MHz$

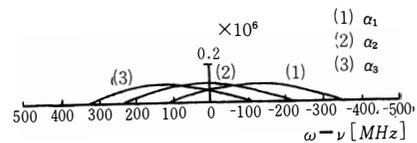


図-4.1: 非飽和利得項 α_n ($R=1.05$ 、 $KU=1010MHz$)

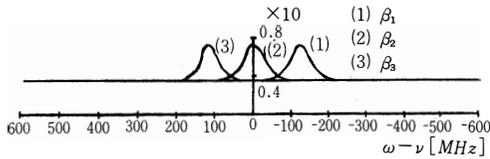


図-4.2 自己の飽和利得項 β_n ($KU=1010MHz$)

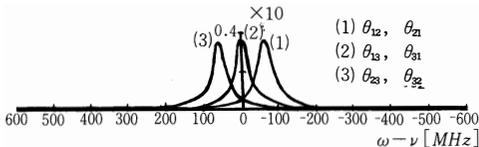


図-4.3 他による飽和利得項 θ_{nm} ($KU=1010MHz$)

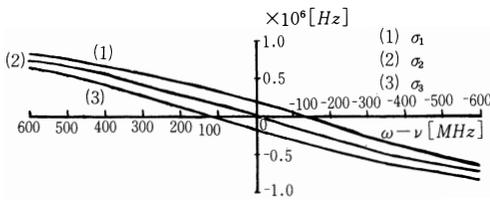


図-4.4 Mode引張項 σ_n ($KU=1010MHz$)

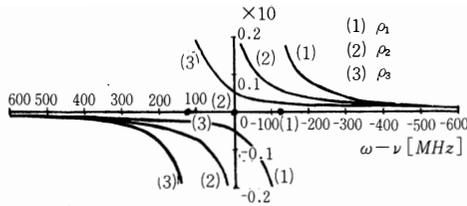


図-4.5 Mode反撥項 ρ_n ($KU=1010MHz$)

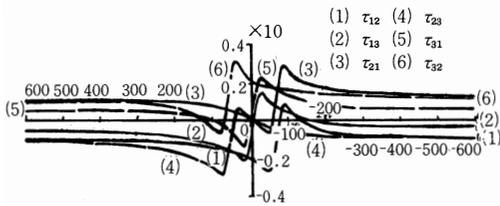


図-4.6 Mode結合項 τ_{nm} ($KU=1010MHz$)

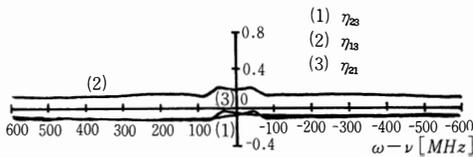


図-4.7 非正常状態項 η_{nm} ($KU=1010MHz$)

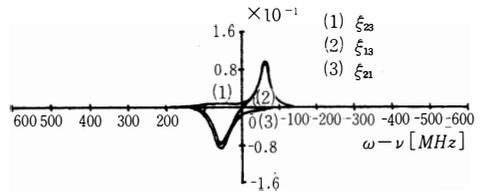


図-4.8 非正常状態項 ξ_{nm} ($KU=1010MHz$)

4. 発振振巾について

反射鏡の位置を移してパラメーターの値を変化せしめ、Lambの微分方程式より定常解を求める。 ξ と η との項は無視することとした、位相関係も無視出来るものとして、連立方程式より E_1^2 、 E_2^2 、 E_3^2 を掃出し法によって求めた結果を次に示す。

4-1 $KU=400MHz$ の場合

$R=1.3$ 、 $R=1.4$ 、 $R=1.5$ 、 $R=1.6$ の場合をそれぞれ図-5.1、5.2、5.3、5.4に示す。

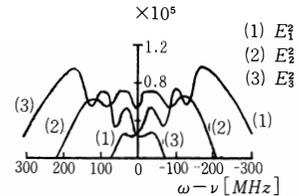


図-5.1 振幅 E_n^2 ($R=1.3$ 、 $KU=400MHz$)

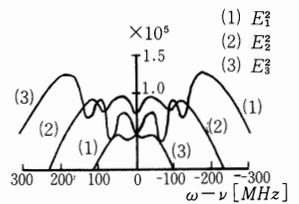


図-5.2 振幅 E_n^2 ($R=1.4$ 、 $KU=400MHz$)

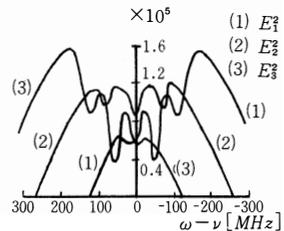


図-5.3 振幅 E_n^2 ($R=1.5$ 、 $KU=400MHz$)

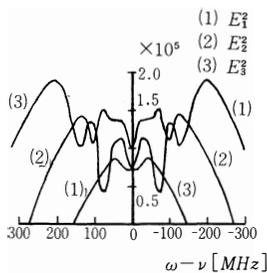


図-5.4 振幅 E_n^2 ($R=1.6$, $KU=400MHz$)

4-2 $KU=600MHz$ の場合

$R=1.3$, $R=1.5$ の場合をそれぞれ図-5.5, 5.6に示す。

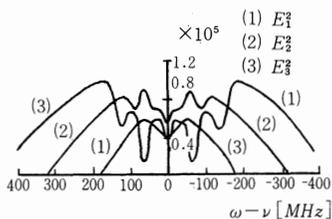


図-5.5 振幅 E_n^2 ($R=1.3$, $KU=600MHz$)

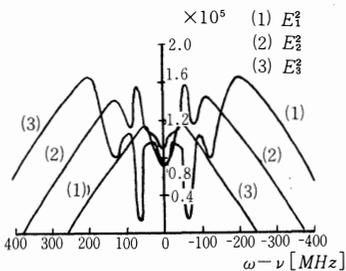


図-5.6 振幅 E_n^2 ($R=1.5$, $KU=600MHz$)

4-3 $KU=800MHz$ の場合

$R=1.1$, $R=1.2$, $R=1.3$ の場合をそれぞれ図-5.7, 5.8, 5.9に示す。

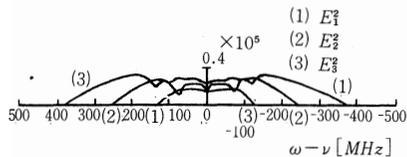


図-5.7 振幅 E_n^2 ($R=1.1$, $KU=800MHz$)

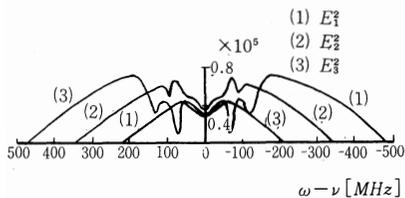


図-5.8 振幅 E_n^2 ($R=1.2$, $KU=800MHz$)

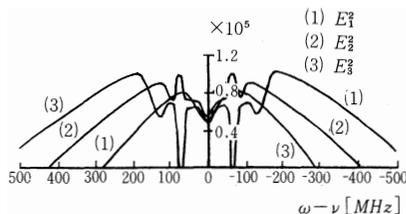


図-5.9 振幅 E_n^2 ($R=1.3$, $KU=800MHz$)

4-4 $KU=1010MHz$ の場合

$R=1.05$, $R=1.1$, $R=1.2$, $R=1.3$, $R=1.4$, $R=1.5$ の場合をそれぞれ図-5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15に示す。

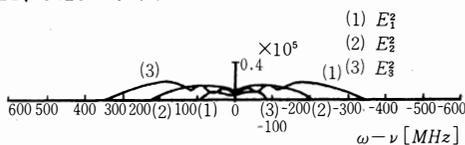


図-5.10 振幅 E_n^2 ($R=1.05$, $KU=1010MHz$)

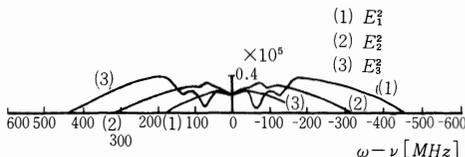


図-5.11 振幅 E_n^2 ($R=1.1$, $KU=1010MHz$)

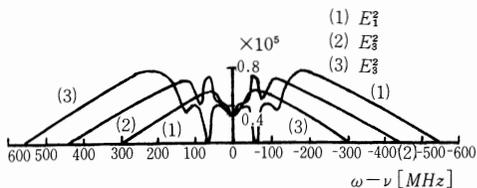


図-5.12 振幅 E_n^2 ($R=1.2$, $KU=1010MHz$)

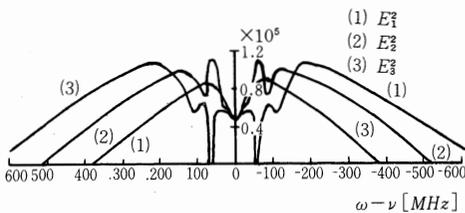


図-5.13 振幅 E_n^2 ($R=1.3$, $KU=1010MHz$)

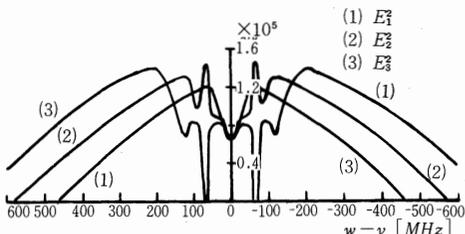


図-5.14 振幅 E_n^2 ($R=1.4$, $KU=1010MHz$)

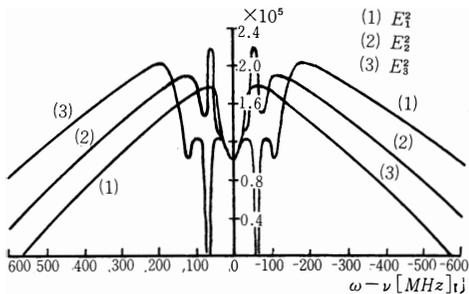


図-5.15 振幅 E_n^2 ($R=1.6$, $KU=1010\text{MHz}$)

5. 3モード発振範囲

図-5.1より図-5.15までをもととして、 $(\omega - \nu_2)$ が0なる点を中心として発振振巾が最初に0となる $(\omega - \nu_2)$ の値を求めて、相対励起比 R との関係を探ってみると図-6のようになる。図中の黒丸は3モードのうち1モードが抑圧されて、2モードとなる点であり、また×印は3モード発振を行い、発振振巾が0となる $\omega - \nu_2$ の範囲が120MHzとなる点を示す。

また同様に1モード抑圧されたときに、抑圧モードの $(\omega - \nu_2)$ の値に対する振巾の大きさ $E_n^2(\omega - \nu_2 =$

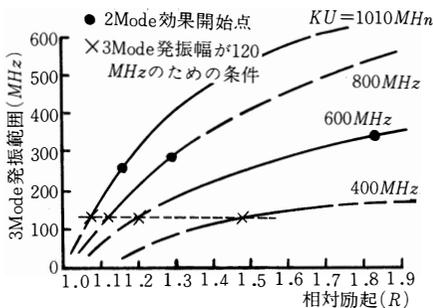


図-6 相対励起(R)と3Mode発振範囲

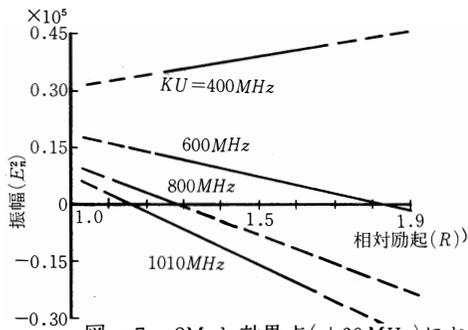


図-7 2Mode効果点($\pm 60\text{MHz}$)における振幅(E_n^2)と相対励起(R)

$\pm 60\text{MHz}$ に対するモードの振巾)と相対励起比との関係は図-7に示すようになる。 KU が大きいときに相対励起比 R が大きい場合 E_n^2 は負となるので、位相同期を論ずる場合には此の範囲の R と KU を使用することが出来ない。

6. 結 言

ガスレーザーにおいて共振器長変調による位相同期に必要な3モード発振の条件は、定常状態において3モード発振可能であれば、理論的に取扱いが容易となる。本文は此の3モード発振することの出来る相対励起比 R とドップラー巾の範囲を示したもので、位相同期の研究に役立つことが出来る。

文 献

- (1) P.W.Smith : Proc. IEEE 58(1970)1342
- (2) S.E.Harris : Proc. IEEE 54(1966)1401
- (3) W.C.Hennenbler and H.J.Schulte : J. Appl. Phys. 37(1966)2187
- (4) P.W.Smith : Appl. Phys. Letters 10(1967)51
- (5) A.Bambini and P.Burlamacchi : J. Appl. Phys. 39(1968)4868
- (6) Lamb : Phys. Rev. 134(1964)A1429
- (7) R.L.Fork and M.A.Pollack : Phys. Rev. 139(1965)A1408
- (8) 小林春洋 : NEC No.63(1964)
- (9) 内田禎二 : 応用物理、36(1967)2
- (10) 井上、井上 : 電気4学会北陸支部連合大会 昭和46年10月 B-11