

# 低速度測定のための微分演算器について

高瀬 博文・中川 孝之

## On the Differentiator for Measurement of Slow Velocity

Hirofumi TAKASE・Takayuki NAKAGAWA

We have designed the differentiator for measurements of slow velocity and experimentally, made certain of that the device operated as designed.

According to the analytical studies as to its characteristics, we have found the utility value of it for the purpose of our experiments.

### 1. は し が き

油圧によって駆動されるシリンダーには、ごく低速時にスティックスリップと呼ばれる一種の自励振動が生ずる。これは微妙な動作を要求されるサーボ系等においては極めて有害なものである。

筆者等は油圧サーボ機構におこるこの現象を位相平面上において解析するよなときに不規則に時々刻々に変化するこの油圧ピストンの速度を測定し、この速度を電気信号に変換する必要が生じた。

すでに速度検出器として制御系統に使用されている速度発電機や、その他磁気的なものがいくつか考えられているが、今の場合のように「非常に低速度でかなりストロークが長い」とときには、これらの方法は、いろいろの点で適していないように思われる。

そこでポテンショメータと微分演算器による方法を用いることにした。これはポテンショメータによって時間関数として検出した変位電圧を、帰還型微分演算器を用いて微分することを原理としている。しかし微分器を使用すると良く知られているように、その性質上、パルス性の熱雑音や、じょう乱を拡大し又、帰還増幅器として、不安定になり易く、同じ演算器でも積分器とは対照的に欠点が多く、微分器の使用はなるべく避けるのが常とされてきた。

しかしながら我々がこれを使おうとするのは、近年IC

化された高性能な演算増幅器が容易に手に入り、その特性は後程詳しく述べるが演算用として調整されているので使用法はきわめて簡単である。また取扱うべき信号周波数が雑音のそれに比べ十分低いので、簡単なフィルタで両者を分離することは容易であろうと考えたからである。

このような方法は微分器をはじめ、各部件の、それぞれの特徴を考慮すれば実用上十分な速度検出器が得られることがわかったので、これに関して以下順を追って報告する。

### 2. 速度検出器設計上の吟味

#### 2.1 CRの選定範囲について

微分を行うための演算定数の決定に当って先ず考慮しなければならないのは安定性についてである。微分演算器も負帰還増幅器の一種であるから、CRの選定は安定条件を満足しなければ発振、あるいは不安定なものとなる。

これには、微分演算状態では  $G(j\omega) \frac{1}{1+j\omega CR}$  で表わされる一巡伝達関数の周波数特性と、位相特性が適当でなければならない。ここで  $G(j\omega)$  とは増幅器のオープン利得であり、この周波数特性が大きく影響する。我々の使用する日立製PA 3001型についてこれを調べてみると、3 KC附近から 35 db/dec の直線的な遮断特性をも

っており、そしてあらゆる周波数帯域に於て、位相推移が180度以下であることを実験的に確かめることができた。いまもし加算器等のように帰還ループに位相おくれを併わない場合は、特に補償することなく直ちに演算増幅器として使用出来るように、メーカーに於てあらかじめ調整されているものとする。筆者等は、前記のように微分演算器として考えるときは、帰還回路は一次おくれ回路的であるから、一巡ループの最高位相推移は容易に180度を越えることがあるので、回路定数の選び方によって不安定となり発振することがある。(附録参照)

この安定と不安定の限界をボード線図から求めると、帰還回路の折点周波数が約3.18サイクルとなるので、微分演算定数  $C \times R$  が0.053以下になると不安定となることがわかった。これらの関係をたしかめるため200 [Hz]の三角波を入力信号として微分し、その矩形波出力の立上り部分をサンプリング変換器によって拡大し記録したものが図-1のようになり、時定数による過渡応答の変化のもようは、すでにのべた関係や附録の特徴を良くあらわしていることがわかる。図-2はCRが0.053以上の色々な値を取る場合で、安定な微分が可能であることを示すばかりでなく、さらに出力が大きくなることを示している。

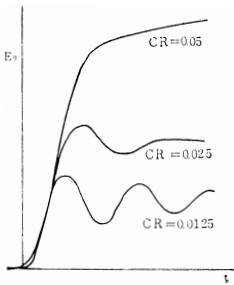


図-1

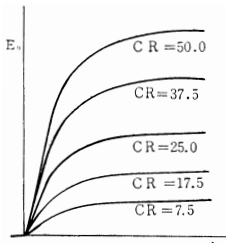


図-2

2.2 演算誤差について

よく知られているように、微分演算器の入出力関係は一般に次のように表される。

$$e_o = -pCR e_i \left\{ 1 - \frac{1 + \frac{R}{R_g} + pCR}{1 - G(j\omega) + \frac{R}{R_g} + pCR} \right\}$$

この式右辺第一項は正確な演算関係を表し、第二項は誤差を表す。この誤差を振幅に関するものと波形に関するものとに分けると前者は最大出力振幅  $E_m$  に対し

$\frac{1 + \frac{R}{R_g}}{G(j\omega)} \times 100[\%]$  となり我々の使用した増幅器では増幅度が約  $3 \times 10^4$ 、 $R_g = 1 \times 10^{11}[\Omega]$  であるからこの値を無視して考えることにした。また最大出力振幅に対し、

その最大傾斜  $E_m/\tau[V/sec]$  とすると、波形誤差は  $CR/G\tau \times 100[\%]$  とあらわされている。これは出力電圧の立上りが速いときは、かなり波形の歪むことを意味するが、今我々が取扱おうとする信号はごく低周波であるため、波形誤差も無視したい。

要するに微分器に於てもその誤差は積分器同様、実用上ほとんど問題とならないとみなすことにすれば、前述の如く雑音の拡大による S/N の悪化が最も問題になる点である。

2.3 S/Nについて

S/Nについて次のような実験を行った。入力信号を一定とし、各種のCRについてその出力の信号分と雑音分を測定した。このとき入力信号を0.01サイクル程度の三角波とすると、微分出力は同サイクルの矩形波となり、これをXYレコーダーに記録するとXYレコーダーの特性から高周波の雑音分は平均され、記録にはほとんど現れず信号分が記録される。この測定と同時にハイパスフィルターを通して取り出した雑音分をデジタル交流電圧計で測定して、雑音成分に対する信号とCRの関係を探った実験結果は図-3のようになり、入力側のコンデンサーの大きい方が雑音に対して有効であることがわかった。

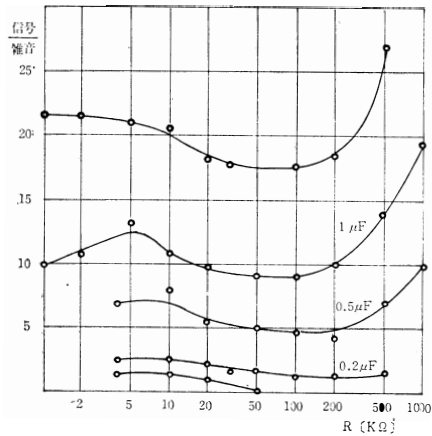


図-3

3. 設計上の要点

3.1 装置

以上のような理由から、演算定数はコンデンサーを  $2 \mu F$ 、抵抗を  $25 k\Omega$  として  $CR = 0.05$  になるようにした。図-1からもわかるごとく0.05以下になると、振動性をもつのでこれが安定不安定の限界であるが、速度と電圧の対応関係が適当になるように、このように選んだわけである。

速度計として使用する前に微分器自身の入出力特性や較正のため、実験を行わなければならないが、このとき微分器入力電圧として三角波電圧を用いた。これは機械が往復運動したときの変位電圧に相当し周波数および電圧によって非常に広い範囲の機械的速度に対すると同様の実験が行える利点をもつからである。この周波数を  $f$ 、三角波電圧を  $E$  [V] とすると、この電圧の毎秒の変化率は  $2fE$  [V/sec] で半周期毎に正、負に変わる。これに対する微分器出力は矩形波となり、最大振幅は  $4fCRE$  [V] となる。

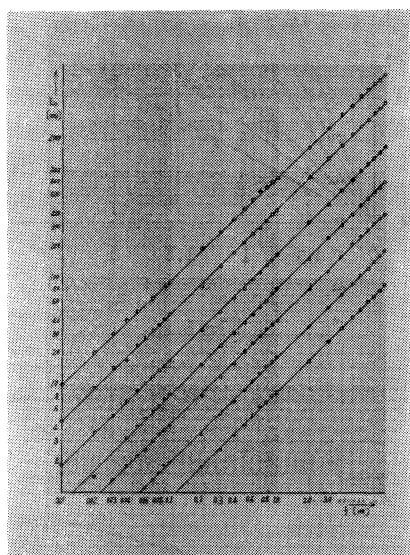


図-4

図-4は、この関係を測定したものである。この結果から出力電圧の上限は、増幅器のダイナミックレンジによって10Vまで、 $S/N$  比即ち信号と雑音の識別の可能な下限は約0.1 [mV] である。入力電圧の変化率で2 mV/sec から200V/sec の範囲内で良好に微分作用が行われることがわかった。ゆえに微分器入力電圧がこの範囲内にあるように変位の検出回路を考えることにした。

### 3.2 変位の検出について

我々の測定対象とした油圧ピストンの直線移動は、ストロークが15cm とかなり長いので、容量式の変位計や差動変圧器などは使用できないので、図-5に示すようにプーリ、歯車、鋼線、スプリング等を用いて、10回転ポテンシオメータを回転させるようにした。

そこで直線変位とポテンシオメータ回転角との間の定数を  $\alpha$  とし、ポテンシオメータに  $E_s$  [V] を印加すると、1 cm の変位に対して  $\alpha E_s$  [V] の変位電圧が得られる。 $\alpha$  はプーリの径や歯車比等によって任意に選び得るわけであるが、これを大きくすることは変位電圧が大きくなる点では好ま

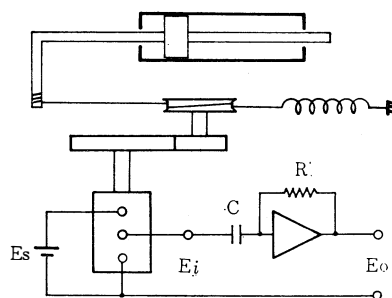


図-5

しいのであるが、ピストンの位置によって微分器に対する信号源抵抗が大きく変化することになる。この抵抗は入力側演算インピーダンスと直列に入ることになるため、おもに過渡特性に大きく影響を与えることになる。ところで、この型の演算器は定電圧駆動とすべきなので、信号源に抵抗がある事は好ましいことではない。また抵抗の変化をできるだけ小さくしなければならない。このことをさけるための方法は別にもあるが、とりあえず  $\alpha$  を0.02とやや小さめにして実験することにした。図-6は信号源抵抗の影響を過渡応答の波形によって求めて見たものである。

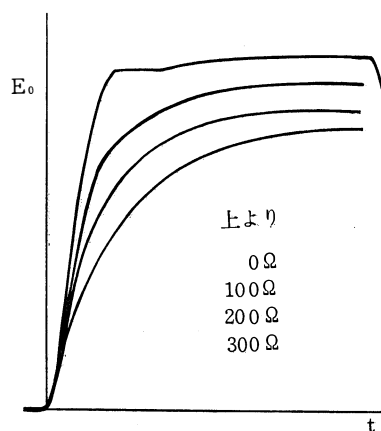


図-6

## 4. 実 験

以上のような考えに従って回路定数を定めたわけである。そこでこの条件下で、実際の速度と出力電圧がいかなる対応関係になるか整理してみる。各記号を次のように定める。

- $v$  実速度 cm/sec
- $\alpha$  直線変位とポテンシオメータ回転角との定数
- $E_s$  ポテンシオメータ印加電圧

CR 微分演算インピーダンスの積

$E_0$  微分器出力電圧

$E_i$  変位電圧 (微分器入力電圧)

$$E_0 = CR \frac{dE_i}{dt} \quad \frac{dE_i}{dt} = \alpha E_s v \text{ であり,}$$

$$\therefore E_0 = CR\alpha E_s v$$

$CR = 0.05$ ,  $\alpha = 0.02$  であるから,  $CR\alpha = 1 \times 10^{-3}$  ゆえに  $E_0 = E_s v \times 10^{-3}$  となり, 出力電圧  $E_0$  を mV を単位とすれば実速度  $v$  は

$$v = \frac{E_0}{E_s} \text{ cm/sec}$$

となり, 入出力の対応関係が非常に簡単になる。ここで  $E_s$  は使用するポテンシオメータの電流容量に応じて適当な電圧を選ぶようにする。信号電圧を大きくするためこの電圧を高くすると, 抵抗線を加熱することになり雑音が増し  $S/N$  を悪くするようであったので, 比較的軽く選び  $10 \sim 50$  [V] 程度が適当のようであった。これは, 加え得る最大電圧の約 1 割以下である。

実験は, 油圧の流量の加減によってピストンの速度を種々に変え, それに対する変位と微分出力とを同時に記録した。

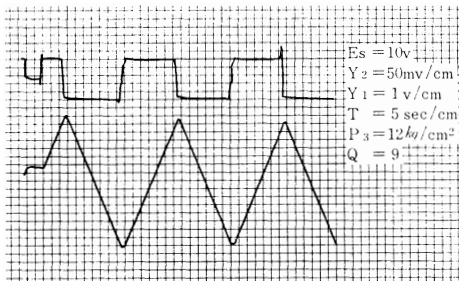


図-7

図-7がその結果得られた記録の1つである。変位を表す直線の傾斜から実際速度を図式的に求め, その速度に対する微分出力を求める。図-8は, こうして得られた結果を  $E_s$  をパラメータにして表わしたものである。図中点は実測値であり, 破線は先程の  $E_0 = vE_s$  を表わし, 両者はきわめてよく一致していることがわかる。

図-8からわかる通り出力電圧は約 1 [mV] 程度が限度である。微分器単独では 0.1 [mV] 位まで測定出来るが, 図-9に示すようにパルス状の雑音が大きく現われ, 実際使用出来る範囲を少なくする。これは巻線抵抗のため変位電圧が不連続となり, 微分することによって, その不連続性が拡大されて出力に現れることによるものである。使用したポテンシオメータは分解能 0.07 [%], これは巻線ピッチが 0.25 [度] の性能のもので一般に入手出来るものとしては最良に属するものである。試みに発振器に

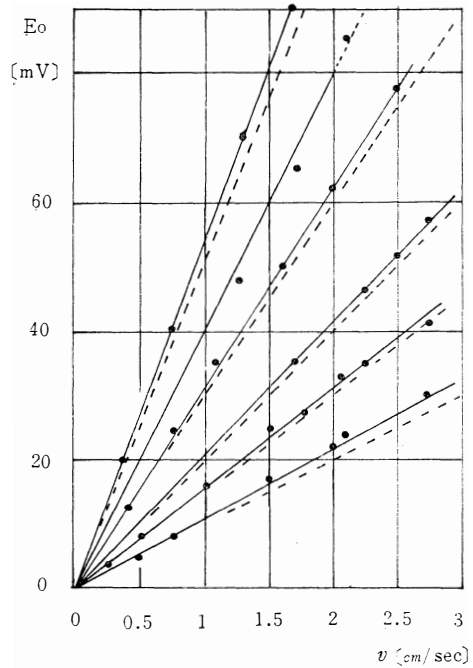


図-8

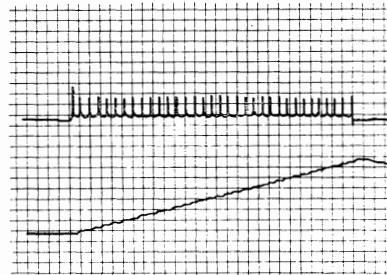


図-9

よって図-9と同程度の大きさの三角波電圧を与えてみると, その出力にはほとんど雑音を含まない。

この結果からみると信号周波数が非常に低く, XY レコーダあるいはこれに類する測定器を使用する場合には, 雑音そのものは記録にはほとんど現れず, 実用上問題となるのはむしろ, ポテンシオメータの分解能であるように

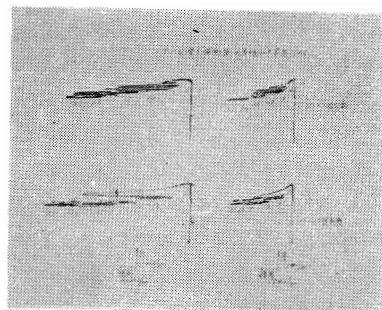


図-10

思われる。おわりに、この速度計を用いた実測例を図示する。図-10はこの検出器を用いて、スティックスリップ現象を記録したものである。横軸を速度とし、縦軸を圧力とした位相面上の曲線を示している。

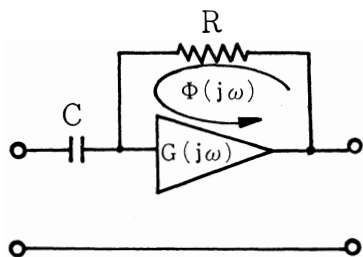
## 5. む す び

以上のべた装置では、測定し得る速度の最低限は0.1〔cm/sec〕であり、現在取扱っている低速度の検出に十分利用できることがわかった。なお特別な、たとえば摺触線式のポテンシヨの使用などによってさらに低速まで測定し得る可能性があると思われる。

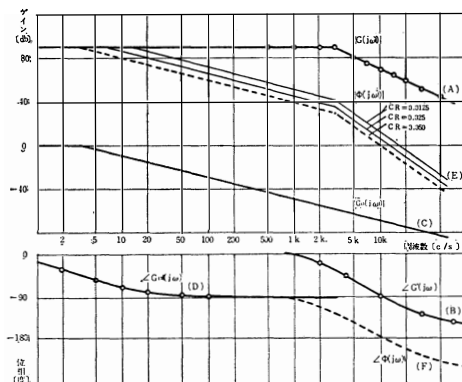
## 附 録

微分用の演算増幅器 PA-3001 型の周波数とゲインおよび位相特性を求めると、附図-2.(A)および(B)のようにボード線図上に得られた。一方附図-1に示す微分演算器の一巡伝達関数を  $\Phi(j\omega)$  とすれば、増幅器の伝達関数  $G(j\omega)$  と次の関係がある。

$$\Phi(j\omega) = G(j\omega) \frac{1}{1 + j\omega CR}$$



附図-1



附図-2

ボード線図上で帰還ループの伝達関数  $G_0(j\omega)$

$= \frac{1}{1 + j\omega CR}$  のゲイン曲線(C), 位相曲線(D)を作れば、一巡伝達関数  $\Phi(j\omega)$  のゲイン曲線(E), 位相曲線(F), は作図によって求めることができる(附図-2)

$CR = 0.05$  に於ける安定性は、位相曲線が  $-180$  度を通る点におけるゲイン余有を考慮すればよい。この場合は作図からわかるように、ゲイン余有が零に近いので安定度は臨界値をもつことになり、入力コンデンサ  $C$ 、フィードバック抵抗  $R$  の値を変えて  $CR = 0.025$ ,  $CR = 0.0125$  とすればゲイン周波数曲線は次第に上に偏倚し、ゲイン余有が正の値となり、微分出力電圧は回路要素  $CR$  のえらび方によって不安定な出力が得られることがわかる。この特徴は本文図-1の結果を示している。