

## サーボ機構の平衡点附近の動作について

留 岡 正  
中 川 孝 之

### On the Movements in Stability of Servomechanism

Tadashi TOMEOKA  
Takayuki NAKAGAWA

The nonlinear movements of equilibrium points and their environs were analyzed on the phase plane by the experiment and with the analog computer, in the typical servomechanism that was constructed.

As the result of the analysis, it was found that the nonlinearities were due to the frictions, the backlash and the spring of the split antibacklash gear used as the output shaft.

#### 1. ま え が き

ある物体の位置を制御するサーボ機構において、この系を構成する種々の要素の非線形性のため、この系の動作の平衡点附近においても特別な動きをするので、特に平衡点附近の動作と種々の非線形性をもつ要素の特性間の関係を解明したいと考えた。

そこで筆者等は代表的なサーボ機構、すなわち、入出力信号の検出、増幅は電氣的に動作し、操作部を機械系とした装置を用いることにした。

なお系の複雑さはその動作の解明を困難にするので、歯車列は必要最小限度（1列）とし、かつ出力軸においては2分割のばね負荷形バックラッシュ防止歯車を使用し、出力軸摩擦とバックラッシュ防止用のばねが、この動作におよぼす影響に注意することにした。

そしてこの系の動作の速度一変位の関係を位相平面上の問題とし、実験とアナログコンピュータによる解析を試みた。

その結果筆者等は定性的にこの動作の機構が明らかになったので、このことを報告する。

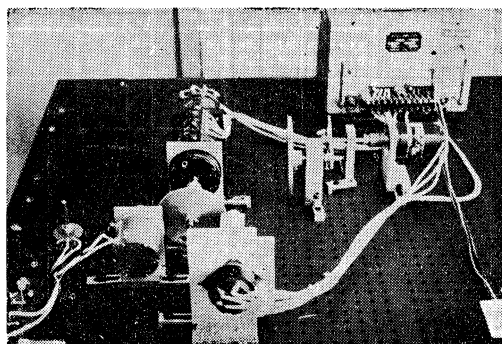


写真1 実験装置

#### 2. 実験的観測

##### <2.1> 実験装置

シンクロ発信機、サーボ増幅器、サーボモータジェネレータ、歯車列、シンクロ制御変圧機を用いて図-1のごときブロック線図を有する装置（写真-1）を組立てた。サーボモータジェネレータと、バックラッシュ防止歯車を直結し、それを出力軸すなわち制御物体とみなし、バックラッシュ防止歯車にポテンシヨメ

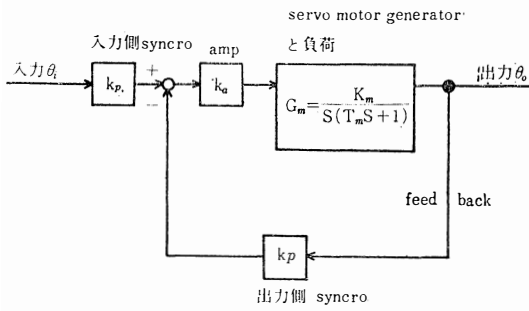


図-1 装置のブロック線図

ータを歯車でかみ合わせ、そのポテンシヨメータの出力とその信号の微分回路から求まる出力を速度-変位の関係をあらわすものとし、動作のトラジェクトリーをX-Yレコーダにし記録して位相平面上で実験記録を求めた。

またシンクロ発信機、シンクロ制御変圧機からの低レベルの偏差信号をサーボモータジェネレータを駆動しうるように図-2の回路の増幅器で増幅した。

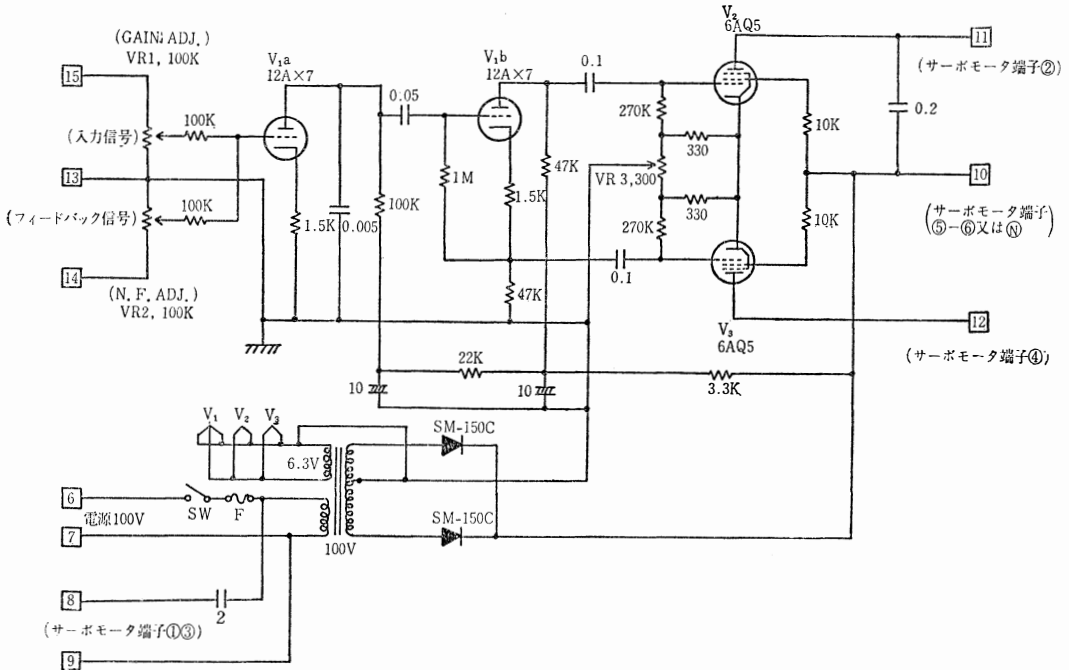


図-2 サーボ増幅器

<2.2> 実験方法

(1) 図-2の回路における可変抵抗器のVR-1を12等分し、これを増幅器のゲイン量の変化に対応させ、最大のゲイン量の読みを12とした。フィードバック量もまた、可変抵抗器によって変化させ得るが一定(5)とした。

(2) フィードバック信号を変化する可変抵抗VR-2を10等分して、その変化からフィードバック量を変えた。ゲイン量は一定(10)とした。すなわち表-1にて表わされる条件にしたがって速度-変位の関係を位相平面上において記録し、つぎの実験結果を得た。

<2.3> 実験結果

(1) フィードバック量を一定として、ゲイン量を表

1のように変化させた場合に得られたトラジェクトリーは写真-2, 写真-3, 写真-4, そして写真-5のようになった。

これらから安定点が2個所で、安定点の幅が、ゲイン量が増加するに従って狭くなっていることがわかる。

(2) ゲイン量を一定として、フィードバック

写真番号	ゲイン量	フィードバック量
2	8	5
3	10	5
4	11	5
5	12	5
6	10	3.5
7	10	5
8	10	6.5
9	10	8

表-1 ゲイン及フィードバック量の変化

ク量を表一の如く変化させた場合に、写真一六、写真一七、写真一八、そして写真一九が得られた。

これらからフィードバック量が増加するに従って安定点附近の動作が次第に振動性をおびる。特に写真一九においては安定点附近で振動的であるのがよくわかる。

写真二から、写真一九まですべての写真に共通して見られる特徴は、安定点附近のトラジェクトリーが波を打つように乱れていることである。

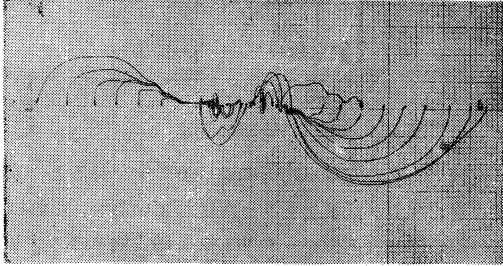


写真2

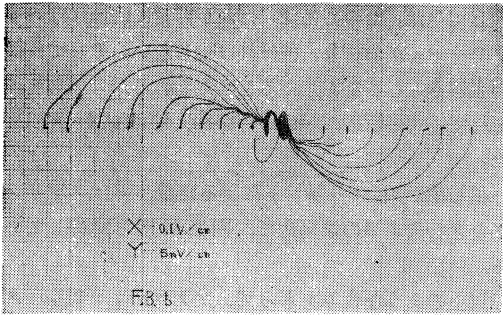


写真3

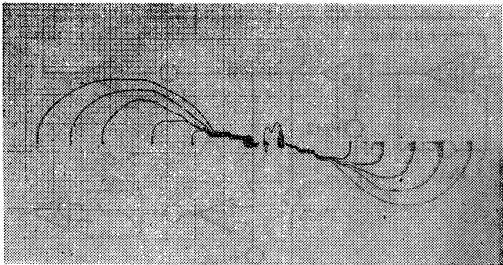


写真4

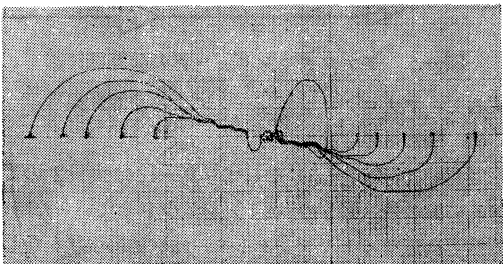


写真5

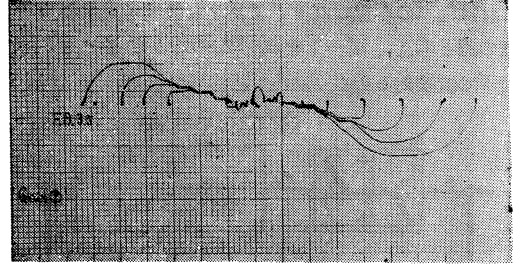


写真6

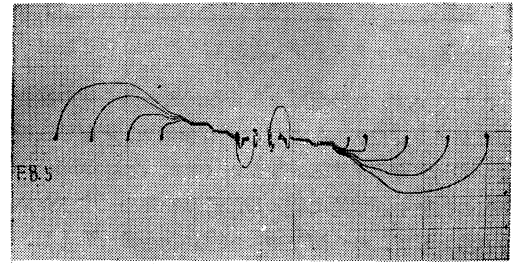


写真7

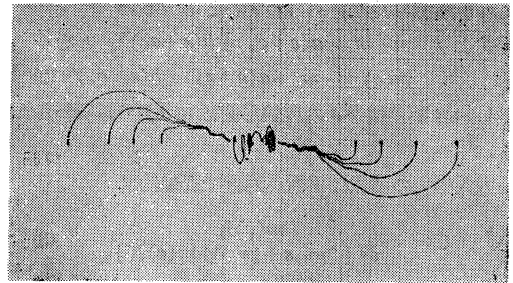


写真8

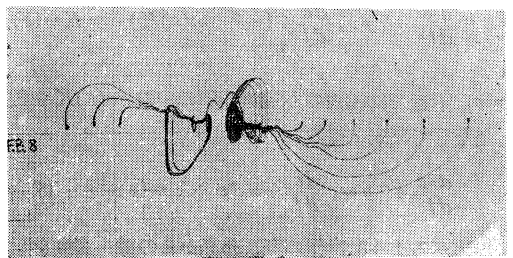


写真9

これは後で特に考察したい。

### 3. アナログコンピュータによる模擬的観測

以上に説明した実験結果は、このサーボ機構を構成する各要素がこの動作におよぼす影響を示しているもので、この系の運動を方程式化するため、アナログコンピュータによる模擬回路から考察したいと考えた。

まず模擬回路を考えるため以下の事項を考える。

#### <3.1> 摩擦による影響

実験データにおいて安定点が2個所出来ているが、

これは歯車の摩擦、バックラッシュ等による不感帯要素の為と考え、図-1を図-3のごときブロック線図②に置換える。

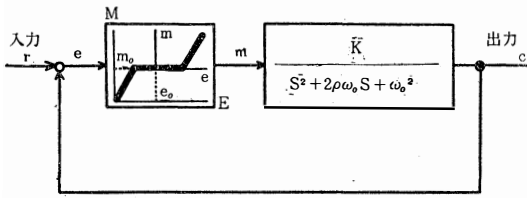


図-3 バックラッシュを考慮したブロック線図

ここで  $a, b$  を装置による定数、 $K$  を系全体の総合したゲイン定数、 $\omega_0^2$  を系の固有振動数、 $\rho$  を粘性抵抗を表わす定数とする。また  $r-c=e$ 、なお Coulomb 摩擦の特徴を近似的に表わし、計算を簡単にするための方法として、 $m=M-m_0$ 、そして  $e=E-e_0$  とし、

$$M = aE + bE^3 \quad (1)$$

これを摩擦の特性をあらわすことにする。

(1)式より  $m+m_0 = a(e+e_0) + b(e+e_0)^3$  となり

$$m(e) = -m_0 + a(e+e_0) + b(e+e_0)^3 \quad (2)$$

但し  $m$  は誤差信号  $e$  の非線形関数  $m(e)$  であらわされる。

一方入出力の関係は平衡点附近で近似的に

$$C \doteq \frac{m(e)K}{s^2 + 2\rho\omega_0 s + \{\omega_0^2 + m(e)K\}} \quad (3)$$

(3)式より運動方程式を表すと

$$\frac{d^2c}{dt^2} + 2\rho\omega_0 \frac{dc}{dt} + \{\omega_0^2 + m(e)K\}c = Km(e) \quad (4)$$

$e=e_0$ 。附近では(4)式の左辺第3項の中の  $m(e)K \doteq 0$  と見なして次式を得る

$$\frac{d^2c}{dt^2} + 2\rho\omega_0 \frac{dc}{dt} + \omega_0^2 c \doteq Km(e) \quad (5)$$

後で述べるように動作の際、外界からの微小変動を受けるので、これを  $d\sin\omega t$  で表し、(5)式を一般的にすると次のように表わされる。

$$\frac{d^2c}{dt^2} \doteq -2\rho\omega_0 \frac{dc}{dt} - \omega_0^2 c + Km(e) + d\sin\omega t \quad (6)$$

(6)式の中の  $m(e) = a(e+e_0) + b(e+e_0)^3 - m_0$  の項は非線形要素を表わしていると考え、この項を近似的に不感帯要素に置換える。

この不感帯要素はダイオードの特性を利用して図-4の回路で模擬した。

<3.2> バックラッシュ防止歯車のスプリングによる

影響

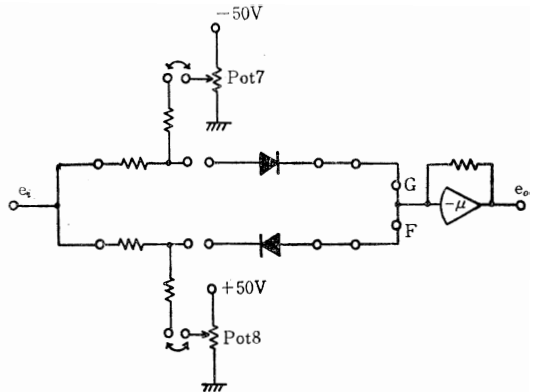


図-4 不感帯要素の回路

実験データの安定点附近における動作を見ると、安定点近くで trajectories が乱れているが、これは2分割のばね負荷形バックラッシュ防止歯車のスプリングと負荷に左右される見かけ上の強制力が働くと予想して見た。このことは、ばねが非常に弱ければバックラッシュがおこり、強ければ生じない。そして負荷の大きさも影響をあたえると考えられるからである。それで(4)式の右辺に  $d\sin\omega t$  を加えて(5)式を予想した。

但し  $d$  は慣性モーメントによる定数、 $\omega$  はスプリングを含む歯車系の振動数で、固有周期と関係している。

以上のような含みをもって、アナログコンピュータのプログラムとして図5の回路を用いた。

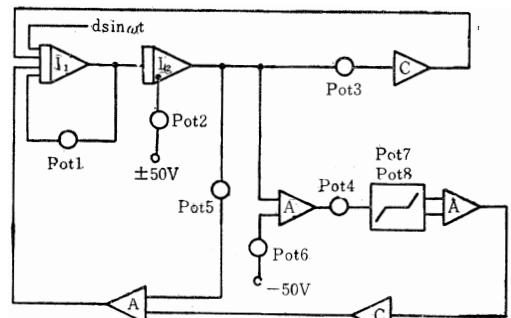


図-5 アナログコンピュータの演算回路図

<3.3> アナログコンピュータによる演算結果

(1) 減衰量の変化

写真-10、写真-11そして写真-12は表-2のごとくに減衰量(図5の pot 1)を減少させていった時、安定点に近づく trajectories は次第に渦状をなししていく。

これは実験における  
フィードバック量の変  
化に対応する。

写 真 番 号	Potlの 値
10	2.0
11	0.8
12	0.6
13	4.0
14	4.0

表一 減衰量の変化

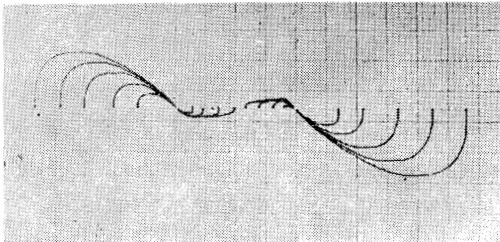


写真10

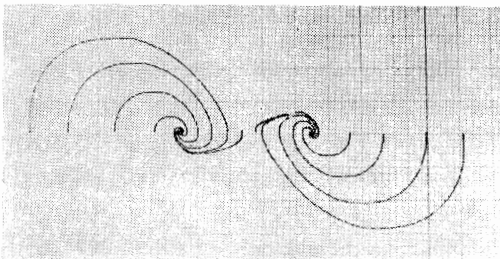


写真11

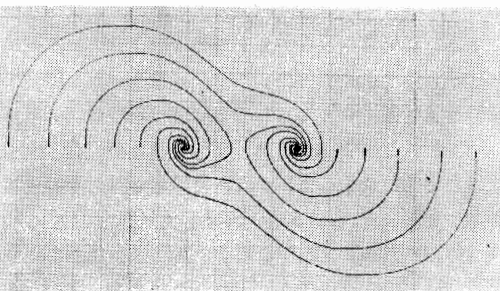


写真12

## (2) 摩擦等による影響

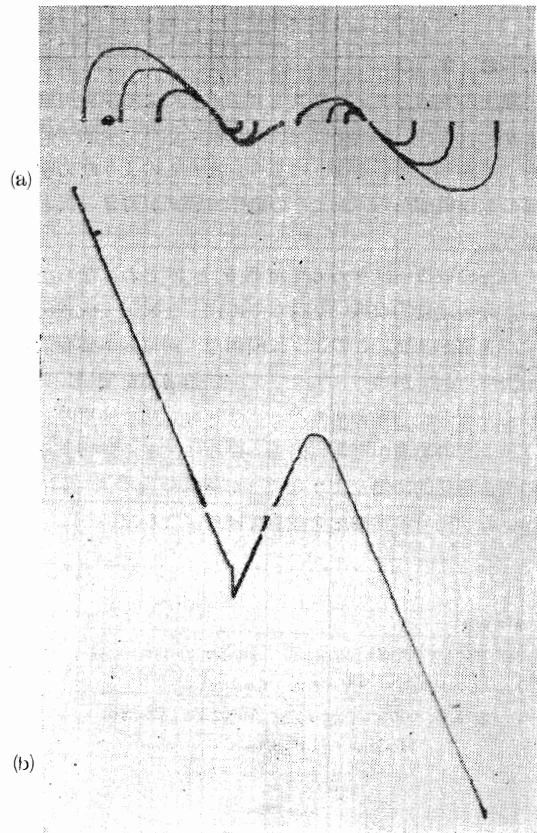
写真13(a)は実験データ(写真一7)に対応するもので、写真一13(b)は写真一13(a)のトラジェクトリーを描いている時の非線形的特徴を同時に記録したものである。

すなわち写真13(b)の非線形要素の為に安定点が2個所出来ている。

これは摩擦とバックラッシュの影響によって生ずるものである。

また、この2個所の安定点の幅は写真13(b)の非線形要素の折線の変化によって変る。

これは実験において、ゲイン量を変化させると、安定点の幅が変化した場合と同じ意味をもっているものと考えられる。



写真一13

## (3) バックラッシュ防止歯車のスプリングによる影響

写真一14は写真一13を記録した状態に特別な入力信号として  $d \sin \omega t$  を加えた結果である。この信号は超低周波発振器から加えられる  $0.9 \text{ Hz}$  の正弦波振動である。

実験データに共通して見られる安定点附近のトラジェクトリーの乱れは写真一14によってシミュレート出来ているように思われる。

これはすでに述べた理由で、バックラッシュ防止歯車のスプリングと負荷によると考えたい。

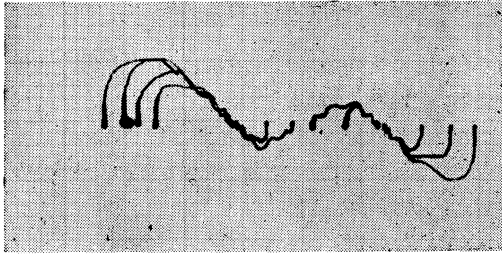


写真-14

#### 4. む す び

以上の実験とアナログコンピュータによる模擬実験とから、これらの結果は定性的に前に述べた実験結果をよく説明しているように思う。またこのような力学系の動作機構から、およそその動作方程式が定まったと思う。

以上の取扱いはきわめて定性的と言わねばならない。今後定量的取扱いを行う際には、なお工夫改善をすべき事が多い。このように簡単な、歯車列が必要最小限度1列でかつバックラッシュ防止歯車を使用してさえ、その出力軸歯車とバックラッシュ防止歯車のスプリングの両者が平衡点附近の動作に大きく影響するので、理想的に働くようなサーボ機構を設計するには、この両者の影響を考慮しなければならない。

#### 参考文献

※ 電気4学会北陸支部連合大会（昭和45年10月13日）に発表

- 1) 大島康次郎 サーボ機構 オーム社
- 2) J. E. Gibson Nonlinear Automatic Control  
McGraw-Hill Book Co., 1963