

機械運動の問題についての一考察 (第4報)

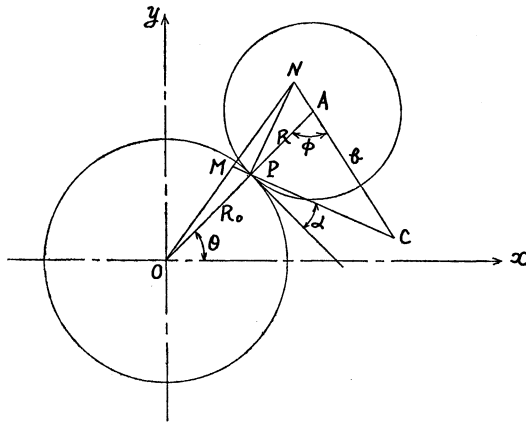
長元 亀久男

One Consideration on a Problem of Kinetics of Machinery (4th Report).

Kikuo NAGAMOTO

One consideration on the graphical constitution of Euler-Savary equation in a kinetics of machinery is described here.

1対の物体間の相対運動を考える場合、その局所的な性質を知ろうとする場合、瞬間中心の軌跡を曲率円で代表させてもよい。このように考える場合、1対のころがり円の関係について考えてみることにする。



図~1

いま図-1にて、円Oを固定し、その上を円Aがころがる時、円Aに固定された点Cが円Oに対して画く軌跡について考えてみることにする。これについてつぎのようなことが導かれている。(1)

$$OP = R_0, AP = R, \angle POx = \theta, \angle CAP = \phi$$

として $R\dot{\phi} = R_0\dot{\theta}$ (1)

$AC = b$ において、Cの位置ベクトルを求めるとつぎのようになる。

$$Z = (R_0 + R)e^{i\theta} - be^{i(\theta + \phi)} \quad \dots\dots\dots(2)$$

これより $\dot{Z} = (R_0 + R)\dot{\theta}ie^{i\theta} - c(\dot{\theta} + \dot{\phi})ie^{i(\theta + \phi)}$

$$\frac{R_0}{R} = \varepsilon$$

$$\dot{Z} = (1 + \varepsilon)\dot{\theta}i\{Re^{i\theta} - be^{i(\theta + \phi)}\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$Z_1 = PC = Re^{i\theta} - be^{i(\theta + \phi)}$$

これより

$$\dot{Z} = (1 + \varepsilon)\dot{\theta}iZ_1 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\ddot{Z} = (1 + \varepsilon)i(\ddot{\theta}Z_1 + \dot{\theta}\dot{Z}_1)$$

(3)式を用いて整理

$$\ddot{Z} = (1 + \varepsilon)\ddot{\theta}iZ_1 - (1 + \varepsilon)\dot{\theta}^2Z_1 + (1 + \varepsilon)\dot{\theta}^2R_0e^{i\theta} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$\angle APC = \frac{\pi}{2} - \alpha$ とおき \ddot{Z} の Z_1 方向の成分の大きさを a_n 、 iZ_1 の方向の成分の大きさを a_t とする。

$$Z_1 = re^{i(\theta + \alpha - \frac{\pi}{2})}$$

とおいて

$$a_n = -(1 + \varepsilon)^2\dot{\theta}^2r + (1 + \varepsilon)\dot{\theta}^2R \sin \alpha \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$a_t = (1 + \varepsilon)\dot{\theta}r + (1 + \varepsilon)\dot{\theta}^2R \cos \alpha \quad \dots\dots\dots(7)$$

いま $\dot{Z} = ve^{i\phi}$ とおくと

$$v = (1 + \varepsilon)\dot{\theta}r \quad e^{i\phi} = ie^{i(\theta + \alpha - \frac{\pi}{2})}$$

$$\ddot{Z} = a_t e^{i\phi} - a_n i e^{i\phi}$$

Cのたどる曲線の曲率半径を ρ とするとき

$$-a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

この式から

$$(1 + \varepsilon)^2\dot{\theta}^2r - (1 + \varepsilon)\dot{\theta}^2R \sin \alpha = \frac{(1 + \varepsilon)^2\dot{\theta}^2r^2}{\rho}$$

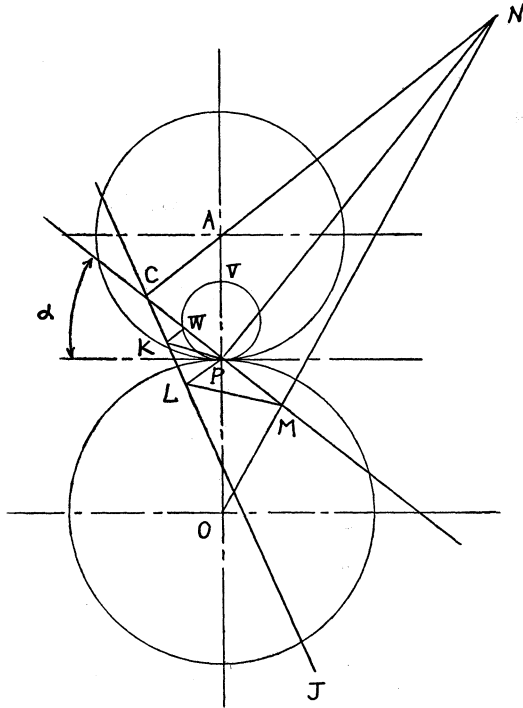
これを整理して

$$\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho - r}\right) \sin \alpha = \frac{1 + \varepsilon}{R_0} = \frac{R + R_0}{RR_0} \quad \dots\dots\dots(8)$$

これは図-1においてCのたどる軌跡の曲率半径は、まずCと瞬間中心Pとを結ぶ。Cところがり円の中心Aとを結び、PにおいてPCに立てた垂線との交りをNとする。Nと固定円の中心Oとを結びCPの延

長との交りをMとする。MはCM=ρを満足する曲率の中心である。

今度は、この曲率円の中心から変曲円を求めることを考えてみよう。



図~2

いま図-2において固定円をOとし、ころがり円をAとし、接触点をPとしたとき、この瞬間状態における運動軌跡の変曲円について考えることにする。いまこの瞬間にて運動する任意の点Cについて考えてみる。前に述べたようにCPを結びPにてCPにたてた垂線とCところがり円の中心Aを結んだCAとの延長との交りをNとする。

Nを固定円の中心Oに結び、CPの延長の交りをMとする。つぎにCを通る任意の直線CJをひく。Mから任意の直線MLをひき、CJとの交りをLとする。LとPを結ぶ。PからLMに平行にひきCJとの交りをKとする。KからLPに平行にKWをひき、CMとの交りをWとする。PWの垂直2等分線とAPとの交りをSとする。Sを中心としてPWを通る円がこの場合の変曲円である。

図-2において、CP=r, CM=ρ, PM=ρ-rとする。

作図から

$$\frac{\rho-r}{r} = \frac{PW}{CW} \dots\dots\dots(9)$$

$$\rho-r = \frac{rPW}{r-PW}$$

$$\frac{1}{\rho-r} = \frac{r-PW}{rPW} = \frac{1}{PW} - \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{\rho-r} + \frac{1}{r} = \frac{1}{PW}$$

図から PW = PV sin α(10)

$$\left(\frac{1}{\rho-r} + \frac{1}{r} \right) \sin \alpha = \frac{1}{PV} \dots\dots\dots(11)$$

(8)式と組合わせて PV = $\frac{RR_0}{R+R_0}$ (12)

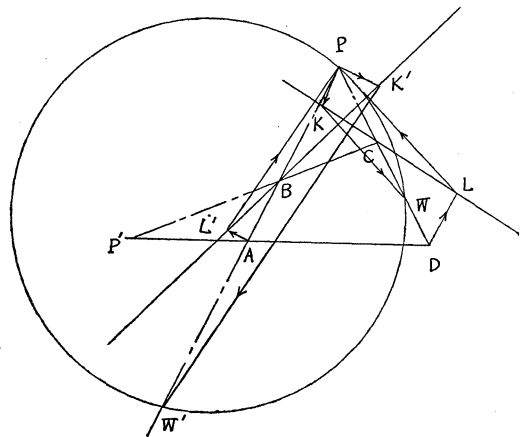
(11)式にて (ρ-r) → ∞

$$\frac{1}{r} \sin \alpha = \frac{R+R_0}{RR_0}$$

$$r = \frac{RR_0}{R+R_0} \sin \alpha \dots\dots\dots(13)$$

(12)式でPW = RR₀ / (R + R₀) であるから、PVを直径とする円は(13)式を満足する。これは(ρ-r) → ∞の条件を満足している。すなわち(13)式を満足するものは変曲円とよばれるものである。

図-2において述べた著者の変曲円上の点を求める作図法則を応用して、ABを固定節とする4節リンク機構ABCDにおいて連結棒BCの運動について考えてみることにする。



図~3

ある瞬間において、リンク機構は図-3のような状態であるとしBCのADに対する相対運動の瞬間中心はABおよびCDの延長線の交りP点である。B、Cの運動は固定中心A、Bのまわりの回転でA、Bを中心とする円弧運動である。

C点の運動から変曲円上の点を考えてみるに、C点を通る任意の直線CLをひく。回転中心Dより任意の直線DLをひき、直線CLとの交りをLとする。LとPを結ぶ。PからDLに平行にひき、運動点Cを通る

任意直線 CL との交り点を K とする。 K から DL に平行にひき、 CD との交り点を W とする。これは著者の作図法則により変曲円上の点である。また他の点 B についての運動から変曲円上の点を求める作図を考えてみると、前の C 点にて述べたと同様に B を通る任意直線 BL' をひく、回転中心 A より任意の直線 BL' をひき、 BL' との交りを L' とする。 L' と P とを結ぶ。 P から AL' に平行にひき運動点 B を通る任意直線 BL' との交り点を K' とする。 K' から DL' に平行にひき、 BA との交り点を W' とする。これは前と同様変曲円上の点である。よって PWW' を通る円を画けば、これはこの瞬間における変曲円である。

参 考 文 献

- (1) 酒井高男、機構学大要、養賢堂（昭42）
- (2) 渡辺 茂、機構学講義I、共立社（昭36）
- (3) 野口尚一、機械運動理論、日刊工業（昭29）
- (4) 小川 深、機構学、朝倉書店（昭42）

（昭43. 10. 31受付）