

PCM同期方式に関する一提案

A Method of Frame Synchronization in Pulse Code Modulation System.

八 木 寛
里 見 一 誠
柳 瀬 勝 義

Hiroshi Yagi
Issei Satomi
Katsuyoshi Yanase

This report states a new method of pulse code modulated synchronization system which brings the feature of pattern synchronization system and the one of binary synchronization system having start element into union.

The provability that correct synchronization returns after lost of one is calculated.

We propose a new formula for decision of quality of synchronization system.

Because, good one must have short synchronization time and the minimum value of lost normal information elements.

1. ま え が き

PCM同期方式に関連して、スタート符号挿入同期方式に関する研究、同期パターン伝送方式に関する研究が、これまでも、それぞれ2, 3なされている。しかし、いずれも同期復帰時間の算出や同期方式の良否を判定する方法に難点がある。

筆者等はスタート符号挿入方式の考え方を同期パターン伝送方式に導入することにより（以下S-P同期方式とよぶことにする）新しい同期方式を考案し、その同期復帰確率を計算したので報告する。

本方式の利点は同期パターンの周期性を利用しているので、同期がとれている状態では誤同期となる確率が小さいことと、同期復帰も比較的早いことである。

また、これまでの同期方式に関する研究では、1チャンネル内の全ビット数に対する同期パターンのビット数の割合を変えるか、またはその割合を一定にしておき、一文字のビット数を変えて、いかにすみやかに同期が復帰するかのみを考察している。このような方法によれば当然のことながら、同期ビット数が増える方法、極端な場合、全チャンネルがすべて同期ビットなら必ず同期復帰時間が短くなる。しかし、理想の同期方式とは同期の回復がすみやかで、しかも同期パターンによって、伝送できなくなる正規の情報量が最小になるものが最良とみなすべきであるという考えを提案する。それをS-P同期方式に適用して良い結果を得たので報告する。

2. 原 理

S-P同期方式とはスタート符号挿入方式の考えを同期パターン伝送方式に適用したものである。つまり同期パターンが n ビットよりなるとし、あるフレームの i 番目のビットから n ビットを同期パターンと判断した場合は、その i 番目のビットから1フレーム跳躍して、つぎのフレームの i 番目のビットから、 n ビットが同期パターンであるか、否かをしらべる。もしそれが同期パターンと判断できない場合には、そこから1ビットずつシフトして同期パターンと一致するまで捜しつづけるという方式をとる。このように、同期パターンの周期性を利用すれば、一度同期がとれると、情報チャンネルに同期パターンと同じパターンが現われてもそこで誤同期となることはない。

この同期方式の同期復帰過程を図示すれば図-1のようになる。送信出力が同図(a)のようであるとき、第2フレームの同期パターンが誤ると、受信側では、

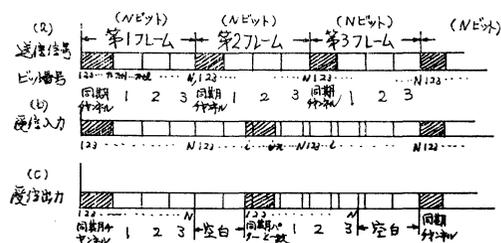


図-1 同期復帰過程

そこから、1ビットずつシフトし、第2フレームの*i*番目のビットから*n*ビットが同期パターンと同一パターンであればそれを同期パターンと判断して、第3フレームの*i*番目のビットまで跳躍する。第3フレームの*i*番目のビット以下に同期パターンと同一パターンがなければ、再び1ビットずつシフトしてゆき、第4フレームの同期パターンで正規の同期がとれることになる。したがって、受信側が1ビットずつシフトして同期パターンを捜している間は受信機の出力は空白となる。図-1の例では、同期パターンが誤まったために犠牲になったフレーム数は2である。この場合の同期復帰過程をFlow chart でしめすと、図-2のようになり、図中、太線でしめすのが図-1の例の同期復帰過程である。

3. 理 論

S-P同期方式において、1フレームのうち1ないし数チャンネルを同期パターンに用いた場合に、同期パターンの同期性が失なわれるとして、再び真の同期が復帰するまでに何フレームが犠牲になるか、また、

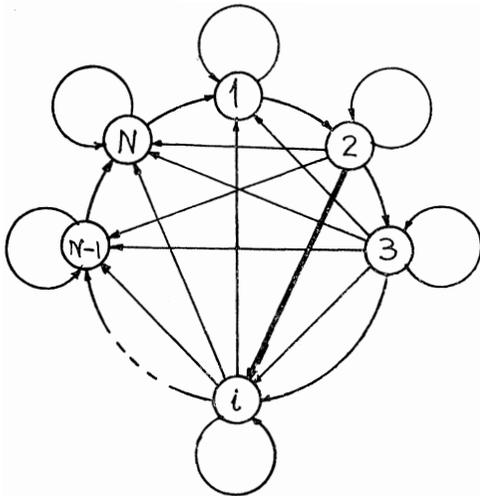


図-2 同期復帰過程のフローチャート

$$nC_x h^x (1-h)^{n-x} \tag{1}$$

であり、誤まりは*k*単位まで許されるから

$$S_i = \sum_{x=k+1}^n nC_x h^x (1-h)^{n-x} \tag{2}$$

また、マークあるいはスペースの現われる確率は等しいから

$$F = \left[\sum_{n=0}^k nC_x \right] \cdot 2^{-n} \tag{3}$$

が得られる。

以上から、

$$(1) P_{is} = 0 \tag{4}$$

$$P_{is} = (1-F)^{N-1} \cdot (1-S_i) \tag{5}$$

$$(2) P_{is} = (1-F)^{N-i+1} \cdot (1-S_i) \tag{6}$$

同期パターンを挿入したために、伝送できなくなった正規の情報とそのときの誤フレーム数の期待値の積がどうなるかにつき計算をする。

まず、以下の計算に用いる記号を定義する。

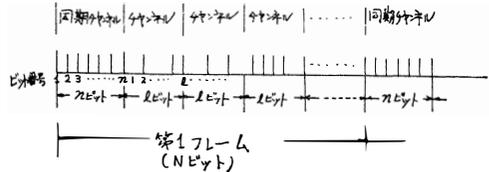


図-3 フレーム構成

h : ビット誤びゆう率。

l : 一字号の単位数(ビット数)。

n : 同期パターンの単位数。ただし、1の整数倍とした。すなわち $n=ml$ ($m=1, 2, \dots$)

k : 同期パターンを識別する際に許される誤りビット数の最大値。

N : 1フレームのビット数。

L : 1フレームのチャンネル数。ただし、同期チャンネルも含む。すなわち $L=N/l$ 。

F : 同期パターンででないにもかかわらず、これを同期パターンと見誤る確率。

S_i : 同期パターンが誤る確率。

P_{is} : *i*番目のビットから*x*フレーム目で正規の同期が復帰する確率。

P_{xs} : 同期が失われてから*x*フレーム目で正規の同期が復帰する確率。すなわち、同期が復帰するまでに*x*フレームが犠牲になる確率。

Q : 誤フレーム数の期待値。

また、マークあるいはスペースの生起する確率は等しいものとする。

以上の同期方式の情報の構成例を図-3にしめす。

さて、*n*単位の同期パターンが送られたとき、*x*単位だけ間違える確率は

$$P_{2s} = \sum_{i=2}^N (1-F)^{i-2} \cdot F \cdot P_{1s}^{(2)} + (1-F)^{N-1} \cdot S_1 \cdot P_{1s} = (N-1)(1-F)^{N-1} \cdot F \cdot (1-S_1) + (1-F)^{2N-2} \cdot S_1 (1-S_1) \quad (7)$$

$$(3) \quad P_{1s}^{(3)} = \sum_{mi=i}^N (1-F)^{mi-i} \cdot F \cdot P_{mis}^{(2)} + (1-F)^{N-i+1} \cdot S_1 \cdot P_{1s} = (N-i+1)(1-F)^{N-i+1} \cdot F \cdot (1-S_1) + (1-F)^{2N-i} \cdot S_1 (1-S_1) \quad (8)$$

$$P_{3s} = \sum_{i=2}^N (1-F)^{i-2} \cdot F \cdot P_{1s}^{(3)} + (1-F)^{N-1} \cdot S_1 \cdot P_{2s} = \frac{1}{2} N(N-1)(1-F)^{N-1} \cdot F^2 (1-S_1) + 2(N-1)(1-F)^{2N-2} \cdot F \cdot S_1 (1-S_1) + (1-F)^{3N-3} \cdot S_1^2 (1-S_1) \quad (9)$$

$$(4) \quad P_{1s}^{(4)} = \sum_{mi=i}^N (1-F)^{mi-i} \cdot F \cdot P_{mis}^{(3)} + (1-F)^{N-i+1} \cdot S_1 \cdot P_{2s} = \frac{1}{2} [(N+1)(N+2) + i^2 - (2N+3)i] (1-F)^{N-i+1} \cdot F^2 (1-S_1) + (2N-i)(1-F)^{2N-i} \cdot F \cdot S_1 (1-S_1) + (1-F)^{3N-i-1} \cdot S_1^2 (1-S_1) \quad (10)$$

$$P_{4s} = \sum_{i=2}^N (1-F)^{i-2} \cdot F \cdot P_{1s}^{(4)} + (1-F)^{N-1} \cdot S_1 \cdot P_{3s} = \frac{1}{6} N(N-1)(N+1)(1-F)^{N-1} \cdot F^3 \cdot (1-S_1) + (2N-1)(N-1)(1-F)^{2N-2} \cdot F^2 \cdot S_1 (1-S_1) + 3(N-1)(1-F)^{3N-3} \cdot F \cdot S_1^2 (1-S_1) + (1-F)^{4N-4} \cdot S_1^3 (1-S_1) \quad (11)$$

$$(5) \quad P_{1s}^{(5)} = \sum_{mi=i}^N (1-F)^{mi-i} \cdot F \cdot P_{mis}^{(4)} + (1-F)^{N-i+1} \cdot S_1 \cdot P_{3s} = \frac{1}{6} [(N+1)(N+2)(N+2) - (3N^2 + 12N + 11)i + (3)(N+2)i^2 - i^3] \cdot (1-F)^{N-i+1} \cdot F^3 (1-S_1) + \frac{1}{2} [3N(N+1) + N(N-1) + i^2 - (4N+1)i] \times (1-F)^{2N-i} \cdot F^2 S_1 (1-S_1) + (3N-i-1)(1-F)^{3N-i-1} \cdot S_1 (1-S_1) + (1-F)^{4N-i-2} \cdot S_1^3 (1-S_1) \quad (12)$$

$$P_{5s} = \sum_{i=2}^N (1-F)^{i-2} \cdot F \cdot P_{1s}^{(5)} + (1-F)^{N-1} \cdot S_1 \cdot P_{4s} = \frac{1}{24} N(N-1)(N+1)(N+2)(1-F)^{N-1} \cdot F^4 \cdot (1-S_1) + \frac{2}{3} N(N-1)(2N-1) \cdot (1-F)^{2N-2} \cdot F^3 \cdot S_1 (1-S_1) + \frac{3}{2} (N-1)(3N-2)(1-F)^{3N-3} \cdot F^2 \cdot S_1 (1-S_1) + 4(N-1)(1-F)^{4N-4} \cdot F \cdot S_1^3 (1-S_1) + (1-F)^{5N-5} \cdot S_1^4 (1-S_1) \quad (13)$$

$$(6) \quad P_{1s}^{(6)} = \dots$$

よって、 P_{xs} の第 t 項を P_{xt} とすれば

$$\begin{aligned} P_{11} &= (1-F)^{N-1} \cdot (1-S_1), & P_{12} &= 0, & P_{13} &= 0, & P_{14} &= 0, & \dots \\ P_{21} &= (N-1)F \cdot P_{11}, & P_{22} &= (1-F)^{2N-2} \cdot S_1 (1-S_1), & P_{23} &= 0, & P_{24} &= 0, & \dots \\ P_{31} &= \frac{1}{2} N \cdot F \cdot P_{21}, & P_{32} &= 2(N-1)F \cdot P_{22}, & P_{33} &= (1-F)^{3N-3} \cdot S_1^2 \cdot (1-S_1), & P_{34} &= 0, & \dots \\ P_{41} &= \frac{1}{3} (N+1) \cdot F \cdot P_{31}, & P_{42} &= \frac{1}{2} (2N-1) \cdot F \cdot P_{32}, & P_{43} &= 3(N-1) \cdot F \cdot P_{33}, \\ & & P_{44} &= (1-F)^{4N-4} \cdot S_1^3 (1-S_1), & P_{45} &= 0, & \dots \\ P_{51} &= \frac{1}{4} (N+2) \cdot F \cdot P_{41}, & P_{52} &= \frac{2}{3} N \cdot F \cdot P_{42}, & P_{53} &= \frac{1}{2} (3N-2) \cdot F \cdot P_{43}, \\ & & P_{54} &= 4(N-1) \cdot F \cdot P_{44}, & P_{55} &= (1-F)^{5N-5} \cdot S_1^4 (1-S_1), & P_{56} &= 0, & \dots \end{aligned}$$

⋮

⋮

⋮

⋮

⋮

⋮

$$P_{x1} = \frac{1}{X-1} (N+X-3) \cdot F \cdot P_{x-1,1}, \quad P_{x,2} = \frac{1}{X-2} (2N+X-5) \cdot F \cdot P_{x-1,2}, \quad P_{x,3} = \frac{1}{X-3} (3N+X-7) \cdot F \cdot P_{x-1,3}$$

$$P_{x,4} = \frac{1}{X-4} (4N+X-9) \cdot F \cdot P_{x-1,4}, \quad P_{x,5} = \frac{1}{X-5} (5N+X-1) \cdot F \cdot P_{x-1,5}$$

したがって、 P_{xs} はつぎのようにMatriz表示できる。

$$\begin{pmatrix} P_{1s} \\ P_{2s} \\ \vdots \\ P_{xs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1t}, \dots, P_{1x} \\ P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2t}, \dots, P_{2x} \\ \dots \\ P_{x1}, P_{x2}, \dots, P_{xt}, \dots, P_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

ここに

$$\begin{aligned}
 P_{xt} &= \frac{1}{X-t} [tN+X-(2t+1)] \cdot F \cdot P_{x-1,t} \\
 &= (1-F)^{x(N-1)} \cdot S_1^{x-1} \cdot (1-S_1) \quad (x>t \text{ のとき}) \\
 &= 0 \quad (x=t \text{ のとき}) \\
 &= 0 \quad (x<t \text{ のとき})
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

(14), (15)式において

$$\begin{aligned}
 L &= 24, \quad I = 6, 8, 10, \quad m = 1, 2, 3 \\
 k &= 0, 1, 2, \quad h = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 0
 \end{aligned}$$

について、各場合の P_{xs} を計算すると、図-4~図-6が得られる。また、誤フレーム数の期待値 Q は図-7~図-9に示す。図-10~図-12は本文で提案したPCM同期方式の優劣を決定する $R=Q \times I$ を図示したものである。

4. 計算結果についての検討

図-4~図-12を参照して、 h が小さいときは、明らかに1, m を大に、また k を小さくすればするほど Q は小さくなり、しかも1が小さいほど、 m, k によって、 Q は大きく変化することがわかる。このことは、1, m を大きく、 k を小さくすれば情報チャンネルの中に同期パターンと同じパターンが生ずる確率は小さくなり、その効果は1が小さいほど大きいことからた

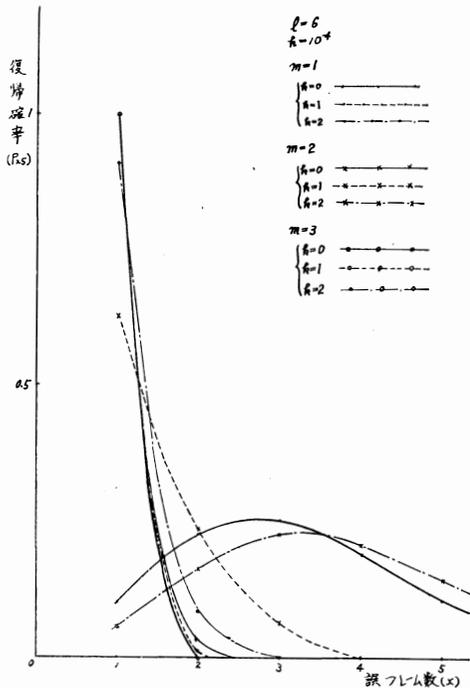


図-4 誤フレーム数Xで同期のとれる確率

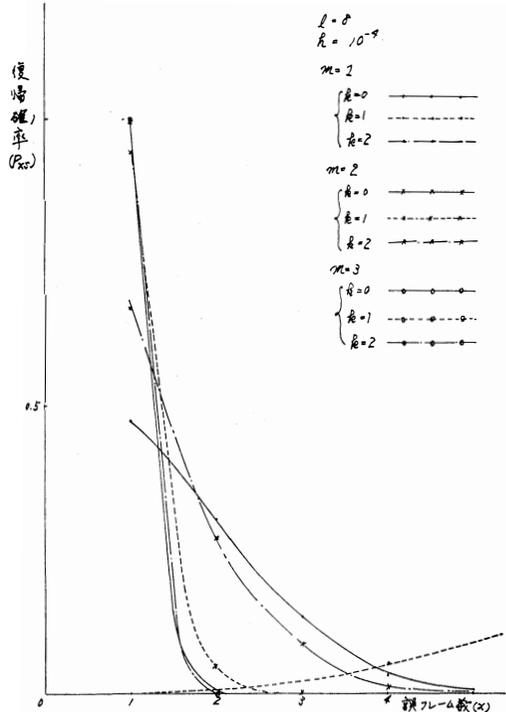


図-5 誤フレーム数Xで同期のとれる確率

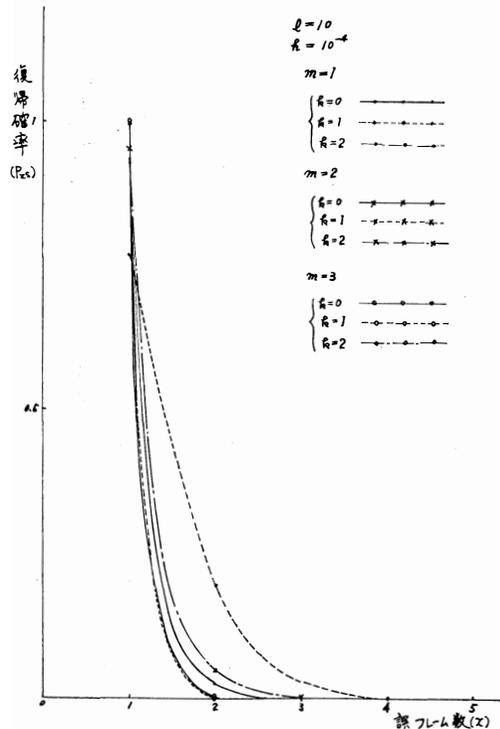


図-6 誤フレーム数Xで同期のとれる確率

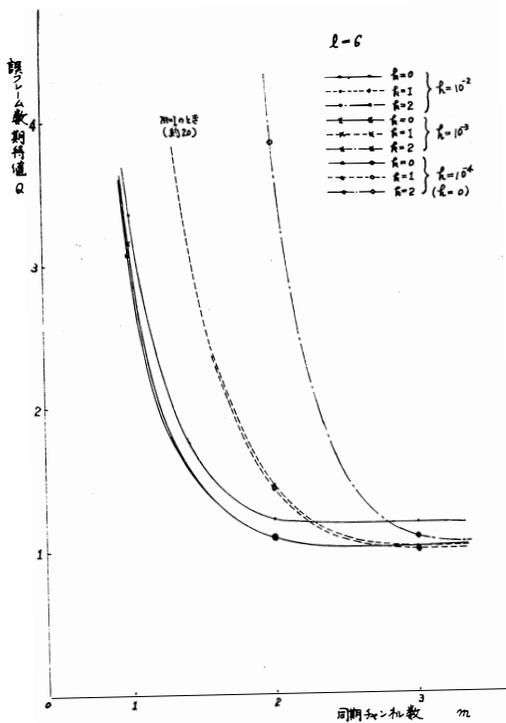


図-7 同期がとれるまでに要するフレーム数の期待値

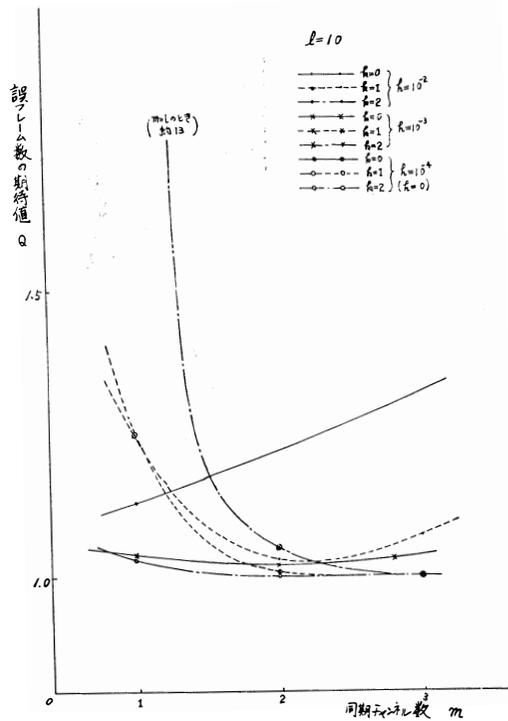


図-9 同期がとれるまでに要するフレーム数の期待値

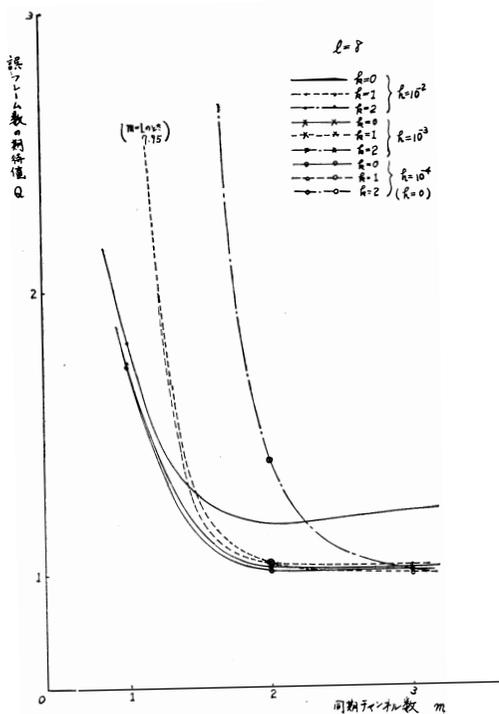


図-8 同期がとれるまでに要するフレーム数の期待値

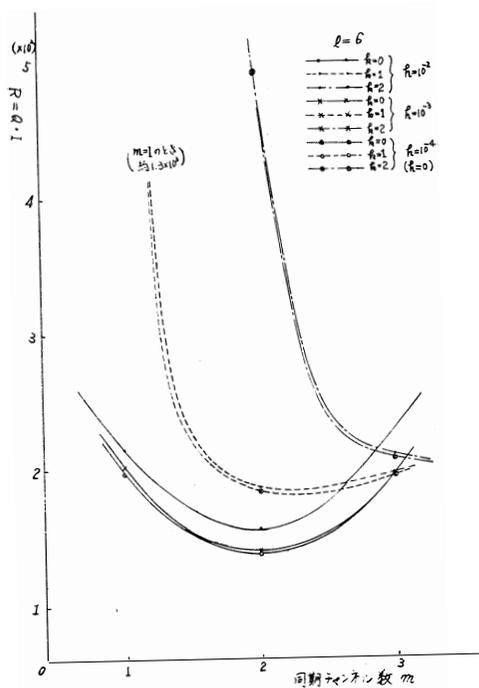


図-10 本同期方式の最適チャンネル、ビット数

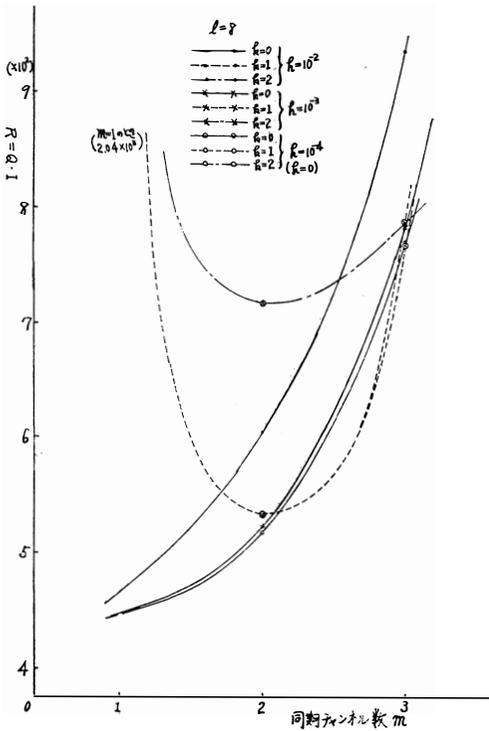


図-11 本同期方式の最適チャンネル・ビット数

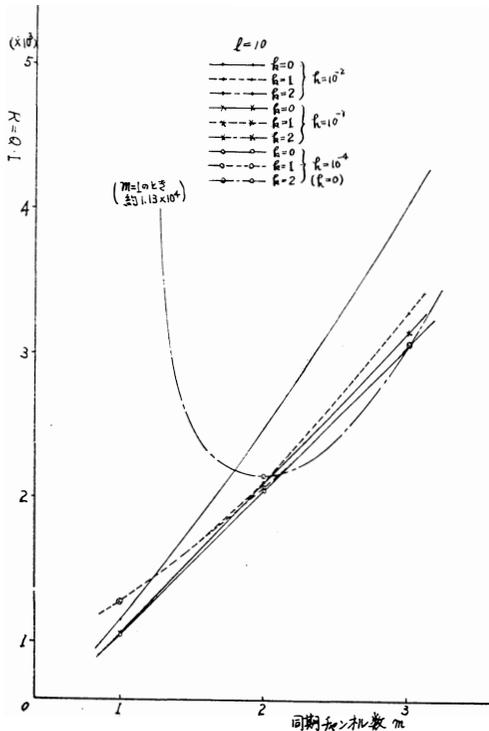


図-12 同期チャンネル数

だちに理解される。一方、同期パターンの誤まり率SIは大きくなるが、hが小さいので、その程度は小さくあまり効かない。しかし、hが大きいと、kの減少に伴うSIの増大が大きく効いてくる。その効果は1, mが大なるほど顕著である。

h=10⁻⁴程度では、ほとんどh=0すなわち、S_i=0とみなしてもさしつかえはないが、h=10⁻², k=0の場合を図でみると、1が6のときはまだmの増加に伴って、Qが減少している。1が8になると、m=2で最小になり、mがそれ以上大きくなると、Qは増大する。更に1が10になると、Qはほとんどmに比例して増加する。すなわち、hが大きいと、必ずしも同期パターンを長くしても良い結果が得られない。

hが非常に小さいときには、同期パターンを長くすればQは小さくなるのであるが、そのためには情報チャンネルの減少という好ましくない犠牲をはらわねばならない。これまでのこの種の研究では、全ビット数に対する同期パターンのビット数の割合を変えるか、またはその割合を一定にしておいて、1を大きくするかして、いかにすみやかに同期が復帰するかのみ考察しているが、理想的な同期方式は同期の復帰がすみやかで、しかも同期パターンのため伝送できなくなる正規の情報の量I（ただし、I = m × 2¹とした）が最小のものである。すなわち、このIとそのときの誤フレーム数の期待値Qの積Rが最小になる場合を理想の同期パターンの構成と考えてRを図示した。

5. 結 言

ここで得られた結論をまとめると、

- (1) Pxsの一般式の誘導ができた。
- (2) hが小さいときは、1, mを大にkを小にすればQは小さくなり、1が小さいほどm, kによるQの変化が大きい。
- (3) hが大きいときはkの減少に伴うSIの増大が大きく効いてくる。その効果は1, mが大なるほど顕著である。したがって、この場合には1, mを大にkを小にすると、かえってQが大きくなる。
- (4) hが非常に小さいときは1, mを大にすればQは小さくなるが、同時に同期パターンのために伝送できなくなる正規の情報量Iが大きくなる。IとQの積Rをもとめ、Rが最小になる点に相当する同期パターン構成が最良のものであろう。
- (5) 本同期方式の特徴は同期パターンの周期性を利用しているので、同期がとれている状態から誤同期になる確率は非常に小さく、また誤フレーム数の期待値も比較的小さい。

終りに、本研究をすすめるにあたり終始御指導を賜

った本学四谷平治教授に深く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 八木寛：“PCM同期方式の一提案”，昭和41年度電気通信学会全国大会
- 2) 南 敏：“2進符号伝送におけるグループ同期について”，通・実・報告，第9巻，第4号(1960)
- 3) 猪瀬博他：“デジタル情報伝送における同期の一方式”電・通・誌，昭和40年8月，第48巻，第8号
- 4) C.G.Davis：“An experimental pulse code modulation system for short haul trunks”，B.S.T.J,41,1 (1962)
- 5) J,Dutka, A,A,Meyerhoff：Synchronization of Pulse Train, RCA.Rev. 12,3,Sept. (1961)
- 6) 中込雪男：“調歩式印刷電信の調歩崩れによる誤字”電・通・誌，昭和30年4月，第38巻，第4号。
- 7) 仲丸由正：“時分割多重符号伝送における同期方式”電・通・誌，昭和35年12月，第43巻，第12号

(昭41.10.31受付)