

リンク機構の問題についての一考察

長 元 亀 久 男

One Consideration On the Problem of Link Mechanisms

Kikuo NAGAMOTO

A one consideration on the constitution of link mechanisms which pass through the five points is described in this paper.

4 節リンク機構において与えられた 3 点, 4 点, 5 点を通るような機構について考えてみることにする。

これらの機構の構成については 3 点を通る機構をもとにして 4 点 5 点を通る機構を考察するにここに一貫した一つの規則が存在する。ここではこれらの規則について述べることにする。

1. 与えられた 3 点を通る機構を 4 節リンク機構にて実現することを考えてみよう。図-1 にて与えられた 3 点を A_1, A_2, A_3 とし, A_1, A_2, A_3 を結び, これらの線分の垂直二等分線をひき, この 2 線分の交点を O_1 とする。 O_1 点から最短節の長さ O_1O_2 を図のようにとる。 O_2 を中心にして A_1, A_2, A_3 点を通る円に交わらないような円, すなわち図のように O_2, B_1 を半径とする円を画く。与えられた A_1, A_2, A_3 点からコネクティングロッドの長さ A_1, B_1 に等しく今画いた円周上に $A_1, B_1 = A_2, B_2 = A_3, B_3$ なる B_1, B_2, B_3 をとる。 しかれば図-1 に示すように O_1, O_2, A_1, B_1 なる機構は A_1, A_2, A_3 点を通る 4 節リンク機構である。

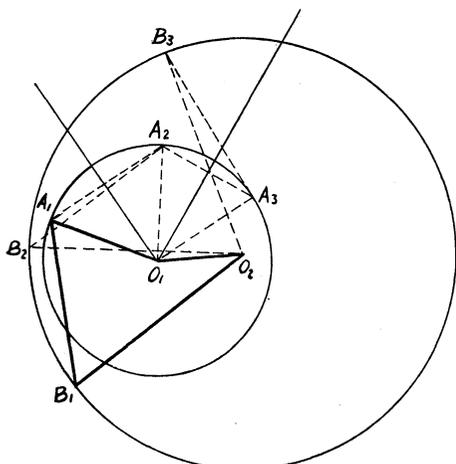


図-1

2. 4 節リンク機構 $ABCD$ にてクランク BC における B 点が BC に等しくない他の点 E を通る機構について考えてみよう。

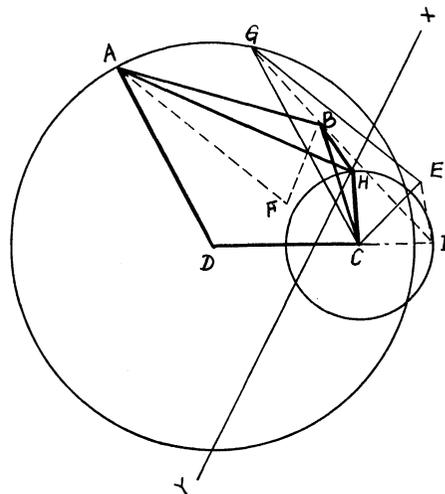


図-2

図-2 にて示す 4 節リンク $ABCD$ において, D を中心に AD を半径として円を画く。 EC を結ぶ。 E からコネクティングロッド AB の長さに等しく今画いた円周上に G をとる。 GC を結ぶ。 GE を AB に重ねて $\triangle GCE$ に合同なる $\triangle ABF$ を作図する。 FC を結ぶ線分の垂直二等分線 XY をひく。この XY 上に任意の点 H をとる。 しかれば AB 節の代りに $\triangle ABH$ 節をとり, ピンにてクランク HC に連続して得られる 4 節リンク機構 $ABHCD$ は AB が B 点, E 点を通る 4 節リンク機構である。

3. 4 節リンク機構 $ABCD$ にてクランク BC における B 点が BC に等しくない他の点 E および F を通る機構について考えてみよう。

図-3 にて示す 4 節リンク機構 $ABCD$ において D

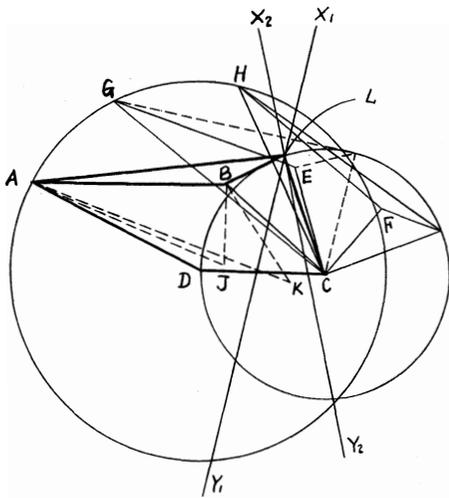


図-3

を中心はADを半径として円を画く。EC, FCを結ぶ。EからコネクティングロッドABの長さに等しく、またFからABの長さに等しく今画いた円周上にG, Hをとる。GCを結ぶ。HCを結ぶ。△GECに合同にGEをAB上に重ねて作図する三角形を△ABKとする。また△HCFに合同にHFをAB上に重ねて作図する三角形を△ABJとする。点J, K, Cを通る円の中心をLとする。しからばAB節の代りに△ABL節をとり、ピンにてクランクLCに連結すれば、4節リンクABLCDはABがB点, E点, F点を通る4節リンク機構である。

4. 通過すべき4点を $A_1 A_2 A_3 A_4$ とし、これと連続するコネクティングロッドの他の点 $B_1 B_2 B_3$

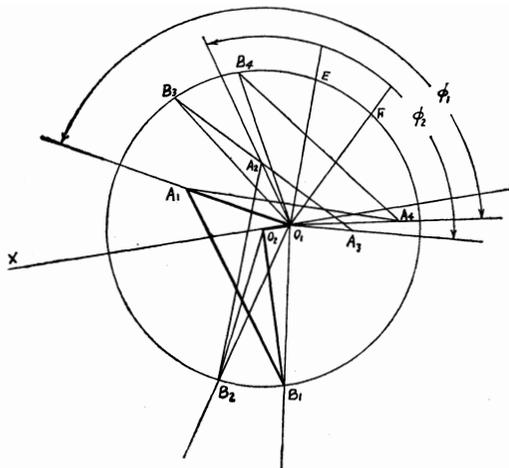


図-4

B_4 を同一円周上にあるようにすることについて考えてみよう。

$B_1 B_2 B_3 B_4$ を同一円周上にあるようにしたいために、この4点が2つずつ対称の位置となるように考えることにする。そのために図-4を参照し、 A_1 と A_4 A_2 と A_3 を結び、これらの線分の垂直2等分線の交わりを O_1 とする。 $O_1 A_1, O_1 A_2, O_1 A_3, O_1 A_4$ を結ぶ。 $O_1 A_1$ と $O_1 A_4$ のなす角 $\angle A_1 O_1 A_4 = \phi_1$, $O_1 A_2$ と $O_1 A_3$ のなす角 $\angle A_2 O_1 A_3 = \phi_2$ とする。いま O_1 を通る任意の直線 $O_1 X$ をひく。 $O_1 X$ となす角が $\angle XO_1 B_2 = \phi_2/2$, $\angle XO_1 B_1 = \phi_1/2$ に等しく、 $O_1 B_1, O_1 B_2$ をひく。最初の位置 A_1 から $O_1 B_1$ 上にコネクティングロッド $A_1 B_1$ の長さに等しく、 $O_1 B_1$ 上に B_1 をとる。同じく A_2 から $A_1 B_1$ に等しく $O_1 B_2$ 上に B_2 をとる。 $B_1 B_2$ を結び、これの垂直2等分線をひき、これが $O_1 X$ との交わりを O_2 とする。次に $O_2 B_1$ を半径として円を画く。 O_1 を中心として $O_1 B_2$ を半径として円弧を画き、 O_2 円との交わりを B_3 、同じく O_1 を中心として $O_1 B_1$ を半径として円弧を画き O_2 円との交わりを B_4 とする。しからば $\triangle O_1 A_2 B_2$ と $\triangle O_1 A_3 B_4$ において、

$$\angle XO_1 B_2 + \angle XO_1 B_3 + \angle B_3 O_1 A_2 = \angle B_2 O_1 A_2$$

$$\angle A_3 O_1 A_2 + \angle A_2 O_1 B_3 = \angle A_3 O_1 B_3$$

$$\angle XO_1 B_2 + \angle XO_1 B_3 = \phi_2 = \angle A_3 O_1 A_2$$

$$\therefore \angle B_2 O_1 A_2 = \angle A_3 O_1 B_3$$

$$O_1 A_2 = O_1 A_3$$

$$O_1 B_2 = O_1 B_3$$

$$\triangle O_1 A_2 B_2 = \triangle O_1 A_3 B_3$$

$$\therefore A_2 B_2 = A_3 B_3$$

$$\triangle O_1 A_1 B_1 \text{ と } \triangle O_1 A_4 B_4 \text{ において、}$$

$$\angle B_1 O_1 X + \angle B_4 O_1 X - \angle B_4 O_1 A_1 = \angle A_1 O_1 B_1$$

$$\angle A_4 O_1 A_1 - \angle B_4 O_1 A_1 = \angle A_4 O_1 B_4$$

$$\angle B_1 O_1 X + \angle B_4 O_1 X = \phi_1 = \angle A_4 O_1 A_1$$

$$\therefore \angle A_1 O_1 B_1 = \angle A_4 O_1 B_4$$

$$O_1 B_1 = O_1 B_4$$

$$O_1 A_1 = O_1 A_4$$

$$\therefore \triangle O_1 A_1 B_1 = \triangle O_1 A_4 B_4$$

$$\therefore A_1 B_1 = A_4 B_4$$

$$A_1 B_1 = A_2 B_2 \text{ (作図)}$$

$$\therefore A_1 B_1 = A_2 B_2 = A_3 B_3 = A_4 B_4$$

これを逆にいえば与えられた4点を $A_1 A_2 A_3 A_4$ とし、 A_1 と A_4 , A_2 と A_3 とを結び、これらの垂直2等分線の交点を O_1 とし、 O_1 を通る任意の直線 $O_1 X$ をひき、この直線と $\angle XO_1 B_2 = \phi_2/2$, $\angle XO_1 B_1 = \phi_1/2$ の角をなす直線 $O_1 B_2, O_1 B_1$ をひく。 A_1 点からコ

ンネクティングロッドの長さ $A_1 B_1$ を $O_1 B_1$ 上にとり B_1 とする。同じように $A_1 B_1$ を $O_1 B_2$ 上にとり B_2 とする。 $B_1 B_2$ を結び、 $B_1 B_2$ の垂直2等分線をひき、 $O_1 X$ との交点を O_2 とする。 O_2 を中心として $O_2 B_1$ を半径として円を画く。そして $A_3 A_4$ 点よりコネクティングロッドの長さ $A_1 B_1$ に等しい長さをこの円周上にとって、これを $B_3 B_4$ とすれば B_2 と B_3 、 B_1 と B_4 が O_1 に対して対称の位置にあるということになる。

5. 与えられた4点 $A_1 A_2 A_3 A_4$ を通る4節リンク機構を考えてみよう。

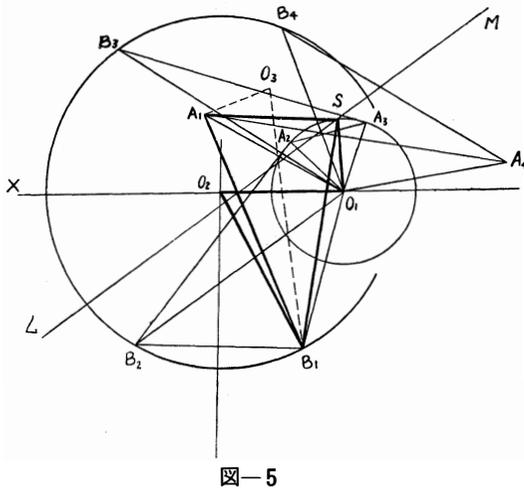


図-5

図-5にて通過すべき4点 $A_1 A_2 A_3 A_4$ のうち、 A_1 と A_4 、 A_2 と A_3 を結び、 $A_1 A_4$ と $A_2 A_3$ の垂直2等分線の交わりを O_1 とする。このときできる $\angle A_1 O_1 A_4 = \phi_1$ 、 $\angle A_2 O_1 A_3 = \phi_2$ とする。 O_1 より任意の直線 $O_1 X$ をひく。この直線と $\angle XO_1 B_1 = \phi_1/2$ 、 $\angle XO_1 B_2 = \phi_2/2$ の角をなす $O_1 B_1$ 、 $O_1 B_2$ をひく。 A_1 よりコネクティングロッドの長さ $A_1 B_1$ を $O_1 B_1$ 上にとり B_1 とする。 A_2 より $A_2 B_2$ の長さを $O_1 B_2$ 上にとり B_2 とする。 B_1 と B_2 を結び、これの垂直2等分線をひき、 $O_1 X$ との交点を O_2 とする。 O_2 を中心として $B_1 B_2$ を通る円を画く。この O_2 円上に A_3 から $A_1 B_1$ に等しく B_3 、 A_4 から $A_1 B_1$ に等しく B_4 をとる。第2の位置 $A_2 B_2$ にてできる $\triangle A_2 B_2 O_3$ に合同である三角形を第1の位置 $A_1 B_1$ において $\triangle A_1 B_1 O_3$ として作図する。 $O_1 O_3$ を結び、この垂直2等分線 LM をひく。この LM 線上に任意の点 S をとる。 S を定点として $A_1 B_1 O_1$ を結ぶ。 $O_2 B_1$ を結ぶ。しからば $O_1 O_2$ を固定節として $O_2 B_1 A_1 B_1 S$ 、 $O_1 S$ をリンクとする4節リンク機構は $A_1 A_2 A_3 A_4$ を通

る4節リンク機構となるのである。

6. 与えられた5点 $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$ を通る4節リンク機構を考えてみよう。

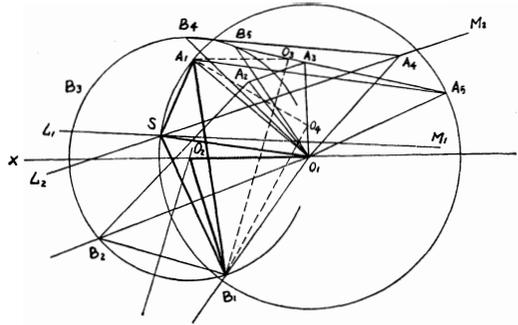


図-6

図-6にて通過すべき5点を $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$ とする。このうち A_1 と A_5 、 A_2 と A_3 を結び、これらの線分の垂直2等分線との交わりを O_1 とする。 $\angle A_1 O_1 A_5 = \phi_1$ 、 $\angle A_2 O_1 A_3 = \phi_2$ とする。 O_1 より任意の直線 $O_1 X$ をひく。この直線と $\angle XO_1 B_1 = \phi_1/2$ 、 $\angle XO_1 B_2 = \phi_2/2$ の角をなす $O_1 B_1$ 、 $O_1 B_2$ なる直線をひく。 A_1 よりコネクティングロッドの長さ $A_1 B_1$ に等しく $O_1 B_1$ 上にとり、これを B_1 とする。 A_2 より $A_1 B_1$ の長さを $O_1 B_2$ 上にとり、これを B_2 とする。 B_1 と B_2 を結び、これの垂直2等分線をひき、 $O_1 X$ との交わりを O_2 とする。 O_2 を中心にして $B_1 B_2$ を通る円を画く。この O_2 円上に A_3 から $A_1 B_1$ に等しく B_3 、 A_4 から $A_1 B_1$ に等しく B_4 、 A_5 から $A_1 B_1$ に等しく B_5 をとる。第2位置 $A_2 B_2$ にてできる $\triangle A_2 B_2 O_1$ に合同である三角形を第1の位置 $A_1 B_1$ において $\triangle A_1 B_1 O_3$ として作図する。第4の位置 $A_4 B_4$ にてできる $\triangle A_4 B_4 O_1$ に合同である三角形を第1の位置 $A_1 B_1$ において $\triangle A_1 B_1 O_4$ として作図する。 O_1 と O_4 、 O_1 と O_3 を結び、これらの線分の垂直2等分線 $L_1 M_1$ 、 $L_2 M_2$ との交わりを S とする。 S を定点として $A_1 B_1$ と O_1 とを結ぶ。 O_2 と B_1 とを結ぶ。しからば、 $O_1 O_2$ と固定節として $O_2 B_1$ 、 $A_1 B_1 S$ 、 $O_1 S$ をリンク機構とする4節リンク機構は、 $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$ を通る4節リンク機構となるものである。これはハイングリーブラの作図法である。

参考文献 ; 渡辺茂, 機構学講義, I, II, 共立全書
 益子, 小川, 機構学, 機械工学講座, 共立出版
 野口尚一, 機構学, 山海堂
 (昭和40.10.30受付)