

# ベル関数およびバイ関数の表

森 光 三  
松 田 秀 雄

## Tables of the ber Function and the bei Function

Mitsuzo MORI  
Hideo MATSUDA

The tables of ber function and bei function are made by the electronic digital computer in the Toyama University computing center. Range of X is from 0 to 30, and step is 0.01. But the tables, 0.1 step, are shown in this paper.

ベル関数 (ber X) およびバイ関数 (bei X) は次の級数で与えられる。

$$\text{ber } X = 1 - \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(2!)^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^8}{(4!)^2} - \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^{12}}{(6!)^2} + \dots \quad (1)$$

$$\text{bei } X = \left(\frac{1}{2}X\right)^2 - \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^6}{(3!)^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^{10}}{(5!)^2} - \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^{14}}{(7!)^2} + \dots \quad (2)$$

ベル関数およびバイ関数の表は、Xが0から10まで0.1きざみのものは、既存の数表にあるが、Xが10以上の表は作られていないようである。Xが0から30まで、0.01きざみ、有効数字9桁の表を富山大学計算センターの電子計算機を用いて作ったが、ここには紙面の都合上、Xが0から30まで0.1きざみ有効数字5桁の表を示す。

表-1は ber X, 表-2は bei Xである。表の中で次のような略記号を用いた。たとえば

$$2.4957_{10}1 = 2.4957 \times 10$$

$$-4.6118_{10}7 = -4.6118 \times 10^7$$

級数(1)および(2)で項数をどれだけとるかが問題であるが、Xが0から10までは第10項まで、Xが10から20までは第15項まで、20から30までは第21項までとって計算した。項数がこれで十分であることは筆算によって確かである。

筆算するには次のように級数をまとめた方が便利である。

$$\begin{aligned} \text{ber } X = & 1 + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(2!)^2} \left[ \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(3 \times 4)^2} - 1 \right] \\ & + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^{12}}{(6!)^2} \left[ \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(7 \times 8)^2} - 1 \right] \\ & + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^{20}}{(10!)^2} \left[ \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(11 \times 12)^2} - 1 \right] + \dots \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{bei } X = & \left(\frac{1}{2}X\right)^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^6}{(3!)^2} \left[ \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(4 \times 5)^2} - 1 \right] \\ & + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^{14}}{(6!)^2} \left[ \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(8 \times 9)^2} - 1 \right] \\ & + \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^{22}}{(10!)^2} \left[ \frac{\left(\frac{1}{2}X\right)^4}{(12 \times 13)^2} - 1 \right] + \dots \quad (4) \end{aligned}$$

たとえばX=10に対する ber X の値を求めると、(3)式で

第1項	1.00000
第2項	521.91838
第3項	-377.09061
第4項	-6.98248
第5項	-0.00485
第6項	-0.00000035

和 138.84044

第6項は影響がないので、第5項までとればよい。(1)式でいえば第9項までとなる。第10項までとって電子計算機で計算した結果は138.840465となった。

ber X の極大値および極小値は表-3に示す。

ber X = 0 の根は

2.845, 7.239, 11.674, 16.110, 20.555, 24.996  
29.438

bei X の極大値および極小値は表-4に示す。

bei X = 0 の根は

0, 5.026, 9.455, 13.895, 18.337, 22.775,  
27.213

表-3

X	ber X の極大値	ber X の極小値
6.04	1	
10.51		-8.8640
14.97	153.78	
19.42		-2.9687×10 <sup>3</sup>
23.86	6.0161×10 <sup>4</sup>	
28.31		-1.2537×10 <sup>5</sup>

表-4

X	bei X の極大値	bei X の極小値
0		0
3.77	2.3461	
8.28		-36.165
12.74	670.16	
17.23		-1.3297×10 <sup>4</sup>
21.64	2.7389×10 <sup>5</sup>	
26.09		-5.7649×10 <sup>5</sup>

ber X および bei X のグラフは、符号が変わるたびに大きさが10倍~20倍増大するので、縦軸の目盛りを変えねばならない。図-1、図-2は ber X の曲線で、図-3、図-4は bei X の曲線である。

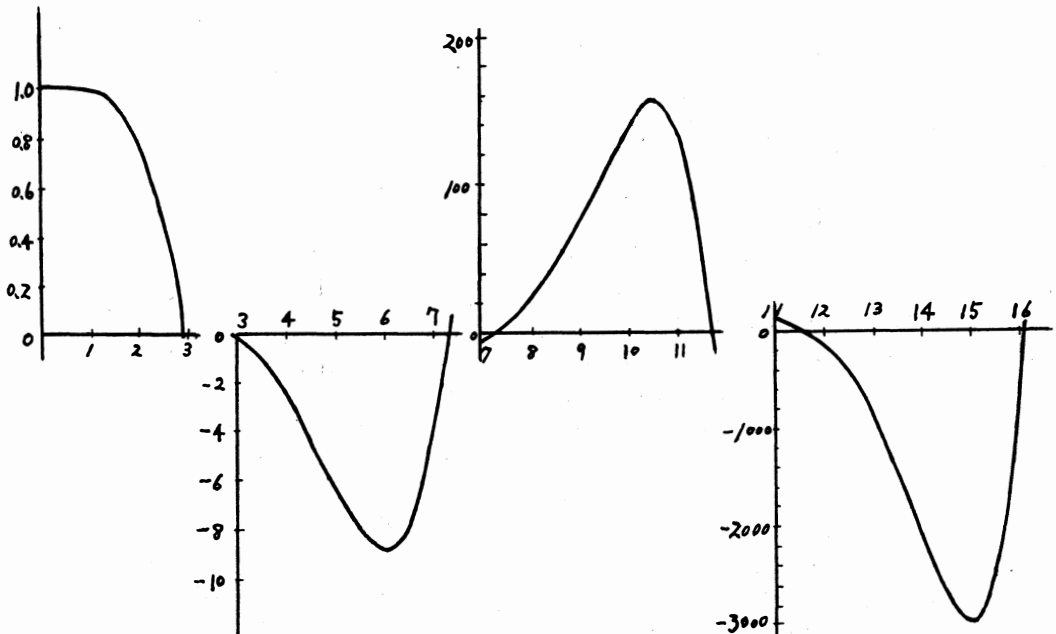
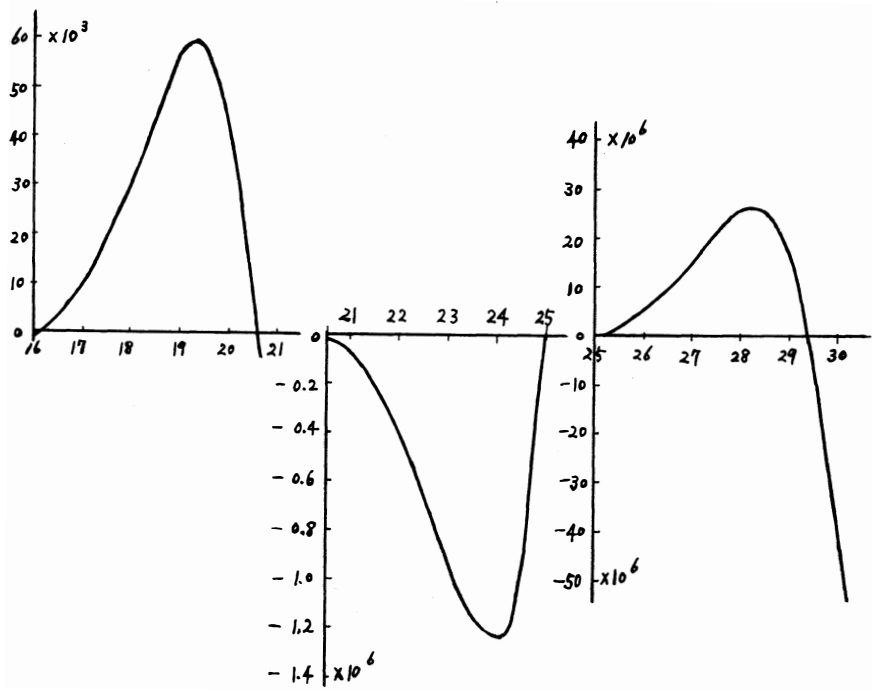
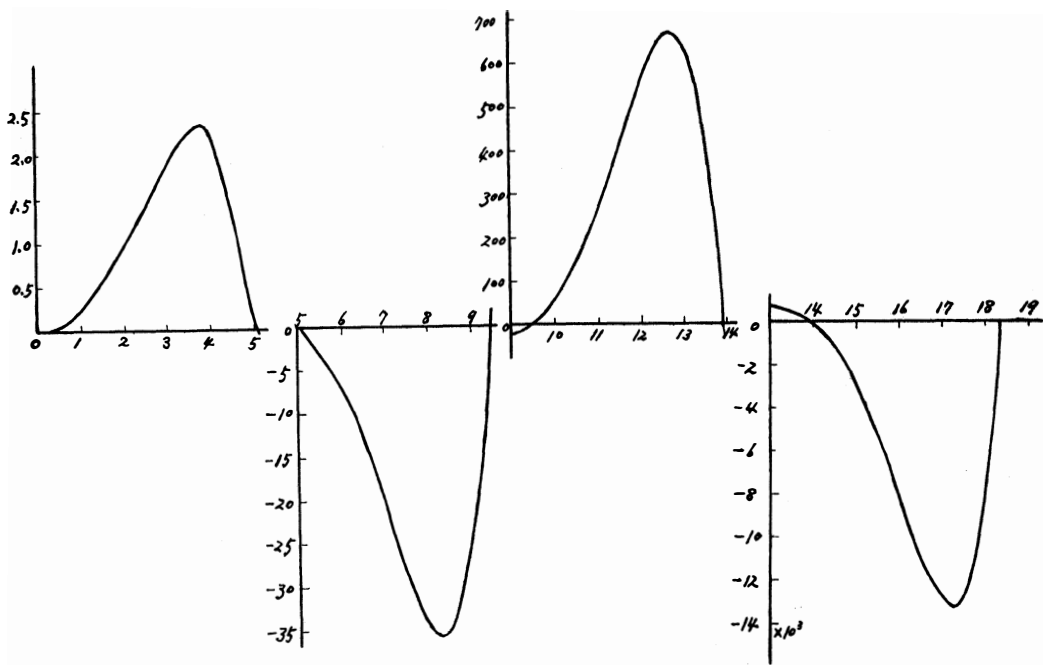


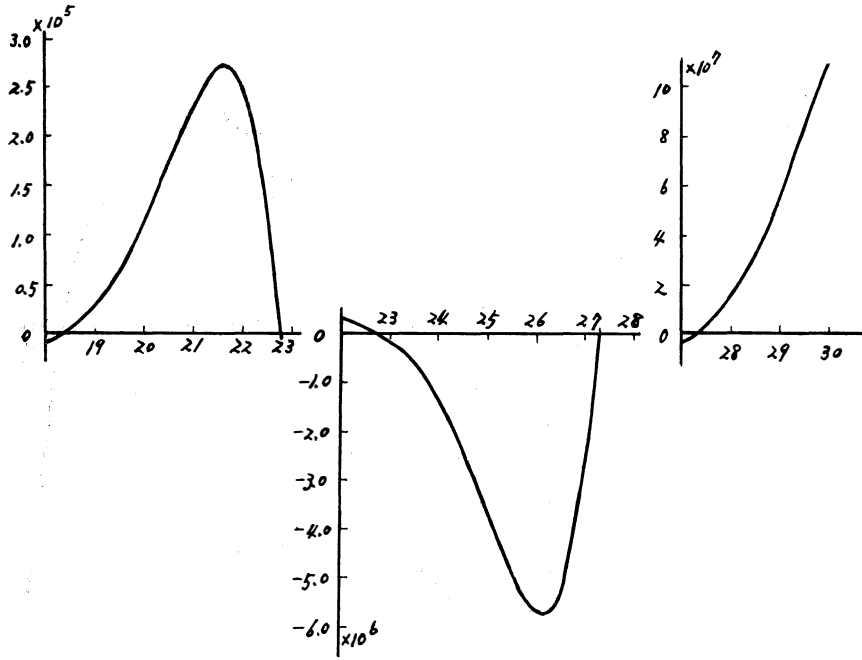
図-1 ber X



图—2 bei X



图—3 bei X



图—4 bei X

表 — 1 ber X

X	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9962	0.9936	0.9898
1	0.9844	0.9771	0.9676	0.9554	0.9401	0.9211	0.8979	0.8700	0.8367	0.7975
2	0.7517	0.6987	0.6377	0.5680	0.4890	0.4000	0.3001	0.1887	0.0651	-0.0714
3	-0.2214	-0.3855	-0.5644	-0.7584	-0.9680	-1.1936	-1.4353	-1.6933	-1.9674	-2.2576
4	-2.5634	-2.8843	-3.2195	-3.5679	-3.9283	-4.2991	-4.6784	-5.0639	-5.4531	-5.8429
5	-6.2301	-6.6107	-6.9803	-7.3344	-7.6674	-7.9736	-8.2466	-8.4794	-8.6644	-8.7937
6	-8.8583	-8.8491	-8.7561	-8.5688	-8.2762	-7.8669	-7.3287	-6.6492	-5.8155	-4.8146
7	-3.6329	-2.2571	-0.6737	1.1308	3.1695	5.4550	7.9994	1.0814,01	1.3909,01	1.7293,01
8	2.0974,01	2.4957,01	2.9245,01	3.3840,01	3.8738,01	4.3936,01	4.9423,01	5.5187,01	6.1210,01	6.7469,01
9	7.3936,01	8.0576,01	8.7350,01	9.4208,01	1.0110,02	1.0795,02	1.1470,02	1.2126,02	1.2754,02	1.3343,02
10	1.3884,02	1.4363,02	1.4767,02	1.5081,02	1.5290,02	1.5377,02	1.5323,02	1.5109,02	1.4714,02	1.4117,02
11	1.3295,02	1.2225,02	1.0881,02	0.9238,01	7.2707,01	4.9517,01	2.2543,01	-8.4832	-4.3828,01	-8.3753,01
12	-1.2851,02	-1.7834,02	-2.3348,02	-2.9411,02	-3.6042,02	-4.3256,02	-5.1062,02	-5.9469,02	-6.8475,02	-7.8078,02
13	-8.8265,02	-9.9017,02	-1.1031,03	-1.2210,03	-1.3434,03	-1.4698,03	-1.5995,03	-1.7315,03	-1.8650,03	-1.9987,03
14	-2.1313,03	-2.2613,03	-2.3871,03	-2.5068,03	-2.6182,03	-2.7191,03	-2.8068,03	-2.8786,03	-2.9316,03	-2.9623,03
15	-2.9673,03	-2.9428,03	-2.8848,03	-2.7890,03	-2.6510,03	-2.4661,03	-2.2293,03	-1.9355,03	-1.5796,03	-1.1561,03
16	-6.5950,02	-8.4364,01	5.7485,02	1.3236,03	2.1672,03	3.1109,03	4.1594,03	5.3172,03	6.5885,03	7.9767,03
17	9.4845,03	1.1114,04	1.2866,04	1.4740,04	1.6735,04	1.8849,04	2.1076,04	2.3410,04	2.5843,04	2.8365,04
18	3.0962,04	3.3619,04	3.6317,04	3.9034,04	4.1746,04	4.4423,04	4.7033,04	4.9539,04	5.1901,04	5.4072,04
19	5.6003,04	5.7640,04	5.8921,04	5.9782,04	6.0152,04	5.9957,04	5.9115,04	5.7540,04	5.5143,04	5.1826,04
20	4.7489,04	4.2029,04	3.5338,04	2.7303,04	1.7812,04	6.7493,03	-6.0013,03	-2.0555,04	-3.7026,04	-5.5524,04
21	-7.6156,05	-9.9020,04	-1.2421,05	-1.5180,05	-1.8186,05	-2.1445,05	-2.4959,05	-2.8729,05	-3.2755,05	-3.7032,05
22	-4.1552,05	-4.6305,05	-5.1275,05	-5.6443,05	-6.1784,05	-6.7269,05	-7.2861,05	-7.8518,05	-8.4192,05	-8.9825,05
23	-9.5355,05	-1.0071,06	-1.0580,06	-1.1054,06	-1.1484,06	-1.1857,06	-1.2162,06	-1.2385,06	-1.2513,06	-1.2530,06
24	-1.2418,06	-1.2162,06	-1.1741,06	-1.1136,06	-1.0327,06	-9.2914,05	-8.0066,05	-6.4494,05	-4.5959,05	-2.4216,05
25	9.7975,05,03	2.9876,05	6.2718,05	9.9746,05	1.4119,06	1.8727,06	2.3820,06	2.9415,06	3.5528,06	4.2172,06
26	4.9357,06	5.7088,06	6.5364,06	7.4179,06	8.3521,06	9.3372,06	1.0370,07	1.1448,07	1.2565,07	1.3716,07
27	1.4893,07	1.6090,07	1.7295,07	1.8498,07	1.9685,07	2.0843,07	2.1953,07	2.2999,07	2.3960,07	2.4812,07
28	2.5531,07	2.6090,07	2.6459,07	2.6606,07	2.6497,07	2.6096,07	2.5362,07	2.4256,07	2.2732,07	2.0745,07
29	1.8248,07	1.5190,07	1.1522,07	7.1903,06	2.1427,06	-3.6743,06	-1.0314,07	-1.7828,07	-2.6268,07	-3.5682,07
30	-4.6118,07									

表 一 2 bei X

X	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0.0000	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1224	0.1599	0.2023
1	0.2496	0.3017	0.3587	0.4204	0.4867	0.5576	0.6327	0.7120	0.7953	0.8821
2	0.9723	1.0654	1.1610	1.2585	1.3575	1.4572	1.5569	1.6577	1.7529	1.8472
3	1.9376	2.0228	2.1016	2.1723	2.2334	2.2832	2.3199	2.3413	2.3454	2.3300
4	2.2927	2.2309	2.1422	2.0236	1.8726	1.6860	1.4610	1.1946	0.8637	0.5251
5	0.1160	-0.3467	-0.8658	-1.4443	-2.0845	-2.7890	-3.5597	-4.3986	-5.3068	-6.2854
6	-7.3347	-8.4545	-9.6437	-1.0901,01	-1.2223,01	-1.3607,01	-1.5047,01	-1.6538,01	-1.8074,01	-1.9644,01
7	-2.1239,01	-2.2848,01	-2.4456,01	-2.6049,01	-2.7609,01	-2.9116,01	-3.0548,01	-3.1882,01	-3.3092,01	-3.4147,01
8	-3.5017,01	-3.5667,01	-3.6061,01	-3.6159,01	-3.5920,01	-3.5298,01	-3.4246,01	-3.2714,01	-3.0651,01	-2.8003,01
9	-2.4713,01	-2.0724,01	-1.5976,01	-1.0412,01	-3.9693,01	3.4106	1.1787,01	2.1218,01	3.1758,01	4.3459,01
10	5.6370,01	7.0534,01	8.5987,01	1.0276,02	1.2087,02	1.4032,02	1.6112,01	1.8325,02	2.0668,02	2.3135,02
11	2.5721,02	2.8414,02	3.1206,02	3.4080,02	3.7021,02	4.0008,02	4.3018,02	4.6025,02	4.8997,02	5.1900,02
12	5.4695,02	5.7338,02	5.9782,02	6.1972,02	6.3851,02	6.5356,02	6.6417,02	6.6961,02	6.6908,02	6.6172,02
13	6.4664,02	6.2287,02	5.8942,02	5.4522,02	4.8919,02	4.2018,02	3.3704,2	2.3857,02	1.2355,02	-9.2101
14	-1.6094,02	-3.3282,02	-5.2602,02	-7.4165,02	-9.8075,02	-1.2443,03	-1.5331,03	-1.8479,03	-2.1892,03	-2.5574,03
15	-2.9527,03	-3.3749,03	-3.8236,03	-4.2981,03	-4.7973,03	-5.3196,03	-5.8631,03	-6.4253,03	-7.0031,03	-7.5930,03
16	-8.1907,03	-8.7912,03	-9.3887,03	-9.9767,03	-1.0548,04	-1.1094,04	-1.1605,04	-1.2072,04	-1.2483,04	-1.2826,04
17	-1.3087,04	-1.3252,04	-1.3305,04	-1.3230,04	-1.3007,04	-1.2619,04	-1.2045,04	-1.1265,04	-1.0255,04	-8.9924,03
18	-7.4543,03	-5.6160,03	-3.4524,03	-9.3855,02	1.9509,03	5.2411,03	8.9564,03	1.3121,04	1.7757,04	2.2886,04
19	2.8527,04	3.4697,04	4.1409,04	4.8674,04	5.6497,04	6.4879,04	7.3816,04	8.3297,04	9.3303,04	1.0381,05
20	1.1478,05	1.2616,05	1.3791,05	1.4995,05	1.6220,05	1.7457,05	1.8695,05	1.9920,05	2.1119,05	2.2275,05
21	2.3370,05	2.4383,05	2.5293,05	2.6074,05	2.6700,05	2.7142,05	2.7367,05	2.7342,05	2.7030,05	2.6392,05
22	2.5388,05	2.3974,05	2.2103,05	1.9730,05	1.6803,05	1.3273,05	9.0877,04	4.1935,04	-1.4627,04	-7.9342,04
23	-1.5274,05	-2.3533,05	-3.2761,05	-4.3005,05	-5.4307,05	-6.6707,05	-8.0237,05	-9.4923,05	-1.1078,06	-1.2782,06
24	-1.4604,06	-1.6542,06	-1.8593,06	-2.0753,06	-2.3015,06	-2.5371,06	-2.7809,06	-3.0317,06	-3.2879,06	-3.5477,06
25	-3.8088,06	-4.0687,06	-4.3246,06	-4.5732,06	-4.8107,06	-5.0333,06	-5.2362,06	-5.4145,06	-5.5627,06	-5.6749,06
26	-5.7444,06	-5.7644,06	-5.7273,06	-5.6251,06	-5.4491,06	-5.1904,06	-4.8395,06	-4.3863,06	-3.8205,06	-3.1313,06
27	-2.3078,06	-1.3387,06	-2.1251,05	1.0822,06	2.5688,06	4.2224,06	6.0901,06	8.1701,06	1.0472,07	1.3005,07
28	1.5776,07	1.8792,07	2.2058,07	2.5576,07	2.9347,07	3.3369,07	3.7637,07	4.2144,07	4.6876,07	5.1818,07
29	5.6950,07	6.2246,07	6.7675,07	7.3200,07	7.8778,07	8.4357,07	8.9879,07	9.5284,07	1.0048,08	1.0541,08
30	1.0996,08									

(昭和40.10.30受付)