機械運動の問題についての一考察

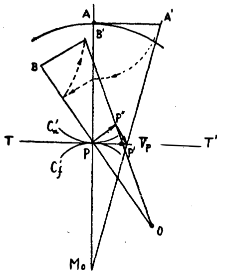
長　元　亀　久　男

One Consideration on A Problem of Kinematics of Machinery

Kikuo NAGAMOTO

One graphical Consideration for an application of Euler-Savary's equation in Kinematics is described in this paper.

いま，ある平面運動について考えてみるに図～1を参照し，その運動軌跡曲線を aa とし，これに対する固定セントロード，移動セントロードを Cf, Cm, とする。さて瞬間中心Pの前後における微小相対的運動を考えてみると，CfCm の相対的転りの代りに CfCm の曲率円弧 C'fC'm の相対的転りを考えても差支えない。図～1にて運動軌跡曲線の曲率中心を M_0 とする。そして，$R_0=M_0P$, $R=AP$ として瞬間移動を考えてみるに，Aは M_0 を中心にして R_0+R を半径とする円弧上を速度 Va(=AA′) にて移動するとせば，瞬間中心Pは M_0 からの距離に比例する速度 V_P (=PP′) にて曲率円率円弧の接線 TT′ の方向に移動する筈である。



図～1

いまこの運動系に属する他の点Bの運動を考えてみるに，速度 Vb(=BB′) は瞬間中心Pについて点線のように作図して求め得られる。B点の運動軌跡曲率中心を求めるには，Vp を BP に垂直な方向 Vpt(=PP″) と BP 方向 Vpn(=P′P″) に分ける。そしてBPを結んだ直線と B′P″ を結んだ直線との交点を求めればよろしい。すなわち図にて0として求め得られる。この場合，$BP=\rho$, $OP=\rho_0$, $\angle BPT=\alpha$, とすればこれらの関係をあらわすオイレルザワリの式はつぎのように記される。[(1)(2)]

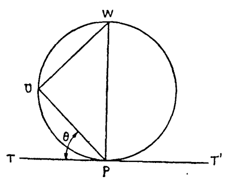
$$\left(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{\rho}\right)\sin\alpha=\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R} \quad \cdots\cdots(1)$$

上式にて運動軌跡曲線の中心 ρ_0(=OP) が無限大の距離にあるとすれば(1)式の関係はつぎのように記される。

$$\frac{1}{\rho}\sin\alpha=\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R} \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\rho=\frac{RR_0}{R+R_0}\sin\alpha \quad \cdots\cdots(3)$$

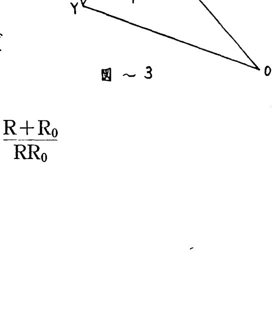
さて図～2において瞬間中心Pにて T～T′ を接線として $PW=RR_0/R+R_0$, を直径とする円を画けばこの円周上の点は(3)式の関係を満足していることがわかる。例えば円周上任意の点Uとすれば $UP=(RR_0/R+R_0)\sin\theta$ となり，UP は ρ をあらわすことになる。そして U 点における移動軌跡は，この点において無限大の曲率半径を有することを意味している。このためこの円は反曲円とよばれているのである。



図～2

つぎに図～3にてこの運動系に属する反曲円外の任意の点Kについて考えてみることにする。

まず KP を結び反曲円との交りを W_K とする。$KP=\rho$, $PO=\rho_0$, $\angle KPT=\alpha$, とすれば(1)式により



図～3

$$\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho_0}\right)\sin\alpha=\frac{R+R_0}{RR_0}$$

また $PW=\dfrac{RR_0}{R+R_0}$

$$PW_K=PW\sin\alpha$$

$$\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho_0}=\frac{1}{PW_K}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(4)式を整理すれば

$$\frac{\rho_0}{\rho}=\frac{PW_K}{KW_K}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

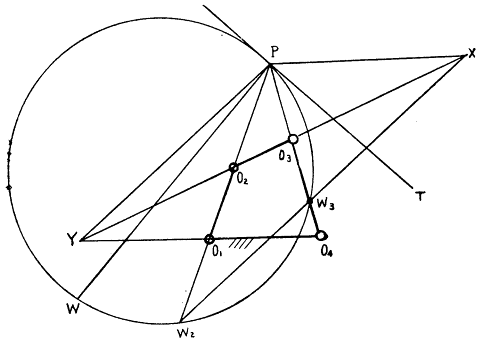
Kは運動軌跡上の点であるから $KP=\rho$ である。このことから(5)式の関係を利用して ρ_0 を作図によって求めることができる。すなわち図～3にてKを通る任意の直線KYを引き，W_K から任意の直線 W_KX を引きKY直線との交りをXとする。XPを結びPから W_KX に平行線を引き，直線KYとの交りをYとする。YからXPに平行線を引きKP直線の延長との交りをOとする。そうすれば比例関係により $PO=\rho_0$ として求め得られる。この関係は反曲円を媒介として運動軌跡上の点，瞬間中心，運動軌跡曲率中心の幾何学的関係をあらわしているということができる。

さてK，P，X，Y，O，についてその幾何学的構成を考えてみると，つぎのような関係あることがわかる。Yは運動軌跡上の点を通る任意直線KYと，運動軌跡曲率中心Oを通る任意直線OYとの交りである。Xは運動軌跡上の点を通る直線KYと，瞬間中心PからOYに平行に引いた直線との交りである。

W_K は運動軌跡上の点Kと瞬間中心Pと運動軌跡曲率中心Oを通るK PO直線とXからYPに平行に引いた直線との交点で与えられる。

すなわち，運動軌跡上の点Kに対し今述べたような関係で反曲円上の点 W_K が対応するということになる。もしもこの運動系に属する二つの点について考えるならば，KYはこれら二つの点を通る直線に，OYはそれぞれ二つの点の運動軌跡曲率中心を通る直線OYにとればよろしい。

いまこの図的構成理論を応用して図～4のような，てこクランク機構 $O_1O_2O_3O_4$ における連結棒 O_2O_3 の運動について考えてみることにする。[1]



図～4

この場合相対的運動の瞬間中心は O_1O_2 および O_4O_3 の延長の交点Pである。

O_2O_3 の運動は O_1，O_4 を中心とする円弧上でなされる。そこでYは O_2O_3，O_1O_4 の延長の交りとして求め得られる。Xは O_2O_3 の延長とPから O_1O_4 に平行に引いた直線との交点として求め得られる。YPを結ぶXよりYPに平行線を引き，運動軌跡上の点，瞬間中心，回転中心を結んだ直線 PO_3O_4 と PO_2O_1，との交りの点として W_2，W_3 が求め得られる。然らばP，W_2 W_3 を通る円を画けば，反曲円が求め得られるのである。P点にて $\angle O_2PY=\angle O_3PT$ なる TT' 直線を引けば，これは反曲円の接線となる。P点にて接線 TT' に垂直線を引き，反曲円との交りWを求めれば，これが反曲中心として求め得られるのである。

終りに参照いたしました文献野口尚一先生の機械運動理論に深謝申上げます。

本稿は日本織維機械学会北陸地方講演会（昭和38年11月29日）における講演要旨である。

(1) 野口尚一；機械運動理論
(2) 渡辺 茂；機構学講義

（昭和38．10．29受付）