接点振動子とスプリングとの接触について

井　上　　浩

Contact of vibrators with springs

Hirosi INOUE

In the electrical communication, many relays with mechanical contacts are used, but this kind of apparatuses follows the phenomena, so called, "chatter". This thesis has theoritically treated the contact between vibrators and spring-contact-points, for the purpose of investigating the cause of this "chatter", and has explained the relation between the wave form of applying voltage to vibrator coils and the "chatter". The "chatter" of practical relays is regarded as the result of combinating these various phenomana.

1. 緒　　言

通信機器に於いては接触点を有し，接点間で断続して通信の信号を送り，或いは制御する機構のものが非常に多い。此の様な機構を有する通信機械に於いては接触点間に再接触を起さない様にしないと，波形の忠実伝送を妨げ，且つ此の再接触が何回も継続すると思わざる事故を生ずることがある。此等の通信機器の中所謂継電器は比較的古い歴史を有しているが，其の割合に接触の機構は分って居らず，非常に複雑で一見とりどころなく，尨大な実験結果の後，実験的経験から取り扱われて来たが，未だ充分とは言い難い。

本文は複雑な接触特性を有する継電器などの再接触などを解明するために簡単な振動系とスプリング接点との接触を取り上げたもので，此等の駆動力とか，振動系定数とか，接触位相とかが入り混って接触特性を複雑にしている様に見受けられるので，此等を別々に取扱って基礎的現象を解明しようと試みたものである。此を取扱う基本的な考え方は先に述べた受話器の衝撃試験の場合と全く同一の考え方に基くもので，継電器などに，種々の時間的経過をたどる駆動力を発生して，振動子を駆動せしめる。後或時間に振動子とスプリング接点とを接触せしめる。此の両者の間に生ずる接触圧力が正なる間は接触を継続しているが，負となると接触より開放せられるものである。

従って此の振動子の振動を決める因子と，此の振動子とスプリング接点との接触圧力とを過渡現象的に求めると，現象の解明に役立つと考えられる。

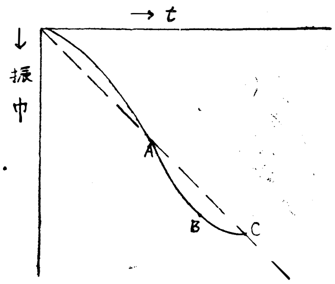
スプリング接点のみを考えたのは，接点が剛平面であっても Hertz 的な接触をするとすれば，一種のスプリング接点と見做しうるし，又余り剛接点であれば必ず再接触を伴う故，スプリング接点と振動子の接触のみを取り上げて出来るだけ実用に近く再衝突のない条件の近くで現象を解明したいと考える。

又スプリング接点其自身を振動子に付着せしめて剛接点と接触せしめても，其の結果はスプリング固定接点と振動子との接触を取上げることと全く変らないことは機械的等価回路を画いて見れば直に納得出来ることと思う。

2　は単一振動子を Unit step で駆動した場合のスプリング接点と振動子との接触を取扱ったもので，接触時間が，接触せずに自由振動している時と比較して，短縮されて来て，1回接触した後に自由振動して更に接触し，此を繰返すことを明にしている。

3　は負性スティフニスを有する振動子が Unit step の駆動力で駆動された場合の応動と接触した後に開放され更に 再接触することのない様にするには非常に 大きな負性スティフニスを必要とすることを明にしている。

4　は時間的に直線的に増大する力にて駆動された単一振動子が振動した時生ずる変位と，接触する位相に依り接触圧力の変化する様子が求められている，結論的に言えば振動子がC点の位相で接触するならば無条件に再接触しないが，A点で接触する時には条件付で再接触をなくすことが出来る。其の条件としては振動子の Compliance c_1 とし，スプリング接点の Compliance c_2 とすると $c_1/c_2<2$ ならば再接触は起らない。



図—1

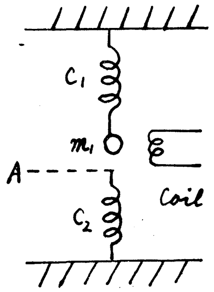
5　は時間と共に自乗で増大する駆動力で駆動された単一振動子とスプリング接点との接触を論じたもので此の場合も条件付で再接触をなくすことが出来る。

6　は二つの共振系を有する複合振動子に Unit step 駆動力を印加した場合のスプリング接点との接触を論じたものである。此の複合振動子が自由振動している時の共振角周波数を w_1，w_2 とし，此にスプリング接点が接触した時，接触点から見た反共振角周波数を w_3，w_4 と仮定して接触を論じているが，接触する位相に依り再接触のある領域とない領域とを与える w_1，w_2，w_3，w_4 との間の関係を与えている。丁度自由振動（スプリング接点と接触せざる場合を仮に名付ける）の最大振巾の½の位相で接触する時には比較的簡単で w_1 に無関係に再接触のない領域を決めうるが，他の位相の接触の時には w_1 も関係して来て或る再接触しない領域が求められている。位相 45° の時には再衝突のない領域が広くなり，$\theta=135°$ の位相の接触の時には逆に狭くなる。

3　で取上げた時間的に直線的に増大する駆動力は駆動コイルに抵抗と 自己誘導があり， スイッチ，インの瞬間には此の様な状態に近く， 接触して充分時間が経った後 其の電流値に留めておけばよい。

実際に継電器の再接触のないためには 此等の組合せで複雑になって居り， 此を分離出来ない事，又単純な振動様式でない事など種々あるが，基本的な現象の解明に役立つと考える。

2. 単一振動子の Unit step 駆動とスプリング接点との接触



図—2

今 Coil 中に Unitstep の駆動電圧をかけて，流れる電ろが Unit step の駆動電流となる　に自己誘導の極端に少い Coil を考えると，此の駆動電流に依り，Fなる Unit step の駆動力が質量 m_1，Compliance c_1 とで形成された単一振動子に働くものとすることが出来る。

此の Unit step の駆動力に依る単一振動子の過渡的応動は

$$\frac{F}{p\left(m_1p^2+\dfrac{1}{c_1}\right)}=\frac{F}{m_1p(p^2+w_0^2)} \tag{1}$$

$$w_0=\frac{1}{\sqrt{m_1c_1}}$$

此を時間的関数で表すと

$$\frac{F}{m_1w_0^2}(1-\cos w_0t)=Fc_1(1-\cos w_0t) \tag{2}$$

振動子の振巾がA点に達して，c_2 なる Compliance を有するスプリング接点と接触するものとすると，現象を分り易くするために，接触開始時間を $t=0$ とするために電気的角度 θ で接触するも

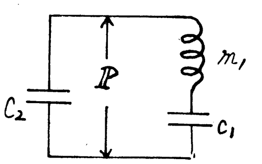
のとし，且A点を座標の原点に取ると

$$Fc_1\{1-\cos(w_0t+\theta)\}-Fc_1\{1-\cos\theta\} \tag{3}$$

とする必要があり，此れを Operatar p で表すと

$$Fc_1\{\cos\theta-\cos(w_0t+\theta)\}$$
$$=Fc_1\{\cos\theta\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2+w_0{}^2}\right)+\frac{w_0}{p^2+w_0{}^2}\sin\theta\} \tag{4}$$

此の変位と接触圧力 P に依り単一振動子の変位と接触圧力 P に依る c_2 スプリング接点との変位は相等しい故



図—3

$$Fc_1\{\cos\theta\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2+w_0{}^2}\right)+\frac{w_0}{p^2+w_0{}^2}\sin\theta\}$$
$$=P\{c_2+\frac{1}{p^2m_1+\frac{1}{c_1}}\}$$
$$=Pc_2\frac{p^2+w_1{}^2}{p^2+w_0{}^2} \tag{5}$$

茲に

$$w_1=\frac{1}{\sqrt{m_1\frac{c_1\ c_2}{c_1+c_2}}} \tag{6}$$

故に

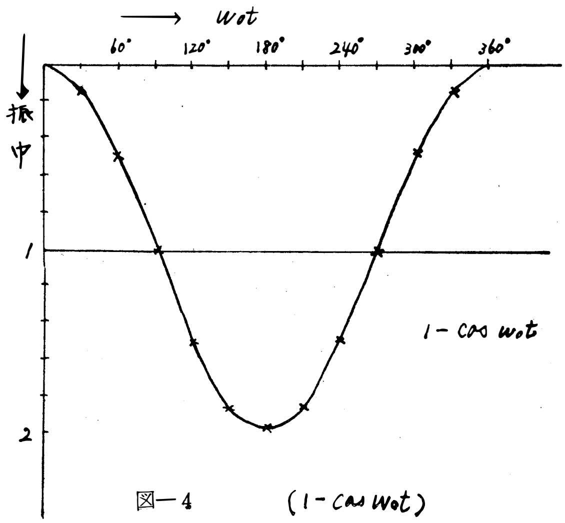
$$P=\frac{Fc_1}{c_2}\{\cos\theta\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2+w_0{}^2}\right)+\frac{w_0}{p^2+w_0{}^2}\sin\theta\}\frac{p^2+w_0{}^2}{p^2+w_1{}^2}$$
$$=\frac{Fc_1}{c_2}\{\cos\theta\frac{w_0{}^2}{p(p^2+w_0{}^2)}+\frac{w_0}{p^2+w_1{}^2}\sin\theta\} \tag{7}$$

時間関数に置換えて

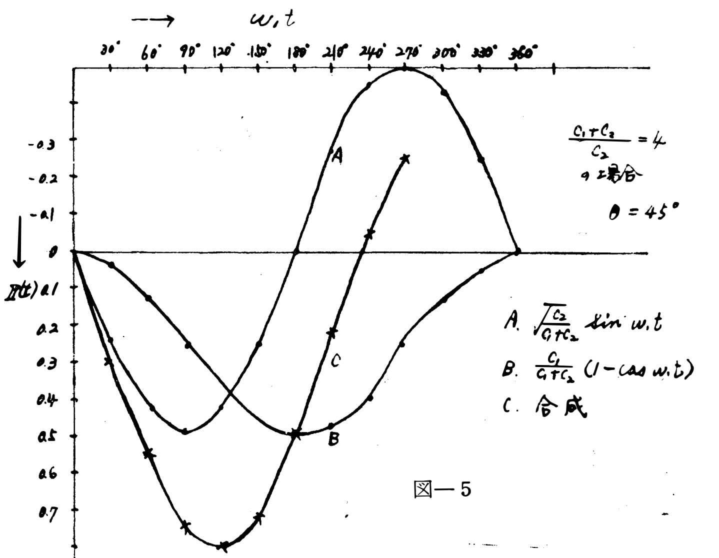
$$P(t)=\frac{Fc_1}{c_2}\{\frac{\cos\theta}{w_1{}^2}w_0{}^2\ (1-\cos w_1t)+\frac{w_0}{w_1}\sin\theta\sin w_1t\}$$
$$=F\frac{c_1}{c_2}\{\cos\theta\left(\frac{c_2}{c_1+c_2}\right)(1-\cos w_1t)+\sqrt{\frac{c_2}{c_1+c_2}}\sin\theta\sin w_1t\} \tag{8}$$

P(t) が正なる時間が接触時間である。此の式は接触する位相 θ と接触時間との関係を表す式で $\theta=90°$ であれば $\cos\theta=0$ となるので接触時間は $w_1\tau=\frac{\pi}{2}$, $\cos\theta=1$ なる位相であれば $\sin\theta=0$ であるので $\cos w_1\tau=1$, $w_1\tau=0$ 又は $w_1\tau=\pi$ で与えられる。

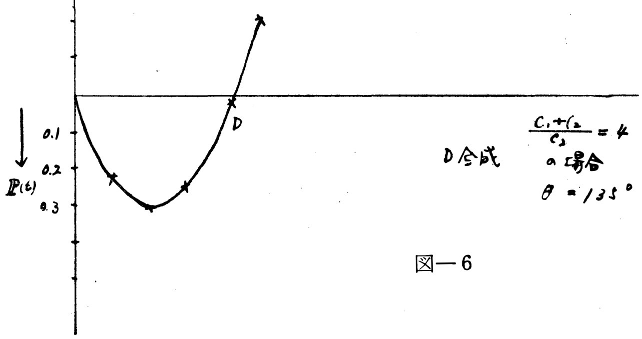
4図に於いては振動振巾波形を示したものであり，5図は接触圧力波形を図示してある。$\cos\theta=1$ の場合の接触圧力波形は4図と同一波形であり，単に w_0t を w_1t に置換えて用れば良いが $\theta=45°$ の場合は5図の如く比較的接触時間が長く，$\theta=135°$ の場合を示す6図で分る如く接触時間は短くなる。c_1/c_2 の比を変化して接触時間を w_1 を基準として表したものが9図である。接触に際して損失を併なわないと仮定しているので振



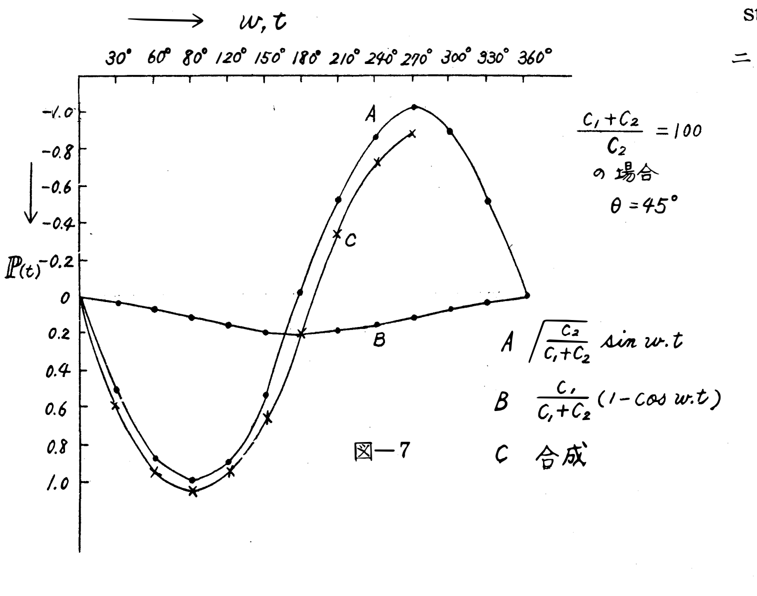
図—4　(1-cos w0t)



図―5



図―6



図―7

動子の入射速度と射出速度は相等しく結局此の様な接触と開放が何回も繰返されることとなる。従って此の振動子の見掛上の周期は $\cos\theta$ の値に依り異なるわけで，接触位相 θ の小さい程見掛上の周期は小さく表われて来る。

3. 負性スティフニスを有する単一振動子の Unit step駆動とスプリング接点との接触

純然たる負性スティフニスを有する場合は比較的少い。何故ならば有極継電器などに於いて，振動子を磁極の中央で徴小振巾で振動せしめると振動共振周波数が存在するので，正のスティフニスを有するが，駆動力を増大せしめて大振巾で振動せしめると負性スティフニスが生じて共振周波数を有せず，粘着した様になる。簡単にするために負性スティフニスを最初から有する様に考えて，スプリング接点と負性スティフニスを有する振動子の接触について考える。

前と同様に此の振動子を Unit step で駆動すると負性スティフニスを $\left(-\frac{1}{c_1}\right)$ としてやると

$$\frac{F}{p(m_1p^2-\frac{1}{c_1})}$$

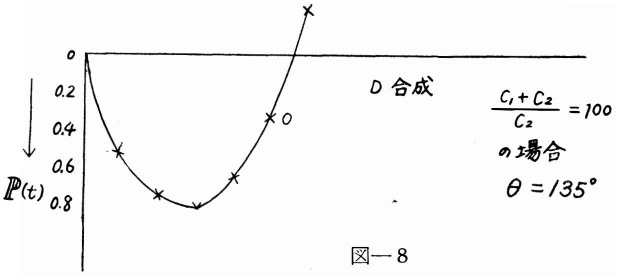
$$=\frac{F}{m_1p(p^2-w_0^2)}$$

$$w_0=\frac{1}{\sqrt{m_1c_1}}$$

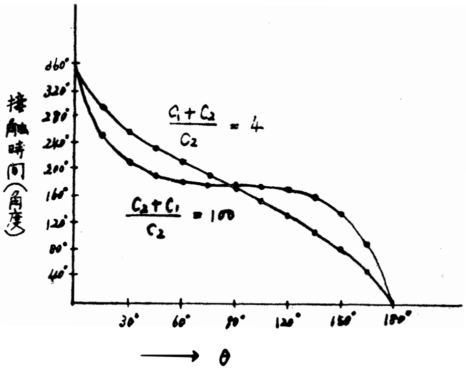
此れを時間関数で表すと

$$-\frac{F}{m_1w_0^2}(1-\cosh w_0t)$$

$$=-Fc_1(1-\cosh w_0t)$$



図—8



図—9

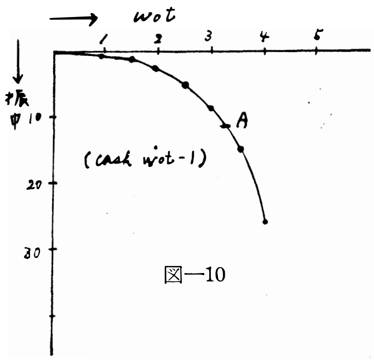
10図には振巾の時間的関係を示している。

振動子の振巾がA点に達した時 c_2 なる Compliance を有するスプリング接点と接触するものとすると，此の時の位相角 θ と，接触開始点を座標の原点と取れば

$$Fc_1\{\cosh(w_0t+\theta)-\cosh\theta\} \tag{9}$$

p で表わすものとすると

$$Fc_1\{-\cosh\theta\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2-w_0^2}\right)+\frac{w_0}{p^2-w_0^2}\sinh\theta\} \tag{10}$$



図—10

此に依り駆動されて接触圧力Pが生ずるものとして其の変位関係より

$$P=F\frac{c_1}{c_2}\{\cosh\theta\frac{w_0^2}{w_1^2}(1-\cos w_1t)$$

$$+\frac{w_0}{w_1}\sinh\theta\sin w_1t\} \tag{11}$$

$$w_1^2=\frac{1}{m_1\left(\frac{-c_1\ c_2}{c_2-c_1}\right)} \tag{12}$$

即ち前節に述べた様に接触時間は全く同様に決定される。即ち w_1 なる共振角周波数が実数でない限り，言いかえると $|c_1|>|c_2|$ ならば w_1 は実数となるので，接触時間は有限である。もし $|c_1|<|c_2|$ となる様に負性スティフニスを増大するならば

$$P=F\frac{c_1}{c_2}\{\cosh\theta\left|\frac{w_0^2}{w_1^2}\right|(-1+\cosh w_1t)$$

$$+\left|\frac{w_0}{w_1}\right|\sinh\theta\ \sinh w_1t\} \tag{13}$$

となって接触圧力は常に正となる。

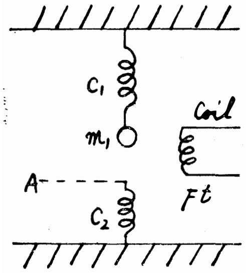
4. 時間的に直線的に増加する駆動力にて駆動された単一振動子とスプリング接点との接触

Coil に流れる電流が時間的に直線的に増加する場合には，Coil に自己誘導と抵抗があり Unit step の電圧印加した時の電流確立の初期の状態が此に対応するものである。

F×t なる駆動力の印加に依り振動子の振動は

$$\frac{F}{p^2(m_1p^2+\frac{1}{c_1})}=\frac{F}{m_1p^2(p^2+w_0^2)} \tag{14}$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{m_1 c_1}} \tag{15}$$



図—11

此の responseを時間関数で表すと

$$\frac{F}{w_0{}^2 m_1}(t - \frac{1}{w_0}\sin w_0 t) \tag{16}$$

前と同様に電気角θで振動振巾がAとなると同時に接触を開始し，又座標の原点も接触点Aに取ると

$$\frac{F}{w_0{}^2 m_1}\{(t+\frac{\theta}{w_0}) - \frac{1}{w_0}\sin(w_0 t+\theta) - \frac{\theta}{w_0} + \frac{1}{w_0}\sin\theta\}$$

$$= \frac{F}{w_0{}^2 m_1}\{t + \frac{1}{w_0}\sin\theta(1 - \cos w_0 t)$$

$$- \frac{1}{w_0}\cos\theta\sin\cos w_0 t\} \tag{17}$$

時間的関数を p にて表すと

$$\frac{F}{w_0{}^2 m_1}\left\{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{w_0}\sin\theta\left(\frac{1}{p} - \frac{p}{p^2+w_0{}^2}\right) - \frac{\cos\theta}{p^2+w_0{}^2}\right\} \tag{18}$$

此の変位と接触圧力Pに依る変位がスプリング接点 c_2 のPに依る変位と相等しい故

$$\frac{F}{w_0{}^2 m_1}\left\{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{w_0}\sin\theta\left(\frac{1}{p} - \frac{p}{p^2+w_0{}^2}\right) - \frac{\cos\theta}{p^2+w_0{}^2}\right\} = P c_2 \frac{p^2+w_1{}^2}{p^2+w_0{}^2} \tag{19}$$

$$w_1 = \frac{1}{\sqrt{m_1 \frac{c_1 c_2}{c_1+c_2}}} \tag{20}$$

故に

$$P(p) = \frac{F}{w_0{}^2 m_1 c_2}\left\{\frac{1}{p^2}\ \frac{p^2+w_0{}^2}{p^2+w_1{}^2} + \sin\theta\ w_0 \frac{1}{p(p^2+w_1{}^2)} - \frac{\cos\theta}{p^2+w_1{}^2}\right\} \tag{21}$$

時間関数に置換えて

$$P(t) = F\frac{c_1}{c_2}\left\{\frac{w_0{}^2 t}{w_1{}^2} + (1 - \frac{w_0{}^2}{w_1{}^2})\ \frac{1}{w_1}\sin w_1 t\right.$$

$$\left. + \frac{w_0 \sin\theta}{w_1}(1-\cos w_1 t) - \frac{\cos\theta}{w_1}\sin w_1 t\right\} = F\frac{c_1}{c_2}\left\{\frac{c_2}{c_1+c_2}t + \frac{c_1}{c_1+c_2}\ \frac{1}{w_1}\sin w_1 t\right.$$

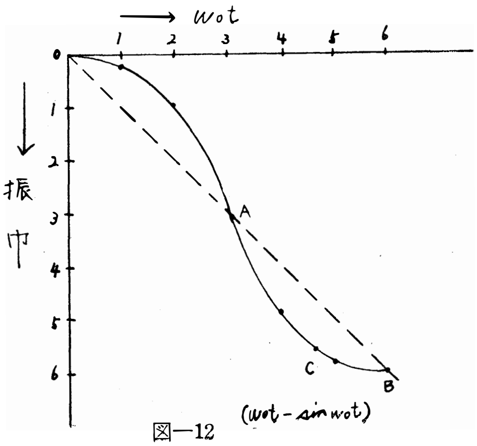
$$\left. + \frac{w_0}{w_1{}^2}\sin\theta(1-\cos w_1 t) - \frac{\cos\theta}{w_1}\sin w_1 t\right\} \tag{22}$$

試みに t=o を代入すれば

$P(t)_{t=o} = o$ となる。

12図には 振動子の振動振巾の係数を表したもので此で時間的に直線的に増加してゆく振巾に， $w_0 t$ の正弦波分の成分が加わっていることが分る。図中A，B，C点は 後に使用する接触位相を表わす媒介変数で，位相で言うならばA点は $\theta=180°$，B点は $\theta=360°$，C点は $\theta=270°$ を表わしている。

此の (17)式を吟味するために，12図のA点で接触する場合を考えて見る。A点では接触位相 $\theta=180°$ であるので， P(t) の式の中簡単化して， $w_1 t=\alpha$ と置いて { } の中の正負のみを見れば よいので



図—12

$$\frac{c_1}{c_1+c_2}\alpha+\left(\frac{c_1}{c_1+c_2}+1\right)\sin\alpha \tag{23}$$

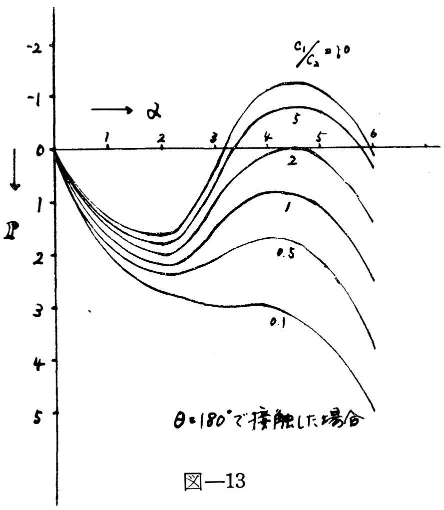
此を図示すると13図の如くなる。即ち条件付で再接触なくすることが出来る。即ち $c_1/c_2=2$ を境として $c_1/c_2>2$ ならば，P(t) は負となるので再衝突は起るけれども $c_1/c_2<2$ ならば P(t) は常に正となるために再接触は存在しないこととなる。

換言すると

直線的に時間的に増大する駆動力にて単一振動子を駆動する時に，接触位相 180° の場合には再接触ないためには c_1/c_2 の条件を満足する様構成せねばならない。

接触位相が 360° の場合はB点で接触するが此の場合には無条件で再接触しない。AとBとの中間の位相で接触する場合には $\theta=270°$ を代入して再接触ないための条件を求めて見る。c_1/c_2 を媒介変数とし $w_1t=\alpha$ と置いて

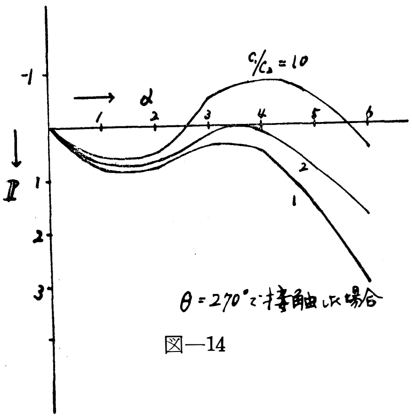
$$\frac{c_1}{c_1+c_2}\alpha+\frac{c_1}{c_1+c_2}\sin\alpha-\sqrt{\frac{c_2}{c_1+c_2}}(1-\cos\alpha) \tag{24}$$



図—13

の正負を見ればよい。14図に此を示す。此で分子とは $c_1/c_2=2$ が再接触の有無の境界となり，$c_1/c_2<2$ の場合には再接触なく，$c_1/c_2>2$ の時には再接触を生ずることとなる。

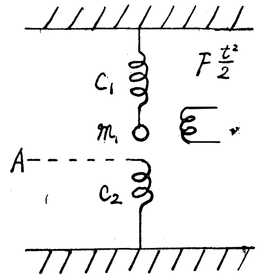
以上を綜合して見るとB点での接触では振動子の速度の小さい点で接触するために再衝突現象はないか，A点，C点では或速度を有してスプリング接点と接触するために再接触の現象が表れ，$c_1/c_2=2$ を境として再接触の現象の有無が生ずる。



図—14

5. 時間に対して二乗で増大する力にて駆動された単一振動子のスプリング接点との接触

駆動力は時間的に二乗に比例するものとし，此れにて駆動せられた単一振動子とスプリング接点との接触を考える。



図—15

実際に此の様な振動子の駆動は coil に流れる電流が時間的に直線的に比例し，且つ振動子其自身が負性スティフニスを有する様な場合には此に近い振動を起す。

駆動力を $F\frac{t^2}{2}$ と仮定すると過渡的応動に依る変位は

$$\frac{F}{p^3\left(m_1p^2+\frac{1}{c_1}\right)}=\frac{F}{m_1p^3(p^2+w_0{}^2)} \tag{25}$$

時間関数に換算すると

$$\frac{F}{w_0{}^2m_1}\left\{\frac{t^2}{2}-\frac{1}{w_0{}^2}(1-\cos w_0t)\right\} \tag{26}$$

なる変位を生ずる。前と同様に接触を開始する時間及び振巾を夫々原点に取るために

$$\frac{F}{w_0^2 m_1}\left[\frac{1}{2}\left(t+\frac{\theta}{w_0}\right)^2-\frac{1}{w_0^2}\{1-\cos(w_0t+\theta)\}-\frac{1}{2}\left(\frac{\theta}{w_0}\right)^2+\frac{1}{w_0^2}\{1-\cos\theta\}\right]$$

$$=Fc_1\left[\frac{t^2}{2}+\frac{t\theta}{w_0}-\frac{1}{w_0^2}\{\cos\theta-\cos(w_0t+\theta)\}\right] \tag{27}$$

此を p に換算すると

$$Fc_1\left[\frac{1}{p^3}+\frac{\theta}{w_0p^2}-\cos\theta\frac{1}{p(p^2+w_0^2)}-\sin\theta\frac{w_0}{p^2+w_0^2}\right] \tag{28}$$

此の変位と接触圧力 P(t) に依る変位は前と同様に相等しい故

$$=Pc_2\frac{p^2+w_1^2}{p^2+w_0^2} \tag{29}$$

故に

$$P(p)=F\frac{c_1}{c_2}\left\{\frac{1}{p^3}\ \frac{(p^2+w_0^2)}{(p^2+w_1^2)}+\frac{\theta}{w_0}\ \frac{(p^2+w_0^2)}{p^2(p^2+w_1^2)}\right.$$

$$\left.-\cos\theta\frac{1}{p(p^2+w_1^2)}-\sin\theta\frac{w_0}{p^2+w_1^2}\right\} \tag{30}$$

此を時間関数に直すと

$$P(t)=F\frac{c_1}{c_2}\left[\left\{1-\left(\frac{w_0}{w_1}\right)^2\right\}\frac{1}{w_1^2}+\frac{1}{2}\ \frac{w_0^2}{w_1^2}t^2-\left(1-\frac{w_0^2}{w_1^2}\right)\frac{1}{w_1^2}\cos w_1t+\frac{\theta}{w_0}\left\{\frac{w_0^2}{w_1^2}t\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{w_1}\left(1-\frac{w_0^2}{w_1^2}\right)\sin w_1t\right\}-\cos\theta\left\{\frac{1}{w_1^2}-\frac{1}{w_1^2}\cos w_1t\right\}-\sin\theta\frac{1}{w_1w_0}\sin w_1t\right] \tag{31}$$

此を整理すると

$$P(t)=\frac{Fc_1}{w_1^2c_2}\left[\frac{c_1}{c_1+c_2}(1-\cos w_1t)+\frac{1}{2}w_0^2t^2+\theta\left(w_0t+\frac{w_1}{w_0}\ \frac{c_1}{c_1+c_2}\sin w_1t\right)\right.$$

$$\left.-\cos\theta(1-\cos w_1t)-\sin\theta\frac{w_1}{w_0}\sin w_1t\right] \tag{32}$$

$w_1t=\alpha$ とおくと

$$P(\alpha)=\frac{Fc_1}{w_1^2c_2}\left[\frac{c_1}{c_1+c_2}(1-\cos\alpha)+\frac{1}{2}\ \frac{w_0^2}{w_1^2}\alpha^2\right.$$

$$\left.+\theta\left\{\frac{w_0}{w_1}\alpha+\frac{w_1}{w_0}\ \frac{c_1}{c_1+c_2}\sin\alpha\right\}-\mathrm{cas}\,\theta\{1-\cos\alpha\}-\sin\theta\left\{\frac{w_1}{w_0}\right\}\sin\alpha\right] \tag{33}$$

先づ此の様な時間について自乗で 増大する駆動力にて駆動された時の振動姿態を求めて見ると，16図の如くなる。

接触圧力の波形を吟味するために16図の接点スプリングの位置がA点で接触する時は $\theta=90°$，B点に於いては $180°$，C点に於いては $270°$，D点に於いては $360°$ の 4 つの位相の点にて接触を開始するものとして此を吟味して見る。

A点 $\theta=90°$ である故 $\sin\theta=1$，$\cos\theta=0$ 接触圧力に比例するものとして式の { } 内を取るものとすると

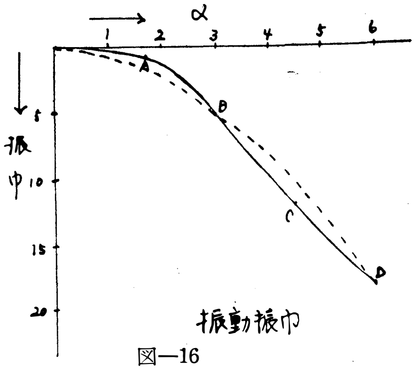
$$P(\alpha)\infty\left[\frac{c_1}{c_1+c_2}(1-\cos\alpha)+\frac{1}{2}\ \frac{c_2}{c_1+c_2}\alpha^2\right.$$

$$\left.+\frac{\pi}{2}\left\{\sqrt{\frac{c_2}{c_1+c_2}}\alpha+\frac{c_1}{c_1+c_2}\ \frac{w_1}{w_0}\sin\alpha\right\}-\frac{w_1}{w_0}\sin\alpha\right] \qquad \frac{w_1}{w_0}=\sqrt{\frac{c_1+c_2}{c_2}} \tag{34}$$

式中の第 1 項，第 2 項，第 3 項は常に正であるので負となりうる $\sin\alpha$ の係数の最大値の負を取るものとして比較して見ればよい。此の時は $\sin\alpha=1$ の時であるので此を式中に代入する。

$\frac{c_1+c_2}{c_2}=100$ を代入して見ると正，次に $\frac{c_1+c_2}{c_2}=4$ を代入して見ても正，一般式で検討して見て

も正である。即ち再接触現象はない。次にB点で接触する場合 $\theta=180^\circ$ であるので $\sin\theta=0$, $\cos\theta=-1$ である故(34)と全く同様に



図—16

$$P(\alpha)\propto\Big[\frac{c_1}{c_1+c_2}(1-\cos\alpha)+\frac{1}{2}\,\frac{c_2}{c_1+c_2}\alpha^2+\pi\sqrt{\frac{c_2}{c_1+c_2}}\,\alpha+(1-\cos\alpha)\Big] \tag{35}$$

此れは吟味するまでもなく常に正となるので再接触現象は生じない。

次に $\theta=270^\circ$ の時, $\sin\theta=-1$, $\cos\theta=0$ である故 $P(\alpha)$ の式に代入すると

$$P(\alpha)\propto\Big[\frac{c_1}{c_1+c_2}(1-\cos\alpha)+\frac{c_2}{2(c_1+c_2)}\alpha+\frac{3\pi}{2}\Big\{\sqrt{\frac{c_2}{c_1+c_2}}\,\alpha+\frac{c_1}{c_1+c_2}\,\frac{w_1}{w_0}\sin\alpha\Big\}+\frac{w_1}{w_0}\sin\alpha\Big\} \tag{36}$$

此の式で正負を見るには $\sin\alpha=-1$ の時を検すればよい。$\frac{c_1+c_2}{c_2}=100$ を代入すれば負となり，即ち再衝突を生ずる。$\frac{c_1+c_2}{c_2}=4$ を代入すれば正となり，再接触は起らない。此の中間の$\frac{c_1+c_2}{c_2}$の間にて再接触の現象が生ずる。正確なる値を数値計算に依り求めると$\frac{c_1+c_2}{c_2}=6$ となる。即ち $\frac{c_1}{c_2}=5$ の時に再接触の起る境界となる。

$\theta=360^\circ$ のD点に於ける接触を考えると，$\sin\theta=0$, $\cos\theta=1$ であるから

$$P(\alpha)\propto\Big[\frac{c_1}{c_1+c_2}(1-\cos\alpha)+\frac{1}{2}\,\frac{c_2}{c_1+c_2}\alpha^2+2\pi\sqrt{\frac{c_2}{c_1+c_2}}\,\alpha-(1-\cos\alpha)\Big]$$

$$P(\alpha)\propto\frac{c_2}{c_1+c_2}\Big\{-(1-\cos\alpha)+\frac{1}{2}\alpha^2+2\pi\sqrt{\frac{c_1+c_2}{c_2}}\,\alpha\Big\} \tag{37}$$

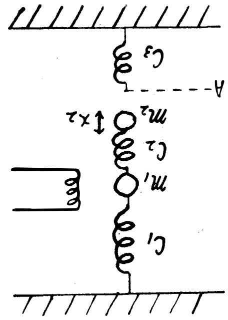
図解で求め様とすると α の非常に小さい点にあるかも知れないので $(1-\cos\alpha)\fallingdotseq\frac{\alpha^2}{2}$ とおくと{ }の中は $2\pi\sqrt{\frac{c_1+c_2}{c_2}}\,\alpha$ のみとなるが此は常に正であるので, $\theta=360^\circ$ の接触の時は無条件で再接触しないこととなる。

此の様な駆動方式に於いては概して再接触する可能性が少いことが言いうる。

6. 複合振動子に Unit step 駆動力を加えて，スプリング接点と接触せしめた場合

209FA型或は900型の様な有極継電器に於いては，c_1, m_1 なる Compliance, mass を有する第一振動子は磁気回路を形成して居り，此の磁気回路より駆動せしめている。此の外に舌片と称する接触する第2振動子を附着せしめてあり，此の m_2 の変位 x_2 が或る位置に達すると，c_3 なる Compliance を有するスプリング接点と接触するものとする。此の様な振動子を仮に複合振動子と名付けておく。

此の複合振動子に Unit step の駆動力を印加して，m_1 が駆動されるものとすると，m_2 の変位 x_2 は次の式で表しうる。

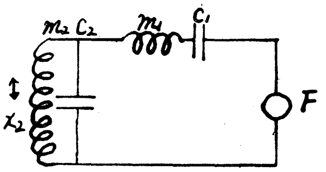


図—17

$$x_2=\frac{F}{c_2}\,\frac{1}{p\Big\{\Big(m_1p^2+\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}\Big)\Big(m_2p^2+\frac{1}{c_2}\Big)-\frac{1}{c_2^{\,2}}\Big\}}$$

$$=\frac{F}{c_2m_1m_2}\,\frac{1}{p(p^2+w_1^{\,2})(p^2+w_2^{\,2})} \tag{38}$$

此の複合振動子の駆動点より見た等価回路は18図の如く表すことが出来る。



図—18

此の変位 x_2 の時間的変化を求めて見る。

$$x_2=\frac{F}{c_2m_1m_2}\left\{\frac{1}{w_1{}^2w_2{}^2}-\frac{1}{w_1{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\cos w_1\right.$$
$$\left.+\frac{1}{w_2{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\cos w_2t\right\} \tag{39}$$

勿論 $t=0$ の時には $x_2=0$ となる。此の(39)式を示すために19図を示す。此で分ることは $\frac{w_2}{w_1}$ の値に依り発生する振動振巾は何れか一方で近似しても大差がないことで，例に示した $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2=4$, $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2=25$ の何れも低い周波数成分のみが大きく表れて来ている。勿論 $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2=0.04$ の様に取れば同様に低い周波数成分のみと考えても差支えない程で，ただ其の x_2 の値の係数が小さく出て来ているのは(39)式は，

$$x_2=\frac{F}{w_2{}^2c_2m_1m_2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\left(\frac{w_2{}^2}{w_1{}^2}-1\right)-\frac{w_2{}^2}{w_1{}^2}\cos w_1t+\cos w_2\right. \tag{40}$$

と表して居るからで，勿論 $\frac{w_2{}^2}{w_1{}^2}=0.04$ の時に19図で負となって表れて来るが $\frac{1}{w_2{}^2-w_1{}^2}$ が負となるので，x_2 は全体としては正となることを表している。

前と同様に

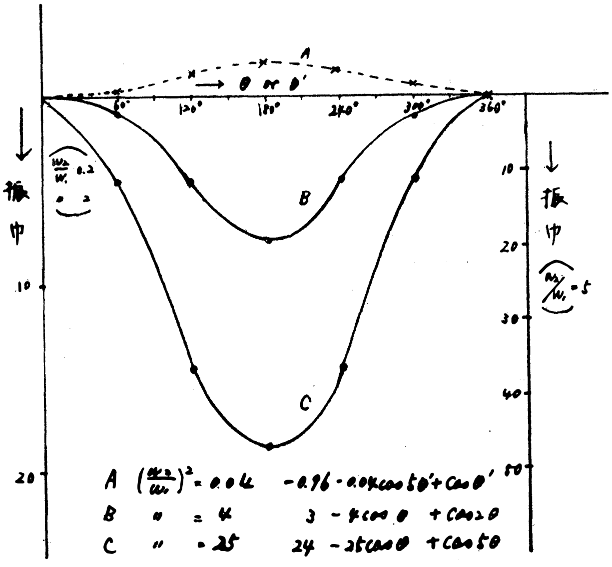
A点に x_2 が達した時にスプリング接点と接触する場合，此の時間的に0とし且つ座標の原点とする様にすると，新しい変位 x_2' は

$$x_2'=\frac{F}{c_2m_1m_2}\left[\frac{1}{w_1{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\cos\theta-\cos(w_1t+\theta)\right\}-\frac{1}{w_2{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\cos(w_2t+\theta')-\cos\theta'\right\}\right] \tag{41}$$

式中の θ' は w_1t に対して θ radian の位相の遅れはw_2t に対しては $\theta\frac{w_2}{w_1}$ のおくれとなるので

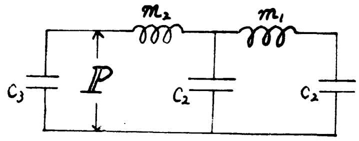
$$\theta'=\theta\frac{w_2}{w_1} \tag{42}$$

と置いてある。此をpで表わすと



図—19 振動振巾係数

$$x_2'(p)=\frac{F}{c_2m_1m_2}\left[\frac{1}{w_1{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\cos\theta\frac{w_1{}^2}{p(p^2+w_1{}^2)}+w_1\sin\theta\frac{1}{(p^2+w_1{}^2)}\right\}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{w_2{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{-\cos\theta'\frac{w_2{}^2}{p(p^2+w_2{}^2)}-w_2\sin\theta'\frac{1}{p^2+w_2{}^2}\right\}\right] \tag{43}$$



図—20

又複合振動子の m_2 が変位してスプリング接点と接触するものとすると，接触圧力が生じて，接触間の変位が相等しい事から接触圧力Pを求めることが出来る。

但し此の場合の機械的インピーダンスは接触点より見たものでなければならないので

故にPに依る変位は

$$Pc_3\frac{(p^2+w_3{}^2)(p^2+w_4{}^2)}{(p^2+w_1{}^2)(p^2+w_2{}^2)} \tag{44}$$

両者の変位相等しいものとして(43)と(44)を相等しいものとすると

$$P(p)=\frac{F}{c_3c_2m_1m_2}\left[\frac{1}{w_1{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\cos\theta\frac{w_1{}^2(p^2+w_2{}^2)}{p(p^2+w_3{}^2)(p^2+w_4{}^2)}\right.\right.$$
$$\left.+w_1\sin\theta\frac{(p^2+w_2{}^2)}{(p^2+w_3{}^2)(p^2+w_4{}^2)}\right\}+\frac{1}{w_2{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\cos\theta'\frac{w_2{}^2(p^2+w_1{}^2)}{p(p^2+w_3{}^2)(p^2+w_4{}^2)}\right.$$
$$\left.\left.-w_2\sin\theta'\frac{(p^2+w_1{}^2)}{(p^2+w_3{}^2)(p^2+w_4{}^2)}\right\}\right] \tag{45}$$

(44)式中の w_3，w_4 の求め方については後に述べることとする。

(45)式を時間関数に直すと

$$P(t)=\frac{F}{c_2c_3m_1m_2}\Bigg[$$
$$\frac{w_1{}^2\cos\theta}{w_1{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\frac{w_2{}^2}{w_3{}^2w_4{}^2}-\frac{w_2{}^2-w_3{}^2}{w_3{}^2(w_4{}^2-w_3{}^2)}\cos w_3t+\frac{w_2{}^2-w_4{}^2}{w_4{}^2(w_4{}^2-w_3{}^2)}\cos w_4t\right\}$$
$$+\frac{w_1\sin\theta}{w_1{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\frac{w_2{}^2-w_3{}^2}{w_3(w_4{}^2-w_3{}^2)}\sin w_3t-\frac{w_2{}^2-w_4{}^2}{w_4(w_4{}^2-w_3{}^2)}\sin w_4t\right\}$$
$$-\frac{w_2{}^2\cos\theta'}{w_2{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\frac{w_1{}^2}{w_3{}^2w_4{}^2}-\frac{w_1{}^2-w_3{}^2}{w_3{}^2(w_4{}^2-w_3{}^2)}\cos w_3t+\frac{w_1{}^2-w_4{}^2}{w_4{}^2(w_4{}^2-w_3{}^2)}\cos w_4t\right\}$$
$$-\frac{w_2\sin\theta'}{w_2{}^2(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\frac{w_1{}^2-w_3{}^2}{w_3(w_4{}^2-w_3{}^2)}\sin w_3t-\frac{w_1{}^2-w_4{}^2}{w_4(w_4{}^2-w_3{}^2)}\sin w_4t\right\}\Bigg] \tag{46}$$

此の接触圧力 $P(t)$ の正負を判定するために吟味する必要があるが，接触せざる自由振動を表す19図で明な様に $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2=25$ の時には基本低周波振巾の$\frac{1}{25}$が高周波振巾（w_2 の共振角周波数を有する）であるので $\sin\theta'$　$\cos\theta'$ の項を無視して計算しても$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$が大となれば誤差は少くなる。$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2=4$ 程度となると同様高い方の振巾は $\frac{1}{4}$となる。実際継電器の如き場合には自由振動の高い周波数成分を無視して $\sin\theta$，$\cos\theta$ の係数のみを取ることとする。勿論$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$ が1より小さい時には $\sin\theta'$，$\cos\theta'$ の成分をとらなければならない。

従って$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$が1より逆に大きい場合には

$\cos\theta$ の係数：

$$\frac{1}{w_2{}^2-w_1{}^2}\left\{\frac{w_2{}^2}{w_3{}^2w_4{}^2}-\frac{w_2{}^2-w_3{}^2}{w_3{}^2(w_4{}^2-w_3{}^2)}\cos w_3t+\frac{w_2{}^2-w_4{}^2}{w_4{}^2(w_4{}^2-w_3{}^2)}\cos w_4t\right\} \tag{47}$$

$\sin\theta$ の係数：

$$\frac{1}{w_1(w_2{}^2-w_1{}^2)}\left\{\frac{w_2{}^2-w_3{}^2}{w_3(w_4{}^2-w_3{}^2)}\sin w_3t-\frac{w_2{}^2-w_4{}^2}{w_4(w_4{}^2-w_3{}^2)}\sin w_4t\right\} \tag{48}$$

を取り出して吟味するとよい。実際に継電器などを使用する際には $\theta=0°$ 又は 180° は目的に適合しない。何故ならば $\theta=0°$ の時には駆動する前から接触して居り，又 $\theta=180°$ 附近は接触時間（或は位相）は極端に短くなるためである。従って其の中間の接解角度にて吟味することが実際的である。

6.1 $\sin\theta=1$, $\cos\theta=0$ 即ち $\theta=90°$ の時

此の場合には $\sin\theta$ の係数のみに注目すればよい。

$\cos\theta$ の係数は此の場合は必要はないけれども此の関係は前に示した19図から分る様に決して負となることがない。従って計算図表は19図の w_1, w_2 の代りに w_3, w_4 を代入して考察してもすぐ分ることであるので玆には取り上げない事とする。

$P(t)$ の正負を見るために $\sin\theta$ の係数の { } の中から

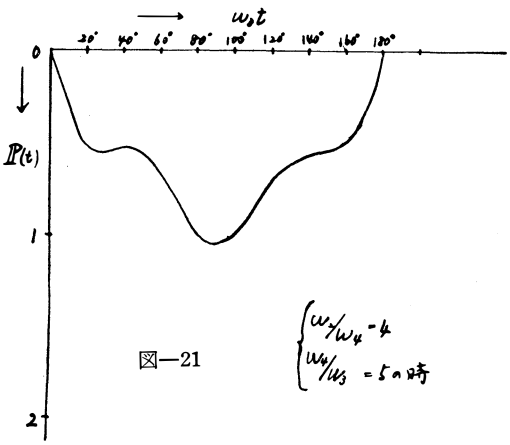
$\dfrac{w_2^2}{(w_4^2-w_3^2)w_3}$ を { } の外に取り出すと

$$\left\{\left(1-\frac{w_3^2}{w_2^2}\right)\sin w_3 t-\frac{w_3}{w_4}\left(1-\frac{w_4^2}{w_2^2}\right)\sin w_4 t\right\} \tag{49}$$

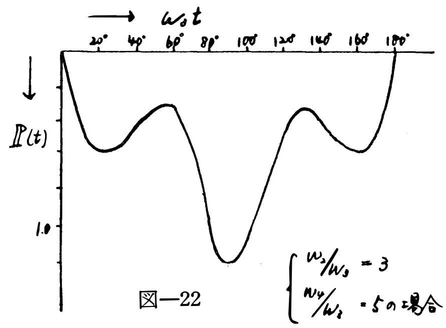
今 $\left(\dfrac{w_4}{w_3}\right)=5$ として

$$\left(1-\frac{w_3^2}{w_2^2}\right)\sin w_3 t-\frac{1}{5}\left(1-\frac{25w_3^2}{w_2^2}\right)\sin 5w_3 t \tag{50}$$

を図に示すと，21図の様になる。



図—21



図—22

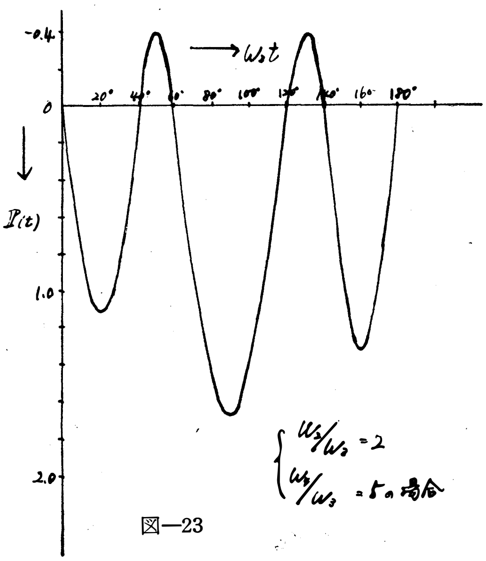
22, 23図から分る如く $w_2=2w_3$ と $w_2=3w_3$ の中間に再接触の生ずる点があることが見出される。正確に再接触の生ずる時の $\dfrac{w_2}{w_3}$ の値を $\dfrac{w_4}{w_3}=5$ の時に求めて見ると

$$\left(1-\frac{w_3^2}{w_2^2}\right)\sin 18°\times 3+\frac{1}{5}\left(1-25\frac{w_3^2}{w_2^2}\right)=0 \tag{51}$$

故に $w_2=2.42\ w_3$

式中の 18°×3 は5次高調波の負の最大値を示す角度で，此の時に一般に再接触が生ずるからである。

同様に $\dfrac{w_4}{w_3}=4$ の場合には4次高調波の負の最大



図—23

値となる角度は 67.5° である故

$$\left(1-\frac{w_3{}^2}{w_2{}^2}\right)\sin 67.5^\circ+\frac{1}{4}\left(1-16\frac{w_3{}^2}{w_2{}^2}\right)=0 \tag{52}$$

$$w_2=2.03w_3 \tag{53}$$

又$\frac{w_4}{w_3}=3$ の時には3次高調波の負の最大値を示す角度は 90° であるので

$$\left(1-\frac{w_3{}^2}{w_2{}^2}\right)\sin 90^\circ+\frac{1}{3}\left(1-9\frac{w_3{}^2}{w_2{}^2}\right)=0 \tag{54}$$

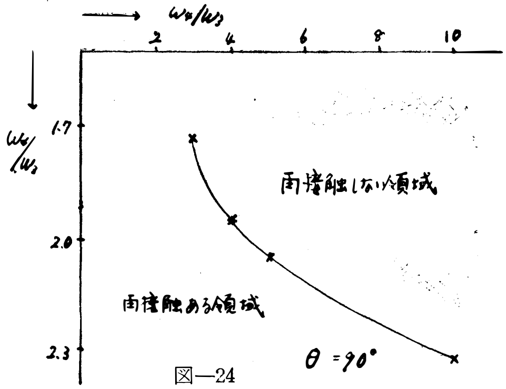
$$w_2=1.73w_3 \tag{55}$$

$\frac{w_4}{w_3}=10$ の場合には同様な角度が 27° であるから

$$\left(1-\frac{w_3{}^2}{w_2{}^2}\right)\sin 27^\circ+\frac{1}{10}\left(1-100\frac{w_3{}^2}{w_2{}^2}\right)=0 \tag{56}$$

即ち　$w_2=4.3w_3$ (57)

以上の計算値から図表を作ると24図の如くなる。此で明なことは $\theta=90°$ で接触する時には w_1 に無関係に再接触するか否か決るものであって，24図は w_4/w_3 と w_4/w_2 との間に再接触があるか否かを判定する領域を与えるものである。



図—24

6.2　$\theta=45°$の場合

$\cos\theta=\sqrt{\frac{2}{2}}$，$\sin\theta=\sqrt{\frac{2}{2}}$となるので $\cos\theta$ の係数，$\sin\theta$ の係数が同時に入って来る。然して，$\cos\theta$ の係数が時間と対して常に正の値を示すに対して，$\sin\theta$ の係数は負ともなりうるので，此の $\sin\theta$ の係数の負の最大値を示す点が再接触を起すか否かの境界となる。計算の都合上

$\cos\theta$ の係数

$$\frac{1}{w_2{}^2-w_1{}^2}\ \frac{w_2{}^2}{(w_4{}^2-w_3{}^2)w_4{}^2}\left[\left\{\left(\frac{w_4{}^2}{w_3{}^2}-1\right)-\frac{w_4{}^2}{w_3{}^2}\left(1-\frac{w_3{}^2}{w_2{}^2}\right)\cos w_3t+\left(1-\frac{w_4{}^2}{w_2{}^2}\right)\cos w_4t\right\}\right]$$

$\sin\theta$ の係数

$$\frac{1}{w_2{}^2-w_1{}^2}\ \frac{w_2{}^2}{w_4{}^2-w_3{}^2}\ \frac{1}{w_4{}^2}\left[\left\{\frac{w_4{}^2}{w_1\,w_3}\right\}\left\{\frac{w_2{}^2-w_3{}^2}{w_2{}^2}\sin w_3t-\frac{w_3}{w_4}\ \frac{w_2{}^2-w_4{}^2}{w_2{}^2}\sin w_4t\right\}\right]$$

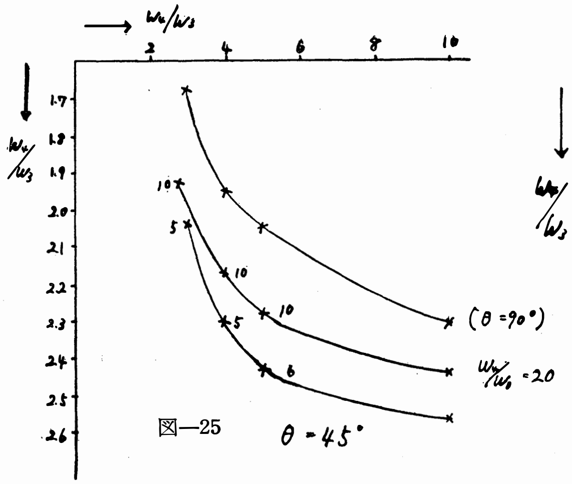
として，$\sin\theta$ の係数の中 $\cos\theta$ の｛　｝の外と相等しい値のところまでは除外して，$\sin\theta$ の係数の$\left\{\frac{w_4{}^2}{w_1\,w_3}\right\}$以後と $\cos\theta$ の〔　〕内の比較を行っている。

此の場合の再接触ない境界値は $\theta=45°$ に対しては25図の如くなる。此れは $\theta=90°$ の場合と異なり，w_1 の影響が表われて来るもので，比較のために $\theta=90°$ を示してあるが，$\frac{w_4}{w_1}$ が大となると $\theta=90°$ の回線に近づ

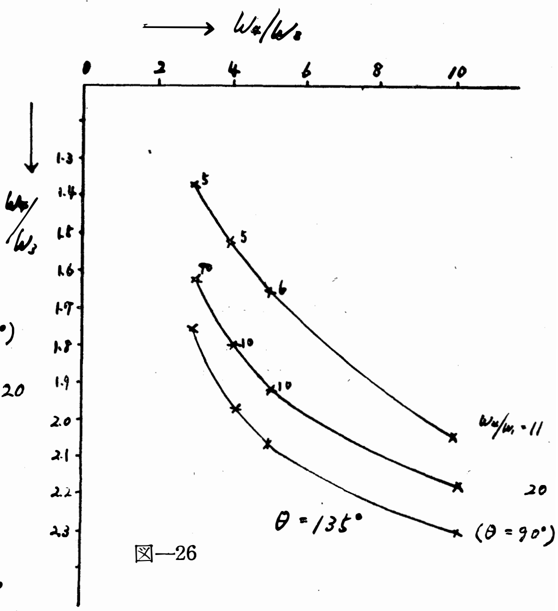
6.3　$\theta=135°$ に対する吟味

此の場合には $\theta=45°$ の $\cos\theta$ の係数の値が其の儘負として用いるとよい。再接触する境界は下図の26図で表わすことが出来る。$\theta=45°$ の曲線と比較すると $\theta=45°$ の場合とは逆に w_4/w_1 →小となると $\theta=90°$ の線より遠ざかり，再接触を生じ易くなる。換言すると高い周波数分の圧力成分が大となって，再接触が生じ易くなる。

然して25図及26図に於いて w_4/w_1 の値が等しい点を結んでいないのは，後述する様に w_4/w_3 とw_4/w_2 が変化すると当然成る条件を満足する様な w_4/w_1 を選ばなければならないからで此の点については次に考えて見よう。



図—25



図—26

6.4　w_1，w_2，w_3，w_4について

先に示した如く再接触の有無は w_1，w_2，w_3，w_4 の定数に依り決定されることが分ったので，c_1，m_1，c_2，m_2，c_3 が与えられて，此れより w_1，w_2，w_3，w_4 を求める必要が生ずる。式で求めてもよいが，作図に依り求めた方が便利である。

先づ Z_1 なるインピーダンスはリアクタンス分のみを取ると27図のCの如くなり，w_2 は$\dfrac{1}{m_2\ c_2}$より高くなり，同様 Z_1 を求めて，両者を加え合せて見ると w_1 は$\dfrac{1}{\sqrt{m_1 c_1}}$より小さくなる。

同様に接触点におけるインピーダンスを求めるか，此ではアドミタンスにした方が便利である。

先づ Z_3 を求めて後Bに於ける如く，質量 m_2 を加えて次に wc_3 を加えて，アドミタンスを求めると 28図の如く，w_3，w_4 を求めることが出来る。然して，w_3 は w_1 と w_2 との間にあり，w_4 は w_2よりも大である。又 w_3 は$\dfrac{1}{\sqrt{m_1\dfrac{c_1c_2}{c_1+c_2}}}$より小さく w_4 は逆に大きい。従って w_1，w_2，w_3，w_4 は此等の条件を満足する如く選ぶ必要があるわけである。

6.5　複合振動子の実験

209FA 型継電器を改良し，m_1，c_1 は同一のものとし，此に m_2，c_2 の値を種々変化し，接点と接触せしめて実験を試みた。振動子は 100∾ の共振周波数を有し，長さ 12cm 巾 1cm，厚さ 2mm の片持棒とし，此に次の4種の m_2c_2 のものを附してある。m_2c_2 は燐青銅で作ってある。

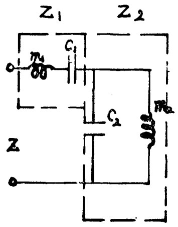
No	厚さmm	長さcm	巾	等価質量g	等価スティフニス
1	0.37	2.3	1.2	0.16	2.5×10^6
2	〃	1.5	〃	0.105	8.8×10^6
3	〃	1.0	〃	0.07	3.05×10^6
4	〃	0.5	〃	0.035	240×10^6

此にて c_3 は二種作ってスティフニスで 2×10^6，300×10^6 となる様にして接触せしめた結果は次の如くなる。

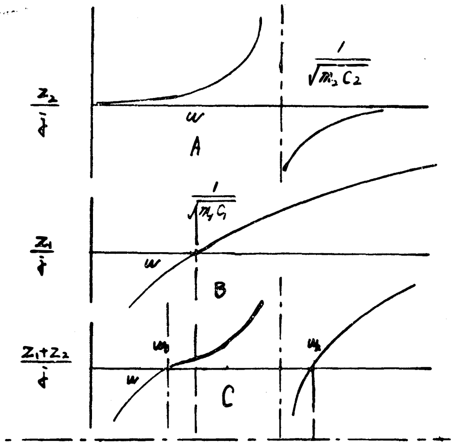
此等の実験結果は次の如く 29図に示す様になる。此の定数を入れて再衝突の有無を検して見るとよく此の条件を満足することが分った。

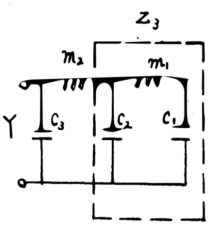
2×10^6 のスティフニスを有する接点 c_3 の時には，再接触を生じて居らないので実験値は示して居らない。

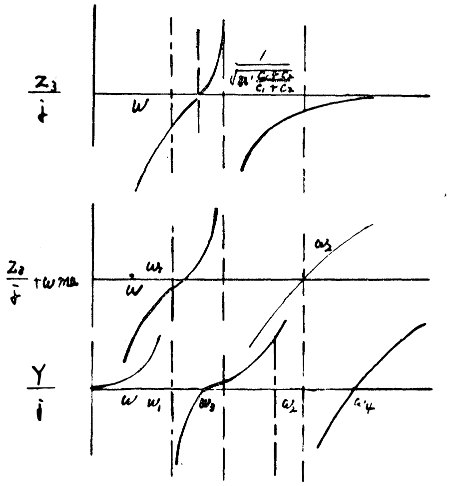
7. 結　言



図—27







図—28

振動子とスプリング接点との接触する場合には，原理的に見て，電気通信用として種々の用途が考えられるが，此のために生ずる現象例えば振動子の振動，再接触とも種々の問題が生ずるが，本文は此の再接触の問題に就いて考察したものである。

今迄の再接触の現象は複雑なために種々の実験結果から推論されているのみであったに対して，本文に於いては，種々の駆動力の印加し方に依る影響と，物理定数による影響，などと再接触との関係が明になって来た。

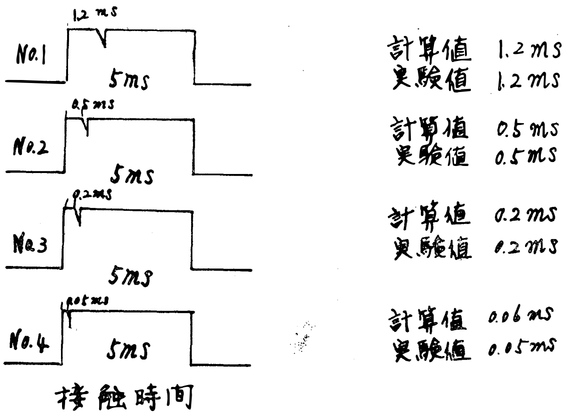
簡単な等価回路的考察より出発しているが次の結論が得られた。

負性スティフニスを有する 有極継電器の如き場合は 再接触ないためには，スプリング接点の有する compliance を打消す程度の負性スティフニスを有しないと再接触が発生する。

時間的に直線的に増大する駆動力を印加した単一振動子の場合には接触の位相に依り，無条件で再接触ない場合と，条件付で再接触ない場合の二つの現象が表われる。

時間的に自乗で増大する駆動力で駆動された単一振動子は略条件で再接触しない事が明になった。

又複合振動子の場合には Unit spep の駆動力に対して，定数間に複雑な条件を与えることに依り，再接触なくすることが出来る。



図—29　C_3 スティフネス 300×10^6 の時の接触時間

此等の簡単な振動系に対しても，駆動力が変れば，再接触しない条件も変って来るもので，実際の継電器の様な場合には此等の組合せ現象が起ると考えられるものである。

本文により解明せられた再接触現象は用途は広いものと期待することが出来る。

（昭和36年11月30日受付）