

## 絶縁破壊の統計学的研究（第二報）

薄板状絶縁物の厚さの微小差に対する破壊値の  
変動について

齊 藤 金 一

The Statistical investigation of the Dielectric Break Down. (Part II)

On the Variation of the Dielectric Break Down Measurements for the Various Thickness of the Plate Insulator.

Kin-ichi SAITO

Using the thin plate insulator, I investigate the influence of the difference of thickness upon the dielectric break down. And I offer the data in the case, the characteristics of insulator vary gradually, as the ultraviolet deterioration.

### I 緒 言 (8) (10) (11)

電気絶縁材料に紫外線照射な様な、序々に而も極く僅かづつの効果を及ぼす様な処理をほどこして、其の特性への効果を測定する場合、一般的には試料を多数作り測定値を統計的に処理して結果を求めるのが最も合理的である。殊に測定すべき特性が絶縁破壊値の様な非決定論的な変動を含む場合は尚更その心要がある。従って板状の試料を用いる場合には同じ厚さの試料を多数準備しなければならない。

然し全く同じ厚さの試料を数百枚も得る事は全く不可能で、更に厚さの測定の誤差も入る事を考えに入れねばならない。本報に於ては厚さの微小差が絶縁耐力に如何に影響するかを、厚さの測定の誤差をも含めて統計的に求め、外部から加えられる処理（紫外線照射の様な）の効果と厚さの微小差による効果とを分離して検討出来る様にした。

表-2-1

### II 本 論

#### 〔2-1〕

試料A：大きさ 900×900mm，厚さ約1mmの市販の硬質ビニール板（表-2-1に特性を示すの同一板から 50×50mmの板約 600枚を切り取り試料とした。

厚さの測定：試料の四辺に沿って精度1/1000mmの比較測長機を用いてブロックゲージにより精度を確かめながら測定した四個の測定値の平均を用いた。

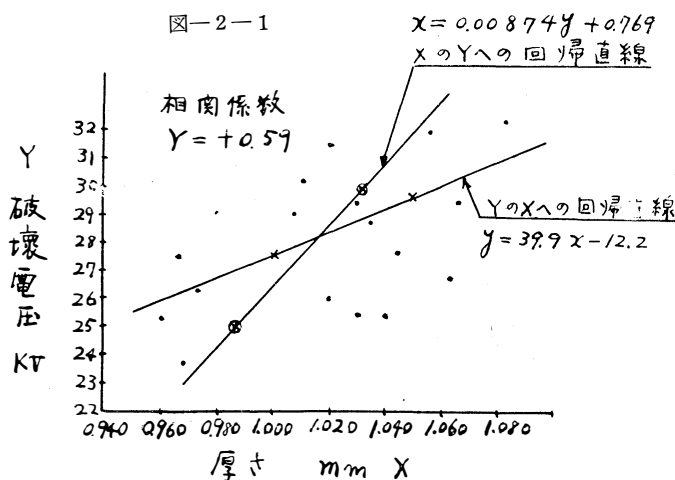
絶縁破壊値測定：電源 60～。変圧器 100KV 10KVA 両端絶縁。電圧調整誘導電圧調整器。電圧上昇度歯車付直流分巻電動機で 1.5KV/sec

試料 A	試料 C
塩化ビニール板物性	
絶縁破壊電圧 KV/mm	23 ~ 28
誘電率	5.0 ~ 6.0 (50~)
カ率	3.4 ~ 4.5 (10 <sup>6</sup> ~)
体積固有抵抗 Ω-cm	0.10 ~ 0.15 (50~)
吸水率 24 分 1/8 in	0.09 ~ 0.10 (10 <sup>6</sup> ~)
硬度 グリネル	> 10 <sup>15</sup>
可塑剤 TCP	0.3 ~ 0.6
	15 ~ 25
	40 %

に一定。電圧測定一次側，球間隙で補正。直列抵抗，エレマ抵抗体 14500Ω (20°C)。電極 球対球，真鍮製，直径 12.5mm 堅型，一端接地。電極圧力 自重 90g。周囲媒質，変圧器油・絶縁耐力 40 KV，粘度レットウット 110秒 (20°C) 測定中の油中温度変化最大 2°C。測定間隔 5分。測定間隔を5分にしたのは1度の絶縁破壊による絶縁油の温度上昇，気泡の発生等を初の状態にもどすための時間で尚測定者の先入観をなくするため試料は random に取出して測定を行った。

〔2-2〕

〔2-1〕に示した試料中から無作意に取り出した 20枚に就て厚さと絶縁破壊値との関係を求め



たものが図-2-1である。此の図から厚さの微小差に対する破壊値の変動の関係を数量的即ち絶縁破壊値を厚さの函数として式で示す事は困難である。敢て表はそうと思えば見当によって直線又は曲線を画くか，もう少し理論的に表はそうと思えば厚さと絶縁破壊値とを硬質ビニール板と云う同一要素に対する二つの量的標議（厚さをX，絶縁破壊値をY）と考えて相関係数を求めるか，又それを用いて回帰直線を求めるかする方法がある。

(1) 相関係数を求めること。

厚さの測定値を  $x_i$ ，それに対応する絶縁破壊値を  $y_i$  とし  $S_x S_y$  を夫々の標準偏差とすると

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2} = 0.0345 \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = 1.016$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum y_i^2 - \bar{y}^2} = 2.33 \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = 28.3$$

相関係数 r

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{S_x S_y} = +.59$$

(2) 回帰直線を求めること

YのXへの回帰直線

$$y = r \frac{S_y}{S_x} (x - \bar{x}) + \bar{y} \quad y = 39.9x - 12.2$$

XのYへの回帰直線

$$x = r \frac{S_x}{S_y} (y - \bar{y}) + \bar{x} \quad x = 0.00874y + 0.769$$

〔2-3〕

図-2-1 でわかる様に厚さと絶縁破壊との関係を〔2-2〕の方求で明確に示す事は出来ない。そこで本節に於ては第一報で示した様に破壊測定値が確率変数の実現値と見なし得ること及びその分布函数が正規分布であると云う仮定を基礎として，厚さの微小差に対する破壊値の変動の実態を解析するために推測統計学に立脚した実験計画法の一元配置法を用ひて分散分析を行う。

即ち多数の試料中より表—2—2に示す様に厚さを因子として中央値が30/1000mm づつ異なる三つの階級（水準）に分けて一元配置をする。そして各階級に属する5枚の試料の絶縁破壊値を求める。ここで同一階級内の厚さの差を10/1000mm 以内に取ったのは

- (1) 全く同じ厚さの試料は得られないこと。
- (2) 10/1000mm というのは厚さの測定の誤差内に入る差であること。
- (3) 此の程度の厚さの差の影響は破壊値の非決定論的な変動に対して無視出来るものと考えられるからである。此の事に就は後に証明される。

今表—2—2中の絶縁破壊測定値を  $v_{i\nu}$  とし

$$v_{i\nu} = \mu_i + w_{i\nu} \tag{21}$$

とおくと  $\mu_i$  ( $i=1\sim 3$ ) は厚さ（階級）の差による破壊値の変動の部分を表はし  $w_{i\nu}$  は同一階級内の偶然誤差による変動を表はしている。此の様な構造をもつ実測値  $v_{i\nu}$  に対して確率変数  $V_{i\nu}$  を対応させると

$$V_{i\nu} = \mu_i + W_{i\nu} \tag{22}$$

と置く事が出来て、 $W_{i\nu}$  は正規分布  $N(0, \sigma^2)$  に従い互に独立で、 $\mu_i$  と  $W_{i\nu}$  とは独立であると仮定する。ここで  $W_{i\nu}$  を  $N(0, \sigma^2)$  に従うとしたが、各厚さの階級  $i=1\sim 3$  に於て分散がすべて同じであるかどうか不明であるが此の場合厚さの差が極く偉かであるから分散  $\sigma^2$  は一定であると仮定して処理を行う。

ここで此の確率変数のモデルには  $\mu_i$  の性格により二つの場合が考えられる。

(1)  $\mu_i$  を母数と考える場合即ち母数模型と

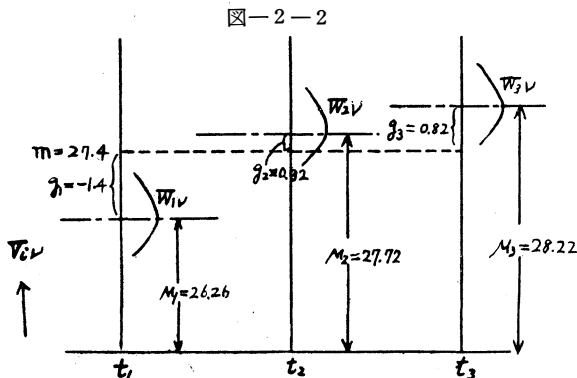
(2)  $\mu_i$  も又確率変数とみなす場合即ち変量模型とである。本報の場合此の材料の此の厚さに就ての結果を求めるとすれば前者であるし、同じ製造過程を径た同じ程度の厚さの中から取り出すと云う様に、或る集団の中から抽出された任意標本に就て求めると考えるならば後者に属するわけである。本報に於ては母数模型型として統計処理する事とする。従って別の材料別の厚さの試料に就て、此の結果を直接適用する事は出来ない。別の場合には其の都度同様の測定を行えばよいわけである。然し以上は厳密な意味であって、普通電気材料の特性として述べられている様な一般的性質傾向としては此の結果を用いてよい事は勿論である。（常識的な範囲内で）

次に(22)式に於て

$$\mu_i = m + g_i \quad \Sigma g_i = 0 \tag{23}$$

とおく従って

$$V_{i\nu} = m + g_i + W_{i\nu} \tag{24}$$



ここで  $\Sigma g_i = 0$  になる様に  $m$  を定めても一般性を失はない。図—2—2は此の状態を示したものである。此の様に於くと  $g_i$  は各厚さの異いが絶縁破壊値  $V_{i\nu}$  にあたえる効果の違いを示す。

従って帰無仮説  $H_0$  として

$$H_0; g_1 = g_2 = g_3 = 0 \tag{25}$$

となる。此の意味は  $g_i = 0$  であれば厚さの差による絶縁破壊値の異ひは無いわけであるから厚さの微小差の効果があるなら

ば此の帰無仮説  $H_0$  は棄却されるわけである。今  $H_0$  を棄却した場合或率(%)の過誤(之を第

一種の過誤という)をおかす事になるわけである。(すべての測定値に厚さの異ひが表はれるわけ  
ではないから)此の第一種の過誤をおかす確率を  $\alpha$  で表はし之を為水準又は危険率という。此の論文の場合「絶縁破壊値が厚さの微小な差によって異なる」という命題を認めるとそれは  $\alpha\%$  の過誤をおかす事になり、従って  $\alpha$  が小さい事はその厚さの差が破壊値によく表はれている事を示し、 $\alpha$  が大きい事は反対に表はれにくい事を示しているわけである。統計学に於ては  $\alpha$  の値は 0.1, 1, 5, 10,

表-2-2

階級(i)	$t_1$	$t_2$	$t_3$
厚さ範囲	0.980~0.990	1.010~1.020	1.040~1.050
中央値	0.985	1.015	1.045
絶縁破壊値 ( $\nu$ )	24.9	26.1	27.6
	25.3	27.0	27.7
	26.0	27.9	27.7
	27.4	28.7	28.3
$\nu=1\sim3$	27.7	28.9	29.8
$\nu=4\sim5$			

20%と云う様に飛び飛びの値で示されているが、之は品質管理で製品の品質の均一性を調査する場合など、製品の流れの中から抽出される任意標本について、 $\alpha$  が 1%以下なら合格 5%以下なら不合格と云う様に用いるためである。此の論文に於ては  $\alpha$  で厚さの差が破壊値に表はれる程度を示すものとするので連続的な値がほしい。そこで統計数値表の値から曲線を描き連続的な値として  $\alpha$  を求めた。次に  $\alpha$  を求める方法は第一報の補遺に記述した F 分布を使用して分散分析を行うのであるがここでは紙数の関係で総て省略して文献を示すこととする。<sup>(1)(4)(14)</sup> 実際の計算のみを次に示す。

表-2-3 を使用して

総平方和  $S_{RG} = \sum \sum V_{i\nu}^2 - C = 8.95 + 8.12 + 10.87 - 24. = 25.54$

級間平方和  $S_G = \sum_i \frac{T_i^2}{n_i} - C = \frac{13.69}{5} + \frac{12.96}{5} + \frac{37.21}{5} - 2.4 = 10.37$

級内平方和  $S_{R(G)} = S_{RG} - S_G = 25.54 - 10.37 = 15.17$

要因	平方和	自由度 $f$	$U^2 = s/f$	$F = \frac{U_G^2}{U_{R(G)}^2}$
級間 $S_G$	10.37	2	5.18	4.12 > F(5%)
級内 $S_{R(G)}$	15.17	12	1.26	
総 $S_{RG}$	25.54			

故に此の場合有為水準  $\alpha = 5\%$  をもって帰無仮設  $H_0$  は棄却されるのである。従って厚さの差が 30/1000mm ある場合絶縁破壊値にその効果が表はれると断定する場合 5%の過誤をおかすというのである。

[2-4]

確率模型中の母数の推定 (1)(3)

(24) 式  $V_{i\nu} = m + g_i + W_{i\nu}$  に於て母数  $m$ ,  $g_i$ , 及び  $W_{i\nu}$  の分散  $\sigma^2$  を最尤法で推定する。尤度函数  $L$  は 表-2-3 の記号を用いて

$$L\{V_{i\nu}; m, g_i, \sigma^2\} = \prod_i \prod_{\nu} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \varepsilon^{-\frac{(V_{i\nu} - m - g_i)^2}{2\sigma^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^{[n]} \varepsilon^{-\frac{Q}{2\sigma^2}}$$

ここに

$$Q = \sum_{i\nu} (V_{i\nu} - m - g_i)^2 = \sum_{i\nu} \{(V_{i\nu} - \bar{V}_i) + (\bar{V}_i - \bar{V}. - g_i) + (\bar{V}. - m)\}^2$$

$$= \sum_{i\nu} (V_{i\nu} - \bar{V}_i)^2 + \sum_i n_i (\bar{V}_i - \bar{V}. - g_i)^2 + [n] (\bar{V}. - m)^2$$

$$= S_{R(G)} + \sum ni(\bar{V}_i - \bar{V} - g_i)^2 + (n)(\bar{V} - m)^2$$

Lを最大にするにはQを最小にすればよいから

$$\frac{\partial Q}{\partial m} = -2(n)(\bar{V} - m) = 0 \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial m^2} = 2(n) > 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial g_i} = -2ni(\bar{V}_i - \bar{V} - g_i) = 0 \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial g_i^2} = 2ni > 0$$

故に m, g<sub>i</sub>の最尤解を夫々  $\hat{m}$ ,  $\hat{g}_i$  とすると

$$\hat{m} = \bar{V}, \quad \hat{g}_i = \bar{V}_i - \bar{V} \tag{26}$$

(23) 式を用いて  $\hat{\mu}_i = \hat{m} + \hat{g}_i = \bar{V} + \bar{V}_i - \bar{V} = \bar{V}_i$

而も此の  $\hat{m}$  及び  $\hat{g}_i$  は不偏性をもっている事が証明出来る。

次に  $\sigma^2$  の不偏推定量  $\hat{\sigma}^2$  は  $\frac{S_{R(G)}}{(n)-k}$  であたえられる。

又 (22) 式から

$$W_{i\nu} = V_{i\nu} - \mu_i = V_{i\nu} - \bar{V}_i$$

以上の事から表-2-3の実測値を用いて各母数を求めると

$W_{i\nu}$		
$W_{1\nu}$	$W_{2\nu}$	$W_{3\nu}$
-1.36	-1.62	-0.62
-0.96	-0.72	-0.52
-0.26	0.18	-0.52
1.14	0.98	0.08
1.44	1.18	1.58

$$\begin{aligned} \hat{m} &= \bar{V} = 27.4 \\ \hat{g}_1 &= \bar{V}_1 - \bar{V} = -1.14 \quad \hat{g}_2 = \bar{V}_2 - \bar{V} = 0.32 \quad \hat{g}_3 = \bar{V}_3 - \bar{V} = 0.82 \\ \hat{\mu}_1 &= \bar{V}_1 = 26.26 \quad \hat{\mu}_2 = \bar{V}_2 = 27.72 \quad \hat{\mu}_3 = \bar{V}_3 = 28.22 \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{S_{R(G)}}{(n)-3} = 1.26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故に } V_{1\nu} &= m + g_1 + W_{1\nu} = \mu_1 + W_{1\nu} = 26.26 + W_{1\nu} \\ V_{2\nu} &= 27.72 + W_{2\nu} \\ V_{3\nu} &= 28.22 + W_{3\nu} \end{aligned}$$

表-2-4

此の模様を図示すると図-2-2の様になる。

次に

$$\begin{aligned} W_{1\nu} &= V_{1\nu} - \bar{V}_1 \quad W_{2\nu} = V_{2\nu} - \bar{V}_2 \\ W_{3\nu} &= V_{3\nu} - \bar{V}_3 \end{aligned}$$

であるから之を計算して表示したものが表-2-4である。

表-2-3

階級(i)	$t_1$	$t_2$	$t_3$
厚さの範囲	0.980 ~ 0.990	1.010 ~ 1.020	1.040 ~ 1.050
中央値	0.985	1.015	1.045
差	30/1000		
絶縁破壊値 K <sub>D</sub>	$V_{1\nu}$	$V_{2\nu}$	$V_{3\nu}$
	$V_{1\nu}^2$	$V_{2\nu}^2$	$V_{3\nu}^2$
	-2.1	-0.9	0.6
	4.41	0.81	0.36
	-1.7	0	0.7
2.89	0	0.49	
-1.0	0.9	0.7	
1.0	0.81	0.49	
0.4	2.89	1.3	
0.16	8.36	1.69	
0.49	1.9	2.8	
0.24	3.61	7.84	

$$\begin{aligned} T_1 &= -37 & T_2 &= 3.6 & T_3 &= 6.1 \\ T_1^2 &= 1369 & T_2^2 &= 12.96 & T_3^2 &= 37.21 \\ \bar{V} &= 26.26 & \bar{V}_2 &= 27.72 & \bar{V}_3 &= 28.22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_i &= \sum_{\nu} V_{i\nu} & T_i^2 &= \sum_{\nu} T_i \cdot \sum_{\nu} V_{i\nu} \\ \bar{V}_i &= \frac{T_i}{n} & \bar{V}_i^2 &= \frac{T_i^2}{[n]} & [N] &= \sum_{\nu} n_{\nu} \\ C &= \frac{T_i^2}{[n]} & i &= 1 \sim 3 & \nu &= 1 \sim 5 \\ & & & & n_{\nu} &= 5 \end{aligned}$$

註. 本表の  $V_{i\nu}$  は 表-2-2 の値から一定値 27.40 を引いたもので 計算の後に 27.40 を加える

### III 結 論

本報は第一報に引続いて絶縁破壊測定値に現れる変動の構造を明らかにするために、他の測定条件を実用的に可能な範囲で一定に保ちつつ、試料の厚さのみを極く僅か変えた場合その効果が絶縁破壊値に如何に現れるかを、推測統計学に基いた実験計画法の一元配置を用いて分散分析し、有為水準  $\alpha$  で其の効果を表はし、その母数を推定した。勿論此の解析は第一報に示した仮定の上に行っているのである。結果は図-2-2 及表-2-4 に示した。そして材料の劣化と云う様な、絶縁破壊値に及ぼす他の原因による効果を測定す

る場合に厚さの微小差が如何に絶縁破壊値に影響をあたえるかを知っておく事は大切であるし、此の解析そのものをその効果の測定に利用出来るものと信ずる。<sup>(8)</sup>尚本報に於ては紙数の関係で、統計学上の理論の記述が不充分であるので文献をあげてその分を補いたい。

(昭和36年11月30日受付)