

空気取り入れ口のまわりの二次元流

三 上 房 男

Two Dimensional Flow around an Air-Intake

Fusao MIKAMI

By the method of conformal transformation, the flow around an air-intake has been studied. And the stream lines, free stream lines, and the pressure distributions have been obtained for several cases of varying rate of discharge.

1. 写 像

図-1に示すように、 ζ -面の上半面を、 Z -面の境界ABCDEの外側に対応させ、かつ、その際に点A, B, C, D, Eを ζ -面では実軸上の点 $a(-\infty)$, $b(-1)$, $c(+1)$, $d(+\lambda)$, $e(+\infty)$ に対応させる写像函数は Schwarz-Christoffel の定理、あるいは、前出の写像函数に上の各数値を代入し変形することにより

$$Z = K_1 i \left[(\lambda \sin^{-1} \zeta + (\sqrt{1 - \zeta^2} - 1)) \right] \quad (1)$$

となる。

今、取り入れ口の深さ \overline{CD} と取り入れ口の幅 \overline{BC} との比を Λ とおけば、(1)式より

$$\overline{CD} = \lambda \cosh^{-1} \lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}$$

$$\overline{BC} = \left(\frac{\pi \lambda}{2} - 1 \right) + \left(\frac{\pi \lambda}{2} + 1 \right) = \pi \lambda$$

となることは容易に知られるから

$$\Lambda = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{1}{\pi} \left(\cosh^{-1} \lambda - \sqrt{1 - \frac{1}{\lambda^2}} \right) \quad (2)$$

を得る。比 Λ と、 ζ -軸上の点dの座標 λ の関係は、表1、および、図2に示す。

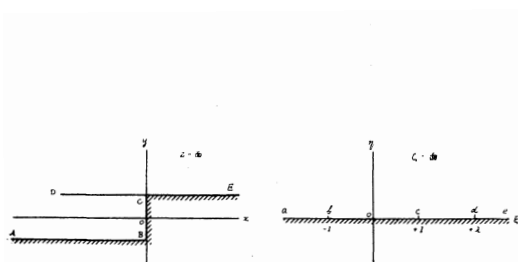


図-1

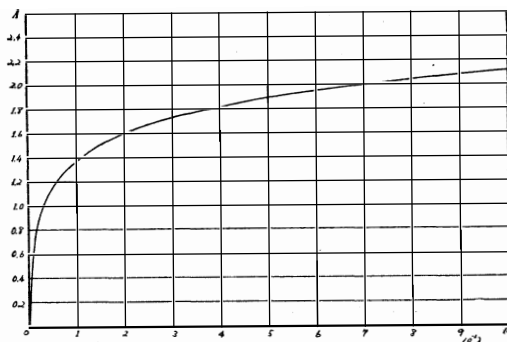


図-2

表 1

λ	Λ	λ	Λ	λ	Λ	λ	Λ
1.0	0.	10	0.63789	200	1.5890	480	1.8675
1.1	.00869	11	.66660	210	1.6046	490	1.8742
1.2	.02235	12	.69407	220	1.6192	500	1.8806
1.3	.03724	13	.71938	230	1.6336	520	1.8930
1.4	.05319	14	.74249	240	1.6469	540	1.9051
1.5	.06926	15	.76464	250	1.6600	560	1.9165
1.6	.08480	16	.78527	260	1.6724	580	1.9277
1.7	.10004	17	.80431	270	1.6845	600	1.9385
1.8	.11507	18	.82270	280	1.6960	620	1.9490
1.9	.12946	19	.84015	290	1.7071	640	1.9592
2.0	.14356	20	.85603	300	1.7179	660	1.9687
2.1	.15715	30	.98504	310	1.7284	680	1.9783
2.2	.17039	40	1.0766	320	1.7383	700	1.9875
2.3	.18284	50	1.1476	330	1.7482	720	1.9964
2.4	.19509	60	1.2054	340	1.7577	740	2.0054
2.5	.20706	70	1.2548	350	1.7669	760	2.0136
2.6	.21865	80	1.2971	360	1.7759	780	2.0219
2.7	.22953	90	1.3347	370	1.7848	800	2.0302
2.8	.24032	100	1.3681	380	1.7930		
2.9	.25092	110	1.3987	390	1.8013		
3.0	.26108	120	1.4263	400	1.8096		
4.0	.34849	130	1.4518	410	1.8172		
5.0	.41769	140	1.4754	420	1.8249		
6.0	.47492	150	1.4973	430	1.8325		
7.0	.52340	160	1.5180	440	1.8398		
8.0	.56557	170	1.5371	450	1.8468		
9.0	.60262	180	1.5556	460	1.8538		
10.0	.63789	190	1.5728	470	1.8608		

2. 複素ポテンシャル

複素ポテンシャル, および, 流函数, 速度ポテンシャルは上述の写像函数(1)により容易に導き出すことができるが, 以下, (α)一様流のみの場合, (β)一様流と, Z 一面の原点の位置(図1)に吸い込み点, あるいは, 吸き出し点がある場合, (r)一様流と, Z 一面の境界 BC (図1)に沿って, 吸い込み, あるいは, 吸き出しの分布がある場合, の三つの場合に別けて述べることにする。そして, これらの場合について, 複素ポテンシャルを W , 流函数 Ψ , 速度ポテンシャルを Φ であらわすが, (α)の場合には添字 u を, (β)では $p.s.$ を, (r)では $d.s.$ をつけて区別することにする。

(α) 一様流のみの場合

ζ 一面の無限遠点における速度を V とすれば, この場合の複素ポテンシャル W_u は

$$W_u = V\zeta$$

となるが, Z 一面の無限遠点における速度を U とおくとき,

$$\left| \frac{dW}{dZ} \right|_{\infty} = \left| \frac{dW}{d\zeta} \right|_{\infty} \cdot \left| \frac{d\zeta}{dZ} \right|_{\infty}$$

の関係により

$$U = V/K_1$$

となるから

$$W_u = \Phi_u + i\Psi_u = K_1 U \zeta \quad (3)$$

を得、したがって、

$$\Phi_u = K_1 U \xi, \quad \Psi_u = K_1 U \eta \quad (4)$$

となる

また、Z-面と、 ζ -面との座標の間には次の関係

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{\lambda} &= \frac{A}{\lambda} - \frac{1}{2} \ln [(\xi+A)^2 + (\eta+B)^2] \\ \frac{y}{\lambda} &= \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\lambda} \right) + \frac{B}{\lambda} - \tan^{-1} \frac{\eta+B}{\xi+A} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

但し、

$$A = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{[(\xi-1)^2 + \eta^2] [(\xi+1)^2 + \eta^2]} + (\xi^2 - 1 - \eta^2) \right\}}$$

$$B = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{[(\xi-1)^2 + \eta^2] [(\xi+1)^2 + \eta^2]} - (\xi^2 - 1 - \eta^2) \right\}}$$

が成立するので、Z-面で与えられた境界に対して Λ を知り、これにより、表1、または、図2、から λ を得れば、(4)の第2式と(5)により流線をひくことができる。

(β) 一様流と、Z-面の原点の位置に吸い込み点、あるいは、吹き出し点がある場合
吸い込み、または吹き出しの強さを μ とすれば

$$W_{PS} = \Phi_{PS} + i\Psi_{PS} = K_1 U \zeta + \mu \ln \zeta \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{PS} &= K_1 U \xi + \mu \ln \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \\ \Psi_{PS} &= K_1 U \eta + \mu \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(γ) 一様流と、Z-面の境界 \overline{BC} に沿って、吸い込み、あるいは、吹き出しの分布がある場合

$$W_{ds} = \Phi_{ds} + i\Psi_{ds} = K_1 U \zeta + \mu [(\xi+1) \ln(\xi+1) - (\xi-1) \ln(\xi-1) - 2] \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ds} &= K_1 U \xi + \mu [(\xi+1) \ln \sqrt{(\xi+1)^2 + \eta^2} - (\xi-1) \ln \sqrt{(\xi-1)^2 + \eta^2} \\ &\quad - \eta \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi+1} + \eta \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi-1} - 2] \\ \Psi_{ds} &= K_1 U \eta + \mu [\eta \ln \sqrt{(\xi+1)^2 + \eta^2} - \eta \ln \sqrt{(\xi-1)^2 + \eta^2} \\ &\quad + (\xi+1) \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi+1} - (\xi-1) \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi-1}] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3. 速度分布と圧力分布

(α) 一様流のみの場合

ζ -面および、Z-面の無限遠点における速度を同じにとれば、 $K_1=1$ となるから

$$\bar{V} = \frac{dW_u}{dz} = \frac{dW_u}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dz} = \bar{U} / \frac{dz}{d\zeta}$$

但し、 \bar{V} 、 \bar{U} は共軛素複速度をおらわす。したがって、 $|\bar{U}| = \text{const.} = U_\infty$ とおけば

$$\frac{|\bar{V}|}{U_\infty} = \left| \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\lambda-\zeta} \right| \quad (10)$$

特に、境界面に沿う速度分布を考えれば

$\zeta = \xi$ おいて

$$-\frac{|\bar{V}|_{\text{bound}}}{U_{\infty}} = \left| \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\lambda-\xi} \right| \quad (10a)$$

但し

$|\bar{V}|_{\text{bound}}$ はZ-面の境界に沿う速度の絶対値をあらわす。

ここで圧力係数 C_p を求めれば Bernoulli の定理により

$$C_p = \frac{p-p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2} = 1 - \frac{|\bar{V}|_{\text{bound}}^2}{U_{\infty}^2} = 1 - \frac{1-\xi^2}{(\lambda-\xi)^2} \quad (11)$$

(β) 一様流と、Z-面の原点の位置に吸い込み点、あるいは、吹き出し点がある場合
(6)式より

$$\bar{U} = \frac{dW_{ps}}{d\xi} = U_{\infty} + \frac{\mu}{\xi}$$

したがって境界面に沿っては

$$(\bar{U})_{\text{bound}} = U_{\infty} + \frac{\mu}{\xi}$$

ξ -面における激み点の座標を ξ_s とおけば、 $(U)_{\text{bound}} = 0$ とおいて $\mu = -\xi_s U_{\infty}$ であるから、 ξ_s により速度分布と、圧力分布をあらわせば

$$\frac{|\bar{V}|}{U_{\infty}} = \left(1 - \frac{\xi_s}{\xi} \right) \left| \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\lambda-\xi} \right|^2 \quad (12)$$

$$C_p = 1 - \left(1 - \frac{\xi_s}{\xi} \right)^2 \left| \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\lambda-\xi} \right|^2 \quad (13)$$

(γ) 一様流と、Z-面の境界BCに沿って吸い込み、あるいは、吹き出しの分布がある場合

$$\bar{V} = \frac{dW_{ds}}{dZ} = \frac{dW_{ds}}{d\xi} \frac{d\xi}{dZ} = \left(U_{\infty} + \mu \ln \frac{\xi+1}{\xi-1} \right) \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\lambda-\xi}$$

ξ -面の実軸上における激み点の座標を ξ_s とおぼ

$$\mu = - \frac{U_{\infty}}{\ln \xi \frac{\xi_s+1}{\xi_s-1}}$$

の関係を得る。但し、この場合 ξ_s の絶対値は常に1よりも大きいことに注意しなければならない。

したがって、速度分布、圧力分布は次のようになる。

$$\frac{|\bar{V}|}{U_{\infty}} = \left(1 - \ln \frac{\xi+1}{\xi-1} \Big/ \ln \frac{\xi_s+1}{\xi_s-1} \right) \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\lambda-\xi} \quad (14)$$

$$C_p = 1 - \left(1 - \ln \frac{\xi+1}{\xi-1} \Big/ \ln \frac{\xi_s+\xi}{\xi_s-1} \right)^2 \frac{\xi^2-1}{(\lambda-\xi)^2} \quad (15)$$

4. 数値計算例

$\Lambda = 1,8806$ ($\lambda = 500$) の場合について数値計算を行い、前述の(α)、(β)、(γ)の三つの場合の流線求めて第3, 4, 5図に示す。尚、(β)、(γ)の場合については、吸い込みの場合を考え、激み点が、 $\xi_s = 2000$ にある場合について計算してある。この場合には、吸い込みの極く近くでのみ、点と分布との相違が影響し、大部分の領域でその影響を無視することができる。また、ひさしの部分が、吸い込み口の幅 \overline{BC} の約1.4倍以上ある場合には \overline{BC} の上におかれた吸い込みが点であるか、分布したものであるか、あるいはまた、後の場合には、その分布状況等の相違による影響は、ひさしの外には

あらわれて来ないと考えることができる。尚、今の場合の吸い込み強さの分布は \overline{BC} を直径とする半

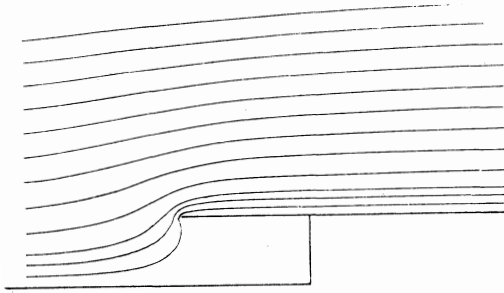


図-3

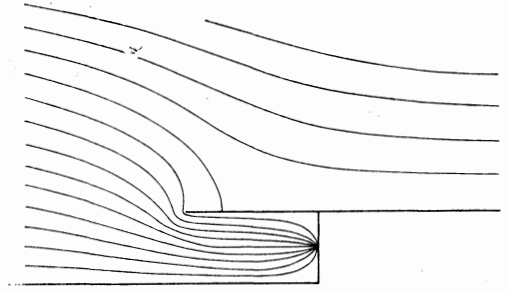


図-4

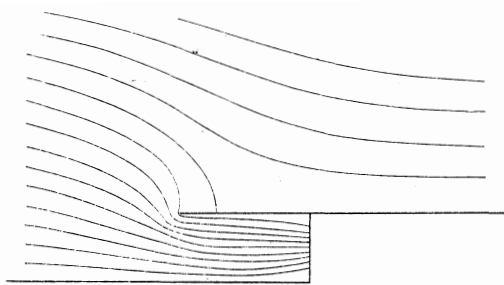


図-5

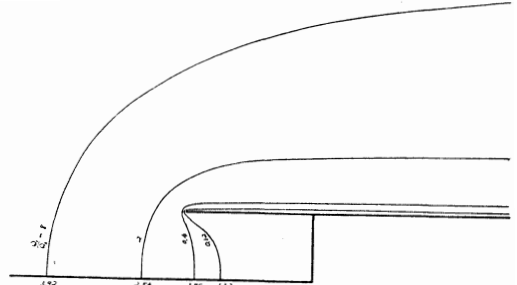


図-6

円状となつている。

また、図6に吹き出しがある場合の自由流線を示す。図中、曲線に沿つて記入してある数字は吹き出し流量 Q_1 と一様流の流量 Q_2 との比を示し、境界に沿う数字は吹き出し口の幅 \overline{BC} を規準長としてはかつた、漩み点の座標を示す、そして、この漩み点の座標を横軸に、上記の流量比 Q_1/Q_2 を縦軸にとれば図7に示す曲線が得られる。

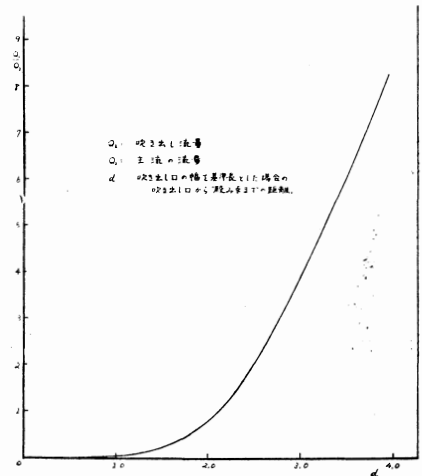


図-7

文 献

(1) Mikami, F : A note on the Conformal Transformation of the Step having a Visor of Finite Thickness. Bulletin of Faculty of Engineering Toyama University, vo. 11, no. 12, pp.134-136, 1960.