

最適調整に関する研究(その2)

制御系のサーボパワー

四谷平治

Study on Optimum Control (part II)

Servo-power of Control Systems

Heizi YOTUYA

The theory of automatic control is concerned exclusively with the flow of control signal, and is neglected how the energy flow in the control system elements is taken place. However, according as the progress of Automation-Technique, the design method becomes more and more exact and severe, and we have to evaluate the data of system elements at the limit of allowable power flow.

This paper is intended to contribute in these points.

1. ま え が き

自動制御の技術が各方面に行きわたってくるにつれてサーボ機構の利用される分野も急速に拡大されてきた。生産工業を大きく二種類に分けてプロセス制御とサーボ機構に分類することが出来るが、これは対照的な立場にあるものと考えることが出来る。即ち原料にエネルギーを加えてわれわれに有用なものを作る過程を調べてみると質の変化(物質を生産する過程)をするものと形の変化(物体を生産する過程)をするものがある。プロセス制御は前者であつて原料の流れる環境条件の支配によつて質の変化を目的とするものである。これに対してサーボ機構は機械的位置(正確に言えば変位と角度)を制御することによつて製品の形に関係するものであるという事が出来る。さてサーボ機構をある目的のために用いようとする時に先づ始めに起る問題はサーボモーターに要求されるパワーの見積りである。所がサーボ理論というのは制御系の中の信号の流れという点のみに着目して体系化された理論であつて各要素やブロックにおけるエネルギーのレベルがどうなっているとかパワーの見積りや又その授受がどうなっているかという事には深く立ち入つておらない。しかしながら設計上の立場から見るとこれでは片手落ちであつて信号の流れに注目すると同様にパワーの見積り或いはその授受という点にも考慮を払つて始めて完全なものという事が出来る。サーボ機構では機器のエネルギーレベル及び動作の安定性という見地からパワーが最も問題になるのはサーボモーターである。サーボモーターが出すパワー、外部の負荷がとるパワー及び駆動に要するパワーが問題になつてくるのである。この論ではこの様な観点からサーボモータとして現在各方面において最も多く使用されている2相電動機に例をとつてステップ入力信号に対するパワーの見積り及び授受について調べたものである。

2. サーボ電動機の過渡応答におけるパワー

サーボ機構は位置(変位と角度)の制御をするのが目的であるから、その操作には多くの場合サーボ電動機が用いられる。これには直流、交流および特殊サーボ電動機がある。この内0.2W程度の極小形から100W前後の小出力のいわゆる計器用のものとして交流二相サーボ電動機が用いられ

ている。

二相サーボ電動機は図-1に示す様に主巻線に一定の交流電圧 E を加えて制御巻線にはこれと 90° 位相の異なる電圧 jkE (k を制御量によつて変える) を加えた時に回転子に加わる回転力 τ は次の式で与えられる。

$$\tau = K_0 E^2 \left\{ 4k - 2(1+k^2) \frac{n}{n_s} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

但し n_s : 同期回転速度
 n : 回転速度
 k_0 : ある定数

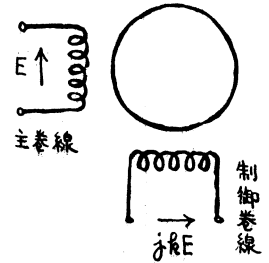


図-1 二相電動機

この式を求めるには主巻線に流れる電流によつて起る磁界と制御巻線に流れる 90° 位相の異なる電流によつて起る磁界とによつて回転磁界が発生するが、これを二つに分解して互に回転方向の異なる大きさの異なつた円形回転磁界に分けてその各々によつて正相分トルクと逆相分トルクとを求めてこれを合成することによつて得られた式である。

次に負荷にかかつている回転力 τ_e は回転軸につながれている負荷及び電動機、歯車装置を合計して回転速度に無関係に一定の部分と速度 n に比例する部分とから成り立つと考えて次の如く置くことが出来る。

$$\tau_e = A + Bn \dots\dots\dots (2)$$

但し A : クーロン摩擦
 B : 粘性摩擦

この時運動方程式は次の式で与えられる。

$$\tau = A + Bn + J \frac{dn}{dt} \dots\dots\dots (3)$$

但し J : 回転子の慣性能率 (回転部分を含めて) (3) 式に (1) 式を代入すると

$$\frac{dn}{dt} + \frac{2K_0 E^2 (1+k^2) + Bn_s}{Jn_s} n = \frac{4K_0 E k - A}{J} \dots\dots\dots (4)$$

これが運動に関する微分方程式であつてこれを解くと

$$n = \frac{4K_0 E^2 k - A}{2K_0 E^2 (1+k^2) + Bn_s} n_s \left(1 - \varepsilon^{-\frac{2K_0 E^2 (1+k^2) + Bn_s}{Jn_s} t} \right) \dots\dots\dots (5)$$

回転部分にクーロン摩擦及び粘性摩擦が無いと考えればつまり負荷がかかつていない場合は $A=B=0$ と置いて

$$n = \frac{2kn_s}{1+k^2} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{2K_0 E^2 (1+k^2)}{Jn_s} t} \right) \dots\dots\dots (6)$$

これを図にプロットしたものが図-2である。回転力 τ 及び速度 n が求められたのでサーボ電動機が消費している電力の瞬時値 $p(t)$ は

$$p(t) = n \cdot \tau = \left(A + Bn + J \frac{dn}{dt} \right) n \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式に (6) 式を代入したものが求めるパワーとなるわけである。

この式をそのまま求めるには実験的に捕捉しなければ性質を見ることが出来ないが特に無負荷であつて $A=B=0$ の場合には

$$p(t) = \frac{8K_0 E^2 k}{1+k^2} n_s \varepsilon^{-\frac{2K_0 E^2 (1+k^2)}{Jn_s} t} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{2K_0 E^2 (1+k^2)}{Jn_s} t} \right) \dots\dots\dots (8)$$

これを図にプロットしたものが図-3である。この図から電力消費が最大になる時刻及びその大きさを求めることが出来る。即ち

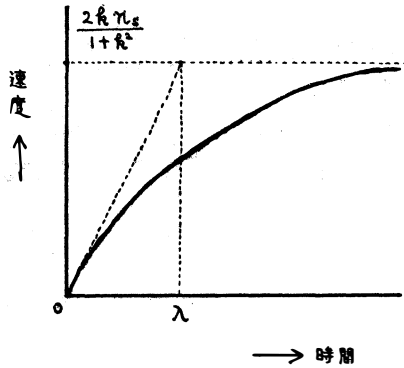


図-2 速度曲線

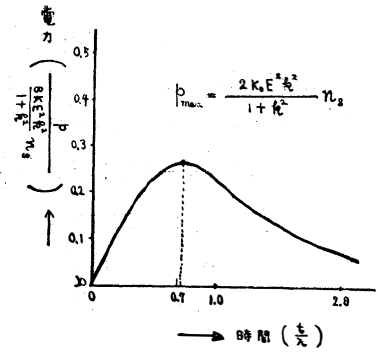


図-3 電力曲線

$$\frac{d}{dt} p(t) = 0$$

を解いて電力消費が最大になる時刻 t_{max} 及びその電力消費 p_{max} を求めると

$$t_{max} = \frac{J n_s}{2K_0 E^2 (1+k^2)} \log 2 = 0.35 \frac{J n_s}{K_0 E^2 (1+k^2)} \dots\dots\dots (9)$$

$$p_{max} = \frac{2K_0 E^2 k^2}{1+k^2} n_s \dots\dots\dots (10)$$

以上の計算結果から次の事が推論出来る。制御入力信号のステップ入力変化に対してサーボ電動機の速度の確立曲線及び電力消費曲線は夫々 (6) 式及び (9) 式で与えられる。これより速度確立の即応性を高めるためには (6) の時定数入を小さくすればよい。それには慣性性能率 J 同期速度 n_s をなるべく小さくするか或いは主巻線の電圧 E 又は K_0 を大きくすれば良い。速度の確立曲線は行き過ぎ状態になる様なことはない。これは基本の微分方程式が一次式であるから当然の事である。さてこの様にした時電力消費の最大値即ちピークパワー p_{max} はどうなるかと言えば (10) 式より慣性性能率 J には無関係であり n_s を小さくすればピークパワーも小さくなるので都合であるが E , K_0 を大きくするとピークパワーも大きくなるので注意を要する。又ピークパワーは入力電圧 (即ち k に比例すると考えてよい) の自乗に比例することも注目すべきである。

さてサーボ電動機を設計しようとする場合この定格容量はピークパワーに耐えるものでなければならぬ。しかしそうかといつて余裕を取り過ぎて大きく定格容量を取るとは不経済であるからそこに自づからある限度がある筈である。この限度 (従つて安全度ともいうべきもの) をどの位にとれば良いかという事は今日の処ではまだ研究されていない様である。今後サーボ機構に要求される規格がきびしくなつてくると当然これを問題にしなければならない時期が来ると思う。

3. サーボ電動機の周波応答におけるパワー

サーボ電動機に加える入力信号がステップ入力でなくて正弦波状の周期的変化をする時のパワーについて調べておく必要がある。この場合は交流理論の場合のパワーと同様の事が考えられる。制御入力の振幅が正弦波状に変る場合には前述の k の値を次の様におけば良い。(図-4 参照)

$$k = k_0 \sin \xi t \dots\dots\dots (11)$$

又回転力と速度との関係は (1) 式に示した如く

$$\tau = KE^2 \left\{ 4k - 2(1+k^2) \frac{n}{n_s} \right\}$$

であるからこれを k を入力とするブロック図に書くと 図-6 が得られる。

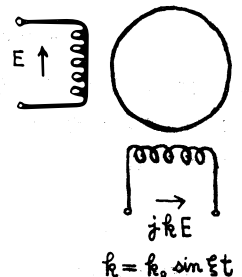


図-4 二相モーター

この図では掛算要素が入っているので k が時間的に変化したのでは明らかに非線型となってくるので取扱いが困難になるが特に k の値が小さくて $k^2 \ll 1$ を満足すると考えられる場合には近似的に線型と考へて計算を進めることが出来る。これはブロック図で言えば 図-6 の a 点で回路が切断された場合に相当している。

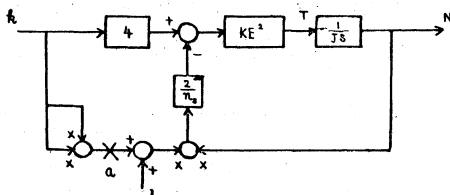


図-5 回転力のブロック図

この様な場合には回転力は

$$\tau = 2K_0 E^2 \left(2k - \frac{n}{n_s} \right) \dots\dots\dots (12)$$

これを (4) に代入して

$$\frac{dn}{dt} + \frac{2KE^2}{Jn_s} n = \frac{4K_0 E^2}{J} k \dots\dots\dots (13)$$

k のステップ入力変化に対する速度の伝達函数 $N(s)$ は

$$N(s) = \frac{\frac{4KE^2}{J} k}{s \left(1 + \frac{2KE^2}{Jn_s} s \right)} \dots\dots\dots (14)$$

従つて回転力の伝達函数 $T(s)$ は

$$T(s) = J s N = \frac{4KE^2 k}{1 + \frac{2KE^2}{Jn_s} s} \dots\dots\dots (15)$$

これからパワーの周波応答函数 $P(s)$ として

$$P(s) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{1r1=R} N(r) T(r-s) dr = \frac{8K_0 E^2 k^2 n_s}{s + \frac{Jn_s}{2KE}} - \frac{8KE^2 k^2 n_s}{s + \frac{Jn_s}{KE}} \dots\dots\dots (16)$$

(16) 式をラプラス逆変換すると、前述の (8) 式と一致するので斥循はない。

周波応答におけるパワーは入力信号に対する回転力及び速度の関係が本来は非線型であるものを無理に近似して直線型と考へて導き出した関係であるからこれからあまり多くの結論を出すことは危険である。それは省略した部分に相当大きい要素を見逃がしているかも知れないからである。これらを実態に即して調べるにはどうしても実験にまたねばならない。

4. あとがき

今日の自動制御の理論は構成要素が線型である事を前提としている。線型を取扱いをするという事は各要素が無限に大きいパワーでも取扱う事が出来るという事を暗黙の内に仮定しているとも考えられる。実際のものはどうかと言えば技術的の見地から或いは経済的の見地から系要素の取り扱ひ得るパワーには限度があるわけであつて若し制御系に無理をさせようとすれば系要素の内で特に weak point に非線型或いは破壊等の故障が起つて使用出来ない状態となつてしまうわけである。しかるに今日の大系づけられている理論はこの点を等閑に附している様に思われる。これは最近起つてきたサイバネテックスに迷わされてその包含している大きい欠陥が表われた結果であると思う。

サイバネテックスは制御と通信という観点のみに力点を置き過ぎておるためにもう一つの大きい要素であるエネルギーの授受という面を等閑視している様に思われる。或いは更にこれに材料の流れというものを含めても良いかと思う。

自動制御を最適の状態にするという事は随つて信号の流れという面のみから定められる問題ではない。さもなければ例えば最適調整を行う場合に極めて小さいエネルギー要素によつて莫大なエネルギー収支をとまなう或いは通過する制御系というものが出来上つて実際と合わないものになるわけである。

今後オートメーションの発展にともなつて制御系に加えられる技術的要求が益々きびしくなることが予想されるがかかる際に要求は満すがしかし経済的の見地から出来るだけ小さいエネルギー収支ですむ様なものを作らねばならなくなると思われるが、この様な場合に信号の流れの面から最適化を進める反面パワーの授受の面からも考察を進めて或る限度以内に止める様にしなければならぬ場合が生起すると思われる。即ちそこに妥協をしなければならない事もあり得る筈である。本稿の考察によつてもその事が言える。即ち主巻線の電圧 E を増大することは速度確立の即応性を増すことにはなるが反面ピークパワーを増大させるのでこれがサーボ電動機の定格容量を越える事になつたのでは困るのでこれ以下に止める配慮が必要となつてくる。

かくしてサーボ機構の設計理論は通信（信号）と電力（エネルギー）の両面を考慮に入れたものにする必要があると思われるのである。換言すると電力消費をある限度内に押えてこの範囲内で最適化を如何に進めるかという問題になつてくる様に思われる。今回は実験的な検討を加える事が出来なかつたのは残念であつた。

参 考 文 献

- (1) 自動制御 Vol 4, No. 1, 1957 P. 33
- (2) オートメーション Vol 2, No. 9 1957 P. 75
- (3) 電子工業 Vol 4, No. 8 1955 P. 26
- (4) 自動制御便覧 PP. 497