

凸極型同期電動機の電流軌跡

上 野 亨

Current Locus of Salient Pole Synchronous Motor

Toru UENO

The current loci of a salient pole synchronous motor are limaçons, but they may be considered approximately as semi-circles in working range. The writer studied how to draw the circles of current loci, and to calculate the necessary quantities from the dimension of the circles.

The drawn circles and the calculated quantities coincide well with the experimental results.

は し が き

多相同期電動機を非凸極と仮定して、励磁電流が一定であるときの電機子電流ベクトルの頭の軌跡〔電流軌跡と略称する〕を理論的に求めると、円線図が得られる。⁽¹⁾

然るに凸極〔界磁鉄心〕型同期電動機では、電流軌跡は円とはならず、高次の曲線となる、之をパスカル蝸牛曲線⁽²⁾⁽³⁾ 或はリマソン図形⁽⁴⁾ と称する。Richter 氏は幾何学的に⁽³⁾、小串氏は複素数計算により⁽²⁾ 之を証明して居る。Langsdorf 氏も幾何学的に⁽⁴⁾ 之を求めて居るが、リマソン図形⁽⁵⁾ であると云う証明を付けて居ない。

筆者は、本論文に於いて、上述の電流軌跡を求める別の方法を提案し、実用域では円とみなし得ることを示し、実測値と比較した。

尙、本論文では、不平衡現象及過渡現象を取扱わない。

(1). Langsdorf : Theory of Alternating Current Machinery, P. 426, 1937

(2). 小串孝治 : 電気工学円線図, P. 305, 昭和24年.

(3). Richter : Elektrische Maschinen, Bd. II, S. 236, 1930.

(4). Langsdorf : Theory of Alternating Current Machinery, P. 458, 1937.

(5). 岩波書店 : 理化学辞典, P. 1529, 昭和25年.

1. 内 容 概 説

多相凸極型同期電動機の二反作用理論によるベクトル図から、公称起電力と電機子電流との関係を表す式を求め、之を極座標に転換して、その軌跡がリマソン図形となることを証明した。

リマソン図形は、本論文に問題になる範囲では、円とみなし得ることを明かにした。

電機子抵抗、直軸リアクタンス、横軸リアクタンス等が与えられたと仮定した場合の、電機子電流軌跡の求め方を示した。

電機子抵抗、直軸及横軸リアクタンスの求め方を示した。

電流軌跡から、出力及効率を求める方法につき論じた。

上述の方法により得られた電流軌跡と、実測値との比較を示した。

2. 二反作用理論

多相凸極型同期電動機において次の如く一相当りの値を用いる。尙、本論文においては特に明記

しない限り、一相当りの値を用いるものとする。

V_t = 端子電圧, E_o = 公称起電力, $\epsilon_o = -E_o$, l_q = 横軸リアクタンス内部電圧, I = 電機子電流, I_d = 電機子電流直軸分, I_q = 電機子電流横軸分, x_d = 直軸リアクタンス, x_q = 横軸リアクタンス,

r = 電機子抵抗, $Z_q = \sqrt{r^2 + x_q^2}$ = 横軸インピーダンス,

$Z_m = \sqrt{r^2 + x_d x_q}$ = 平均インピーダンス, φ = 力率角, φ_o = 内部力率角,

δ = トルク角, $\alpha = \tan^{-1} \frac{r}{x_q}$

i = 界磁電流

と置き、不足励磁としてベクトル図を作れば第1図の如くなる。

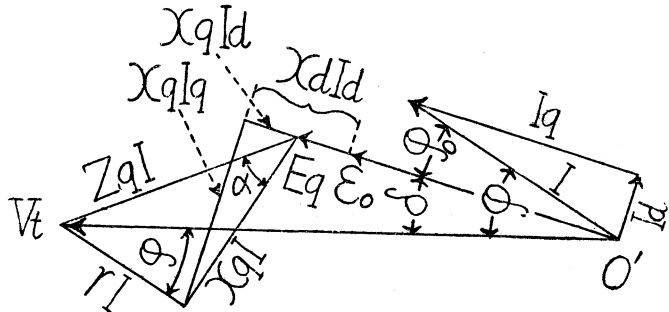
此の関係を等式により表せば

$$\epsilon_o = E_o = E_q - (x_d - x_q)I_d$$

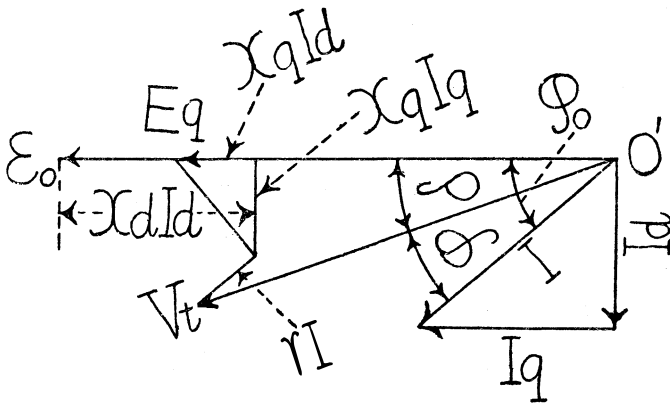
$$\left. \begin{aligned} E_q \cos \varphi_o &= V_t \cos \varphi \\ -rI &= P \\ E_q \sin \varphi_o &= V_t \sin \varphi \\ -x_q I &= Q \end{aligned} \right\} \text{と置けば}$$

$$I_d = I \sin \varphi_o = IQ / \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{故に } E_o = \sqrt{P^2 + Q^2} - I(x_d - x_q)Q / \sqrt{P^2 + Q^2} \dots \dots \dots (1)$$



第 1 図



第 2 図

過励磁としてベクトル図を作れば第2図の如くなる。此の場合に力率角の計り方に留意し、電流が電圧よりも遅れて居るときの角がプラスであると考えれば、此の図では φ 及 φ_o がマイナスとなつて居るから

$$\epsilon_o = E_o = E_q + (x_d - x_q)I_d$$

$$\left. \begin{aligned} E_q \cos \varphi_o &= V_t \cos \varphi - rI = P, \\ -E_q \sin \varphi_o &= -V_t \sin \varphi + x_q I = -Q \end{aligned} \right\} \text{と置き得るから}$$

$$I_d = -I \sin \varphi_o = -IQ / \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{故に } E_o = \sqrt{P^2 + Q^2} - I(x_d - x_q)Q / \sqrt{P^2 + Q^2}$$

となり、式(1)と全く同じになる。

式(1)は励磁電流及端子電圧を定め、軸負荷を変化した場合の電機子電流と、力率角との関係を示す式であるから、直交座標 $[\xi, \eta]$ を考え、電圧ベクトル V_t を縦軸 η に一致せしめ、遅れ電流コンポーネント $I \sin \varphi$ を横軸 ξ に採り、 $\xi = I \sin \varphi$ 及 $\eta = I \cos \varphi$ (即ち $I = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ 及

$\varphi = \tan^{-1} \frac{\xi}{\eta}$ なる関係を式 (1) に代入し, I 及 φ を消去して得られる方程式 $f(\xi, \eta) = 0$ が求むる電流軌跡である。然し之は高次方程式となり, 式の上からは図形を察知することが出来ないの
で, 色々の工夫がなされて来たのであるが, 筆者の導いた方法を次に示す。

3. 極座標による解法

直角座標 $[\xi, \eta]$ から極座標 $[\rho, \delta]$ に転換する。

第3図に於いて, 極座標の極を C , 原線を \overline{OC} , 偏角を δ' , 動径を ρ とし, 偏角の計り方は時計回りをプラスとする。極の〔直角座標から見た〕位置 $[\xi_c, \eta_c]$ を次の如く採る。

$$\xi_c = \frac{V}{Z_q} \cos \alpha, \eta_c = \frac{V_t}{Z_q} \sin \alpha$$

$\triangle CIO$ に余弦法則を適用して

$$I = \overline{OI} = \sqrt{\frac{V_t^2}{Z_q^2} + \rho^2 - 2 \frac{V_t}{Z_q} \rho \cos \delta'} \quad \dots\dots (2)$$

C から横軸 ξ に平行なる直線を引いて見れば次の関係がわかる。

$$\sin \varphi = \left\{ \frac{V_t}{Z_q} \cos \alpha - \rho \cos(\delta' - \alpha) \right\} / I \quad \dots\dots (3)$$

$$\cos \varphi = \left\{ \frac{V_t}{Z_q} \sin \alpha + \rho \sin(\delta' - \alpha) \right\} / I \quad \dots\dots (4)$$

式 (2), (3) 及 (4) を式 (1) に代入して整理すれば

$$\rho = \frac{Z_q}{Z_m^2} E_0 + \frac{x_d - x_q}{Z_m^2} V_t \cos(\delta' + \alpha) \quad \dots\dots (5)$$

此の方程式が電機子電流軌跡を表す。

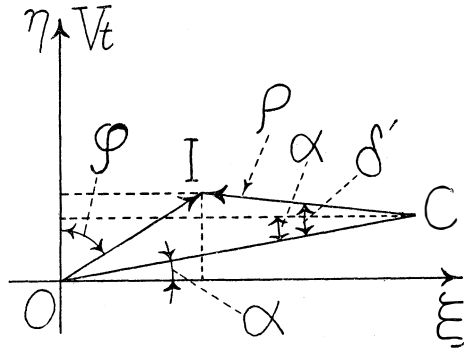
第1図の $\triangle O'E_q V_t$ と第3図の $\triangle CIO$ とを比較して $\angle O'V_t E_q = 90^\circ - \alpha - \varphi$,

$$\angle COI = 90^\circ - \alpha - \varphi$$

故に $\angle O'V_t E_q = \angle COI$ 及 $\overline{V_t E_q} / \overline{V_t O'} = Z_q I / V_t$

又 $\overline{OI} / \overline{OC} = I / \frac{V_t}{Z_q}$ 故に $\overline{V_t E_q} / \overline{V_t O'} = \overline{OI} / \overline{OC}$

従つて $\triangle O'E_q V_t \sim \triangle CIO$ 仍つて $\delta' = \delta$ 即ち電流軌跡の偏角 δ' はトルク角 δ と同一のものであるから (') を付けて区別する必要はない。



第3図

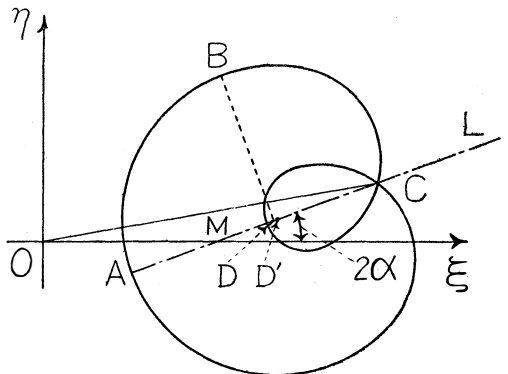
4. リマソン図形

式 (5) を見易く書くと次の如くなる [但し $G \geq 0$, $H \geq 0$].

$$\rho = G + H \cos \theta \quad \dots\dots (6)$$

即ち第4図に示すリマソン図形を表す。その対軸は \overline{LM} で, $\overline{OM} = \overline{MC} = V_t / 2x_q$, $\angle CM\xi = 2\alpha$ なる関係がある。

リマソン図形の形は $G/H = \sigma$ の値により変る。 $\sigma < 1$ ならばループがあるけれども $\sigma \geq 1$ ではループがない。



第4図

σ は凸極の程度〔即ち x_d/x_q 〕及励磁の程度〔即ち E_o/V_t 〕により定る。

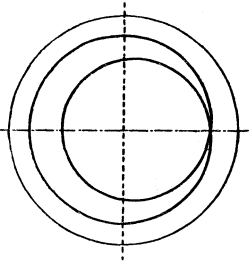
実用的な同期電動機では次の如く見てよい。

$$0.7 < \sigma < 4$$

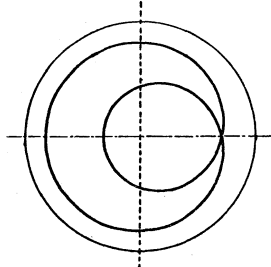
凸極の程度の大なる電動機を弱励磁すれば $\sigma=0.7$ 位になり、凸極の程度のあまり大でないものを強励磁すると $\sigma=4$ 位になる。尚リアクション電動機では $\sigma=0$ である。

$G < 0$ 又は $H < 0$ となる場合は逆励磁又は逆印加電圧による不安定なる運転状態を表すのであるから考慮の必要はない。

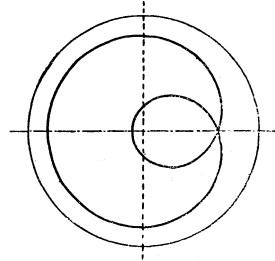
第
5
図



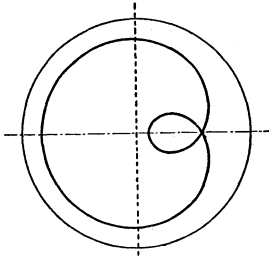
(1) $\sigma = \frac{1}{10}$



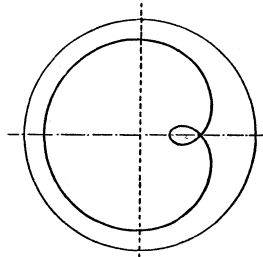
(2) $\sigma = \frac{1}{5}$



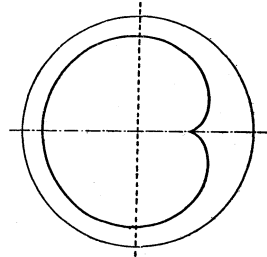
(3) $\sigma = \frac{1}{3}$



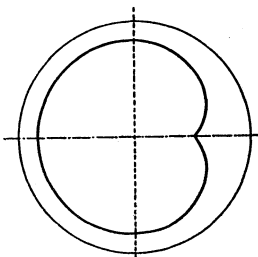
(4) $\sigma = \frac{1}{2}$



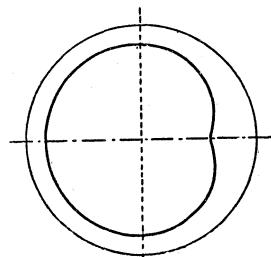
(5) $\sigma = \frac{2}{3}$



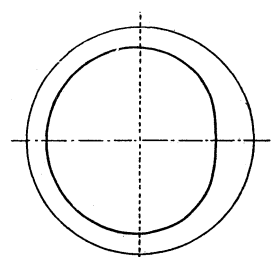
(6) $\sigma = 1$



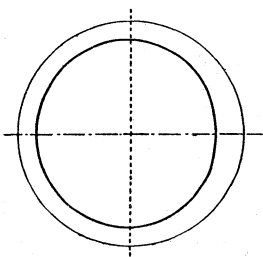
(7) $\sigma = 1.2$



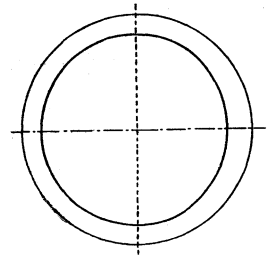
(8) $\sigma = 1.5$



(9) $\sigma = 2$



(10) $\sigma = 3$



(11) $\sigma = 4$

第5図に於けるリマソン図形は、 $\sigma=0.1$ より $\sigma=4$ に至るものを11個だけ示してある。図形から容易に、左 $\frac{1}{2}$ 位の範囲では殆んど円となつて居ることが推定せられる。外側にある円形は、上記の如く左約 $\frac{1}{2}$ がどんなによく半円と見えるかを比較するためのものであつて、それ以上の意味はない。

$\theta=0$ のとき、即ち第4図のA点に相当する点に於ける曲率半径 R_A は次式で表される。

$$R_A = \frac{(G+H)^2}{G+2H}$$

この様な曲率円を作図して見ると、非常によく接触することがわかる。

もし此の R_A よりもわずかに小なる半径 R_B なる円を、A 点に於いて接する様に作るならば、途中にわずかの誤差は入るが、更に θ の大なる処まで十分に近似した円を見出すことが出来る。

リマソン図形は $\sigma=0$ ならば円となるから問題はないけれども、其の他の場合には、第5図の各個について検して見ると、〔上述した如く R_A よりもわずかに小なる半径〕 R_B は、第4図について云えば、対称軸 \overline{AL} からリマソン図形に至る巾 \overline{BD} に等しいことがわかる。仍つて次の如く表すことが出来る。

$$R_B = [\rho \sin \theta]_{\max}$$

但し此のリマソン図形にループがあるときには、大きい方のループについて論ずるものとする。

〔参考事項〕 $\overline{AD} = \overline{BD}$ とはならない、即ち R_B を求めると直ちに中心位置が定ると云うわけではないから、先ず R_B を求め、然る後に \overline{AL} 上に $\overline{AD}' = R_B$ となる様に中心 D' を見出さねばならない。然し D 及 D' は事実上は非常に近い位置にある。

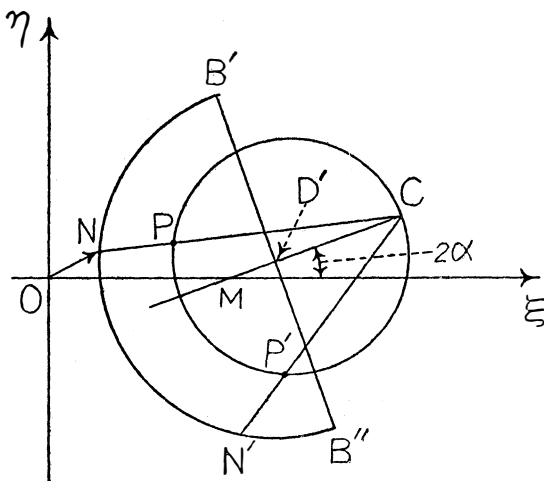
作図法に於いては、上述の方法により R_B 及 D' を求める必要がなく、リマソン図形の約 $\frac{1}{2}$ が殆んど円に一致することの了解がついて居ればよい。

$R_B = [\rho \sin \theta]_{\max}$ に相当する偏角 θ_m を計算して見ると第6図の如くなる。

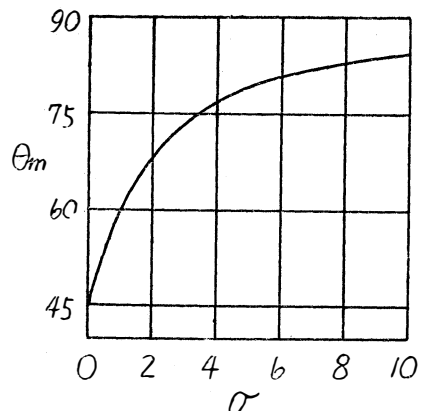
5. 半円の作図法

r は x_d 及 x_q に比較して非常に小であるから r^2 を x_q^2 及 $x_d x_q$ に比較して無視することにすれば式(5)は次の如く簡単になる。

$$\rho = \frac{E_o}{x_d} + \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} V_t \cos(\delta + \alpha) \dots \dots \dots (7)$$



第 7 図



第 6 図

第7図において $\overline{OM} = V_t/2x_q$, $\angle CM\xi = 2\alpha$ 及 $\overline{MC} = \overline{OM}$ なる作図により C 点を定め、 $(x_d - x_q)V_t/x_d x_q$ を直径とし、中心が \overline{MC} の上にあつて、C を通過する円を作る〔此の円はリアクション電動機の電流軌跡であるから、リアクション円と略称する〕。

此の同期電動機を無負荷にて運転し、無負荷電流ベクトル \overline{ON} を定める〔誘導電動機円線図の無負荷電流ベクトルに相当する〕。

\overline{NC} とリアクション円との交点を P とする。

C を通る他の直線 $\overline{CN'}$ を作り、リアクション円との交点を P' とし、 $\overline{N'P'} = \overline{NP}$ となる様に N' を定める。

点 N 及 N' を通り \overline{MC} 上に中心 D' を有する円を作れば、それが「電機子電流軌跡を表わす」リマソンと殆んど一致する円である。

誘導電動機円線図においては、 \overline{ON} に相当するベクトルは唯一個存在するのであるが、同期電動機にありては、公称起電力 E_0 の値を定める毎に \overline{ON} の如き無負荷電流が定まることになり、 E_0 の値を何個か定めると、それに相当する個数の電流軌跡が存在する。

〔注意事項〕 第 7 図において D' を通り \overline{MC} に垂直なる直径 $\overline{B'B''}$ より左側のみが近似的半円であつて、右側は全然意味が無い。

半円 $B'NB''$ の内で、横座標軸 ξ より下部は発電機を表す。

6. 定数決定法

r , x_d 及 x_q は同期電動機を発電機と考へて小出力の直流電動機で運転し算定することが出来る。 r については、多相短絡試験をなし、同期機の励磁電流を変化したときの直流機の入力の変化から同期機電機子銅損を測定し、計算により同期機電機子実効抵抗を見出す。

x_d については、無負荷飽和曲線と、多相短絡曲線とから通常の如く〔凸極であることを考えずに〕同期リアクタンスを求めらる。

x_q は少しく面倒で次の如くなる。無励磁のまま直流電動機で運転すると共に、端子には極めて低い多相電圧 E_s 〔定格周波数、同一相回転〕を与える。其の時の交流側電流はなるべく定格電流に近いことが望ましい。運轉用直流機の励磁電流を強めて同期機の方にわずかのスリップを起させる。そのときに交流側電流計の針は I_{min} と I_{max} の間を振動する。その振動数がきわめてゆるやかになる様に E_s を充分低めることが必要である。此の状態のもとに針の最大の指示 I_{max} を読み次式から x_q を求める。

$$x_q = \frac{E_s}{I_{max}}$$

〔注意事項〕 電流計の針の振動数があまり高いと、針の慣性による誤差が入るのみならず、回転子制動巻線による誤差が入るから、1 秒間の振動数はなるべく 2 回以下にするとよい。

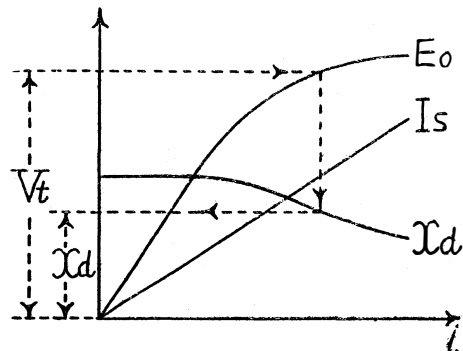
7. 飽和及高調波の影響

x_q については、横軸の磁束通路の空隙が大であることを考慮して飽和の影響を無視した。 x_d については、通常の同期機の教科書⁽⁶⁾にある如く、飽和の影響がある。

飽和の程度は、同期機内部に実在する回転磁束により定まるものであつて、前述の方法で測定し、無負荷電圧又は界磁電流を仮定し、 x_d を定め得たとしても、実在磁束が明かでなければ意味が薄い。

第 8 図は飽和曲線 E_0 、短絡曲線 I_s 及同期リアクタンス曲線 x_d を示す。 x_d を撰定する場合に、界磁電流 i 即ち公称起電力 E_0 を規準とすべきか、端子電圧 V_t を規準とすべきかと云う問題がある。

端子電圧 V_t が定まつた場合に、実在磁束は $|\dot{V}_t - \dot{Z}_l \dot{i}|$ によつて定る〔但し \dot{Z}_l は漏洩インピーダンスである〕。此の値は V_t と E_0 との間にあるが、



第 8 図

Z_t はあまり大なる値ではないから、 V_t に近いものと仮定し、 x_d を求むるには〔例えば第8図において〕縦軸上に V_t の値を採り、 $E_o = V_t$ と仮定し〔界磁電流 i を考慮することなく〕 x_d 曲線の上に x_d を求める。後節に述べる如く、此の方法によつて得た電流軌跡は、実験により求めた電流軌跡とよく一致する。

次は高調波について論ずる。凸極機の空隙が一様でないから、電機子起磁力により発生する磁束の高調波分は相当に大きいものと思われるが、高調波は結局漏洩リアクタンスとして作用する⁽⁷⁾ のであるから、本論文に示す如く、 x_q 及 x_d を実験により定めるならば、得たる値はすでに高調波の影響を受けて居る故に、もはや考慮を要しない。

(6). 例えば、電気学会編：電気機械工学 IV 同期機、P. 45, 昭和27年。

(7). 電気学会：電気機器最近の発達。P. 31, 昭和7年。

8. 誤差について

実験測定が絶対精密に行われたとしても、飽和の影響に於て確定し難いもののあることは、前節において述べた。故に此处では、 x_q 及 x_d に誤差ある場合の影響につき論ずる。

先ずリアクション円の直径 Φ_o について

$$\Phi_o = \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} V_t$$

x_d には β , x_q には r だけの誤差があるものとすれば、その直径 Φ_o' は

$$\Phi_o' = \frac{x_d(1+\beta) - x_q(1+r)}{x_d x_q(1+\beta)(1+r)} V_t$$

此の式に於て $x_d/x_q = S$ と置き、次式により誤差を計算する。〔 β 及 r の2次以上の項を無視する。〕

$$\text{誤差率} = \frac{\Phi_o' - \Phi_o}{\Phi_o} \approx \frac{\beta - Sr}{S-1}$$

$S=2$ とすれば、誤差率 $= \beta - 2r$, $S=1.5$ とすれば、誤差率 $= 2\beta - 3r$ となる。

x_q について飽和を無視すれば $r > 0$, 端子電圧により x_d をきめると $\beta > 0$ となる。〔 x_q には飽和の影響が少しくあるから測定値より小なる値が真値である。 x_d は V_t より高い電圧に相当する実在磁束の下に運転する機会が多いから、測定値より小なる値が真値である。〕仍つて x_q 及 x_d の誤差は互に打消し合う傾向のあることがわかる。

次にリアクション円の位置については、 x_q の誤差のみが影響し、 x_q の飽和を無視したために、第7図において \overline{OM} が r 丈け小となり $\angle CM\xi = 2\alpha$ が r 丈け小となり、 \overline{MC} が r 丈け小となるけれども、結局は大した事がない。

9. 電流軌跡の利用

多相誘導電動機の円線図においては、公知の如く、出力、トルク、効率などを図形の上に長さ〔或は長さの比〕で表し直読することが行われて居る。

本論文に示す如く、凸極型同期電動機電流軌跡は実用域では円となるから、一般円線図理論⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ を用いて、凸極型同期電動機においても、諸量を総て図上に表わすことが出来るけれども、 E_o の異なる値の度に一組の図形が出来るので、一組毎に別の区劃を使用して製図を改めて実施しなければならず、到底其の煩に耐え得るものでない。もし同一区劃に作図すれば、甚だ複雑な図形となり、図上でよみとることは殆んど出来ない。仍つて筆者は最小限度の作図をなし、残余は数値計算によるべきことを提案する。

第9図において、半円 $B'B''B'''$ を本論文による電流軌跡とする。

力率 100%なる無負荷運転をなし、そのときの電機子電流を η 軸上 \overline{Oa} とする。点 a を通り ξ 軸に平行線 \overline{ab} を作る。

今、半円周上の点 c における状態を求めるには次の様にすればよい。

点 c から η 軸に平行線 \overline{cd} を作り、 \overline{ab} との交点を e 、 ξ 軸との交点を d とすれば、所要の各種量は次の如く算定せられる。

$$\text{電機子電流} = \overline{Oc}$$

$$\text{入力〔1相当り〕} = V_t \overline{cd}$$

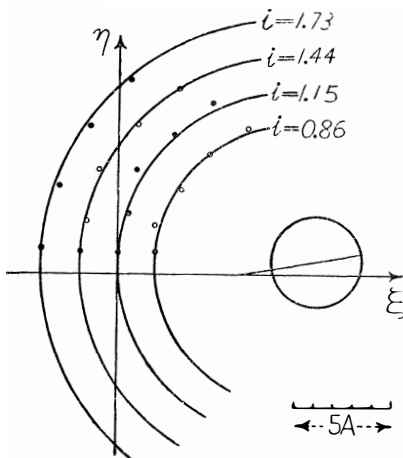
$$\text{出力〔1相当り〕} = V_t \overline{ce} - r \overline{Oc}^2$$

$$\text{力率} = \overline{cd} / \overline{Oc} \times 100$$

効率を算定するには界磁損失を考慮せねばならぬ。励磁機直結式であれば、界磁損失は近似的に \overline{cd} の中に含まれて居ることに留意すればよい。

- (8). 瀬藤象二：応用電気機器学 (I) P. 36, 昭和20年。
 (9). 小串孝治：電気工学円線図, P. 36, 昭和24年。
 (10). 森田 清：円線図と円線図表, P. 42, 昭和27年。
 (11). Richter：Elektrische Maschinen, Bd. II, S. 18, 1930.

10. 実験値との比較

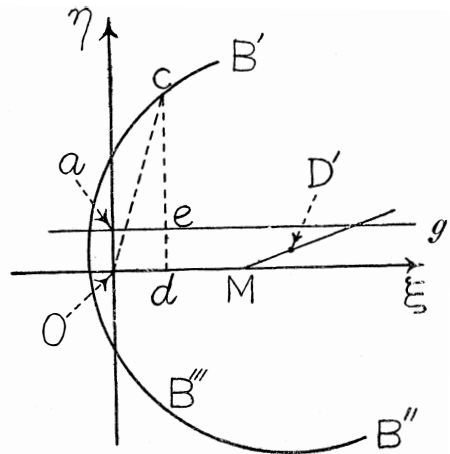


第 10 図

11. 結 論

凸極型同期電動機の〔定励磁〕電流軌跡はリマソン図形となるが、実用域では円とみなし得るので、簡単な実験により得たる値を用いれば、円線図として作図が出来る。

円線図は、入力及出力などの算定に利用し得る。



第 9 図

本論文の方法により求めた電流軌跡が、実測によるベクトルと一致するか否かを調べるために使用した同期電動機は次の如きものである。

製造者：明立電機株式会社、出力 3 馬力、3 相、線間電圧 200V、60c/s、1800R/M、全負荷電流 9.7A、直結励磁機なし。

第10図に示す如く、実測によるベクトルの頭〔○及●〕はきわめてよく一致して居る。

各種常数は次の如し〔但し温度 27°C〕。

$$V_t = 115.5V, r = 0.81\Omega, x_d = 14.42\Omega,$$

$$x_q = 9.16\Omega, \phi_o = 4.6A, \overline{OM} = 6.3A$$

$$\tan 2\alpha = \frac{1.62}{9.16}$$