

磁気学についての二三の疑義

森 光 三

On Some Doubts of the Fundamental of Magnetism.

Mituzo MORI

There were a few change in the lecture of the fundamental of electricity and magnetism. It was the adoption of the MKS rational system for the units of the electric and magnetic quantities, and of the charge of electricity Q as a dimension for them. I have had a dissatisfaction in the fundamental of the theory of magnetism for long time. But no improvements were not seen in this field.

My opinion is as follows.

The idea of magnetic charge must be used carefully as the magnetic charge is apparent and not being as the electric charge.

There are mistakes in the calculation of the magnetic potential differences of two points near the surface of a magnetic shell, one is at positive side and the another at negative side, in usual text books.

My definition of magnetic induction and magnetic force is stated.

The Ampere's law is experimental and can not be proved theoretically.

1. ま え が き

私が初めて電気磁気学を学んでから既に三十余年、この間に電子管が発達して、暗夜を通して物を見るレーダー、或は今後の戦争に人類を破滅に導くかと恐れられている原子分裂等 応用の面に於て恐るべき進歩をみせたのであるが、電気磁気学そのものも僅かではあるが変化がみられる。一つは MKS 単位の採用である。これは可成り普及したと思はれる。次は次元の問題である。電気量 Q を $M, L, T,$ と同じ資格を与え M, L, T, Q をもつてすべての電気磁氣的量を表せば合理的な次元式がえられる。これはまだ普及されていないが、今後は当然これに統一すべきである。ところで私がかねてから不満に思つて居るのは磁気学の構成である。多くの書物を見ても満足すべきものがなく、又これを訂正しようとする提案も見かけないので、磁気学のどの点に疑義があるか、これをどのように訂正すべきかについて私見を述べる。

電気磁気学の書物は数多い、著者名をあげれば、トムソン、水野、披山、山本、竹山、後藤、鈴木、宮島、電気学会等手許にあるものでもこれだけある。その他多くの物理学書の大部分は電気磁気学に費されている。J, J, Thomson の Elements of the mathematical meory of Electricity and magnetism. が多くの書の基になつているかと思われるので、トムソンの書その他を引用して私見を述べる。「……………」はトムソンからの引用で、他は著者名を記した。

第二次世界大戦の B-29, レーダー、原子分裂といった物で科学の最高を考え、これが行き詰りかとも考えられたのであるが、現実はこのを越えてはるかに前進して居り、B-29 も既に旧式となり、将来どのような新しいものが出現するかもわからない状態である。

本文は一向応用の面には関係ないのであるが、電気工学に入門する者が必ず一度は通る初のコースが如何にもぎこちなく石ころだらけのように思はれるので、これをならして平にするのも入門者に無用の損失をさせない為に必要なであろう。

2. 磁 極

「われわれは磁気の諸法則を簡潔に述べる為には磁気量或は磁荷 (Charge of magnetism) なる語を用い、かつ磁針の両端の性質を云い表はすのにその両端は磁荷をおびている。即ち一端は正の磁荷を、他端は負の磁荷をおびていると云う方が便宜をうる事が判る。こゝで一つはつきり了解しておかなければならぬことがある。それは磁石についてこのような考え方は、唯この分野に属する諸現象を簡単に記述する為の便宜的な方法であつて、磁石の組織とか又は磁力の起る機構とかに關しては何等の意味を有しないということである。」

以上はトムソンの書からの引用であるが、注意すべきは下線を施した部分であつて、二つの磁極が吸引し又は反撥するのは決して磁極に磁荷と称する何物かゝあつてこれが力の原因になるのではない。実際磁極には磁荷と称する物は存在しない。磁極間に力を生ずるのは、磁石の全体の部分が作用して生ずるのであつて磁極の部分だけが關係するのではない。電荷は実際の物として存在し、電荷が力の原因となるのであるから、磁荷を電荷と完全に同じように取り扱うことはできない。

「非常に細長い一様に磁化された同様な二本の針をとり A を一つの磁石の一端とし B を他の磁石の同種の端とする。A と B を空气中に単位距離離しておき、他の端の A, B に及ぼす影響は無視してよい程針は長いものとする。この時 A B 間の反撥力が 1 であるならば A, B は単位の強さの磁極であるという。」

細長い針の場合は両端を磁極としてよろしいが、巾が長さに対して無視出来ない場合に磁極をどのように定義しているか。

「然し一般には磁荷は両端に局限されているものではなく寧ろ磁石の全表面に存在するのである。かゝる場合に應ずるには磁石の極の定義を少くし拡張する必要がある。磁石を一様磁界においたと仮定する。その正の磁荷に働く力は何れも同一方向に作用する一群の平行力であつて、之等は静力学の法則によりこの平行力の中心なる P に作用する一個の力で置き換えることができる。この P 点を磁石の正極という、負の磁荷に作用する力は一点 Q に作用する一個の力で置き換える。二の Q 点を磁石の負極という。P に働く合力は、静力学によつて正の総磁気量が P に集中したと考へた時の力と同一である。」

磁極の表面に磁荷が分布し、磁荷に平行力が作用するから、平行力の中心 P をとつて磁極と定めるといふのであるが、実際には磁荷というものはないのであるから、平行力もなく、平行力の中心といつたものも存在しないから下線を施した部分は誤りである。

「磁石の軸とはその両極を結ぶ線のことをいひ、その方向は負極から正極に向う。」

磁石の巾が長さに対し無視しがたい場合には磁極は決定しがたいので磁軸もきめられない。然し磁石を一様な磁界に置いた時にこれに作用する偶力が最大の位置で磁界に直角の方向を磁軸と定義すれば、磁極はきめなくとも磁軸は定まる。然し方向だけで位置まではきまらない。

「正磁気量と両極間の距離との積を磁石の磁気能率という。従つてこの量は強さ 1 なる均一磁界内に磁軸を磁界と直角の方向においた場合にその磁石に作用する偶力に等しい。」

これは寧ろ後者の定義をとつた方がよろしい、磁気能率が分つておればよろしいので、これを磁気量と両極間の距離とに分離する必要は多くの場合なく又不可能である。

「クーロニは振り秤を使つて同符号の磁荷の間の発撥力の大きさは、磁荷の積に比例し、磁荷の間の距離の二乗に逆比例することを証明した。磁荷の間の力は電荷の間の力と同一の法則に従うから、電界の場合の諸定理をそのまま磁界に適用することができる。」

クーロン法則が電荷に対しても磁荷に対して成立することから、電荷と磁荷を全く同じ様に取り扱つた書が多いがこれは誤りであらう。磁荷のクーロン法則は恐らく細長い磁針について為された

と思はれるが、これを一般の場合に適用することは不可である。電荷と磁荷は種々の点で異なる。

(1) 電荷は (+) と (-) に分離することが出来 (+) だけを持つた物体が存在し、電荷なる実在の物があるが、磁荷は一の磁石の両端に (+) (-) と分離するけれども、(+) だけをもつた物体はなく、磁荷なるものは実在せず単に仮想的のものである。

(2) 磁荷の間にクーロン法則が成立するのは、等価的に磁極に磁荷が存在すると考えて、この間にクーロン法則が成立する場合もある。というにすぎないのであつて、電荷の場合は電荷が力の原因となるが、磁荷の場合は磁石の総ての部分が力に関係しているのだから磁荷は見掛上のものにすぎない。

3. 磁石板

「一個の小磁石に基因する磁位・第1図にてA, B を磁石の極とし、OP は AB に比して非常に大きいものとする。

$$P \text{ 点の磁位} = \frac{m}{BP} - \frac{m}{AP}$$

然るに $OP \gg AB$ であるから $AM \perp OP$, $BN \perp OP$ とすれば $\angle PAM = \angle PBN = \angle R$ である。

故に近似的に

$$BP = PN = PO - ON$$

$$AP = PM = PO + OM = PO + ON$$

$$\therefore \frac{m}{BP} - \frac{m}{AP} = \frac{m}{OP - ON} - \frac{m}{OP + ON} = \frac{2mON}{OP^2 - ON^2}$$

$OP \gg ON$ であるから $\theta = \angle POB$ として

$$P \text{ 点の磁位} = \frac{2mON}{OP^2} = \frac{mAB \cos\theta}{OP^2}$$

M を磁石の磁気能率とすれば

$$P \text{ 点の磁位} = \frac{M \cos\theta}{OP^2} \quad \text{』}$$

この記述は正しい、然し再三断つてある様に、 $OP \gg AB$ 即ち磁石から遠方の点について云えることで磁石の近くではこの式は成り立たない。

「磁石板とは磁石の薄片であつて各の点でこの薄片に直角の方向に磁化されたものをいう。任意の点における磁石板の強さは磁化の強さと板の厚さとの積である。強さ一様な磁石板による磁位を求めよう。第2図にて磁石板の一点Qの回りに小さな面積 dS を考え、I を Q 点に於ける磁石板の磁化の強さ、t を磁石板の厚さとする。面積 dS の小さな磁石の能率は、 $I dS t$ である。磁化の方向が PQ となす角を θ とすればこの小磁石に基因する P 点の磁位は、

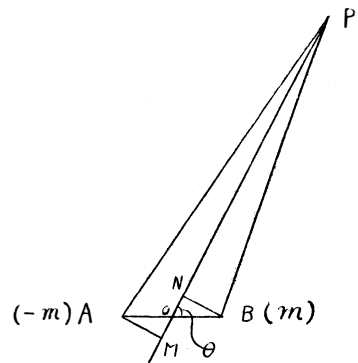
$$\frac{I dS t \cos\theta}{PQ^2}$$

に等しい、 ϕ を磁石板の強さとすれば

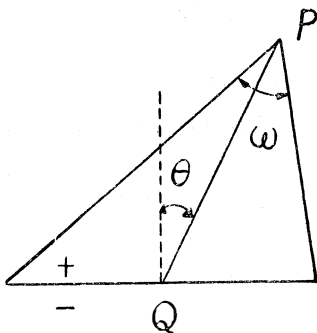
$\phi = It$, 故に磁位は

$$\frac{\phi dS \cos\theta}{PQ^2}$$

磁石板全体が P 点に作る磁位はこれを全表面について積分したものである。



第1図



第2図

$$\int \frac{\phi \cos \theta dS}{PQ^2} = \phi \int \frac{\cos \theta dS}{PQ^2} = P\omega$$

ω は磁石板が P 点に作る立体角である。」

こゝまでは正しい、注意しなければならぬのは、PQ が厚さ t に比べて非常に大でなければならぬということである。もし P 点が磁石板に非常に接近して居ればこの式は成立しない。

「P 点を磁石板の正の側にごく接近した点、P' は P にごく近く負の側の点とする。P 及 P' に於ける磁石板による磁位を考えよう。P 点の磁位は磁石板が P 点に張る立体角を ω とすれば $\phi\omega$ である。然るに P' 点の磁位は磁石板が P' 点に張る立体角が $(4\pi - \omega)$ であるから

$$-\phi(4\pi - \omega) = (\omega - 4\pi)\phi \quad \text{となる。}$$

$$P \text{ 点の磁位} - P' \text{ 点の磁位} = \omega\phi - (\omega - 4\pi)\phi = 4\pi\phi$$

故に P の磁位は P' の磁位より $4\pi\phi$ だけ高い。」

この所論は誤りである。何故ならば、磁位が $\phi\omega$ であることを証明する時は距離 OP が磁石板の厚さ t より非常に大きいという条件を用いている、然るにこゝでは P 点を磁石板の正の側にごく接近した点と仮定しているから $\phi\omega$ をそのまま使用することはできない。この所どの書物をもてもトムソンからその儘移したとみえて皆誤りを犯している。そればかりでなくこの誤つた結論からアンペアの貫流法則を証明したりしている。磁石板の考えは電気工学の方面では殆んど利用の余地がないから、これは寧ろ使用しない方が賢明であろう。

4. 磁気感応

「空気中の任意の一点における磁力とは、その点におかれた単位磁極に働く力、或は磁力の方向に直角におかれた単位能率の磁石に働く偶力と定義することが出来る。然し磁化された物体内の磁力を測定するにはその物体内に穴を設けてその中に磁力の測定に用うる磁石を入れる。然し穴の側壁も感応によつて磁化されて来て、その磁気が穴の中の磁力に影響する。従つて磁力は穴の形に左右され、磁力という言葉にきまつた意味を持たす為には穴の形を一定にする必要がある。」

穴をうがてば磁気状態が変ることを考えねばならぬ。穴をうがたずとも磁力が定義できれば、穴をうがつ必要はない。

「磁性体内の一点を P とし P 点の周りに軸が P の磁化の方向と平行になるような円壙形の穴を作り、その円壙が非常に細長い場合を考えると円壙の一端に正磁気が配布され、他端には負磁気が配布される。I を P の磁化の強さとする、その断面積が S である時には、一端には IS の磁荷を持ち、他端は $-IS$ をおびる。もし円壙の長さ $2l$ がその直径に比して非常に大きい時には円壙の両端の磁極が、円壙の中心における単位磁極に及ぼす力は $2IS/l^2$ となり、もし円壙の巾が長さに比し非常に小さければこの値は零となる。穴の中の単位磁極に及ぼす力は、IS 以外の原因によつて起るもので P 点に於ける磁力と定義し H で表わす。」

「次に円壙の長さを直径に比較して非常に小さくして穴の形を薄い細隙の形にする。この細隙の左端には表面密度 I 右端には表面密度 $-I$ の磁荷がある。若し単位磁極が細隙中におかれるならば分布した磁荷による力は、丁度電荷の表面密度が各々 $+I$, $-I$ なる二枚の無限平面間におかれた単位電荷に働く力に等しい、即ち単位磁極の受ける力は $4\pi I$ となる。従つて細隙内に於て P 点における単位磁極に働く全体の力は P 点における磁化の方向に於て P 点の磁力と $4\pi I$ との合力となる。細隙内の単位磁極に働く力は P 点に於ける磁気感応或は磁束密度と定義され B で表はす。

$$B = H + 4\pi I$$

磁束密度に面積を乗じたものを磁束という。」

これが従来行われている H と B の定義である。穴をうがつた為には磁気状態が変ること、表面密度 I なる磁荷を、電荷と同じ様に取り扱つて $4\pi I$ なる力を出した所に難点がある。

「ファラデーの研究によつて感応電流の生ずべき条件が決められた。併しながら起電力の大きさを決める式を初めて与えたのは F・E・Neumaun である。感応電流に関する法則は次の如く述べることが出来る。一つの回路を貫いている磁束が時間について変化している時は 磁束の減少の割合に等しい起電力が回路に働く。」

$$\text{こゝでノイマンが } e = -\frac{d\phi}{dt} = -S \frac{dB}{dt}$$

なる式で起電力と磁束密度との関係を表わしたのであるが、ノイマンの原文をみると機会がないので疑問に思うのであるが、彼は鉄の中に扁平な穴をうがつて、この中の磁力を測定して B を求め、そして B と e の関係が上式のようになるのを証明したのであらうか、多分そうではあるまい、 $B = H + 4\pi I$ なる定義を認めるとしてもこれが起電力の式中の B と等しいということはどうして実験的に証明したのであらうか。この点にふれた書を見かけたことがない。磁束密度の定義はむしろ鉄の中に穴をあけることでなく起電力の式から直接行うことが望ましい。

竹山著「電磁誘導においてはソレノイドの心材が空気である場合と鉄である場合とで、誘起起電力が著しく異なる。 $\int Hd\ell = NI$ から H の値はソレノイドの内部が空心であらうと鉄心であらうと異なるから、誘起起電力は H 自身の線束の変化によるものではなくして H と密接なる関係をもつ他の量の線束の変化によるものと考えねばならぬ。この量を磁気誘導度と呼び B で表わし、その線束を磁束と名づけ ϕ で表わす。誘起起電力との関係は、

$$e = -\frac{d\phi}{dt}, \quad \phi = \int BdS \quad]$$

誘起起電力から磁束を定義し、磁束から磁束密度を出す。鉄でも空気でも同じように取り扱い鉄の中に穴をうがつ必要はない。

竹山著「鉄の中の磁界の強さ H を

$$H = \frac{B - I}{\mu_0} \quad \text{と定義する。} \quad B = \mu_0 H + I]$$

M, K, S, 有理系をとるので、H の代りに $\mu_0 H$, $4\pi I$ の代りに I となつてゐる。鉄の中に穴をうがつて H を定義する代りに、磁束密度 B と磁化の強さ I から上式によつて定義するので、これは H と B と I を定し、その間の関係を求めるのは違つた行き方である。この定義だけでは甚だ理解しにくいのが次のように考えればはつきりする。巻数 N からなる endless solenoid に i アンペアを流し l なる長さの磁路に磁束を生ぜしめる。磁界を生じる原動力となるものは Ni (アンペアターン) である。これを起磁力という。起磁力は l なる長さ様に働くものであるから単位長に働く起磁力 NI/l (アンペアターン/メートル) を磁力式は磁界の強さ H と定義する。これは磁路が真空でも鉄でも同様である。磁路が真空であれば、B は誘起起電力から定義され H は単位長に働く起磁力から定義され真空透磁率 μ_0 が

$$\mu_0 = \frac{B}{H}, \quad B = \mu_0 H$$

から測定される。 $\mu_0 H$ は H によつて真空中に生ずる磁束密度である。

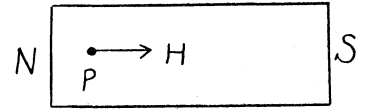
鉄の中の式 $B = \mu_0 H + I$

では B は誘起起電力から定義され、H は単位長の起磁力から定義されるから、I を

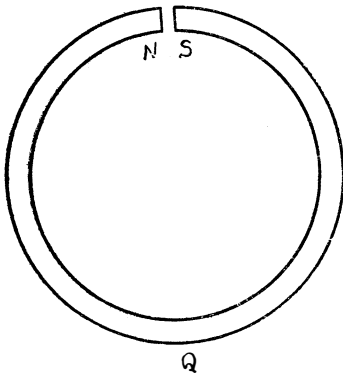
$$I = B - \mu_0 H$$

と定義することになる。鉄の中を考えると、鉄が空間を一杯に占めてゐるのではなく、鉄の分子が真空中にあるのであるから、H に基く真空中の磁束密度 $\mu_0 H$ に鉄の磁化に基く真空中の磁束密度 I を加えたものが鉄の中の磁束密度と考える。詳しくいえば真空中といつても場所によつて異なるからその平均値ということになる。 $I = B - \mu_0 H$ で定義された I が単位体積の磁気能率になることは別に証明しなければならぬ。竹山説を少し変えて上記のように $B = \mu_0 H + I$ を理解するのが一番

合理的に思はれる。そして磁極の表面にある磁荷が、力の原因になるという考えは捨て去る方がよい。第3図にて永久磁石の中の点PのHはN極及S極面上の磁荷によつて右方にHを生ずると考えて、これがBの方向と逆であるから減磁力といつて居る。果して磁極面上の磁荷がこのような力を生ずるか疑問である。磁荷が磁石内部の点に力を及ぼすというような等価的な考が成立しないとした方が、むしろ正しい。P点のHはこの磁石以外の電流又は磁石による作用がなければ零である。もしそれがあれば、それによるP点の単位長に働く起磁力がP点のHである。



第3図



第4図

次に磁極面の磁荷を力の原因と考えては誤りを生ずる例を述べる。第4図にて endless solenoid の中に鉄を入れ、鉄に空隙がある場合、巻数 N 、電流 i 、鉄の透磁率 μ 、空隙の長さ l_2 、鉄心の長さ l_1 、断面積 S とすれば

$$\text{磁気抵抗} = \frac{l_1}{\mu S} + \frac{l_2}{\mu_0 S}, \quad \mu = \mu_0 \mu_s$$

$$\text{磁束 } \Phi = \frac{Ni}{\frac{l_1}{\mu S} + \frac{l_2}{\mu_0 S}} = \frac{\mu_0 \mu_s SNi}{l_1 + \mu_s l_2}$$

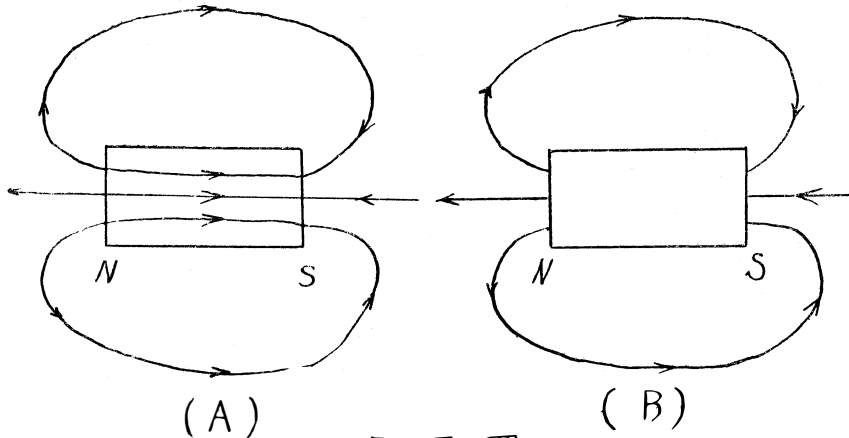
$$\text{磁束密度 } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\mu_0 \mu_s Ni}{l_1 + \mu_s l_2}$$

$$\text{空隙の } H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{Ni \mu_s}{l_1 + \mu_s l_2}$$

$$\text{鉄中の } H = \frac{B}{\mu_0 \mu_s} = \frac{Ni}{l_1 + l_2 \mu_s}$$

鉄中の H 、空隙の H については上の式が正しいと考えられている。空隙の H に l_2 を乗じたものを H_i から減じ $H_i - (\text{空隙の } H \times l_2)$ を鉄心に働く起磁力と考え、これを鉄心の長さ l_1 にて除したものが鉄中の H になつている。空隙における磁荷は全然関係していない。もしこの磁荷が鉄の内部の点に力を及ぼすものであれば、例えば磁極と反対の位置の Q 点に働く減磁力は、磁荷の表面密度 I とすれば

$$I = B = \frac{Ni \mu_0 \mu_s}{l_1 + \mu_s l_2}$$



第5図

$$\begin{aligned} \text{減磁力} &= \frac{\text{磁気エネルギー}}{4\pi r^3 \mu_0} = \frac{\text{Ni} \mu_0 \mu_s S}{l_1 + \mu_s l_2} I_2 \div 4\pi \mu_0 \left(\frac{l_1 + l_2}{\pi} \right)^3 \\ &= \frac{\pi^2}{4} \frac{\text{Ni}}{l_1 + \mu_s l_2} \frac{l_2 S}{(l_1 + l_2)^3} \end{aligned}$$

となる。これを $\frac{\text{Ni}}{l_1 + l_2}$ より減じたものが Q 点の H になる筈であるが、このようには考えられていない。

永久磁石の H は磁石内部には N から S へ向っている第 5 図(A) の図面を総ての書物があげているが、これは誤りで、外部に電流或は磁石がないならば磁石の内部では H は零、外部だけに H が存在して (B) 図のようになる。

5. アンペア法則

「この法則は次のように述べられる。電流を通じつゝある電線の内部を除いて任意の点 P における磁力は $\Omega = Ci\phi$ で示される磁位 Ω から導かれる、但し i は電線中の電流、 ω は P から回路を望んだ立体角、C は単位によつて定まるべき定数である。」

これはトムソンからの引用である。この表現は P 点が磁石板より遠くにある時は正しいが接近した点では誤りである。

「 $\int H_s ds = I$ をアンペア法則という。但し ds は任意の閉路の微小部分、 H_s は磁界の ds の方向の成分、I はこの閉路を貫く電流である。」

この表現はよろしい、さてこの証明であるが、多くの書は電流を等価磁石板でおき変えて証している。

鈴木著「i なる電流の通る閉回路を i と等しい ϕ なる強さの回路と周辺を等しくする薄い磁石板をもつて置き変える。さて単位磁極を磁石板の負側の一点 P から正側の一点 Q まで磁界に逆つて運ぶに要するエネルギーは ϕ なることを証明した、従つて正側の一点 Q から負側の一点 P に単位磁極を動かす時磁界の為す仕事は ϕ である。さて磁石板はその外部に対してのみ電流と等価である。今 Q より P へ単位磁極を磁石板内を通つて移す時は仕事はその磁位差に等しく $(-\phi)$ であるが、電流による磁界の場合は Q より P へ移す仕事は零である。何となれば Q 点 P 点の附近の磁界は連続的であり、仮りに考えて居る磁石板の代りに周辺の等しい他の磁石板を考えればその点の磁界が有限の値になる。そして PQ の距離は極めて小にすることが出来る故 Q P の間を近廻りして単位磁極を運ぶ仕事は零である。」

このような証明が一律に行われているが、これは正しくない。電流と磁石板とが等価であるのは磁石板から離れた部分であつて、磁石板の近くでは等しい磁界を生じない。例へば、磁石板の厚さを 0.01mm とし PQ を 1mm とすれば、P, Q 二点の磁界を磁石板で代表することが出来るが、P, Q 点を 0.02mm まで接近させる事は出来ない。PQ が 1mm として PQ 間を遠回りの時の仕事が $\phi - x$ で PQ 間近回りの時の仕事が $+x$ でこの和が ϕ となるとすべきである。然し元來電流を磁石板でおきかえて差支えない事の証明を厳密に書いたものはどの書にも見かけない。

トムソンは次のように述べている。アンペア法則が真であるという最良の証明は、この法則の結論が日夜種々の実験の結果と比較されるが、未だかつて何等の相違をも見出されないという点にある。アンペア法則を等価磁石板を用いて証明しえたと考えるのは間違いで、これには電流を等価磁石板でおき換へる事の証明が必要だがこれはどの書にもみられない。

竹山著「アンペアの実験結果によれば、無限に長い直線電流に於て導線に直角な平面上で之を中心として半径 r なる円をかけば、この円周上では磁界の大きさは一定であり、且つ電流 I に比例し、r に反比例しその方向は円の切線方向に向う、従つて円周上の積分

$$\int H_s ds = H2\pi r = K \frac{I}{r} 2\pi r$$

$2\pi K=1$ なるように単位を選べば

$$\int H_s ds = I$$

これは直線電流で積分路は磁力線に沿う場合であるが一般に任意の閉曲線，任意の形の電流についても成り立つ。」

これは直線電流について実験的事実から $\int H_s ds = I$ を導いたのであるが，任意の閉曲線，任意の形の電流についての証明については何等触れていない。

要するにアンペア法則は実験的法則で理論的に証明すべきものではない。