

手動制御に関する研究

四 谷 平 治

Characteristics of Manual Control

Heizi YOTUYA

In Connection with the recent wide applications of automatic control, the manual control done with our eyes and hands also may be taken as a "Closed-cycle" servomechanism, or a feed back device through human nerves.

On this view point, the author made several studies by experimental and also analytical means. Both results came in a good accordance with each other. Hence, the mathematical analysis seems to be applicable even to the control done through human nerves. Moreover, we may say that the results of manual control which contains various drawbacks such as inertia, friction of handle, etc. may be well depended upon.

And also, the term $v(t)$ appearing in this paper may be regarded as indicating human "indicial admittance". Therefore, if we get the said term in the form of curves for individual cases, it will offer the means for the psychological measurements.

1. 緒 言

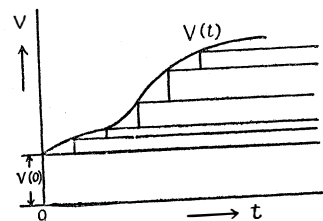
近時電気演算機やブリッジ等を自動的に制御して平衡点を求めようとする試みが盛んになつてきた。これにはサーボ機構の原理を適用して自動制御を行つている。所が吾々の従来やつている手動制御であつても人間を機構の一部に含めて考えれば所謂『Closed - Cycle』のサーボ機構と考えることが出来るから自動制御の中へ含めて考えられる。本稿はこの様に人間を制御機構の一部に含めた時に、どの程度の性能があるかを研究したものである。

手動制御は広い意味の人間制御の一方式であつて多くの場合刺激を眼で受けて検出し頭脳の神経を通じて手の動作により、その刺激を無くするまで把手を廻すとかその他の方法によつて制御を行うものである。

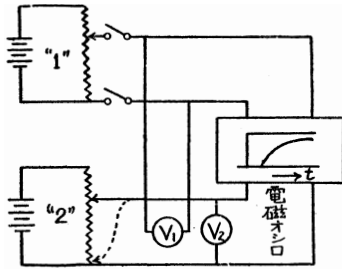
2. 実験方法

この様に人間制御の一方式である手動制御の性能を調べるには、ある任意の外部擾乱を刺激として眼に与えた時に神経の知覚を通じて手の把手動作を如何に行うかのレスポンスが分ればよいわけである。そこでこの外部擾乱は第1図の $V(t)$ に示す様に時間の函数であるが、これを一般に取扱うのでは解析を困難にするので、 $V(t)$ を単位函数的擾乱の重疊したものと考えることが出来る処から、その一つの単位函数的擾乱に対するレスポンスを求めることにした。

実験方法としては第2図の様な方法をとつた。即ち“1”の回路は



第 1 図



第 2 図

選び、開閉器を任意の時刻に突然に投入する。被試験者は電圧計 V_1 の指針をにらんでいて、その指針が振れるや否や“2”の摺動抵抗を調節して出来るだけ早く電圧計 V_2 の読みを V_1 の読みと一致させる。この二つの電圧の時間的経過を電磁オシログラフに撮影するのである。

3. 実験結果

上記の方法で撮影した時間的経過を第3図に示す。写真の中で

- (1): 手の動作が一樣収斂しているとき
- (2): 略々臨界的のとき
- (3): 同上
- (4): 手の動作が振動的収斂しているとき

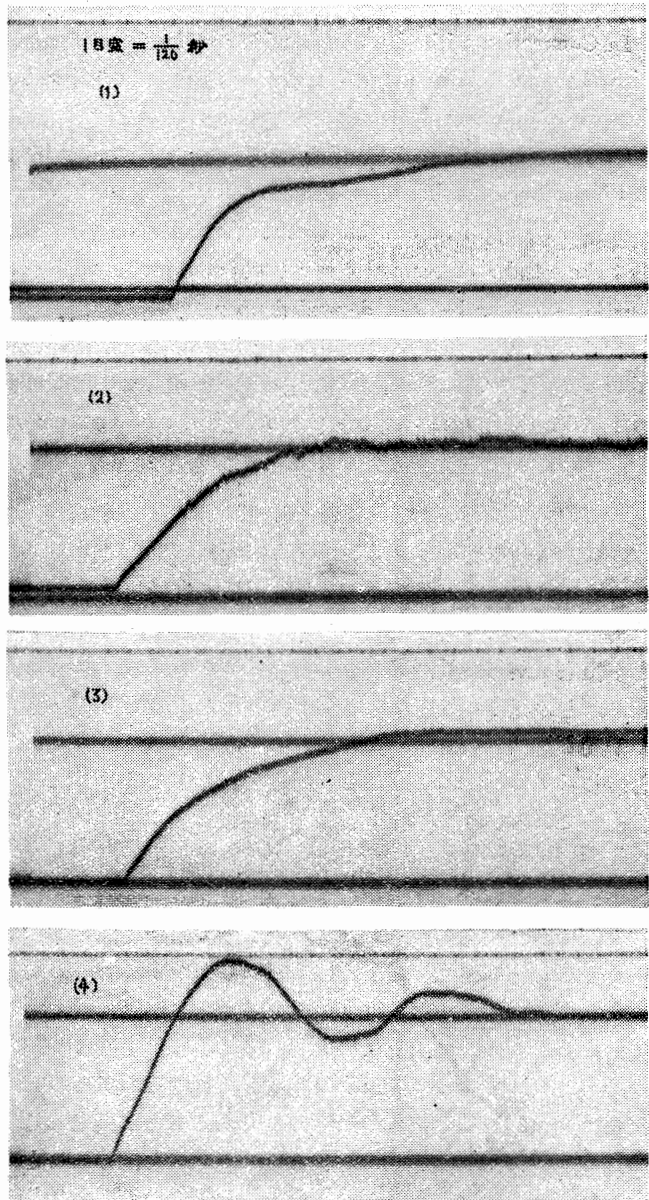
を示している。

以上の観測の結果から人間の行う制御は機械の行うそれに比べて次の特徴を有していることが分る。

(a) 眼に刺激が入ってから頭脳神経の知覚を通じて手の動作として現われるまでに時間的遅れがある。これを『むだ時間』又は『がた時間』と呼ぶ。実験の結果は人によつて又その時の環境によつて多少違つているけれども大凡 0.4~0.6 秒であることが分つた。

(b) 眼に受ける刺激の強さと手による補正動作速度の間には略々一次的関係がある。しかしながら熟練によつて

補助者によつて操作され“2”の回路は被試験者（性能を調べようとする人）によつて操作される。電圧計 V_1 , V_2 は出来るだけ同じ電圧計が望ましい。若し可能ならば一つの計器の内に二本の指針の入つたものが良いけれどもかかるものはないから止むを得ず二個の計器を出来るだけ接近して用いた。“2”の回路の摺動抵抗は把手に慣性があつたり摩擦による抵抗があつたりすると、手に加える力がそれらのものに費されることになるから好ましくない。それで出来るだけ軽くて滑りのよいものを用いる必要がある。さて補助者が“1”の回路の電圧値を任意に



第 3 図

即ち同様の実験を多数繰返すことによつて単純に一次的と考えられない要素が若干入つてくること
が分つた。

(c) 人間制御の特性は機械のそれと違つていつでも一定というわけには行かないので、その時の
精神的並びに肉体的状態によつて相当に支配される。例えば非常に疲労している時には動作は緩慢
になつてくるのである。

(d) 眼に刺激を受けてから頭脳の知覚に充分訴えてから手の動作を行う必要があるので、あわて
て反射運動としての制御を行つたのでは以上の事項は当てはまらない。

観測の結果以上の事が明らかになつた。

4. 理 論

観測の結果明らかになつた事を基礎にして次の様に考える。第4図に示す様に $t=0$ の瞬間に V
なる単位函数的擾乱が眼に刺激として入るとそれに対して『むだ時間』 τ だけ遅れて手の把手動作
が始まり、その任意の時刻 t の動作速度は τ なる時間だけ以前の眼の刺激に比例するのであるか
ら次の微分方程式が成立する。

$$k \frac{dv}{dt} = V - v(t - \tau) \dots \dots \dots (1)$$

ここに k は比例の常数であつて時間のデメンションを有し刺激に対する動作速度の大きい時は k が小さく、小さい時は k が大きい。つまり k は人間制御のサーボ機構と
しての饋還の性能に関係する量である。

尚 $t - \tau \leq 0 : v = 0$
 $t \rightarrow \infty : v = V$

式(1)の微分方程式を解けば求めるレスポンス $v(t)$ を
求めることが出来る筈である。しかしこの方程式は変時
関数を含むので簡単には行かない。そこで Laplace
Transform を行う。

$$L v = w \quad \text{とすれば}$$

$$L v(t - \tau) = e^{-\tau p} w$$

$$L \frac{dv}{dt} = -p v(0) + p w = p w \quad (\text{何となれば } v(0) = 0)$$

これらを式(1)に代入して

$$k p w = V - e^{-\tau p} w$$

$$w = \frac{V}{k p + e^{-\tau p}}$$

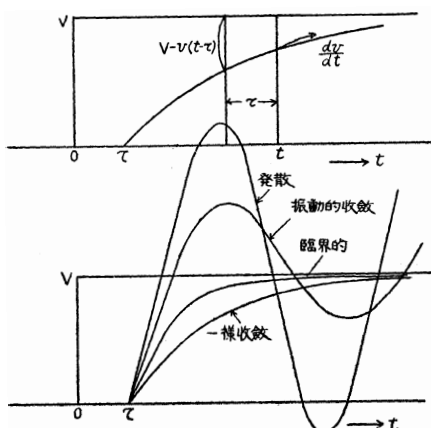
従つて

$$v(t) = L^{-1} w = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{i\infty} \frac{V}{k p + e^{-\tau p}} \frac{e^{pt}}{p} dp \dots \dots \dots (2)$$

この式を解けば求める $v(t)$ が得られるのであるがこの積分を遂行することは容易でない。しかしこ
の式から制御の安定条件を出すことが出来る。即ち 函数論によれば $w(p)$ の極が $Re(p) > 0$ の側に
あれば不安定となつて発散するから

$$-k p = e^{-\tau p}$$

を満足する p の値の real part が零又は負にならなければならない。
これより安定条件(収斂の意味)として



第 4 図

$$\frac{k}{\tau} \geq \frac{2}{\pi} \doteq 0.64 \dots \dots \dots (3)$$

式 (1) を一般的に解くのは困難であるから次の様にして近似計算を行うことにする。即ち τ をあまり大きくないとして

$$k \frac{dv}{dt} = V - v(t - \tau) \doteq V - v(t) + \tau v'(t) - \frac{\tau^2}{2} v''(t)$$

$$-\frac{\tau^2}{2} v''(t) + (k - \tau) v'(t) + v(t) = V \dots \dots \dots (4)$$

これを解くことは容易であつて

$$v(t) = A_1 e^{m_1 t} + A_2 e^{m_2 t} + V$$

但し
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{-(k - \tau) \pm \sqrt{(k - \tau)^2 - 2\tau^2}}{\tau^2} = \alpha \pm \beta$$

A_1, A_2 は積分常数であつて

$$t = \tau : v(t) = 0 \text{ 及び } \frac{dv}{dt} = -\frac{V}{k}$$

より定めることが出来る。

これを計算した結果は

$$v(t) = \left[\frac{m_2 + \frac{1}{k}}{m_1 - m_2} e^{m_1(t - \tau)} - \frac{m_1 + \frac{1}{k}}{m_1 - m_2} e^{m_2(t - \tau)} + 1 \right] V \dots \dots \dots (5)$$

しかして式 (5) が一様に収斂するか振動的に収斂するか或いは発散するかは m_1, m_2 の値から決定される。即ち

(a) 一様収斂の場合

$$(k - \tau)^2 - 2\tau^2 > 0$$

$$\therefore \frac{k}{\tau} > 2.4$$

(b) 振動的収斂の場合

$$(k - \tau)^2 - 2\tau^2 < 0$$

$$\therefore \frac{k}{\tau} < 2.4$$

$$\frac{k}{\tau} = 2.4 \text{ の時は臨界的の場合である。}$$

(c) 発散の場合 (不安定の場合)

$$k - \tau < 0$$

$$\therefore \frac{k}{\tau} < 1$$

かくしてこれを纏めると

$$\left. \begin{array}{l} \frac{k}{\tau} > 2.4 \dots \dots \dots \text{一様収斂} \\ 2.4 > \frac{k}{\tau} > 1 \dots \dots \text{振動的収斂} \\ \frac{k}{\tau} < 1 \dots \dots \dots \text{発散} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

発散の場合の条件が式 (3) と違つてきたのは 省略算による結果である。是等の各々の場合を第5図

に描いた。これと前の電磁オシログラフによる写真と比較してみるとよく符合してゐることが了解される。

次にもう一つ問題になることがある。それは $\frac{k}{\tau}$ の値を如何に取れば制御機構として最良のものであるかという事である。換言すれば “Best Servo” となるために $\frac{k}{\tau}$ が如何なる値を取るべきかということである。簡単に考えれば臨界的制御の場合即ち $\frac{k}{\tau} = 2.4$ の時が最良の様であるが一概にさうとも言えない。

“Best Servo” となるためにはある条件が出されている。それは $\varepsilon = V - v(t)$ とした時

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \varepsilon^2 dt = \bar{\varepsilon}^2$$

で与えられる $\bar{\varepsilon}$ が存在する時これを RMS error (Root mean Square Error) と名付けている。この RMS error を最少にする時 “Best Servo” であるという。随つてこの場合には

$$\frac{d}{dk} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \{V - v(t)\}^2 dt = 0$$

より出てくる条件が求めるものである。この計算は相当に繁雑となるので報告は別の機会に譲りたいと思う。

5. 結 言

以上により手動制御の特性を実験的並びに理論的に行つたものであるが、手動制御は人間制御の一方式であつてこれからの特性は一般に人間制御に対して適用されるものであることが期待される。理論による計算結果と実験による観測結果とはよく一致しており、かかる神経作用を通じて行ふ人間制御の問題に対しても数式による解析が充分可能なることを示唆している。

本稿では “Best Servo” の条件を出すまでに至らなかつたのは残念であるが、本文に出てくる $v(t)$ は単位函数的入力に対する人間のレスポンス “indicial admittance” と見ることが出来るからこれを種々の人に対して求めることによつて心理学上の応用の途がある様に思う。尙この研究は電気演算機で或る方程式を解く時の平衡点を手動で行う時出来るだけ時間を節約して速かに解を得ることに關聯して行つたものである。

参 考 文 献

1. James, Nichols philips: Theory of Servomechanism.
2. 福田, 泰: 電学誌 69, 9, 269頁

正 誤 表

頁	誤	正
15頁 終りから 8行目	$\Omega^2=24.27$	$\Omega_1^2=24.27$
15頁 終りから 7行目	$\Omega^2=0.1728$	$\Omega_5^2=0.1728$
18頁 13行目	摺動抵抗	摺動抵抗
24頁 12行目	ような	ような
25頁 5行目	の位置	の位置
26頁 12行目	テスター	テスター
33頁 題を含めて10行目	about	about
40頁 表を除き1行目	硝子光沢	硝子状光沢
41頁 表中13の10列目	普有	普通
42頁 表を除き1行目	190°C 5 min	190°C, 5 min.
42頁 表を除き9行目	200kg/dm ³	200kg/cm ³
43頁 第1図縦軸上部	kg/cm	kg/cm ³
45頁 題を含めて5行目	Jigokudani	Zigokudani
49頁 下から4行目	3. From Figure 3,	3. From Figure 2,
53頁 Exp. No. 14	0.391	0.361
100頁 下から2行目	不確実さる	不確実さを
102頁 8行目	4 におて	4 において
102頁 下から11行目	有効経	有効径
最終頁CONTENTS 8行目	Elctric Conductivity	Electric Conductivity
〃 〃	Water	Water
〃 9行目	Instantaneus	Instantaneous
〃 24行目	Electro-depostiion	Electro-deposition
〃 28行目	(Part1)	(Part 1)