

日本機械学会論文集(C編)
51巻471号(昭60-11)

静圧スラスト軸受の動特性に及ぼす流体の慣性力の影響*

(第3報, 円板形静圧スラスト軸受の軸受すきま内の慣性力の影響 に対する各種近似解法の比較)

春山 義夫**, 森 淳暢***, 風巻 恒司**
Yoshio HARUYAMA, Atsunobu MORI, Tsuneji KAZAMAKI
森 美郎***, 中村 忠能****
Haruo MORI, Tadayoshi NAKAMURA

Key Words: Lubrication Theory, Bearing, Inertia Effect, New Approximate Analysis, Externally Pressurized Thrust Bearing, Dynamic Characteristic

1. 緒 言

軸受特性に及ぼす潤滑流体の慣性力の影響は、動特性に関しては、流れのレイノルズ数が比較的大きい場合には小さなスクイーズ速度に対してもかなり大きく現れることが指摘され⁽¹⁾⁽²⁾、最近活発に研究がなされている。

潤滑流体の慣性力を考慮して軸受特性を解析しようとする場合、流れの運動方程式中の慣性項は非線形であり、それらを厳密に解くことが困難であるため、従来より種々の近似解法がなされている。しかし、それらの近似の精度についてはほとんど調べられていない。従来より用いられている近似解法は大別して、流れのレイノルズ数とすきま比の積を摂動パラメータとする摂動法による解法⁽³⁾と慣性項を潤滑膜厚さ方向に平均化して取扱う解法⁽¹⁾⁽²⁾ (本論文では平均化法と呼ぶ)である。摂動法は摂動パラメータの大きい領域での近似の精度が悪く、平均化法は慣性項を膜厚方向に一定の値とするものであり近似の精度を理論的に評価することはむずかしい。著者らは前報⁽⁴⁾において、無限に長い静圧スラスト軸受を対象に、微小な調和振動の仮定のもとに厳密な解が得られることを示し、これと従来の近似解法を比較して、平均化法はかなり非定常性の大きい領域まで比較的良好な近似を与えることを指摘した。本報では実用上重要な円板形静圧スラスト軸受を対象に同様の比較検討を行い、非定常性の大きい領域における近似の精度を調べる。

2. 主な記号

本報で使用する記号は第1報に準じるが、新たに使用する主な記号を以下に示す。

$$A = \frac{\mu \bar{u} r_0}{p_a h_0^2}$$

$$A^* = \frac{\mu \omega r_0^2}{p_a h_0^2}$$

C_D : 流量係数

p_i, P_i : 軸受すきま入口部の圧力

$$R_e^*: \text{慣性パラメータ} = \frac{\rho \bar{u} h_0}{\mu} \left(\frac{h_0}{r_0} \right)$$

$$R_e^{**}: \text{非定常パラメータ} = \frac{\rho \omega h_0^2}{\mu}$$

\bar{u} : 半径方向代表速度

w, W : すきま方向速度成分

添 字

q : 準定常な

t : 非定常な

\wedge : 調和振動の振幅を表す

ここに、記号が二つあるものは前者が有次元量、後者が無次元量を表すものとする。

3. 基礎方程式・境界条件

本報で扱う軸受は図1に示されるような、円板形静圧スラスト軸受であり、軸受中央部に深いポケットを有し、絞り形式は毛管絞りとする。潤滑流体は非圧縮性ニュートン流体とし、従来の流体潤滑理論の仮定を用いると、流れの運動方程式および連続の式は次のように表される。

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

* 昭和56年11月25日 関西支部第242回講演会において講演, 原稿受付 昭和58年11月11日。

** 正員, 富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

*** 正員, 京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

**** 准員, 本田技研工業(株) (〒150 東京都渋谷区神宮前6-27-8)。

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 u, w はそれぞれ r, z 方向の速度成分であり、 p は圧力、 ρ は密度、 μ は粘度である。

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} z=0 \text{ で } u=w=0 \\ z=h \text{ で } u=0, w=\frac{dh}{dt} \\ r=r_1 \text{ で } p=p_i \\ r=r_0 \text{ で } p=p_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

である。ここに p_i は軸受すきま入口部の圧力であり、流量連続条件より定められる。

本報では、毛管絞り内の流れの非定常性は無視し得るものとし、また、軸受すきま入口部における流体の急加速による圧力降下は自成絞りのように考える。しかるとき、その圧力降下量 $\Delta p = p_r - p_i$ は

$$\Delta p = \frac{\rho}{2C_b h^2} \left(\int_0^h u|_{r=r_1} dz \right)^2 \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。ここに、 C_b は流量係数であり、本報では0.8とする。

基礎方程式(1)~(3)を境界条件式(4)のもとに厳密に解くことは困難であり、従来より種々の近似解法がなされている。

4. 各種近似解法

本章では、まず従来の代表的な近似解法として摂動法と平均化法について簡単に説明し、ついで本報で提案する修正摂動法および修正平均化法について述べる。

4.1 摂動法 式(1)~(3)を無次元表示すれば、

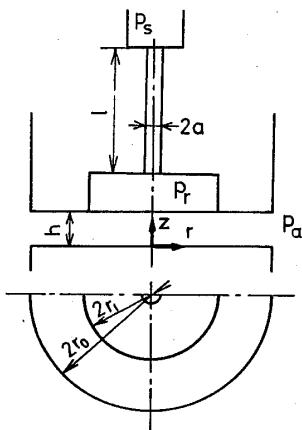


図1 スラスト軸受の諸元と座標系

$$R_e^* \left(S \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial R} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = -\frac{1}{A} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (6)$$

$$0 = \frac{\partial P}{\partial Z} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(RU) + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここに、 $R_e^* = \rho h_0^2 \bar{u} / (\mu r_0)$ はレイノルズ数 $R_e = \rho h_0 \bar{u} / \mu$ にすきま比 h_0/r_0 を掛けた無次元数であり、本論文では慣性パラメータと呼ぶ。 \bar{u} は半径方向代表速度であり、平衡状態で慣性力、軸受すきま入口部の圧力降下を省略して理論的に求まる軸受外周部での半径方向平均流速をとっている。また、 $S = \omega r_0 / \bar{u}$ はストローハル数と呼ばれている無次元数である。本解法は、速度および圧力を R_e^* のべき級数

$$(U, W, P) = (U_0, W_0, P_0) + R_e^*(U_1, W_1, P_1) + \dots \dots\dots (9)$$

に展開して、式(6)~(8)に代入し、 R_e^* の同べきの項を等置した方程式を順次解くものである。解は解析的に求まるが、高次解まで求めると計算量が膨大となるため、通常は一次解までとしている。

4.2 平均化法 本解法は慣性項を膜厚方向に平均化して取扱う解法であり、式(6)を

$$\frac{R_e^*}{H} \int_0^H \left(S \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial R} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) dZ = -\frac{1}{A} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (10)$$

と置き換えて解くものである。解は解析的に求めることができる。

4.3 修正摂動法 本解法は時間的加速度項 $\partial u / \partial t$ を比較的厳密に取扱い、非定常性が大きい領域においても精度の良い解を得ようとするものである。

速度および圧力を準定常成分(添字 q)と非定常成分(添字 t)に分け

$$(u, w, p) = (u_q, w_q, p_q) + (u_t, w_t, p_t) \dots\dots\dots (11)$$

と置き、かつ、非定常成分については微小な調和振動を仮定し、

$$h = h_0 + h_1 e^{j\omega t} \dots\dots\dots (12)$$

$$(u_t, w_t, p_t) = (\hat{u}_t, \hat{w}_t, \hat{p}_t) e^{j\omega t} \dots\dots\dots (13)$$

と置き、無次元量

$$U_q = \frac{u_q}{\bar{u}}, \quad W_q = \frac{w_q r_0}{\bar{u} h_0}, \quad P_q = \frac{p_q}{p_a}$$

$$H = \frac{h}{h_0}, \quad A = \frac{\mu \bar{u} r_0}{p_a h_0^2}, \quad \epsilon = \frac{h_1}{h_0}$$

$$\hat{U}_t = \frac{\hat{u}_t}{\epsilon \omega r_0}, \quad \hat{W}_t = \frac{\hat{w}_t}{\epsilon \omega h_0}, \quad \hat{P}_t = \frac{\hat{p}_t}{\epsilon p_a}$$

$$\sigma = \frac{12\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r_0}{h_0}\right)^2, \quad R_e^{**} = \frac{\rho\omega h_0^2}{\mu}$$

を導入すると、基礎方程式および境界条件は微小項を省略して次のように得られる。ここに、 $j = \sqrt{-1}$ である。

準定常：

$$R_e^{**} \left(U_q \frac{\partial U_q}{\partial R} + W_q \frac{\partial U_q}{\partial Z} \right) = -\frac{1}{A} \frac{\partial P_q}{\partial R} + \frac{\partial^2 U_q}{\partial Z^2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$0 = \frac{\partial P_q}{\partial Z} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_q) + \frac{\partial W_q}{\partial Z} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

境界条件：

$$\left. \begin{aligned} Z=0, H \quad & U_q = W_q = 0 \\ R=R_1 \quad & P_q = P_{lq} \\ R=1 \quad & P_q = 1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 P_{lq} はすきま H において準定常的に求まる軸受すきま入口部の圧力である。

非定常：

$$jR_e^{**} \hat{U}_t + R_e^{**} \left[j \frac{\partial U_q}{\partial H} + U_q \frac{\partial \hat{U}_t}{\partial R} + \hat{U}_t \frac{\partial U_q}{\partial R} + W_q \frac{\partial \hat{U}_t}{\partial Z} + \hat{W}_t \frac{\partial U_q}{\partial Z} \right]_{H=1} = -\frac{12}{\sigma} \frac{\partial \hat{P}_t}{\partial R} + \frac{\partial^2 \hat{U}_t}{\partial Z^2} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$0 = \frac{\partial \hat{P}_t}{\partial Z} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \hat{U}_t) + \frac{\partial \hat{W}_t}{\partial Z} = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

境界条件：

$$\left. \begin{aligned} Z=0 \quad & \hat{U}_t = \hat{W}_t = 0 \\ Z=1 \quad & \hat{U}_t = 0, \quad \hat{W}_t = j \\ R=R_1 \quad & \hat{P}_t = \hat{P}_{lt} \\ R=1 \quad & \hat{P}_t = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

R_e^{**} はスクイーズ運動の速度 $h_0\omega$ を代表速度とするレイノルズ数であるが、運動方程式の時間的加速度項より出るので、本論文ではこれを非定常パラメータと呼ぶ。

これらを厳密に解くことは困難であり、 R_e^{**} を摂動パラメータとする摂動法により解く。すなわち、速度および圧力を

$$\begin{aligned} (U_q, W_q, P_q, \hat{U}_t, \hat{W}_t, \hat{P}_t) = & (U_{q0}, W_{q0}, \\ & P_{q0}, \hat{U}_{t0}, \hat{W}_{t0}, \hat{P}_{t0}) + R_e^{**} (U_{q1}, W_{q1}, \\ & P_{q1}, \hat{U}_{t1}, \hat{W}_{t1}, \hat{P}_{t1}) + \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

と置き、基礎方程式、境界条件に代入し、 R_e^{**} の同べきの項を等置したものを順次解く。 R_e^{**} の二次以上の解まで求めると計算量が非常に多くなるので、本報では一次までとする。準定常成分については

$$U_{q0} = \frac{1}{2A} \frac{P_{lq0}-1}{\ln R_1} \frac{1}{R} (Z^2 - HZ) \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$W_{q0} = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$P_{q0} = \frac{P_{lq0}-1}{\ln R_1} \ln R + 1 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} U_{q1} = & \frac{1}{2A} \left[\frac{P_{lq1}}{\ln R_1} \frac{1}{R} + \frac{3H^4}{560A} \left(\frac{P_{lq0}-1}{\ln R_1} \right)^2 \left\{ \frac{2}{R^3} + \frac{1}{\ln R_1} \left(\frac{1}{R_1^2} - 1 \right) \frac{1}{R} \right\} \right] (Z^2 - HZ) \\ & - \frac{1}{4A^2} \left(\frac{P_{lq0}-1}{\ln R_1} \right)^2 \frac{1}{R^3} \left(\frac{Z^6}{30} - \frac{HZ^5}{10} + \frac{H^2 Z^4}{12} - \frac{H^5 Z^2}{60} \right) \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$W_{q1} = -\frac{1}{2A^2} \left(\frac{P_{lq0}-1}{\ln R_1} \right)^2 \frac{1}{R^4} \left(\frac{Z^7}{210} - \frac{HZ^6}{60} + \frac{H^2 Z^5}{60} - \frac{H^4 Z^3}{140} + \frac{H^5 Z^2}{420} \right) \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$P_{q1} = \frac{P_{lq1}}{\ln R_1} \ln R - \frac{3H^4}{560A} \left(\frac{P_{lq0}-1}{\ln R_1} \right)^2 \left\{ \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right) - \frac{1}{\ln R_1} \left(\frac{1}{R_1^2} - 1 \right) \ln R \right\} \quad \dots\dots\dots (28)$$

が得られ、非定常成分については

$$\hat{U}_{t0} = \left\{ \frac{-j}{4\Phi} \left(\frac{1-R_1^2}{\ln R_1} \frac{1}{R} + 2R \right) + \frac{12j\hat{P}_{t0}}{\sigma R_e^{**} \ln R_1} \frac{1}{R} \right\} \left\{ 1 - \frac{\cosh(2\varphi Z - \varphi)}{\cosh \varphi} \right\} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\hat{W}_{t0} = \frac{j}{\Phi} \left\{ Z - \frac{\sinh(2\varphi Z - \varphi) + \sinh \varphi}{2\varphi \cosh \varphi} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\hat{P}_{t0} = \frac{\hat{P}_{t0}}{\ln R_1} \ln R - \frac{\sigma R_e^{**}}{48\Phi} \left(1 - R^2 - \frac{1-R_1^2}{\ln R_1} \ln R \right) \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_{t1} = & \frac{-12j}{\sigma R_e^{**}} \left[\frac{f_1}{2A\Phi \ln R_1} \left(\frac{P_{lq0s}-1}{\ln R_1} \right) \left\{ \hat{P}_{t0} - \frac{\sigma R_e^{**}}{48\Phi} (1-R^2) \right\} \left\{ \frac{1}{\ln R_1} \left(\frac{1}{R_1^2} - 1 \right) \frac{1}{R} + \frac{2}{R^3} \right\} - \frac{\hat{P}_{t1}}{\ln R_1} \frac{1}{R} \right] \\ & \times \left\{ 1 - \frac{\cosh(2\varphi Z - \varphi)}{\cosh \varphi} \right\} + \frac{12j(P_{lq0s}-1)}{A\sigma R_e^{**} (\ln R_1)^2} \left\{ \hat{P}_{t0} - \frac{\sigma R_e^{**}}{48\Phi} (1-R^2) \right\} \frac{1}{R^3} F_1(Z) \\ & + \frac{j(P_{lq0s}-1)}{2A\Phi \ln R_1} \frac{1}{R} F_2(Z) - \frac{j}{2A \ln R_1} \left\{ (P_{lq0s}-1) \frac{1}{R} F_3(Z) - \hat{P}_{lq0t} \frac{1}{R} F_4(Z) \right\} \quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

$$\widehat{W}_{t1} = \frac{-24j(P_{lq0s}-1)}{A\sigma R_e^{**}(\ln R_1)^2} \left\{ \widehat{P}_{t10} - \frac{\sigma R_e^{**}}{48\Phi} (1-R_1^2) \right\} \frac{1}{R^4} \left[\frac{f_1}{\Phi} \left\{ Z - \frac{\sinh(2\varphi Z - \varphi) + \sinh \varphi}{2\varphi \cosh \varphi} \right\} - g_1 \right] \dots\dots\dots (33)$$

$$\widehat{P}_{t1} = \frac{f_1(P_{lq0s}-1)}{2A\Phi(\ln R_1)^2} \left\{ \widehat{P}_{t10} - \frac{\sigma R_e^{**}}{48\Phi} (1-R_1^2) \right\} \left\{ \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right) - \frac{1}{\ln R_1} \left(\frac{1}{R_1^2} - 1 \right) \ln R \right\} + \frac{\widehat{P}_{t11}}{\ln R_1} \ln R \dots\dots\dots (34)$$

と得られる。ここに、 $\varphi = \sqrt{jR_e^{**}}/2$ 、 $\Phi \equiv 1 - \varphi^{-1} \tanh \varphi$ であり、 $F_1(Z) \sim F_4(Z)$ は前報⁽⁴⁾で求めた Z の関数で、 f_1 、 g_1 は、それぞれ

$$f_1 \equiv \int_0^1 F_1 dZ \dots\dots\dots (35)$$

$$g_1 \equiv \int_0^2 F_1 dZ \dots\dots\dots (36)$$

で定義されている。また、 P_{lq} 、 \widehat{P}_{lt} を

$$(P_{lq}, \widehat{P}_{lt}) = (P_{lq0}, \widehat{P}_{lt0}) + R_e^*(P_{lq1}, \widehat{P}_{lt1}) + \dots\dots\dots (37)$$

$$P_{lq0} = P_{lq0s} + \widehat{P}_{lq0t} \varepsilon e^{j\omega t} + \dots\dots\dots (38)$$

と置いている。本解法を本論文では修正摂動法と呼ぶ。

4.4 修正平均化法 本解法は修正摂動法の式(14)、(18)の R_e^* のかかっている項をすきま方向に平均化して取扱う解法である。すなわち、式(14)、(18)を次のように置き換えて解くものである。

$$\frac{R_e^*}{H} \int_0^H \left(U_q \frac{\partial U_q}{\partial R} + W_q \frac{\partial U_q}{\partial Z} \right) dZ = -\frac{1}{A} \frac{\partial P_q}{\partial R} + \frac{\partial^2 U_q}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (39)$$

$$jR_e^{**} \widehat{U}_t + R_e^* \int_0^1 \left[j \frac{\partial U_q}{\partial H} + U_q \frac{\partial \widehat{U}_t}{\partial R} + \widehat{U}_t \frac{\partial U_q}{\partial R} + W_q \frac{\partial \widehat{U}_t}{\partial Z} + \widehat{W}_t \frac{\partial U_q}{\partial Z} \right]_{H=1} dZ = -\frac{12}{\sigma} \frac{\partial \widehat{P}_t}{\partial R} + \frac{\partial^2 \widehat{U}_t}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (40)$$

解は次のように得られる。

$$U_q = c_1(Z^2 - HZ)/(2R) \dots\dots\dots (41)$$

$$W_q = 0 \dots\dots\dots (42)$$

$$P_q = c_1 A \ln R + \frac{c_1^2 A R_e^* H^4}{240} \left(1 - \frac{1}{R^2} \right) + 1 \dots\dots\dots (43)$$

$$\widehat{U}_t = \frac{j}{R_e^{**}} \left(\frac{12c_2}{\sigma R} - \frac{R_e^{**}}{2\Phi R} \right) \left\{ 1 - \frac{\cosh(2\varphi Z - \varphi)}{\cosh \varphi} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

$$\widehat{W}_t = \frac{j}{\Phi} \left\{ Z - \frac{\sinh(2\varphi Z - \varphi) + \sinh \varphi}{2\varphi \cosh \varphi} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

$$\widehat{P}_t = c_2 \ln R - \frac{\sigma R_e^{**}}{48\Phi} (1-R^2) + \frac{j\sigma R_e^*}{48} \left[\left(c_{1s} - \frac{\widehat{c}_{1t}}{3} \right) \ln R - c_{1s} \left(\frac{\Phi}{\varphi^2} - \frac{1}{3} \right) \left\{ \frac{12c_2}{\sigma R_e^{**}} \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right) - \frac{\ln R}{\Phi} \right\} \right] \dots\dots\dots (46)$$

ここに、

$$c_1 = \left\{ A \ln R_1 + \sqrt{(A \ln R_1)^2 - \frac{A R_e^* H^4}{60} \left(\frac{1}{R_1^2} - 1 \right) (P_{lq} - 1)} \right\} / \left\{ \frac{A R_e^* H^4}{120} \left(\frac{1}{R_1^2} - 1 \right) \right\}$$

$$c_2 = \left[\widehat{P}_{t1} - \frac{\sigma R_e^{**}}{48\Phi} (1-R_1^2) - \frac{j\sigma R_e^*}{48} \left\{ c_{1s} + \frac{\widehat{c}_{1t}}{3} + c_{1s} \left(\frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{3\Phi} \right) \right\} \ln R_1 \right] / \left\{ \ln R_1 - \frac{j c_{1s} R_e^*}{4 R_e^{**}} \left(\frac{\Phi}{\varphi^2} - \frac{1}{3} \right) \left(\frac{1}{R_1^2} - 1 \right) \right\}$$

である。ただし、 c_1 を

$$c_1 = c_{1s} + \widehat{c}_{1t} \varepsilon e^{j\omega t} + \dots\dots$$

と置いている。本解法を本論文では修正平均化法と呼ぶ。

なお、文献(5)による解法は、前報⁽⁴⁾でも指摘したごとく、運動方程式中の時間的加速度項および圧力の境界条件の取扱いに問題がある。6章ではその計算結果も付記して各解法の比較検討を行う。

5. 剛性および減衰係数

既報⁽⁶⁾と同様に、軸受に働く変動力の変位と同位相成分より剛性を、変位速度と同位相成分より減衰係数を定義する。変動力を $f_{0s} = \widehat{f}_{0s} \varepsilon e^{j\omega t}$ と置き、 \widehat{f}_{0s} を $\widehat{f}_{0s} = \varepsilon \pi r_0^2 p_a \widehat{F}_{0s}$ と無次元化すれば、 $\pi r_0^2 p_a / h_0$ で無次元化した無次元剛性 K および $\pi r_0^2 p_a / (h_0 \omega)$ で無次元化した無次元減衰係数 B はそれぞれ \widehat{F}_{0s} の実部および虚部より求められ、次式のように表される。

$$K = -\text{Re}[\hat{F}_{0s}] \dots\dots\dots(47)$$

$$B = -\text{Im}[\hat{F}_{0s}] \dots\dots\dots(48)$$

結局, K および B は5個の無次元パラメータ

$$R_e^* = \frac{\rho h_0 \bar{u}}{\mu} \left(\frac{h_0}{r_0} \right) \text{ (慣性パラメータ)}$$

$$R_e^{**} = \frac{\rho h_0^2 \omega}{\mu} \text{ (非定常パラメータ)}$$

$$\Gamma = -\frac{3a^4 \ln R_1}{4lh_0^3} \text{ (供給パラメータ)}$$

$$P_s = p_s/p_a \text{ (無次元供給圧力)}$$

$$R_1 = r_1/r_0 \text{ (無次元ポケット半径)}$$

のみで整理することができる。なお, これらのパラメータ

とスクイーズ数 $\sigma = \frac{12\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r_0}{h_0} \right)^2$ の間には

$$\sigma = \frac{\Gamma}{1+\Gamma} \frac{P_s-1}{\ln R_1} \frac{R_e^{**}}{R_e^*} \dots\dots\dots(49)$$

の関係がある。

6. 各種近似解法の比較

摂動法および平均化法は $R_e^* \ll 1, R_e^{**} (= R_e^* S) \ll 1$ の領域で有効な解法であり, 修正摂動法および修正平均化法は時間的加速度項を比較的厳密に取扱う解法であり, 基礎式として式(14)~(16), 式(18)~(20)が成立するかぎり, $R_e^* \ll 1$ の制限はあるが R_e^{**} に関しては制限がない。このため, R_e^* の値があまり大きくないかぎり, スクイーズ速度の大きい非定常性の強い領域でも近似の精度が良いと考えられる(付録)。事実, 式(14)~(16), (18)~(20)を境界条件式(17), (21)のもとに逐次近似法により直接数値計算して, $R_e^*=0.3, P_s=6, \Gamma=1, R_1=0.6$ の場合について比較を行った結果は, R_e^{**} の大きい領域においても差は1%以下であった。以下では修正摂動法, 修正平均化法と従来の近似解法を比較して, それらの近似の精度を調べる。

図2~4に $P_s=6, R_1=0.6$ の場合について各解法の比較を示す。図2~4中, 摂動法はPM, 平均化法はAA, 修正摂動法はMPM, 修正平均化法はMAAで表されている。また, 破線は慣性力を無視した値を示し, 一点鎖線は文献(5)による値を示す。なお, 摂動法は一次解で打ち切ったものである。

図2は $R_e^*=0.5, \Gamma=1$ の場合について, K/R_e^{**2} および B/R_e^{**} を R_e^{**} について整理したものである。図2に見られるがごとく, 修正摂動法と修正平均化法の差はほとんどない。 K については, R_e^{**} の大きい領域での摂動法以外は各解法とも比較的近い値を示す。 B については, 平均化法は R_e^{**} の大きい領域まで修正摂動法, 修正平均化法にかなり近い値を示すが, 摂動法は B/R_e^{**} が R_e^{**} に依存しなく, R_e^{**} の大きい領域で

他の解法との差が大きい。また, 文献(5)の解法は $R_e^{**} \rightarrow 0$ の場合も摂動法に漸近はしないという矛盾を生じている。

図3は $R_e^*=20, \Gamma=1$ の場合について, R_e^*K および R_e^*B を R_e^* について整理したものである。 K, B とも R_e^* の大きい領域を除き, 修正摂動法と修正平均化法はほぼ等しい値を示し, 平均化法もそれらに比較的近い値を示している。摂動法は K, B とも他の解法との差が大きい。文献(5)の解法は R_e^* の増加とともに他の解法との差が大きくなる。

図4は $R_e^*=0.5, R_e^{**}=20$ の場合について, K および B を Γ について整理したものである。全域で修正摂動法と修正平均化法はほぼ等しい値を示し, 平均化法もそれに近い値を示している。

図5, 6は運動方程式中の時間的加速度項の取扱ひ方の違いによる差を見るために, 修正平均化法と平均化法を比較したものである。図5, 6に見られるがごとく, R_e^{**} の小さい領域では修正平均化法と平均化法の差はほとんどない。 R_e^{**} の大きい領域では, K については Γ, R_e^* の大きさにかかわらず両者の差はあまりないが, B については Γ の比較的大きい場合に両者の差が大きくなり, その差は R_e^* の大きさにはほとんど関係しない。

以上により, 近似の精度と計算の煩雑さを考え合わせると, R_e^{**} の値があまり大きくはない領域では平均化法を用い, R_e^{**} の大きい領域で修正平均化法を用いるのが実用的であると思われる。

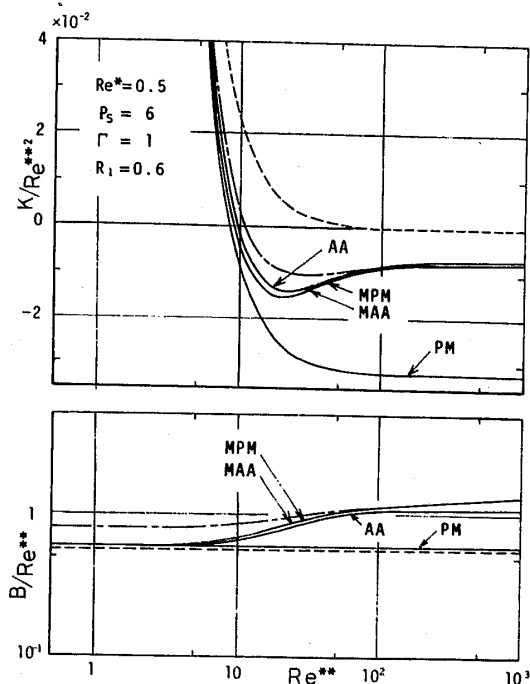


図2 各解法の比較

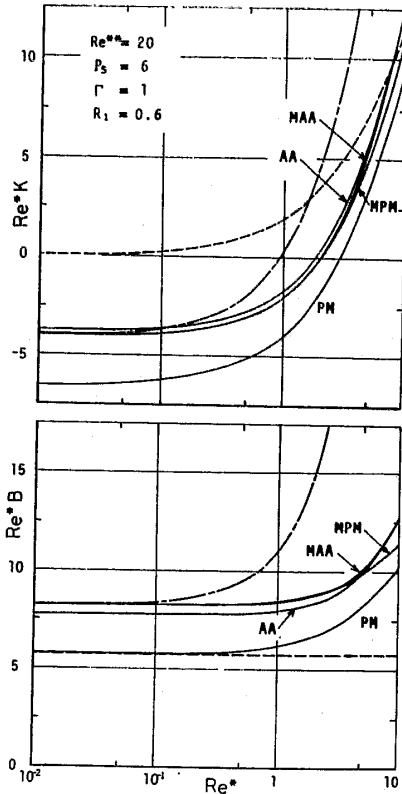


図3 各解法の比較

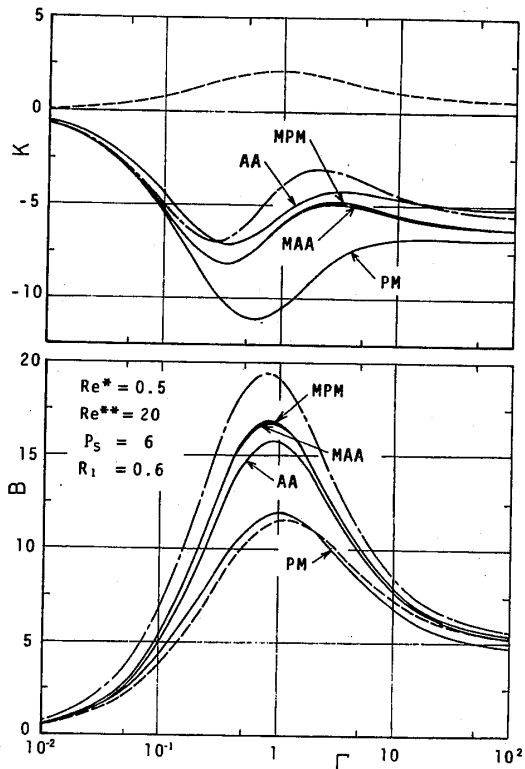


図4 各解法の比較

7. 結 言

円板形静圧スラスト軸受を対象に、流れの運動方程式中の時間的加速度項を比較的厳密に評価する解法である修正摂動法および修正平均化法を提案し、軸受の動特性に及ぼす流体の慣性力の影響について数値解法および従来の近似解法と比較検討した。得られた結論を要約すると以下のものである。

慣性力の影響は、慣性パラメータ Re^* および非定常

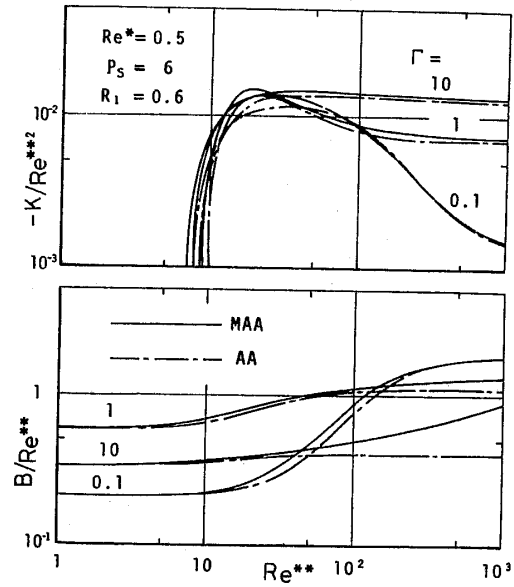


図5 修正平均化法と平均化法の比較

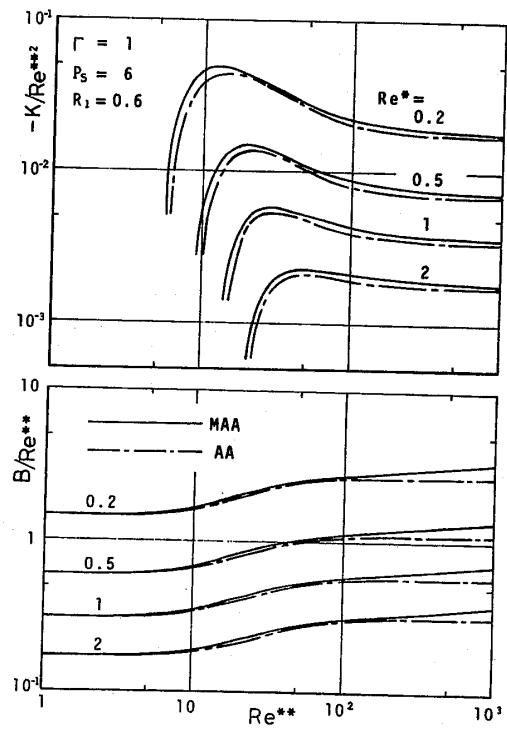


図6 修正平均化法と平均化法の比較

パラメータ R_e^{**} で定まり, R_e^* が比較的小さい場合について

(1) 修正摂動法, 修正平均化法は R_e^{**} の大きい領域まで数値計算結果とほとんど差がないことから, 近似の精度は良いものと思われる。

(2) 剛性 K については, R_e^{**} の大きい領域で摂動法の精度が悪く, 平均化法は全域で比較的良好。

(3) 減衰係数 B については, R_e^{**} の大きい領域で摂動法の精度が悪く, 平均化法の精度は Γ の大きい場合を除いて比較的良好。

(4) 近似の精度と計算の煩雑さを考えると, 実用的には R_e^{**} のあまり大きくない領域では平均化法を用い, R_e^{**} の大きい領域で修正平均化法を用いると良いと思われる。

なお, 実験的な検討は次報に譲る。

終わりに, 本研究に有益なご助言をいただいた富山大学工学部 三上房男教授に深く感謝致します。また, 数値計算を行うに当たり協力いただいた富山大学大学院 吉澤慎一君に感謝します。なお, 数値計算は富山大学計算機センター, 名古屋大学大型計算機センター, 京都大学大型計算機センターを利用して行ったことを付記する。

〔付 録〕

式(1)~(3), (13)より式(14)~(16), (18)~(20)

を導く際に省略しなければ, 式(18)の慣性項は

$$jR_e^{**}\hat{U}_t + R_e^* \left[j \frac{\partial U_q}{\partial H} + U_q \frac{\partial \hat{U}_t}{\partial R} + \hat{U}_t \frac{\partial U_q}{\partial R} + W_q \frac{\partial \hat{U}_t}{\partial Z} + \hat{W}_t \frac{\partial U_q}{\partial Z} \right]_{H=1} + \varepsilon R_e^{**} \left[\hat{U}_t \frac{\partial \hat{U}_t}{\partial R} + \hat{W}_t \frac{\partial \hat{U}_t}{\partial Z} \right]_{H=1}$$

であるが, 微小振動を仮定すれば $\varepsilon \ll 1$ であり $\hat{U}_t(\partial \hat{U}_t / \partial R)$, $\hat{W}_t(\partial \hat{U}_t / \partial Z)$ の項は常に省略できる。また, 膜厚方向の運動方程式は

$$\left(\frac{h_0}{r_0} \right)^2 R_e^* \left(S \frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial R} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \right) = - \frac{1}{A} \frac{\partial P}{\partial Z} + \left(\frac{h_0}{r_0} \right)^2 \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \dots \dots \dots (50)$$

であるが, h_0/r_0 の値はたかだか 10^{-2} 程度であるから $\partial P / \partial Z = 0$ で置き換え得る。これらのことより, 通常の軸受の動特性の解析には, 基礎式として式(14)~(16), (18)~(20)を用いれば十分であると思われる。

文 献

- (1) 森・ほか2名, 機論, 45-391, C (昭54), 363.
- (2) 森・ほか2名, 潤滑, 28-9 (昭58), 671.
- (3) 市川, 潤滑, 25-4 (昭55), 261.
- (4) 春山・ほか4名, 機論, 50-453, C (昭59), 875.
- (5) 村田・ほか2名, 機講論, No. 794-5 (昭54-3), 52.
- (6) 春山・ほか2名, 機論, 47-418, C (昭56), 759.

討 論

〔質問〕 橋本 巨〔東海大学工学部〕

流体慣性力を考慮した潤滑問題の各種近似解法をさまざまな形式の軸受について比較検討し, 着々と成果を挙げられていることに對し敬意を表す。

(1) 本研究では広範囲の Γ および R_e^{**} の値について各種解法が比較されているが, 実用上の Γ および R_e^{**} はどの程度の値をとり得るのか。また, その範囲内においては平均化法を最良の近似解法と考えてよいか。

(2) 平均化法による結果は修正摂動法および修正平均化法による結果とかなり良く一致するのに対して, 摂動法の精度が平均化法に比べて著しく劣る理由を著者らはどのようにお考えか。

〔回答〕 (1) 本研究で扱っている静圧軸受では, 実用的には Γ の値は $10^{-1} \sim 10$ 程度, R_e^{**} は数百以下であると思われる。計算の難易を考えると, R_e^{**} の値が数十以下の領域では平均化法が実用的な近似解

法であると思われる。

(2) 摂動法は高次解まで考えると修正摂動法に近い結果を得られるが R_e^{**} の大きい領域では解が発散するようである。本論文の摂動法は, このような性質をもつ摂動解の一次解ということで R_e^{**} の大きい領域で他の解との差が顕著になるものと思われる。一方, 平均化法は, すきまが小さいという前提のもとに慣性項をすきま方向に平均化して一定として扱うという近似は行うが, 高次の項を省略することはしないので, すきま方向に圧力が一定とみなせるような潤滑問題では広い範囲でよい近似が得られるものと思われる。

〔質問〕 長谷川 英治〔慶応義塾大学理工学部〕

(1) 図2~6の結果をみるかぎりでは, PM, AA, MPM, MAA の順に改良されている様子がわかるが, 特に, 結論でも述べられているように, PM から AA への改善, すなわち, 慣性項を平均化する操作が非常に役立っているように思える。この平均化操作はいっ

たいどんなことをしたことになるのか。定性的説明をお願いしたい。

(2) 式(11)で、右辺第1項と第2項の量は各々何の関数であると考えておられるのかを示していただくと以後の式の導出法が解釈しやすいと思う。

(3) 6章のはじめのところに述べてある、逐次近似法による直接数値計算の方法の概略と、AAとMPMまたはMAAとの差が大きくなる場合、例えば、図4の $\Gamma=1$ の場合とか、図5、6の R_0^{**} が大きい場合の直接数値計算との比較資料があるものならば、お教えいただきたい。

〔回答〕 (1) 平均化法は、すきまが小さいという前提のもとに慣性項をすきま方向に平均化して一定として扱うという近似は行いが、一次の摂動法のように R_0^* の高次の項を省略することはしないので、すきま方向に圧力が一定とみなせるような潤滑問題では広い範囲でよい近似が得られるものと思われる。

(2) 式(11)の右辺第1項は、軸受すきまの変化に応じて準定常的に求まる成分であるが時間的には一定なものではない。第2項は残りのいわゆる非定常成分であって、いずれの項も r, z, t の関数である。

(3) 数値計算は、式(14)、(18)の R_0^* のかかっている項に適当な初期値を代入して、式(14)~(16)、(18)~(20)を境界条件式(17)、(21)のもとにルンゲ・クッタ・ギル法により解き、得られた解を再び上記の項に代入して収束解が得られるまで繰返す方法をとっている。このような数値計算では、 R_0^* の値が0.35以上では収束解が得られず、図4~6のような場合の比較は行っていない。大きな R_0^* の値に対する数値計算は今後の研究課題としたいと思う。

〔質問〕 中原 綱光〔東京工業大学〕

流体の慣性力の影響を調べることは従来のレイノルズ方程式の適用限界を明確にするうえで重要であり、その際もう少し一般的なことがわかることに越したことはないが、やはり具体例について調べる必要があると思う。

(1) 本論文で得られた結果に対する理由をどう考

えているか。

(2) 静圧軸受の場合はすきまの広いポケットをもち、この領域での流体の慣性力の影響はランド部の狭いすきまにおける影響と比べてどの程度であるか。

(3) 軸受すきま入口部における圧力降下はランド部の狭いすきまにおける慣性力の影響に比べてどの程度であるか。

〔回答〕 (1) 質問者は、摂動法、平均化法、修正摂動法、修正平均化法の順に近似の精度が改良されていることについて質問されているものとして回答する。

摂動法は高次解まで考えると修正摂動法に近い結果を得られるが、 R_0^{**} の大きい領域では解が発散するようである。本論文の摂動法は、このような性質をもつ摂動解の一次解ということで R_0^{**} の大きい領域で他の解との差が顕著になるものと思われる。一方、平均化法はすきまが小さいという前提のもとに慣性項をすきま方向に平均化して一定として扱うという近似は行いが、高次の項を省略することはしないので、すきま方向に圧力が一定とみなせるような潤滑問題では広い範囲でよい近似が得られるものと思われる。修正摂動法、修正平均化法は慣性項中の時間的加速度項の一部 $\partial u_i/\partial t$ を近似せずに取り扱っている。このため、非定常性の強い領域でも近似の精度が良いものと思われる。

(2) 本論文では、ポケットすきまは軸受すきまに比べて10倍以上大きい場合を考えている。そのような場合では、ポケット内の流れについては慣性力は大きくなるが、半径方向の圧力変化はポケット内ではランド部に比べて非常に小さく、ポケット内の流れの影響は無視し得るものと思われる。

(3) 軸受すきま入口部における圧力降下の影響は、 R_0^* の値が大きく、 R_0^{**} の値が比較的小さい領域でかなり大きく現れている。この影響については、続報(付1)で実験値とも比較して調べているのでご参照いただきたい。

(付1) 春山・ほか5名, 機講論, No. 884-8 (昭59-11), 25.