

## スクイズ膜特性に及ぼす流体の慣性力の影響\*

春 山 義 夫\*\*, 風 巻 恒 司\*\*  
森 美 郎\*\*\* 吉 澤 慎 一†

## Fluid Inertia Effects in a Squeeze Film

by Yoshio HARUYAMA, Tsuneji KAZAMAKI  
Haruo MORI, and Shin-ichi YOSHIZAWA

The exact solutions for the squeeze film flow of an incompressible Newtonian fluid and that of a gas between circular parallel surfaces are presented under the assumption of a small sinusoidal vibration. From a comparison of the conventional approximate solutions with the exact one and the experiment, it is concluded that the averaging approach in which the inertia term is averaged out across the film thickness gives fairly good approximations, and that the perturbation solution becomes remarkably inaccurate as the unsteadiness becomes high.

**Key Words:** Lubrication, Squeeze Film, Inertia Effect, Sinusoidal Squeezing Motion, New Approximate Analysis

## 1. 結 言

近年、動粘度の小さい水や液体金属などを潤滑流体とする場合も多く、潤滑特性に及ぼす流体の慣性力の影響をできるだけ正確に把握しておく必要があると思われる。慣性力を考慮して潤滑膜特性を解析しようとする場合、流れの運動方程式中の慣性項は非線形であるため厳密に解くことは困難であり、従来より種々の近似解法がなされている。しかし、それらの近似の精度についてはあまり調べられていない。著者らは先に、無限幅の静圧スラスト軸受およびステップスラスト軸受を対象に、微小な正弦波振動の仮定のもとで厳密な解法を提案し、従来の近似解法と比較して非定常性の強い領域でも慣性項をすきま内で平均化して扱う平均化法が比較的近似の精度が良いことを示した<sup>(1)(12)</sup>。

本論文では、平行2円板間の非圧縮性スクイズ膜および気体スクイズ膜を対象に、すきまが微小な正弦波振動をする場合について厳密な解法を示し、従来

の近似解法と比較検討し、それらの近似の精度を調べる。ついで実験的な検討を加える。

スクイズ膜特性は、スクイズ膜軸受やスクイズ膜ダンパなどに関連して実用的に重要な問題であり、従来よりかなり多くの研究がなされている<sup>(1)-(10)</sup>。近似の精度に関する研究としては、平行2円板が近接する場合の非圧縮性スクイズ膜について、二次の摂動解を求めて調べた Tichy-Winer の研究<sup>(6)</sup>、くり返し代入法で二次解まで調べた黒田・堀の研究<sup>(7)</sup>がある。

## 2. 理論解析

図1に示されるような平行2円板間のスクイズ膜について考える。下面は固定面で上面の円板が常に平行を保って運動をする。流れの運動方程式および連続の式は次のように表される。

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $u, w$  はそれぞれ  $r, z$  方向の速度成分、 $p$  は

\* 昭和59年3月30日 第61期通常総会講演会および昭和59年6月28日 第11回技術講演会において講演、原稿受付昭和60年6月27日。

\*\* 正員、富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

\*\*\* 正員、京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

† 正員、電気化学工業(株) (〒100 東京都千代田区有楽町1-4-1)。

圧力,  $\rho$  は密度,  $\mu$  は粘度を表す.

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} z=0 \text{ で } u=w=0 \\ z=h \text{ で } u=0, w=-\frac{dh}{dt} \\ r=0 \text{ で } \frac{\partial p}{\partial r}=0 \\ r=r_0 \text{ で } p=p_a: \frac{dh}{dt} \leq 0 \\ =p_a - \Delta p: \frac{dh}{dt} > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

である。ここに,  $p_a$  は周囲圧力である。正のスクイーズ運動と負のスクイーズ運動の場合で圧力の境界条件が異なるのは, 負の場合には境界近傍で流体が急加速されて圧力降下を生じるためである。本報ではこの圧力降下量を静圧軸受の自成絞りの圧力降下量と同様に考えてベルヌーイの定理より求まるものとする。

非圧縮性スクイーズ膜の場合は, 密度  $\rho$  は一定であり, それを  $\rho_0$  とすると基礎式(1)~(3)は

$$\rho_0 \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots\dots\dots (5)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z} \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

と表され, 気体スクイーズ膜の場合は, 等温変化を仮定して密度を

$$\rho = \frac{p}{RT} \dots\dots\dots (8)$$

と置くと, 基礎式(1)~(3)は

$$\frac{p}{RT} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots\dots\dots (9)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z} \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rp u) + \frac{\partial}{\partial z} (p w) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

と表される。ここに,  $R$  は気体定数,  $T$  は気体の絶対温度である。

これらを厳密に解くことは困難であり, 従来より種々の近似解法がなされている。以下では, 微小な正弦波振動の仮定のもとに厳密な解が得られることを示し, ついで従来近似解法による結果を示す。

2.1 微小な正弦波振動を仮定した厳密解 すきまを

$$h = h_0 + h_1 e^{j\omega t} \dots\dots\dots (12)$$

と置き, 速度および圧力を

$$(u, w) = (\hat{u}_t, \hat{w}_t) e^{j\omega t} \dots\dots\dots (13)$$

$$p = p_a + \hat{p}_t e^{j\omega t} \dots\dots\dots (14)$$

と置き, 基礎式に代入して高次の微小量を省略して整理すれば次のような基礎式が得られる。

非圧縮性スクイーズ膜:

$$jR_e^{**} \hat{U}_t = -\frac{12}{\sigma} \frac{\partial \hat{P}_t}{\partial R} + \frac{\partial^2 \hat{U}_t}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (15)$$

$$0 = \frac{\partial \hat{P}_t}{\partial Z} \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \hat{U}_t) + \frac{\partial \hat{W}_t}{\partial Z} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

気体スクイーズ膜:

$$jR_e^{**} \hat{U}_t = -\frac{12}{\sigma} \frac{\partial \hat{P}_t}{\partial R} + \frac{\partial \hat{U}_t}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (18)$$

$$0 = \frac{\partial \hat{P}_t}{\partial Z} \dots\dots\dots (19)$$

$$j\hat{P}_t + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \hat{U}_t) + \frac{\partial \hat{W}_t}{\partial Z} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ただし, ここでは次のような無次元量が導入されている。

$$R = \frac{r}{r_0}, Z = \frac{z}{h_0}, \varepsilon = \frac{h_1}{h_0},$$

$$\hat{U}_t = \frac{\hat{u}_t}{\varepsilon \omega r_0}, \hat{W}_t = \frac{\hat{w}_t}{\varepsilon \omega h_0}, \hat{P}_t = \frac{\hat{p}_t}{\varepsilon p_a},$$

$$\sigma = \frac{12\mu\omega}{p_a} \left( \frac{r_0}{h_0} \right)^2 : \text{スクイーズ数}, R_e^{**} = \frac{\rho_0 \omega h_0^2}{\mu}$$

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} Z=0 \text{ で } \hat{U}_t = \hat{W}_t = 0 \\ Z=1 \text{ で } \hat{U}_t = 0, \hat{W}_t = j \\ R=0 \text{ で } \frac{\partial \hat{P}_t}{\partial R} = 0 \\ R=1 \text{ で } \hat{P}_t = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

と表される。運動方程式中の場所的加速度項および境界での流体の急加速による圧力降下量は高次の微小量

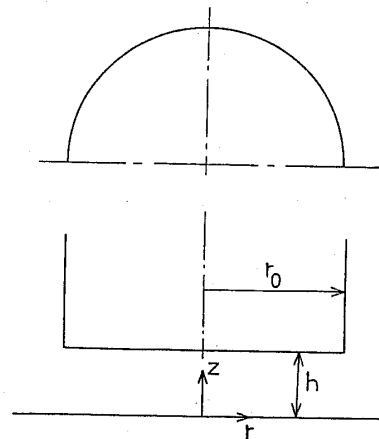


図1 平行円形スクイーズ膜

となり省略されている(付録)。\$R\_e^{\*\*}\$ はスクイーズ運動速度に関する \$\omega h\_0\$ を代表速度とするレイノルズ数に相当するパラメータであり、本論文では非定常パラメータと呼ぶ。気体の場合の \$\rho\_0\$ は周囲圧力における密度とする。なお、すきま、速度、圧力を式(12)~(14)の形に置いているが、それらの量は実数部のみが物理的な意味をもつ。

これらについては、以下の解析解が得られる。

非圧縮性スクイーズ膜：

$$\bar{U}_t = -\frac{jR}{2\phi} \left\{ 1 - \frac{\cosh(2\phi Z - \phi)}{\cosh \phi} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$\bar{W}_t = \frac{j}{\phi} \left\{ Z - \frac{\sinh(2\phi Z - \phi) + \sinh \phi}{2\phi \cosh \phi} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\bar{P}_t = \frac{\sigma R_e^{**}}{48\phi} (1 - R^2) \dots\dots\dots (24)$$

気体スクイーズ膜：

$$\bar{U}_t = -\frac{j}{\phi\lambda} \frac{J_1(\lambda R)}{J_0(\lambda)} \left\{ 1 - \frac{\cosh(2\phi Z - \phi)}{\cosh \phi} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

$$\bar{W}_t = j \left\{ 1 - \frac{J_0(\lambda R)}{J_0(\lambda)} \right\} Z + \frac{jJ_0(\lambda R)}{\phi J_0(\lambda)} \times \left\{ Z - \frac{\sinh(2\phi Z - \phi) + \sinh \phi}{2\phi \cosh \phi} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$$\bar{P}_t = \frac{J_0(\lambda R)}{J_0(\lambda)} - 1 \dots\dots\dots (27)$$

ここに、\$\phi = \sqrt{jR\_e^{\*\*}}/2\$、\$\Phi = 1 - \phi^{-1} \tanh \phi\$、\$\lambda^2 = \sigma R\_e^{\*\*}/(12\phi)\$ であり、\$J\_0\$、\$J\_1\$ はそれぞれ零次および一次の第1種ベッセル関数である。Tichy-Modest<sup>(6)</sup> は微小な正弦波振動を行う二次元の非圧縮性スクイーズ膜について、流れ関数を用いた厳密な解法を提案している。その解法は、本論文で扱っているような軸対称流の非圧縮性スクイーズ膜の場合にも拡張して用いることも可能であると思われるが、気体スクイーズ膜には適用することはできない。また、村田・三宅ら<sup>(9)</sup> は平行円板間の非圧縮性スクイーズ膜について、運動方程式中の場所的加速度項を省略して解析し、本論文の式(22)~(24)と同じ結果を得ている。ここで示した解法は任意の形状の非圧縮性および圧縮性のスクイーズ膜に対して適用することが可能である。

**2.2 従来の近似解法** 従来より行われている近似解法は、大別すれば、摂動法<sup>(6)</sup>と平均化法<sup>(1)</sup>に分けることができる。

摂動法は非定常パラメータ \$R\_e^{\*\*}\$ を摂動パラメータとして摂動解を求める解法であり、一般に高次解まで求めるほうが近似の精度は良くなるが計算量が非常に多くなるため通常は一次解までとしている。圧力につ

いての解は次のように求められる。

$$\bar{P}_t = \bar{P}_{t0} + R_e^{**} \bar{P}_{t1} + R_e^{**2} \bar{P}_{t2} + \dots \dots\dots (28)$$

\$\bar{P}\_{t0}\$、\$\bar{P}\_{t1}\$、\$\dots\$ は

非圧縮性スクイーズ膜：

$$\bar{P}_{t0} = -0.25j\sigma(1 - R^2) \dots\dots\dots (29)$$

$$\bar{P}_{t1} = 0.025\sigma(1 - R^2) \dots\dots\dots (30)$$

$$\bar{P}_{t2} = \frac{-j}{33600} \sigma(1 - R^2) \dots\dots\dots (31)$$

$$\bar{P}_{t3} = \frac{-1}{3024 \times 10^3} \sigma(1 - R^2) \dots\dots\dots (32)$$

$$\bar{P}_{t4} = \frac{37j}{931392 \times 10^4} \sigma(1 - R^2) \dots\dots\dots (33)$$

$$\bar{P}_{t5} = \frac{59}{12108096 \times 10^5} \sigma(1 - R^2) \dots\dots\dots (34)$$

気体スクイーズ膜：

$$\bar{P}_{t0} = J_0(aR)/J_0(a) - 1 \dots\dots\dots (35)$$

$$\frac{d^2 \bar{P}_{t1}}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\bar{P}_{t1}}{dR} + a^2 \bar{P}_{t1} = -\frac{\sigma}{10} \frac{J_0(aR)}{J_0(a)} \dots\dots\dots (36)$$

である。ここに、\$a^2 = -j\sigma\$。

平均化法は、運動方程式中の慣性項を膜厚方向に平均化して扱う解法であり、解は次のように得られる。

非圧縮性スクイーズ膜：

$$\bar{P}_t = \left( -\frac{j}{4} + \frac{R_e^{**}}{48} \right) \sigma(1 - R^2) \dots\dots\dots (37)$$

気体スクイーズ膜：

$$\bar{P}_t = J_0(\beta R)/J_0(\beta) - 1 \dots\dots\dots (38)$$

ここに、\$\beta^2 = (-j + R\_e^{\*\*}/12)\sigma\$ である。

**2.3 剛性・減衰係数** 得られた圧力よりスクイーズ膜の圧力を求め、軸受の場合<sup>(1)(12)</sup>の場合と同様にその圧力の変位と同位相成分より剛性を、変位速度と同位相成分より減衰係数を定義し、それぞれを \$\pi r\_0^2 b a / h\_0\$、\$\pi r\_0^2 b a / (h\_0 \omega)\$ で無次元化して無次元剛性 \$K\$ および無次元減衰係数 \$B\$ とすれば、\$K\$、\$B\$ は

$$K_c \equiv -2 \int_0^1 \bar{P}_t R dR \dots\dots\dots (39)$$

で定義される \$K\_c\$ の実数部および虚数部

$$K = \text{Re} [K_c] \dots\dots\dots (40)$$

$$B = \text{Im} [K_c] \dots\dots\dots (41)$$

で求められる。本論文では \$K\_c\$ を複素剛性と呼ぶ。\$K\_c\$、\$K\$、\$B\$ はスクイーズ数 \$\sigma\$、非定常パラメータ \$R\_e^{\*\*}\$ のみで定まる。なお、非圧縮性スクイーズ膜ではそれらは \$\sigma\$ に比例する。

### 3. 各種近似解法の比較

摂動法、平均化法は非定常パラメータ \$R\_e^{\*\*}\$ の値が小さい領域で有効な解法であると考えられるが、本報で

示した解法は基礎式として式(15)~(17), (18)~(20)が成り立つかぎり,  $Re^{**}$  の大きさには制限はない. 以下では各解法を比較して近似の精度を調べる.

図2, 3に各解法の比較を示す. 図2, 3中, EXは本報で示した解法による結果を,  $PM_n$ は $n$ 次の摂動解, AAは平均化法を表し, 破線(LT)は慣性力を無視した場合の結果を表している. 図2は非圧縮性スクイーズ膜の場合であり, 剛性 $K$ については,  $Re^{**}$ の小さい領域で摂動法の近似の精度が良く,  $Re^{**}$ の大きい領域では平均化法の精度が良いことがわかる. 減衰係数 $B$ については, 一次の摂動解および平均化法では慣性力の影響は現れていないが, EXでは $Re^{**}$ が10程度から現れはじめ,  $Re^{**}$ の増加とともに大きくなっている. 高次の摂動解の結果は,  $K, B$ とも $Re^{**}$ の値が50程度までは, 次数を高めるほどEXに近づくが, それ以上の領域では発散している. 図3は気体スクイーズ膜の場合であり, 一次の摂動解は $Re^{**}$ の値が5程度以上の領域では近似の精度が著しく悪くなるが, 平均化法は $Re^{**}$ の大きい領域においてもかなり近似の精度が良いことがわかる. 気体スクイーズ膜の場合の慣性力の影響はスクイーズ数 $\sigma$ の値によっても異なる. 図4は複素剛性 $K_c$ に与える $\sigma$ の影響を示すものである. 慣性力の影響は $\sigma$ の小さい領域で大きく現れ,

$\sigma$ の値の増加とともに小さくなっている.

4. 実験結果との比較検討

図5に実験装置の概略を示す. 軸②は静圧気体ジャ

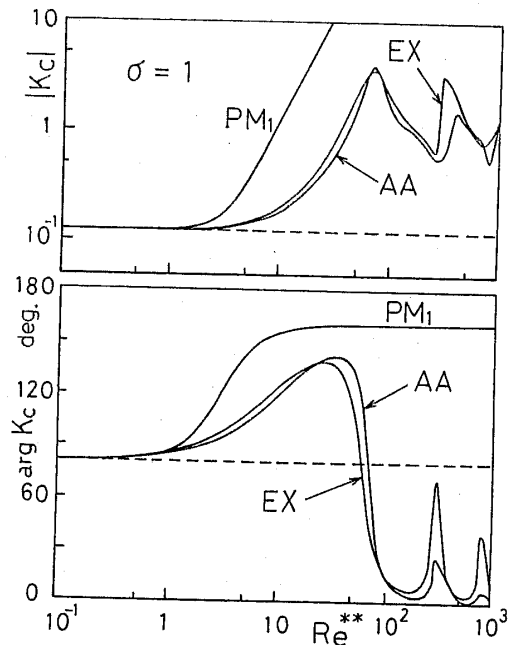


図3 各解法による気体スクイーズ膜特性の比較

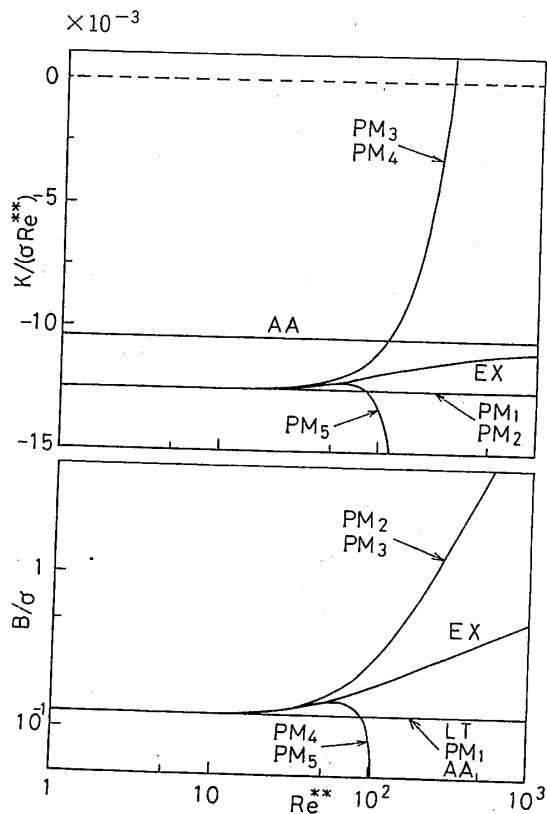


図2 各解法による非圧縮性スクイーズ膜特性の比較

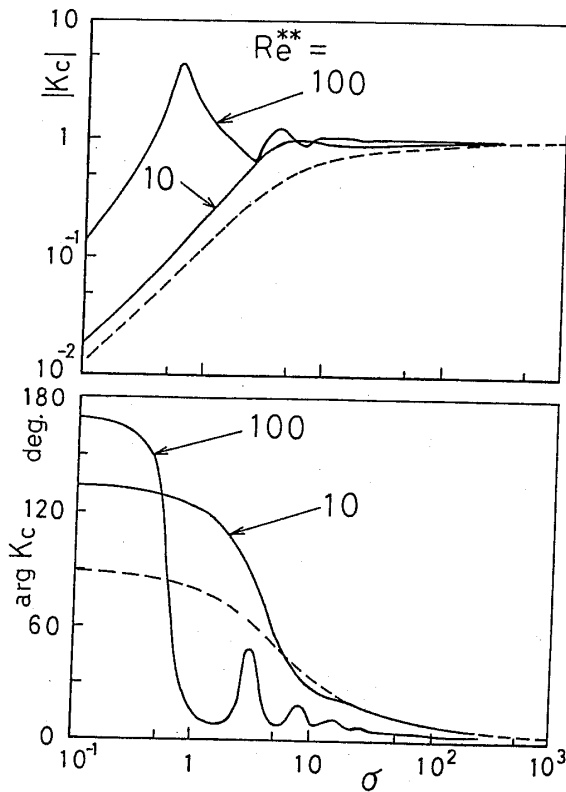


図4 スクイーズ数 $\sigma$ による気体スクイーズ膜特性の変化

ーナル軸受③, 静圧スラスト軸受④, 背圧⑤により支持され, 軸端は電動加振機に接続されており, 軸方向に正弦波振動を与えることができる。

実験は試験軸受①と振動軸のスラスト板の間の平行スクイーズ膜について行う。非圧縮性スクイーズ膜の場合の試験軸受は, 図6に示されるようなものであり, 外径55 mm, 内径26 mmのつば形である。圧力は半径16 mm ( $R=0.582$ ) および20.6 mm ( $R=0.749$ )の位置で半導体圧力変換器により検出する。気体スクイーズ膜の試験軸受は, 図7に示されるようなものであり, 外径50 mmで, 中央部に直径5 mm, 深さ0.5 mmのポケットを有する円板形である。この場合の圧力測定は, 気体の圧縮性のために非圧縮性スクイーズ膜で用いた方法とはれず, ポケット内の圧力を測定する。ポケットは十分深く, その内の圧力は場所的に一様であるとみなす。スラスト板の変位は渦電流式非接触変位計により検出する。

図8, 9に実験結果と理論値との比較を示す。本実験では, すきま  $H=h/h_0=1+\varepsilon \cos \omega t$  に対し, 圧力を  $P=p/p_a=1+\varepsilon P_{am} \cos(\omega t-\theta)$  と置き, 変動圧力の振幅より  $P_{am}$  を, 変位と圧力の波形の中心位置の差より位相の進み角  $\theta$  を求めている。理論値は  $\text{Re}[\hat{P}_i e^{j\omega t}] = P_{am} \cos(\omega t - \theta)$  より  $P_{am}$  と  $\theta$  を求めている。図8, 9中の記号は図2, 3と同様である。

図8は非圧縮性スクイーズ膜についての結果である。潤滑流体として粘度  $\mu=1.39 \text{ m}\cdot\text{Pa}\cdot\text{s}$ , 密度  $\rho=799 \text{ kg/m}^3$  の灯油を用いている。振動数  $f$  を250 Hzに固定し, すきま  $h_0$  を変化させて実験を行ったものである。横軸に  $R_{e}^{**}$ ,  $\sigma$  の値も併記している。図8に見られるように,  $h_0$  の大きい領域で  $P_{am}$  の実験値が理

論値より大きくなる傾向があるが, 比較的良好一致しているといえる。各解法による理論値の差はあまり大きくはない。これは,  $R_{e}^{**}$  の大きい領域では  $\hat{P}_i$  の理論値は実数部が虚数部に比べて非常に大きくなるが, 実数部については各解法の差があまり大きくないためである。

図9は気体スクイーズ膜についての結果であり, 気体は空気である。 $f$  を3000 Hzに固定し,  $h_0$  を変化させたものである。図9中に見られるように, 実験値はEXとよい一致を示しており, 平均化法AAともかなりよく合っている。しかし, 摂動法PM<sub>1</sub>による結果は  $R_{e}^{**}$  の値の増加とともに実験値から著しく離れる。

なお, 実験は, ほぼ正弦波状の圧力波形が観測される,  $\varepsilon < 0.05$  の領域で行っている。

## 5. 結 言

非圧縮性流体および気体の円形スクイーズ膜を対象に, 微小な正弦波振動の仮定のもとに厳密な解が得られることを示し, 従来の近似解法と比較して近似の精度を調べた。実験結果とも比較して次のような結論を得た。

非圧縮性スクイーズ膜に関して

(1) 剛性については, 非定常パラメータ  $R_{e}^{**}$  の小さい領域で摂動法の近似の精度が良く,  $R_{e}^{**}$  の大きい

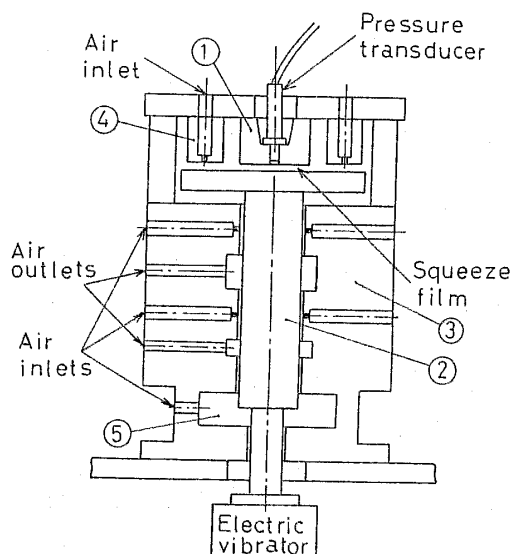


図5 実験装置の概略図

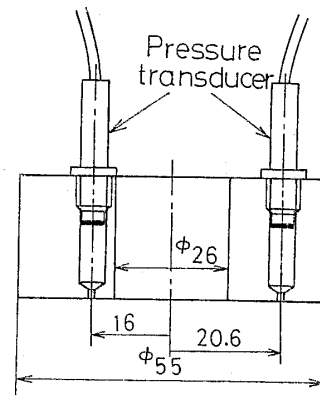


図6 試験軸受の諸元(非圧縮性スクイーズ膜)

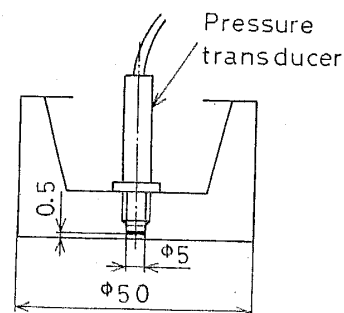


図7 試験軸受の諸元(気体スクイーズ膜)

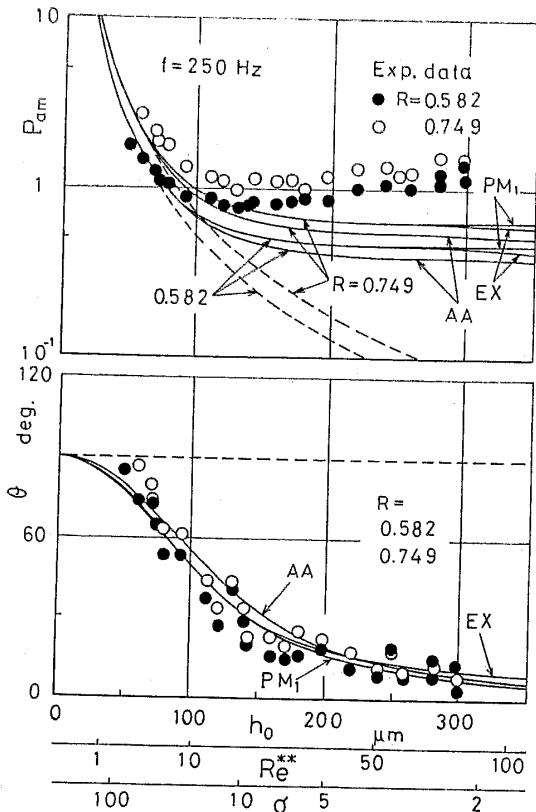


図 8 実験結果との比較(非圧縮性スクイーズ膜)

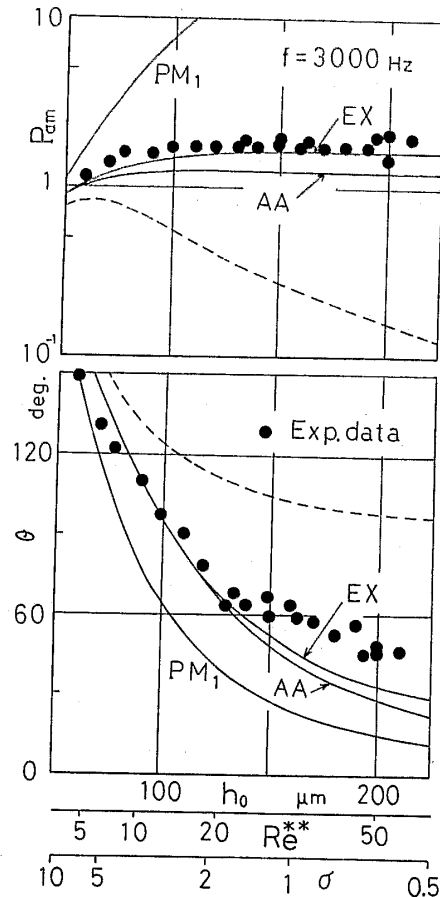


図 9 実験結果との比較(気体スクイーズ膜)

領域では平均化法の精度が良い。

(2) 減衰係数については、慣性力の影響は  $Re^*$  の値が 10 程度から現れはじめ、 $Re^*$  の増加とともに大きくなるが、一次の摂動解および平均化法では慣性力の影響を算出することができない。

(3)  $Re^*$  の値が約 50 以上の領域では摂動解は発散する。

気体スクイーズ膜に関して

(4) 一次の摂動解は  $Re^*$  の値が 5 程度以上で著しく近似の精度が悪くなるが、平均化法は  $Re^*$  の大きい領域でもかなり近似の精度が良い。

(5) 慣性力の影響はスクイーズ数  $\sigma$  の比較的小さい領域で大きく現れ、 $\sigma$  の増加とともに小さくなる。

終わりに、有益なご助言をいただいた京都大学工学部 森淳暢助教授、実験装置の製作にご協力いただいた(株)不二越技術部新空圧機素開発チーフ 伊庭剛二氏に深く感謝致します。

付 録

時間的加速度項と場所的加速度項を比較すると、 $u, w, r, z, t$  の大きさの程度は、それぞれ、 $\epsilon\omega r_0, \epsilon\omega h_0, r_0, h_0, 1/\omega$  と考えられることより

$$\left[ \rho u \frac{\partial u}{\partial r} \right] / \left[ \rho \frac{\partial u}{\partial t} \right] = O(\epsilon) \dots\dots\dots (42)$$

$$\left[ \rho w \frac{\partial w}{\partial z} \right] / \left[ \rho \frac{\partial w}{\partial t} \right] = O(\epsilon) \dots\dots\dots (43)$$

となる。

境界での圧力降下量  $\Delta p$  をベルヌーイの定理より求めると

$$\Delta p = \frac{\rho\omega^2 r_0^2 \epsilon^2 \sin^2 \omega t}{8} + \dots = O(\rho\epsilon^2\omega^2 r_0^2) \dots\dots\dots (44)$$

であり、スクイーズ効果による発生圧力の大きさの程度は、慣性力が粘性力に比べて大きくなるような領域では、式(1)より

$$O\left[\frac{\partial p}{\partial r}\right] = O\left[\rho \frac{\partial u}{\partial t}\right] = O(\rho \cdot \epsilon\omega r_0 \cdot \omega) \dots\dots (45)$$

$$p = O(\rho\epsilon\omega^2 r_0^2) \dots\dots\dots (46)$$

と考えられる。これより

$$\frac{\Delta p}{p} = O(\epsilon) \dots\dots\dots (47)$$

が得られる。以上のことより、微小振動の場合 ( $\epsilon \ll 1$ ) には、二次以上の項を省略した式(15)~(21)を基礎式、境界条件とする本論文の解析は有効であると思わ

れる。

## 文 献

- (1) Pinkus, O. and Sternlicht, B., *Theory of Hydrodynamic Lubrication*, (1961), 360, McGraw-Hill.
- (2) Jackson, J. D., *Appl. Sci. Res.*, Section A, **11** (1962), 148.
- (3) Kuhn, E. C. and Yates, C. C. *ASLE Trans.*, **7** (1964), 299.
- (4) Kuzma, D. C., *Appl. Sec. Res.*, **18** (1967), 15.
- (5) Terrill, R. M., *Trans. ASME*, Ser. F, **91-1** (1969), 126.
- (6) Tichy, J. A. and Winer, W. O., *Trans. ASME*, Ser. F, **92-4** (1970), 588.
- (7) 黒田・堀, 潤滑, **21-11** (昭51), 740.
- (8) Tichy, J. A. and Modest, M. F., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, **100-3** (1978), 316.
- (9) 村田・ほか2名, 機講論, No. 780-7 (昭53-4), 143.
- (10) Turns, S. R., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, **105-3** (1983), 361.
- (11) 春山・ほか4名, 機論, **50-453, C** (昭59), 875.
- (12) Haruyama, Y., ほか3名, *Trans. ASME, J. Tribol.*, **107-1** (1985), 39.