

静圧スラスト軸受の動特性に及ぼす流体の慣性力の影響*

(第5報, 毛細管絞り内の流れが乱流の場合)

春山 義夫**, 風巻 恒司**
森 淳暢***, 森 美郎***

Influence of Fluid Inertia Forces on Dynamic Characteristics of Externally Pressurized Thrust Bearings (5th Report, Case of Turbulent Flow within a Capillary Restrictor)

by Yoshio HARUYAMA, Tsuneji KAZAMAKI,
Astunobu MORI and Haruo MORI

In this report, the authors investigated theoretically and experimentally the inertia effects on the dynamic performance of externally pressurized circular thrust bearings in a turbulent flow regime within a capillary restrictor. From the experiment, it is concluded that the influence of turbulence should be considerable when the Reynolds number decreases in value, and that the presented analysis yields good predictions for the dynamic bearing performance for a wide range of the Reynolds number.

Key Words: Lubrication, Bearing, Inertia Effect, Turbulent Flow, Externally Pressurized Thrust Bearing, Dynamic Performance, Capillary Restrictor

1. 緒 言

水や液体金属などの動粘度の低い流体を潤滑流体として使用する静圧軸受では、軸受特性に及ぼす流体の慣性力の影響は無視し得なくなることが多いものと思われる。著者らは、既報⁽¹⁾⁽²⁾において、静圧スラスト軸受の動特性に及ぼす慣性力の影響を理論的、実験的に調べ、かなり大きな影響が現れることを指摘した。しかしながら、そこでは毛細管絞り内の流れを層流として解析しているため、管内のレイノルズ数が大きくなって乱流となる場合にはその結果は適用できない。本報では、円板形静圧スラスト軸受の動特性を、毛細管絞り内の流れが乱流になっている場合について解析し、ついで実験結果と比較して提案する解析法の妥当性を検討する。なお、静圧気体スラスト軸受に関してはすでに報告している⁽³⁾。

2. 主 な 記 号

本報で使用する記号は、前報⁽²⁾に準じるが、新たに使用する主な記号を以下に示す。

* 昭和60年11月20日 関西支部第245回講演会において講演, 原稿受付 昭和60年5月13日。

** 正員, 富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

*** 正員, 京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

r_c : 毛細管の半径方向座標
 r_{ci} : ν_E のモデルの i 層と $(i+1)$ 層の境界の半径方向座標
 $R_{ci} = r_{ci}/a$
 R_{ec} : 毛細管内の流れのレイノルズ数
 $\equiv 2a\bar{u}_{m,s}/\nu$
 $R^* = u^*a/\nu$
 $\bar{u}_{m,s}$: 定常流の毛細管内平均流速
 u^* : 摩擦速度 $= \sqrt{\tau_{w,s}/\rho}$
 x : 毛細管の管軸方向座標
 $y \equiv a - r_c$
 $y^* \equiv u^*y/\nu$
 $\zeta = \omega a^2/\nu$
 λ : 管摩擦係数
 ν : 動粘度
 $\tau_{w,s}$: 定常流の壁面せん断応力
 添字ほか
 i : ν_E のモデルにおける第 i 層の量
 m : 管横断面平均の値
 s : 定常成分
 t : 非定常成分
 $-$: 短時間平均した量 (ここで、短時間とは乱れ

に基づく単一成分は消えるが、脈動に基づく変動成分は残る程度の時間間隔⁽⁴⁾

: 調和振動の振幅

3. 理論解析

本報で扱う軸受は、前報⁽¹⁾⁽²⁾と同じものであり、図1に示されるような毛細管絞りを有する円板形静圧スラスト軸受である。解析に当たって用いる仮定も前報と同様であるが毛細管絞り内の流れは乱流であるとする。

3・1 軸受すきま内の流れ 流れは層流であるとし、通常用いられている流体潤滑理論の仮定を用いると、流れの運動方程式および連続の式は無次元形では

$$R_0^* \left(S \frac{\partial U}{\partial r} + U \frac{\partial U}{\partial R} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = -\frac{1}{A} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = \frac{\partial P}{\partial Z} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

と書き表され、境界条件は

$$\left. \begin{aligned} Z=0 \text{ で } U=W=0 \\ Z=H \text{ で } U=0, W=S \frac{dH}{dr} \\ R=R_i \text{ で } P=P_i \\ R=1 \text{ で } P=1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

である⁽¹⁾。これを厳密に解くことは困難であり、本報では計算が容易で近似の精度も比較的良好な平均化法⁽¹⁾を用いて解析する。それは運動方程式中の慣性項を膜厚方向に平均化して取扱う解法であり、式(1)を

$$\frac{R_0^*}{H} \int_0^H \left(S \frac{\partial U}{\partial r} + U \frac{\partial U}{\partial R} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) dZ = -\frac{1}{A} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (5)$$

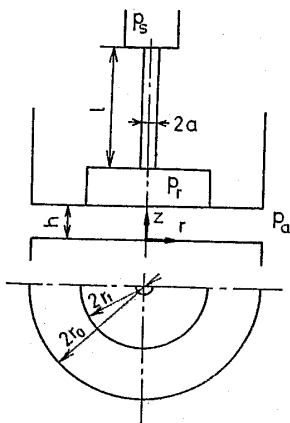


図1 スラスト軸受の諸元

と置き換えて解くものである。解は

$$U = \frac{1}{2} \left(\frac{C}{R} + \frac{6SR}{H^3} \frac{dH}{dr} \right) (Z^2 - HZ) \dots\dots\dots (6)$$

$$W = -\frac{6S}{H^3} \frac{dH}{dr} \left(\frac{Z^3}{3} - \frac{HZ^2}{2} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$P = 1 + CA \ln R - \frac{R_0^* AH^4}{240} \left\{ C^2 \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right) + \frac{24CS}{H^3} \frac{dH}{dr} \ln R - \frac{108S^2}{H^6} \left(\frac{dH}{dr} \right)^2 (1 - R^2) \right\} + \frac{R_0^* SA}{12H} \left\{ \frac{d(CH^3)}{dr} \ln R - 3S \frac{d^2 H}{dr^2} (1 - R^2) \right\} - \frac{3SA}{H^3} \frac{dH}{dr} (1 - R^2) \dots\dots\dots (8)$$

と得られる。ここに、Cは積分定数であり流量連続条件より決定される。

軸受の動特性を解析するに当たっては、前報⁽¹⁾⁽²⁾と同様に、軸受すきまが平衡状態近傍で微小な正弦波振動をする場合を想定し、無次元時間 τ を $\tau = \omega t$ とし、すきま、速度、圧力を

$$H = 1 + \epsilon e^{j\tau} \dots\dots\dots (9)$$

$$(U, W, P) = (U_s, W_s, P_s)$$

$$+ (\bar{U}_t, \bar{W}_t, \bar{P}_t) \epsilon e^{j\tau} \dots\dots\dots (10)$$

と置き $U_s, W_s, \dots, \bar{W}_t, \bar{P}_t$ を求めて調べる。

3・2 毛細管絞り内の流れ 毛細管絞りは半径 a 長さ l の直円管を n 本並列にたばねたものであり、流れは非圧縮性の非定常乱流で助走距離は無視できるものとする。管内の流れを厳密に解析することは困難であり、本報では気体軸受の場合⁽³⁾と同様に近江ら⁽⁴⁾によって研究がなされた三層 TP モデルを用いて解析を進める。

速度、圧力は脈動による変動成分と乱れによる変動成分をもつが、前者に関しては、微小項を省略すれば、次のような基礎式に従う。

$$\nu_E \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r_c^2} + \left(\frac{\nu_E}{dr_c} + \frac{\nu_E}{r_c} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial r_c} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \dots\dots\dots (11)$$

$$0 = \frac{\partial \bar{p}}{\partial r_c} \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 ν_E は総括うず動粘度であるが、理論的に求めることは困難である。三層 TP モデルでは、円管内を三層に分け、第 i 層における $\nu_{E,i}$ を

$$\nu_{E,i} / \nu = k_i y^* + n_i \dots\dots\dots (14)$$

とおき、定数 k_i, n_i を定常流の実験結果より仮定して与えるものである。ここに、 $y^* \equiv u^* y / \nu, y \equiv a - r_c, u^* = \sqrt{\tau_{w,s} / \rho} = u_{m,s} \sqrt{\lambda / 8}$: 摩擦速度、 $\tau_{w,s}$: 定常流の壁面せん断応力、 $u_{m,s}$: 定常流の平均流速、 λ : 管摩擦

係数である。三層 TP モデルでは、 $y_1^* = 11.5$, $y_2^* = 0.175R^*$, $R^* = 0.5Re_{ec}\sqrt{\lambda/8}$, $k_1 = k_3 = n_2 = 0$, $k_2 = 0.4$, $n_3 = 0.07R^*$ としている。なめらかな内壁をもつ管の場合の λ はレイノルズ数 $Re_{ec} = 2a\bar{u}_{m,s}/\nu$ のみでほぼ定まることが知られており、本報では λ と Re_{ec} の関係としてカルマン・ニクラゼの式

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \log_{10}(Re_{ec}\sqrt{\lambda}) - 0.8 \dots \dots \dots (15)$$

を用いる。

角周波数 ω の正弦波状脈動流に対しては、入口圧力および出口圧力をそれぞれ

$$p_i = p_{is} + \hat{p}_{it}e^{j\omega t} \dots \dots \dots (16)$$

$$p_r = p_{rs} + \hat{p}_{rt}e^{j\omega t} \dots \dots \dots (17)$$

とおくと、管内の流量は

$$q_1 = \frac{\pi a^4 \Psi_s}{8\mu l} (p_{is} - p_{rs}) + \frac{2j\pi a^2 \Psi_t}{l\rho\omega} (\hat{p}_{it} - \hat{p}_{rt})e^{j\omega t} \dots \dots \dots (18)$$

と得られる。ここに、 Ψ_s, Ψ_t はそれぞれ

$$\begin{aligned} \Psi_s = & 1 - R_{c1}^4 + \frac{1}{k_2 R^*} \left\{ \frac{k_2 R_{c2}^4}{0.07} - \frac{4}{3} (R_{c2}^2 - R_{c1}^2) \right. \\ & \left. + 2(R_{c2}^2 - R_{c1}^2) + 4(R_{c1} - R_{c2}) + 4 \ln \frac{1 - R_{c2}}{1 - R_{c1}} \right\} \\ & \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_t = & \frac{C_1}{a_0} \{ I_1(a_0) - R_{c1} I_1(R_{c1} a_0) \} \\ & + \frac{D_1}{a_0} \{ K_1(a_0) - R_{c1} K_1(R_{c1} a_0) \} \\ & + C_2 \{ -R_{c1} a_1 I_1(a_3) + R_{c2} a_2 I_1(a_4) \\ & - a_1^2 I_2(a_3) + a_2^2 I_2(a_4) \} \\ & + D_2 \{ -R_{c1} a_1 K_1(a_3) + R_{c2} a_2 K_1(a_4) \\ & - a_1^2 K_2(a_3) + a_2^2 K_2(a_4) \} \\ & + \frac{C_3 R_{c2}}{a_5} I_1(R_{c2} a_5) - \frac{1}{2} \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

ここに、 $a_0 = \sqrt{j\zeta}$, $a_1 = \sqrt{-jk_2 y_1^* / \zeta}$, $a_2 = \sqrt{-jk_2 y_2^* / \zeta}$, $a_3 = \sqrt{4j y_1^* \zeta / (k_2 R^{*2})}$, $a_4 = \sqrt{4j y_2^* \zeta / (k_2 R^{*2})}$, $a_5 = \sqrt{j\zeta / (0.07 R^*)}$, $\zeta = \omega a^2 / \nu$, I_1, I_2 : 一次および二次の第1種変形ベッセル関数, K_1, K_2 : 一次および二次の第2種変形ベッセル関数であり、 C_1, C_2, C_3, D_1, D_2 は積分定数〔文献(4)参照〕である。

流量に及ぼす非定常乱流の影響は Ψ_s, Ψ_t に現れ、前報⁽²⁾の層流の場合に示した無次元パラメータ ζ の他に管内のレイノルズ数 Re_{ec} の大ききで定まる。 ζ と軸受すきま内の流れの非定常性の強さを表す非定常パラメータ $Re_e^* = \rho\omega h_0^2 / \mu$ との間には $\zeta = (a/h_0)^2 Re_e^*$ の関係がある。層流でかつ慣性力を無視する場合の流量は、式(18)で $\Psi_s = \Psi_t = 1$ と置いて得られる式と同じである。

軸受すきま入口部における流体の急加速による圧力

変化を既報⁽¹⁾⁽²⁾と同様に自成絞りの考え、毛細管入口部での圧力変化は省略すると、軸受の無次元剛性 K および無次元減衰係数 B は毛細管絞り内が層流の場合の6個の無次元パラメータ： $R_1 = r_1/r_0$ (無次元ポケット半径), $\Gamma = -3na^4 \ln R_1 / (4lh_0^3)$ (供給パラメータ), $P_s = p_s/p_a$ (無次元供給圧力), $Re_e^* = \rho V h_0^2 / (\mu r_0)$ (慣性パラメータ), $Re_e^{**} = \rho\omega h_0^2 / \mu$ (非定常パラメータ), a/h_0 (軸受すきまに対する毛細管径の比) と管内のレイノルズ数 Re_{ec} で整理することができる。なお、本報で使用した三層 TP モデルの適用可能な Re_{ec} の下限値は約2000である。

4. 計算結果

本章では、毛細管絞り内の流れが層流から乱流に移ることによる K, B の変化について調べる。絞り内の乱流の影響は Re_{ec} と $\zeta = (a/h_0)^2 Re_e^{**}$ によって決まるため、ここではパラメータとして a/h_0 の代わりに ζ を選んで図示する。図2から4に $R_1 = 0.6$, $P_s = 6$, $Re_e^* = 0.5$ の場合についての結果を示す。図中、破線は毛細管絞り内の流れを層流として扱った場合の値を示す。図2, 3は Re_{ec} をパラメータにとり、それぞれ Γ および ζ を横軸にとって整理したものである。これらの図に見られるように、絞り内の流れが乱流になると K は Re_{ec} の増加とともに低下し、 B も ζ の値が数10以上の領域で同じ傾向がある。図3に見られるように、 ζ が約10以下の領域では、 B については明確な規則性は見られない。図4は Re_e^{**} を横軸にとり、 ζ をパラメータにとって示したものである。この図に見られるように、 K については、 ζ の値が数10以上の場合には、層流と乱流の差は Re_e^{**} の増加とともに非常に小さくなる。

5. 実験結果との比較

本章では、軸受すきまを正弦波状に微小振動させた際の変動圧力を測定し、理論値と比較検討する。

実験装置および実験方法は前報⁽¹⁾と同様であり、試験軸受の諸元は

$$\begin{aligned} 2r_0 = & 55 \text{ mm}, 2r_1 = 26 \text{ mm}, 2a = 1.9 \text{ mm}, \\ l = & 300 \text{ mm}, n = 2 \text{ 本} \end{aligned}$$

であり、潤滑流体には密度 $\rho = 801 \text{ kg/m}^3$, 粘度 $\mu = 1.51 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ の灯油を使用している。

図5から8には無次元変動圧力振幅 P_{am} およびすきま変動に対する変動圧力の進み角 Q について実験値と理論値の比較を示す。変動圧力は軸受ポケット内および $r = 16 \text{ mm}$ ($R = 0.582$) の位置で測定している。図中、一点鎖線は毛細管絞り入口部での圧力降下も考

慮して求めた理論値を示し、二点鎖線は絞り内の流れを層流として扱った場合の理論値、破線は絞り内の慣性力を無視して求めた理論値を示す。

図5, 6は振動の周波数 f を 50 Hz に固定し、平衡状態の軸受すきま h_0 を変えたものであり、横軸に供給パラメータ Γ をとって示している。これらの図より、実験値は絞り内を乱流として解析した理論値にかなりよく合っており、絞り入口部での圧力降下の影響

はあまり大きくないことがわかる。図7, 8は h_0 を 150 μm に固定し、 f を変えたものである。図に見られるように、この場合も実験値と理論値はかなりよく合っている。層流と乱流の差は、 f の大きい領域では P_{am} についてはあまり大きくない。

以上により、毛細管絞り内の流れが乱流の場合の動特性は本報で示した解析法によりかなりよく予測できるものと思われる。なお、本報では、毛細管入口および軸受すきま入口の圧力変化を求めるに当っては流量

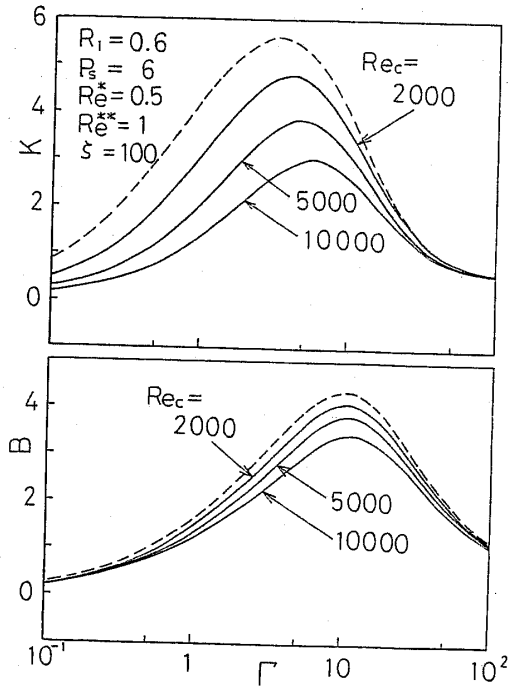


図2 K, B に及ぼす Re_c の影響

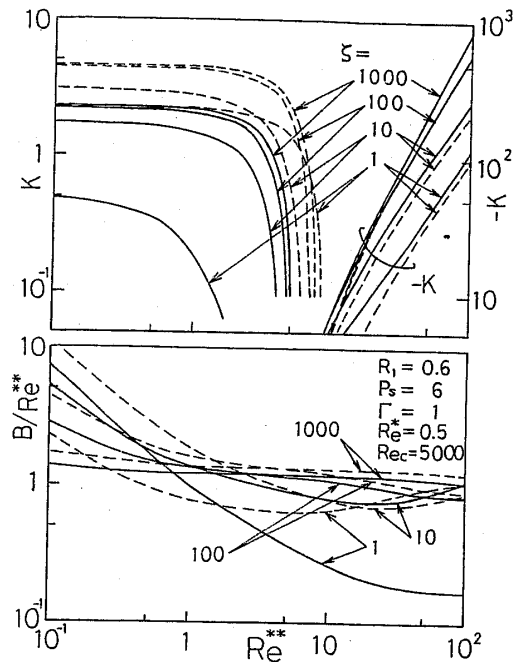


図4 K, B に及ぼす ζ, Re_c の影響

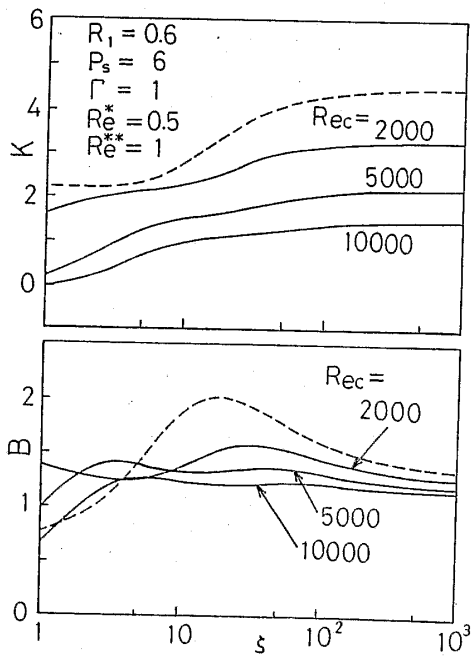


図3 K, B に及ぼす ζ, Re_c の影響

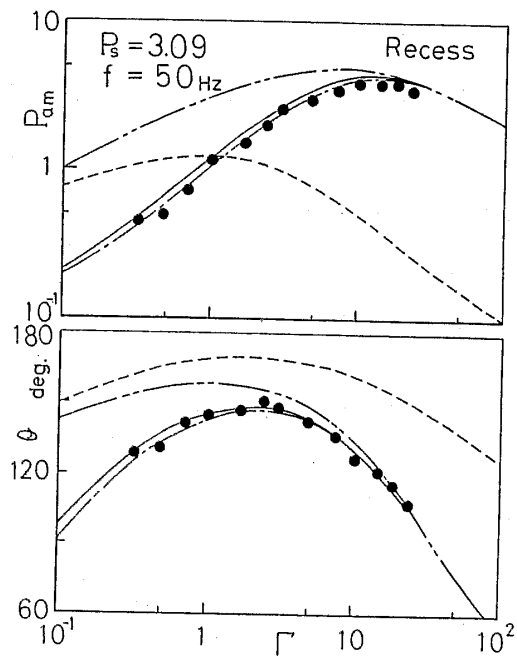


図5 実験結果との比較

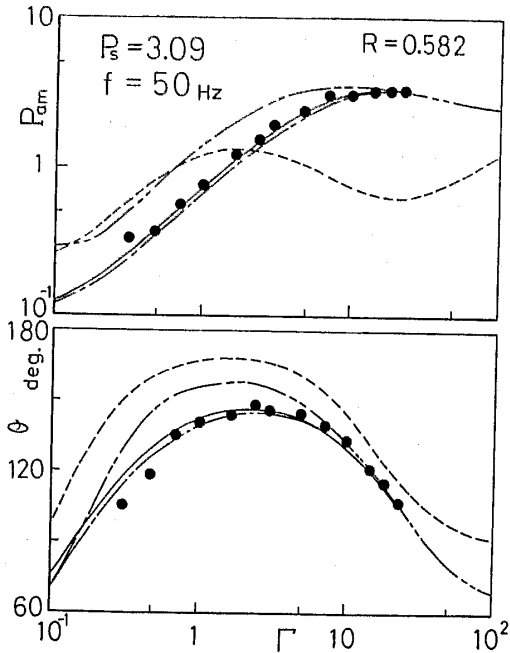


図6 実験結果との比較

係数を0.8と置いて計算した。

6. 結 言

毛細管絞りを有する円板形静圧スラスト軸受を対象に、毛細管内の流れが乱流の場合について流体の慣性力が軸受の動特性に及ぼす影響を理論的に調べ、ついで実験的な検討を加え次のような結論を得た。

- (1) 毛細管絞り内の流れが乱流になると、 K は R_{ec} の増加とともに低下し、 B も ζ の値が数10以上の領域では同じ傾向がある。
- (2) ζ の値が数10以上の場合には、層流と乱流の K の値の差は R_{e}^* の増加とともに非常に小さくなる。
- (3) 実験値は本報で示した解析結果にかなりよく合う。

終わりに、乱流に関して貴重な助言をいただいた富山大学工学部 三上房男教授ならびに実験装置の製作にご協力いただいた(株)不二越 技術部新空圧機素開発チーフ 伊庭剛二氏に深く感謝致します。また、実験を行うに当たり協力いただいた、当時、富山大学工学部学生 伊藤美智夫〔現在 吉田工業(株)〕、伊佐地則文〔現在 東京工業大学大学院〕両君に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 春山・ほか4名, 機講論, No. 814-10 (昭56-11), 85; 機論, 51-471, C (昭60), 掲載予定。
- (2) 春山・ほか5名, 機講論, No. 844-8 (昭59-11), 25; 機論,

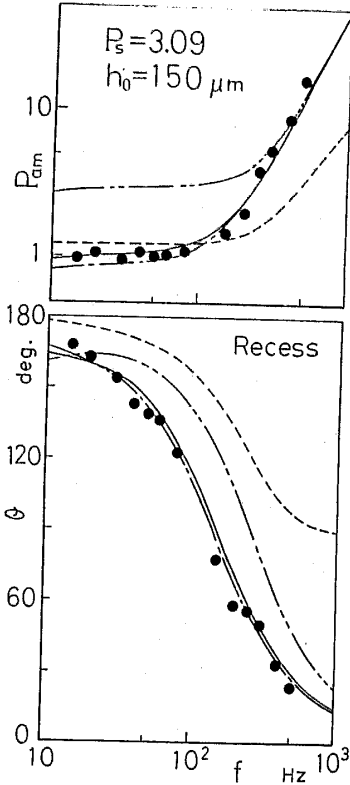


図7 実験結果との比較

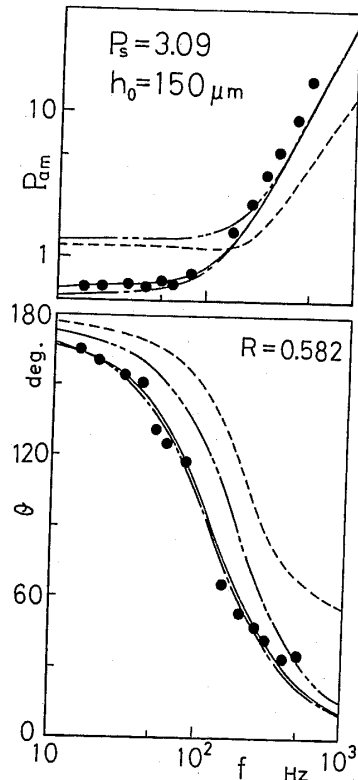


図8 実験結果との比較

- 52-474, C (昭61), 掲載予定。
- (3) 春山・ほか3名, 機論, 48-429, C (昭57), 682.
- (4) 近江・碓井, 機論, 41-347 (昭50), 2030.

討 論

〔質問〕 三矢保永

K と B とに関連するパラメータとしては、 $R_1, \Gamma, P_s, R_e^*, R_e^{**}, a/h_0, Re_c$ の7個で整理されるとあるが、主要なパラメータである毛細管径の影響については、 $\zeta = (a/h_0)^2 R_e^{**}$ という形で図4中に示されることになる。しかし図4ではパラメータ ζ と横軸 R_e^{**} とが相互に従属する関係にあるため、 a/h_0 の影響が陽に現れていない。 $(a/h_0)^2$ をパラメータとした特性はどのようなになるのか。

〔回答〕 $(a/h_0)^2$ をパラメータにとった計算例を付図1に示す。付図1中、破線は毛細管絞り内の流れを層流として計算した値を示している。付図1に見られるように、乱流の影響は、概して、 a/h_0 が小さいほど R_e^{**} の小さい領域で大きく現れている。

〔質問〕 橋本 巨〔東海大学工学部〕

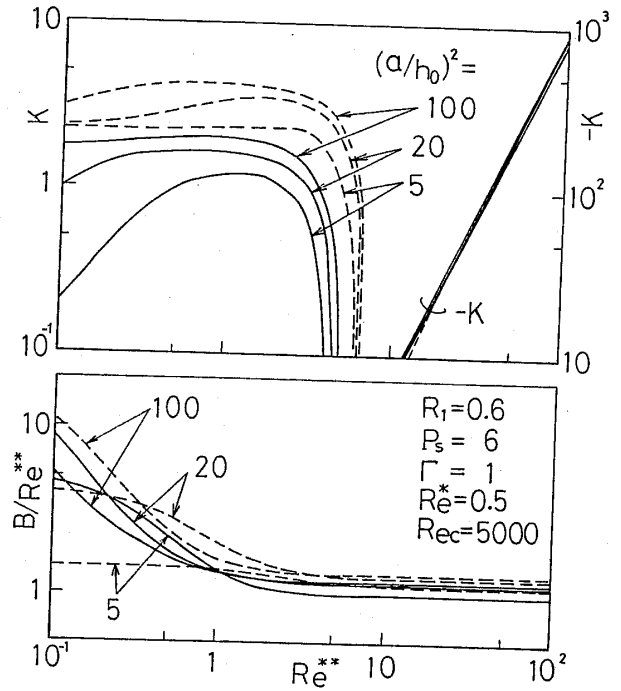
3層 TP モデルを静圧スラスト軸受の毛細管絞り部に適用することによって軸受特性を解析されたことに對し敬意を表す。

(1) 図3において、減衰係数 B に及ぼすレイノルズ数 Re_c の影響が $\zeta < 10$ と $\zeta > 10$ で著しく異なるのはいかなる理由によるものか。

(2) 図5～8において毛細管入口の圧力変化の影響が小さいことを示されているが、軸受すきま入口の圧力変化の影響はどの程度のものか。計算例があればお示しいただきたい。

〔回答〕 (1) はっきりした理由を説明することは困難であるが、定性的には以下のように説明できると思う。

乱流の影響は、みかけの粘度の変化となって現れると考えてよいと思う。 ζ の小さい場合の流れは粘性力



付図1

が支配的であり、粘度のちがいによる影響が大きく現れるが、 ζ の増加とともに慣性力が支配的な流れとなり、粘度のちがいによる差は小さくなるものと思われる。

(2) 軸受すきま入口部での圧力変化の影響については、前報⁽²⁾において、毛細管絞り内が層流の場合について調べ、振動の周波数が比較的小さい場合にはその影響が大きいことを報告している。本報では、その影響を考慮に入れた場合しか計算していないが、その影響は大きいものと思われる。