

静圧気体スラスト軸受の動特性に及ぼす気体の慣性力の影響*

(第1報, 単一給気孔を有する円板形静圧気体スラスト軸受の 給気孔入口でチョークした場合)

春山 義夫*¹, 森 淳暢*², 森 美郎*²
三上 房男*¹, 風巻 恒司*³, 相川 浩樹*⁴

Effects of Gas Inertia Forces on Dynamic Characteristics of Externally Pressurized Gas-Lubricated Thrust Bearings (1st Report, Bearing Performance of Externally Pressurized Gas-Lubricated Circular Thrust Bearings with a Single Central Supply Hole in a Choked Condition)

Yoshio HARUYAMA, Atsunobu MORI, Haruo MORI,
Fusao MIKAMI, Tsuneji KAZAMAKI, and Hiroki AIKAWA

In this report, two analytical models for a circular thrust bearing with a central supply hole are presented when the gas flow is choked at the inlet to the clearance space. These models are modifiable for an unchoked condition and enable one to analyze the dynamic performance of the bearing over a wide range of design conditions. From the experiment, it is concluded that the effects of the inertia forces are considerable when the feeding parameter is small, and that the presented analyses yield good predictions of both the bearing stiffness and the damping coefficient.

Key Words: Lubrication, Theoretical Analysis, Externally Pressurized Gas Bearing, Inertia Effect, Dynamic Performance, Choked Flow

1. 緒 言

静圧気体軸受の特性は、通常の作動条件下では、気体の慣性力を無視し、等温変化を仮定したレイノルズ方程式を用いた解析によって、静特性⁽¹⁾、動特性⁽²⁾⁽³⁾とも、実際の作動状態とかなりよく合う結果が得られている。しかし、流れのレイノルズ数が大きくなると、気体の慣性力の影響が無視しえなくなり、特に減衰係数に対する影響が顕著であることを著者の一部がすでに報告している⁽⁴⁾。本報では、引き続き、中央に単一給気孔を有する円板形静圧気体スラスト軸受の動特性について調べる。この軸受は、給気圧力が高くなったり軸受すきまが大きくなると、給気孔直後に気体の慣性力が支配的な流れの領域が存在し、圧力くぼみ部が生じる。森らは、この領域を超音速流動と、衝撃波の発生を伴う亜音速への遷移流れとして解析し^{(5)~(8)}、実験的に

も観測した⁽⁹⁾一連の研究を行っている。静的な圧力分布に関しては、超音速流動後の圧力回復過程に擬似衝撃波の拡散モデルを用いた解析結果が実験値とかなりよく一致している⁽⁸⁾。しかしながら、この理論では動特性を解析することは困難であるので、ここでは、さらに簡単なモデルを考えることにする。すなわち、等温変化する慣性力の支配的な流れを仮定して圧力回復過程をとらえ、慣性力と同時に粘性力に大きく支配される流れへと接続していく。このようなモデルを設定すると、静的には擬似衝撃波拡散モデルと同じような圧力分布が得られ、さらに、動特性をも求めることが可能となる。なお、慣性項を膜厚さ方向に平均化して扱う平均化法⁽⁴⁾を超音速流動後の圧力回復過程を含む全領域に適用することもできるが、給気孔出口部における圧力がある値以下になる条件では、圧力こう配が無限大となる位置が存在し、不都合を生じるので、ここでは、これを避けるため、圧力回復過程の一部に等温変化をする非粘性流領域を導入することを考えた。

このような概念のもと、本研究では、設計条件の広い範囲にわたって、軸受の動特性を求めることが可能な解析モデルを提案し、ついで、実験的な検討を加える。

* 昭和62年8月21日 第65期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年9月25日。

¹ 正員、富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

² 正員、京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

³ 正員、元富山大学工学部 (〒419-01 静岡県田方郡函南町平井字南谷下1740-1908)。

⁴ 准員、日本メクトロン(株) (〒105 東京都港区芝大門1-12-15)。

2. 理論解析

解析の対象とする軸受の概略図を図1に示す。軸受面全体を一つの理論で解析することが望ましいが、給気孔直後の流れは非常に複雑になることから困難である。ここでは、流れが給気孔入口でチョーク状態である場合について、軸受面内を図1に示すような三つの領域に分けて解析を進める。

(1) 領域 I は、断熱変化を仮定した等エントロピー準定常流とし、壁面の摩擦抵抗は無視する。速度分布は一様となる。

(2) 領域 II は、等温変化を仮定した非粘性準定常流とする。速度分布は一様となる。

(3) 領域 III は、等温変化を仮定した非定常粘性層流とし、気体の慣性力は考慮する。

なお、絞りは自成絞りとし、境界条件として、質量流量連続条件および軸受外周部での圧力が周囲圧力に等しくなる条件を用い、さらに、領域 I と領域 II の境界は両者の圧力が等しくなる位置とし、領域 II と領域 III の境界は領域 III の静的な最大流速が音速に等しくなる位置とする。

(i) 領域 I : 流れの運動方程式、連続の式、状態方程式およびエネルギー式は次のように与えられる。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = u \frac{du}{dr} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{d}{dr}(r\rho u) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$p\rho^{-1} = \kappa T \dots\dots\dots (3)$$

$$C_p dT + d(u^2/2) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 ρ は密度、 u は r 方向の速度成分、 p は圧力、 κ は気体定数、 T は絶対温度、 C_p は定圧比熱である。

流れは、すきま入口でチョーク状態であることから、 $r=r_s$ で $p=p^* = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\kappa/(\kappa-1)} \cdot p_s$ とおき、式(1)

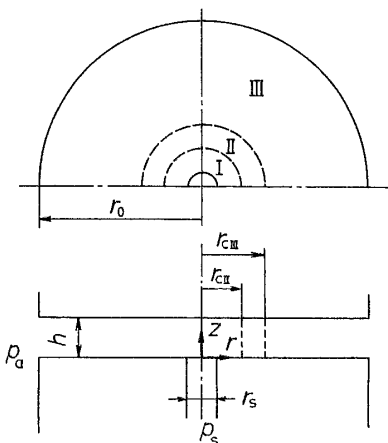


図1 静圧気体スラスト軸受の概略図

~(4)よりこの領域の圧力は、無次元形で

$$\left(\frac{R_s}{R}\right)^2 = \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left(\frac{P}{P^*}\right)^{2/\kappa} - \frac{2}{\kappa-1} \left(\frac{P}{P^*}\right)^{(\kappa+1)/\kappa} \dots\dots (5)$$

と得られる⁽⁶⁾。ここに、 $P=p/p_a$ 、 $P^*=p^*/p_a$ 、 $R=r/r_0$ 、 $R_s=r_s/r_0$ 、 κ は比熱比である。

(ii) 領域 II : 運動方程式、連続の式は領域 I と同じであり、状態方程式は等温変化を考えているので

$$p\rho^{-1} = \kappa T_0 = \text{const.} \dots\dots\dots (6)$$

の関係が成り立つ。ここに、 T_0 は周囲温度である。これらを解いて、

$$\frac{dP}{dR} = \frac{P}{R} \frac{C_{II}^2}{P^2 R^2 - C_{II}^2} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。ただし、 C_{II} は積分定数である。式(7)を解けば圧力 P が得られるが、 $P^2 R^2 = C_{II}^2$ となる位置で右辺の分母が零となり、計算不能になる。ここでは、それを回避して数値計算をしやすくするため、領域 II 内では $C_{II}^2/(P^2 R^2) < 1$ であることより ([付録1] 参照)、式(7)を

$$\frac{dP}{dR} = \frac{C_{II}^2}{PR^3} \left(1 + \frac{C_{II}^2}{P^2 R^2}\right) \dots\dots\dots (8)$$

または、

$$\frac{dP}{dR} = \frac{C_{II}^2}{PR^3} \dots\dots\dots (9)$$

の式で近似する。本報では、式(8)を用いる解法を解法1、式(9)を用いる解法を解法2と呼ぶことにする。解法2では解析的に解が求まり、圧力は

$$P = \left(-\frac{C_{II}^2}{R^2} + C_{II}'\right)^{1/2} \dots\dots\dots (10)$$

と得られる。ここに、 C_{II}' は積分定数である。

(iii) 領域 III : 流れの運動方程式、連続の式および状態方程式は

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$p\rho^{-1} = \kappa T_0 = \text{const.} \dots\dots\dots (13)$$

と表される。ここに、 w は z 方向の速度成分、 t は時間、 μ は粘度である。これらを厳密に解くことは困難であり、慣性項を膜厚方向に平均化して

$$f \equiv \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\rho}{\mu h} \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz \dots\dots\dots (14)$$

とおき、解析を進めると、圧力方程式として

$$\frac{H^3}{R} \frac{\partial}{\partial R}(RPF) = \sigma \frac{\partial}{\partial r}(PH) \dots\dots\dots (15)$$

$$F = \frac{\partial P}{\partial R} + 1.2a \frac{H^4}{R} \frac{\partial}{\partial R}(RPF^2) - \frac{a\sigma}{H} \frac{\partial}{\partial R}(PFH^3) \dots\dots\dots (16)$$

が得られる⁽⁴⁾。なお、ここでは次のような無次元量を用いている。

$$H = h/h_0, U = u/\sqrt{R T_0}, \tau = \omega t, F = r_0 \mu f/p_a,$$

$$\sigma = \frac{12\mu\omega}{p_a} \left(\frac{r_0}{h_0}\right)^2, a = \left(\frac{p_a h_0^2}{12\mu\sqrt{R T_0} r_0}\right)^2$$

ここに、 h_0 は平衡状態での軸受すきま、 p_a は周囲圧力、 ω はスクイーズ運動の角周波数である。 σ はスクイーズ数であり、 a は慣性力の寄与の大きさを表す無次元パラメータ⁽⁴⁾である。本解析では、慣性項を膜厚方向に平均化して扱うため、速度分布は常に放物形となる。

さらに、微小な調和振動を仮定し、 H, P, F を

$$H = 1 + \varepsilon e^{j\tau} \dots\dots\dots (17)$$

$$(P, F) = (P_0, F_0) + \varepsilon(\bar{P}_t, \bar{F}_t) e^{j\tau} \dots\dots\dots (18)$$

とおき、式(15)、(16)に代入し、まとめると静的な圧力に関しては

$$\frac{dP_0}{dR} = \frac{P_0}{R} \frac{C_{III} R^2 + 1.2a C_{III}^2}{P_0^2 R^2 - 1.2a C_{III}^2} \dots\dots\dots (19)$$

が得られる。ここに C_{III} は積分定数である。式(19)は $P_0^2 R^2 = 1.2a C_{III}^2$ となる位置で、右辺の分母が零となり、計算不能になる。それを回避するため、領域 III 内では $1.2a C_{III}^2 / (P_0^2 R^2) < 1$ であることより ([付録2] 参照)、式(19)を以下の2種類の式によって近似する。

(解法1)

$$\frac{dP_0}{dR} = \frac{1}{P_0 R^3} (C_{III} R^2 + 1.2a C_{III}^2) \left(1 + \frac{1.2a C_{III}^2}{P_0^2 R^2}\right) \dots\dots\dots (20)$$

(解法2)

$$\frac{dP_0}{dR} = \frac{C_{III} R^2 + 1.2a C_{III}^2}{P_0 R^3} \dots\dots\dots (21)$$

解法2では解析解

$$P_0 = \left\{ 2C_{III} \ln R - 1.2a C_{III}^2 \left(\frac{1}{R^2} - 1\right) + 1 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (22)$$

が得られる。また、非定常成分については

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \{R(P_0 \bar{F}_t + \bar{P}_t F_0)\} = j\sigma(P_0 + \bar{P}_t) \dots\dots (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_t &= \frac{d\bar{P}_t}{dR} + \frac{1.2a}{R} \frac{d}{dR} \\ &\times \{R(4P_0 F_0^2 + 2P_0 F_0 \bar{F}_t + \bar{P}_t F_0^2)\} \\ &- j\sigma\{P_0(\bar{F}_t + 3F_0) + \bar{P}_t F_0\} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

が得られ、これらを解くに当たっては、定常成分と同様に $1.2a C_{III}^2 / (P_0^2 R^2) < 1$ の関係を利用して近似的に扱う。式(8)、(20)、(23)、(24)の解を解析的に求めることは困難であり、本報ではルンゲ・クッタ・ギル法により数値計算している。

軸受の剛性および減衰係数は、軸受反力の変位と同

位相成分および変位速度と同位相成分により定義される⁽²⁾。それぞれを、 $\pi r_0^2 p_a / h_0$ および $\pi r_0^2 p_a / (h_0 \omega)$ で無次元化した無次元剛性 K 、無次元減衰係数 B は4個の無次元パラメータ $R_s = r_s / r_0$ (無次元給気孔半径)、 $P_s = p_s / p_a$ (無次元供給圧力)、 $\Gamma = -12\mu C_D r_s \sqrt{R T_0} \ln R_s / (p_a h_0^2)$ (給気定数)、 $Re^{**} = \rho_0 h_0^2 \omega / \mu$ (非定常パラメータ)、 C_D (流量係数)のみで整理することができる。ここに、 ρ_0 は周囲圧力 p_a における密度である。 Γ は絞り部と軸受すきま内の流動抵抗の比に相当するパラメータであり、静圧気体軸受の静剛性は、通常、この値が1近傍で最も大きくなる。また、 Re^{**} はスクイーズ運動の速度 $h_0 \omega$ を代表速度とするレイノルズ数であり、粘性項と時間的加速度項の比を表す無次元パラメータである。本報では時間的加速度項も膜厚方向に平均化して扱っているため、計算結果は Re^{**} の値が比較的小さい領域でのみ有効であると思われる。なお、これらのパラメータと σ, a の間には

$$\sigma = \frac{1}{12} \left(\frac{-\Gamma}{C_D R_s \ln R_s}\right)^2 Re^{**} \dots\dots\dots (25)$$

$$a = \left(\frac{-C_D R_s \ln R_s}{\Gamma}\right)^2 \dots\dots\dots (26)$$

の関係がある。

なお、 Γ が大きく、給気孔入口でチョークしない場合は、軸受面内を領域 II, IIIのみ分けて、本報の解析モデルで計算することができる。さらに Γ の大きい領域では、領域 IIIのみとして計算できる。

3. 計算結果

図2に静的な圧力分布についての各解法による計算結果と実験値⁽¹³⁾の比較を示す。図中、Solution 1, 2は、それぞれ、解法1, 2による結果を表し、LTは気体の慣性力を無視したレイノルズ方程式⁽²⁾による結果を、PMは領域 II, IIIを摂動法によって解いた結果を示している。文献(8)の擬似衝撃波拡散モデルを用いた結果も示している。なお、 R_{cII}, R_{cIII} の位置は、解法1の場合のものを示している。解法1および解法2による結果は文献(8)の結果に比べて給気孔に近い位置で圧力回復しているが、実験値に比較的良好に合っている。

図3は $R_s = 0.1, P_s = 4, Re^{**} = 0.5$ の場合の K, B についての各解法の計算結果の比較を示したものである。横軸には Γ をとっている。なお、AAは領域 II, IIIを平均化法⁽⁴⁾によって解いたものである。この図に見られるように、解法1と解法2はあまり大きな差はなく、 Γ の小さい領域で K, B ともLTより大きな値を示している。AAは、解法1および解法2とほとんど同じ結果を示すが、 Γ の値が小さくなり、給気孔入

口でチョークするような条件では計算不能となる。PMによる結果は、本報の解法に比べてLTからの差は小さい。

図4, 5は K, B に与える R_s, P_s の影響を解法1によって調べたものである。図中、破線はレイノルズ方程式による結果(LT)を示している。これらの図に見られるように、LTとの差、すなわち慣性力の影響は、 R_s の増加とともに大きくなっているが、 P_s の大きさにはあまり関係していない。

4. 実験的検討

実験装置は、既報⁽¹¹⁾のものと同様のものを用いる。すなわち、質量1.50 kgの軸を静圧気体ジャーナル軸受と上部の試験用静圧スラスト軸受、下部の背圧で支え、軸に衝撃荷重を加えた際の振動波形を観測して軸受剛性および減衰係数を算出する。

試験用スラスト軸受は、外径 $2r_0=45$ mm, 給気孔径 $2r_s=5$ mmのものを用いた。

図6に給気圧力を種々変えた場合の K および B の解法1による理論的予測値と実験値の比較を、平衡状

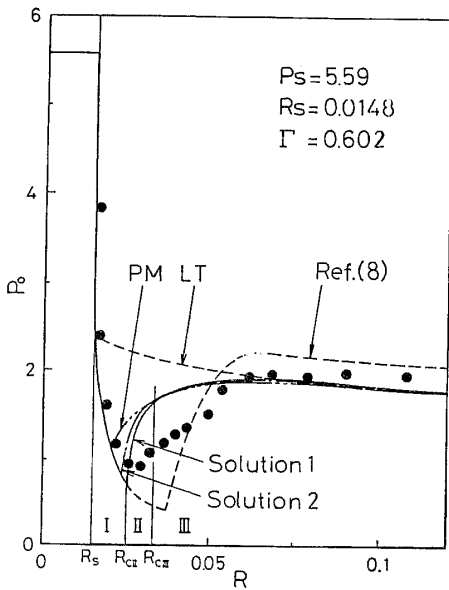


図2 静的圧力分布と実験値⁽¹³⁾の比較

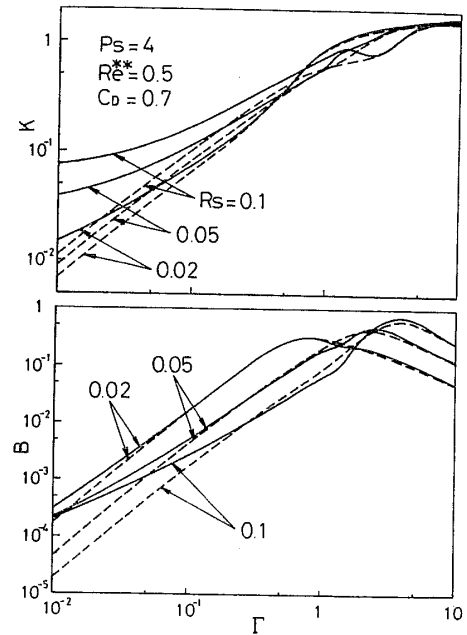


図4 K, B に及ぼす R_s の影響

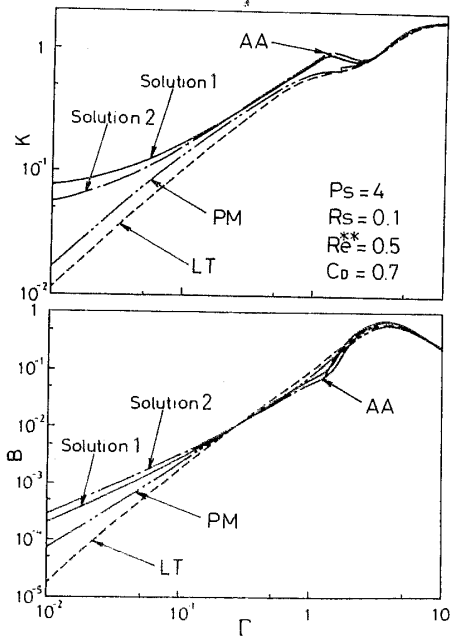


図3 K, B に関する各解法の比較

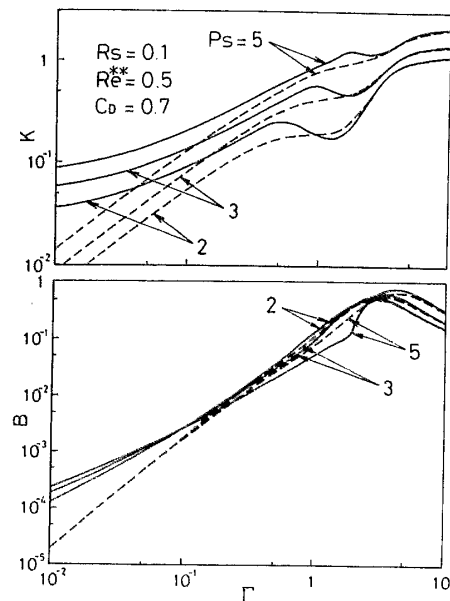


図5 K, B に及ぼす P_s の影響

態の軸受すきま h_0 を横軸にとって示す。図に見られるように、理論値と実験値は比較的良好一致しており、 P_s が大きいほうがよく合う傾向がある。

図7は $P_s=3$ の場合について、各解法による結果と実験値を比較したものである。図中の記号は3章と同じである。図に見られるように、解法1と解法2はあまり大差なく、実験値に比較的良好合っている。平均化法は、 h_0 の大きい領域では計算不能となり、せまい

範囲でしか値を求めることができない。摂動法は K , B とも実験値に比べて小さな値を示している。

なお、給気孔の自成絞り部での流量係数 C_d は sharp-edged orifice の縮流係数⁽¹²⁾を用いている。

5. 結 言

単一給気孔を有する円板形静圧気体スラスト軸受の動特性について、流れのレイノルズ数が大きく、従来の平均化法による解析では、圧力こう配が無窮大となる位置が存在し、計算不能になるような領域でも計算可能な解析モデルを提案した。実験による検討も加え、次の結論を得た。

- (1) 提案した解析モデルによる軸受剛性、減衰係数の計算結果は、従来の平均化法では計算不能となる給気定数 Γ の小さい領域においても実験値と比較的良好合う。
- (2) 解法1をさらに近似的に扱った解法2は、静的な圧力分布が解析的に得られ、動特性の計算結果も解法1と大差なく、実用的に有効な解法であると思われる。
- (3) 本解法とレイノルズ方程式による計算結果との差は給気孔半径 R_s が大きいほど大きく現れ、給気圧力 P_s の大きさにはあまり関係しない。
- (4) 摂動法による計算結果は、概して、剛性、減衰係数に与える気体の慣性力の影響を実験結果よりも小さく見積もる。

給気孔入口でチョークした流れになるのは、 Γ の値が小さい場合であり、軸受としてはあまり使用しない領域である。しかしながら、軸受すきまが増加すると負荷容量が負になること、すなわち、引き戻す作用が生じることを利用して、水平軸の位置決めを、実験室的には、片側1個の軸受だけで行わせることがあるが、そのような場合の軸受特性、動特性の簡便な解析法として役立つものと思う。

終わりに、本研究を行うに当たり協力いただいた当時富山大学工学部学生 櫻井隆志君 [現在アイシン精機(株)] に感謝する。

[付 録 1]

連続の式より

$$RPU = C_{11} \dots \dots \dots (27)$$

が得られる。ここに、 $U = u/\sqrt{RT_0}$ である。これより $C_{11}^2/(P^2R^2)$ は

$$C_{11}^2/(P^2R^2) = U^2 \dots \dots \dots (28)$$

と表される。領域 II と III の境界における領域 III の速度

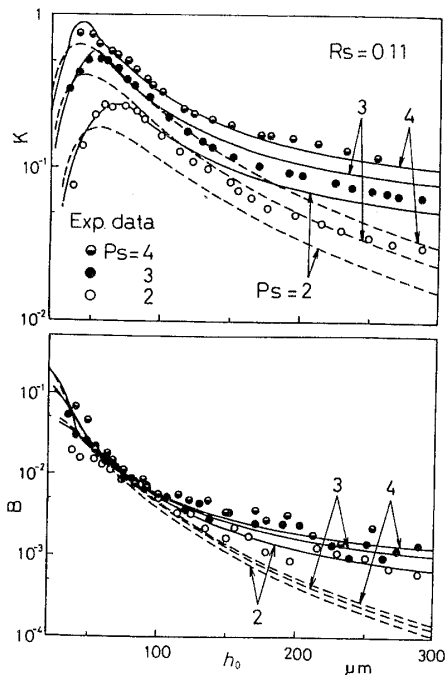


図6 実験値との比較

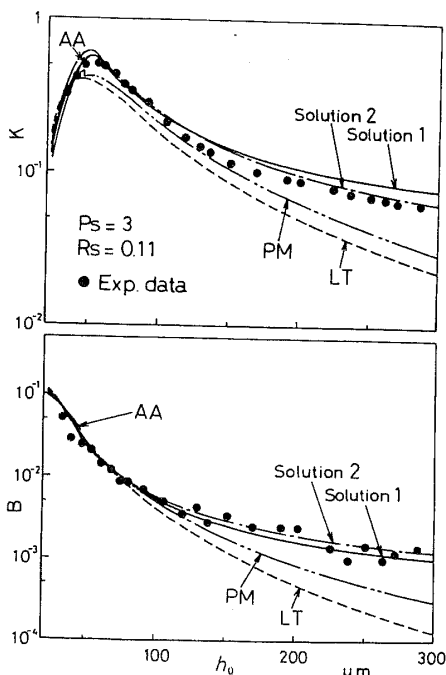


図7 各解法と実験値との比較

分布は最大流速が音速 $\sqrt{\kappa RT_0}$ に等しい放物形であり、領域 II の速度分布は一様であるから、その大きさは $2\sqrt{\kappa RT_0}/3$ となる。すなわち U の値は $2\sqrt{\kappa}/3$ である。 U の値は R の減少とともに大きくなるが、 dP/dR が有限であることより、領域 II では

$$\frac{4x}{9} \leq \frac{C_{in}^2}{P_0^2 R^2} < 1 \quad (29)$$

が成り立つ。

{付 録 2}

式(11), (14)より

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f \quad (30)$$

であり、無次元化した定常成分については

$$F_0 = \frac{1}{12\sqrt{a}} \frac{\partial^2 U_0}{\partial Z^2} \quad (31)$$

と書き表される。一方、式(15)~(18)より

$$\frac{d}{dR}(RP_0 F_0) = 0 \quad (32)$$

であり、積分して

$$F_0 = C_{in}/(RP_0) \quad (33)$$

式(31), (33)より

$$\frac{1.2aC_{in}^2}{P_0^2 R^2} = \frac{1}{120} \left(\frac{\partial^2 U_0}{\partial Z^2} \right)^2 \quad (34)$$

が得られる。ここで、速度分布 U_0 は放物形であり、中

央部 ($Z=1/2$) における速度を U_{\max} とすれば

$$1.2aC_{in}^2/(P_0^2 R^2) = 8U_{\max}^2/15 \quad (35)$$

と表される。領域 III で U_{\max} が最も大きくなるのは領域 II との境界であり、その値は \sqrt{x} となる。よって領域 III では

$$0 < \frac{1.2aC_{in}^2}{P_0^2 R^2} \leq \frac{8x}{15} \quad (36)$$

が成り立つ。空気の場合は $x=1.4$ であり、 $0 < 1.2aC_{in}^2/(P_0^2 R^2) < 0.747$ である。

文 献

- (1) Gross, W. A., *Gas Film Lubrication*, (1962), 255, John Wiley & Sons.
- (2) 佐藤・森, 機論, 41-347 (昭50), 2189.
- (3) 佐藤, 京都大学博士論文, (昭51), 16.
- (4) 森・ほか2名, 機論, 45-391(昭54), 363.
- (5) 森, 機論, 26-169 (昭35), 1249.
- (6) 森・ほか2名, 潤滑, 9-2 (昭39), 113.
- (7) 森・宮松, 潤滑, 11-11 (昭41), 457.
- (8) Mori, H. and Ezuka, H., *JSLE-ASLE Int. Lubrication Conf. Preprints*, (1975), 115.
- (9) 森・坂田, 潤滑, 10-5 (昭40), 435.
- (10) 春山・ほか4名, 機論, 51-471, C(昭60), 2877.
- (11) 春山・森, 機論, 48-426, C(昭57), 262.
- (12) Shapiro, A. H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, (1953), 358, The Ronald Press Co..
- (13) McCabe, J. T., ほか3名, *Franklin Inst. Res. Lab. Interim Rep.*, I-C-2429-1 (1969).