

日本機械学会論文集(C編)
54巻504号(昭63-8)

論文 No. 87-0747 A

静圧気体スラスト軸受の動特性に及ぼす気体の慣性力の影響*

(第2報、非定常項が支配的な場合における各種近似解法の比較)

春山義夫^{*1}, 森淳暢^{*2}, 森美郎^{*2}
三上房男^{*1}, 相川浩樹^{*3}

Effects of Gas Inertia Forces on Dynamic Characteristics of Externally Pressurized Gas-Lubricated Thrust Bearings (2nd Report, Evaluation of Various Approximate Solutions under Highly Unsteady Conditions)

Yoshio HARUYAMA, Atsunobu MORI, Haruo MORI,
Fusao MIKAMI, and Hiroki AIKAWA

In this report, the modified averaging approach to the solution for the dynamic performance of an externally pressurized gas-lubricated circular thrust bearing in a laminar flow regime is presented under the assumption of a small harmonic vibration. This approach can evaluate the inertia effects under highly unsteady conditions. Compared with this, the accuracy of the approximate solutions presented in the previous report is evaluated under such conditions and the following conclusions are obtained: (1) The conventional averaging approach in which all the inertia terms are averaged out across the film thickness gives a fairly good approximation. (2) The first-order solution of the perturbation method becomes remarkably inaccurate as the unsteadiness becomes high.

Key Words: Lubrication, Theoretical Analysis, Externally Pressurized Gas Bearing, Inertia Effect, New Approximate Analysis, Dynamic Performance

1. 緒 言

前報⁽¹⁾では、単一給気孔を有する円板形静圧気体スラスト軸受を対象に、流れのレイノルズ数が大きく、従来の平均化法による解析では計算不能になる領域においても軸受の動特性の計算が可能な解析モデルを提案した。しかし、その解法では流れの運動方程式中の時間的加速度項を膜厚さ方向に平均化して扱っているため、計算結果は非定常性の強い領域では近似の精度が悪くなるものと思われ、検討を要することである。著者らは既報⁽²⁾⁽³⁾において、潤滑流体に非圧縮性流体を用いる静圧スラスト軸受を対象に、慣性項中の時間的加速度項を比較的厳密に扱う修正平均化法を提案して、非定常項が支配的な場合においても近似の精度が良いことを示している。本報ではその結果を踏まえて、単一給気孔を有する円板形静圧気体スラスト軸受の動特性を修正平均化法により解析し、それと前報⁽¹⁾で示した解法による結果と比較検討して、非定常項が支配

的な領域における前報の解法の近似の精度について調べる。ただし、修正平均化法による解析が可能な、給気孔で流れがチョークしない範囲内で検討し、チョーク後も同様な傾向にあるものとして前報の各解法の評価を行う。

2. 基礎式・境界条件

本報で扱う軸受は、前報⁽¹⁾と同じ、中央に单一給気孔を有する円板形静圧気体スラスト軸受であり、その概略図を図1に示す。気体の慣性力を考慮した従来の気体潤滑理論の仮定を用い、状態変化を等温的と考えると、流れの運動方程式、連続の式および状態方程式は次のように表される。

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに, u, w は, それぞれ, r, z 方向の速度成分, p は圧力, ρ は密度, t は時間, γ は気体定数, T_0 は軸受温度である. 境界条件は

* 昭和 63 年 4 月 1 日 第 65 期通常総会講演会において講演、
原稿受付 昭和 62 年 5 月 26 日。

*1 正員, 富山大学工学部(〒930 富山市五福3190).

*2 正員、京都大学工学部(西606 京都市左京区吉田本町)。

*3 品質、京都大学工学部（210-00 京都府京田辺市桂川町1号）、
准員、日本メクトロン（株）（〒105 東京都港区芝大門1-12-15）。

$$\left. \begin{array}{l} z=0 \text{ で } u=w=0 \\ z=h \text{ で } u=0, w=\frac{dh}{dt} \\ r=r_0 \text{ で } p=p_a \\ r=r_s \text{ で } p=p_t \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (5)$$

である。ここに、 \dot{m} は気体が給気孔から軸受すきま入口に流入した直後の圧力であり、前報と同様に供給絞りを自成絞りと考えて求まるものとする。ただし、本報では、非定常性の評価に修正平均化法との比較を考えて、給気孔入口で流れはチョーク状態には達しないものとし、軸受面全域が上式で支配される範囲を解析の対象とする。

基礎方程式(1)～(4)を境界条件(5)のもとに厳密に解くことは困難であり、従来より種々の近似解法がなされている。以下では、微小な正弦波振動の仮定のもとに、慣性項中の時間的加速度項を比較的厳密に取扱う修正平均化法による解析を示す。著者らは既報⁽²⁾⁽³⁾において、非圧縮性流体を潤滑流体とする静圧スラスト軸受を対象に修正平均化法を提案し、その計算結果は非定常項が支配的になる非定常性の強い領域においても近似の精度が良いことを示している。

3. 修正平均化法による解析

速度および圧力を準定常成分(添字 q)と非定常成分(添字 t)に分け、さらに非定常成分については微小な正弦波振動を仮定し

$$(u, w, p) = (u_q, w_q, p_q) + (u_t, w_t, p_t) \quad \dots\dots (7)$$

$$(u_t, w_t, p_t) = (\hat{u}_t, \hat{w}_t, \hat{p}_t) e^{j\omega t} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

と置き、式(1)～(5)に代入して微小項を省略して整

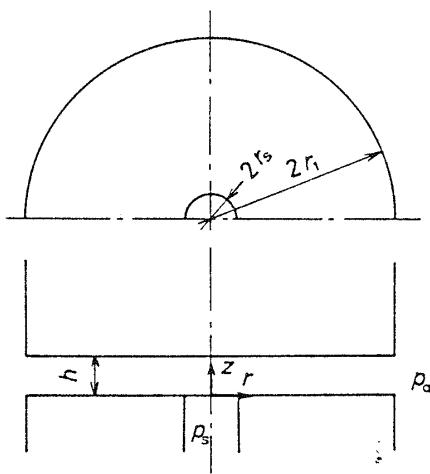


図 1 単一給気孔を有する円板形静圧気体
スラスト軸受の概略図 一

理すれば、基礎式および境界条件は次のように得られる。

(準定常項)

$$\frac{\rho_q}{K T_0} \left(u_q \frac{\partial u_q}{\partial r} + w_q \frac{\partial u_q}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_q}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u_q}{\partial z^2} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (rp_q u_q) + \frac{\partial}{\partial z} (p_q w_q) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

境界条件

$$\left. \begin{array}{l} z=0, h \in \mathcal{U}_q = w_q = 0 \\ r=r_0 \in \mathcal{P}_q = p_a \\ r=r_s \in \mathcal{P}_q = p_{tg} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (12)$$

(非定常項)

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\rho_q}{R T_0} \left(j\omega h_1 \frac{\partial u_q}{\partial h} + j\omega \bar{u}_t + u_q \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial r} + \bar{u}_t \frac{\partial u_q}{\partial r} \right. \right. \\ & \left. \left. + w_q \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial z} + \bar{w}_t \frac{\partial u_q}{\partial z} \right) + \frac{\hat{\rho}_t}{R T_0} \right. \\ & \times \left. \left(u_q \frac{\partial u_q}{\partial r} + w_q \frac{\partial u_q}{\partial z} \right) \right]_{h=h_0} \\ & = - \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_t}{\partial z^2} \quad \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{F}_t}{\partial z} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$\left[j\omega \left(h_1 \frac{\partial p_q}{\partial h} + \bar{p}_t \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \{ r(p_q \bar{u}_t + \bar{p}_t u_q) \} \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial r} (p_q \bar{w}_t + \bar{p}_t w_q) \right] = 0 \quad \dots \dots \dots (15)$$

境界条件

$$\left. \begin{array}{l} z=0 \text{ で } \hat{u}_t = \hat{w}_t = 0 \\ z=h_0 \text{ で } \hat{u}_t = 0, \hat{w}_t = j\omega h_1 \\ r=r_0 \text{ で } \hat{\delta}_t = 0 \\ r=r_1 \text{ で } \hat{\delta}_t = \bar{\delta}_{r_1} \end{array} \right\} \dots \quad (16)$$

ここに、 ω はスクイーズ運動の角周波数、 $j = \sqrt{-1}$ であり、式(6)～(8)は実数部のみが物理的な意味をもつ。これらを厳密に解くことは困難であり、式(9)、(13)中の慣性項を時間的加速度項より出る $j\omega p_q \bar{u}_l / (\kappa T_0)$ の項を除いてすきま方向に平均した式を用いて解析を進める。ここで

$$f_q \equiv \frac{1}{\mu} \frac{\partial p_q}{\partial r} + \frac{p_q}{\mu R T_0 h} \int_0^h \left(u_q \frac{\partial u_q}{\partial r} + w_q \frac{\partial u_q}{\partial z} \right) dz \dots \dots \dots (17)$$

$$\begin{aligned}\hat{f}_t &\equiv \frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{p}_t}{\partial r} + \frac{1}{\mu R T_0 h_0} \int_0^{h_0} \left[p_q \left(j \omega h_1 \frac{\partial u_q}{\partial h} \right. \right. \\ &+ u_q \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial r} + \bar{u}_t \frac{\partial u_q}{\partial r} + w_q \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial z} + \bar{w}_t \frac{\partial \bar{u}_q}{\partial z} \Big) \\ &+ \bar{p}_t \left(u_q \frac{\partial u_q}{\partial r} + w_q \frac{\partial u_q}{\partial z} \right) \Big]_{z=z_t} dz \dots \dots \dots (18)\end{aligned}$$

ラメータであり、本解法では時間的加速度項を比較的厳密に取扱っているため、従来の近似解法に比べ Re^{**} の大きい領域でも近似の精度が良い。なお、上記のパラメータと σ, α, φ の間には

$$\sigma = \frac{1}{12} \left(\frac{-\Gamma}{C_D R_s \ln R_s} \right)^2 Re^{**} \quad \dots \dots \dots (32)$$

$$\alpha = \left(\frac{-C_D R_s \ln R_s}{\Gamma} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (33)$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{j} Re^{**}}{2} \quad \dots \dots \dots (34)$$

の関係がある。

4. 各種近似解法の比較

前報⁽¹⁾で用いた近似解法は、いずれも運動方程式中の慣性項を近似的に扱っているために、 α および Re^{**} の値が小さい領域で有効な解法である。一方、上で示した修正平均化法は、慣性項中の時間的加速度項を比較的厳密に扱っており、 Re^{**} の大きさには制限はなく、既報⁽²⁾⁽³⁾で検討したように非定常性の強い領域においても近似の精度が良い。なお、時間的加速度項も含め、慣性項すべてを膜厚方向に平均して取扱う解法が平均化法である。以下では、修正平均化法による結果と前報⁽¹⁾で示した解法による結果を比較して、それらの近似の精度を調べる。ただし、修正平均化法による解析が可能な、給気孔で流れがチョークしない範囲で比較検討する。

図2は、無次元剛性 K および無次元減衰係数 B について、各解法の比較を横軸に Re^{**} をとって示したものである。図中、MAAは今回示した修正平均化法を表し、AAは前報⁽¹⁾で用いた平均化法を、PMは摂動法を表している。また、Solution 1, 2は、それぞれ、前報⁽¹⁾で提案した解法1, 2による結果を表している。なお、破線(LT)は気体の慣性力を無視した場合の結果を示している。解法1は、平均化法によって求まる定常流の最大流速が音速を超える領域の流れを非粘性準定常流として扱う解法である。平均化法は、給気孔出口部の圧力がある値以下になる条件では、圧力こう配が無限大となる位置が存在し計算不能となるが、解法1ではそのような場合にも計算可能である。解法2は、解法1の静的な圧力を求める際に近似を加え、解析的に求まるようにしたものであり、 Re^{**} の比較的小い領域では解法1と大差ない結果が得られている。図2に見られるように、平均化法は Re^{**} の大きい領域においても修正平均化法に近い値を示しており、かなり近似の精度が良い。解法1は Re^{**} の大きい領域においても平均化法に近い値をとっているが、比較的近似の精度は良いといえる。しかし、解法2は、 Re^{**} の小さい領域を除いて、あまり近似の精度は良くない。摂動法は Re^{**} の小さい領域では近似の精度が良いが、 Re^{**} の値が5程度以上では著しく悪くなっている。

5. 結 言

中央に単一給気孔を有する円板形静圧気体スラスト軸受の軸受剛性および減衰係数を修正平均化法⁽²⁾により解析し、従来の近似解法⁽¹⁾と比較検討して、非定常項が支配的な領域における近似の精度を調べた。得られた結論は次のようなものである。

(1) 非定常パラメータ Re^{**} の大きい領域においても、平均化法の近似の精度はかなり良く、解法1の近似の精度も比較的良い。

(2) 摂動法は Re^{**} の小さい領域では近似の精度は良いが、 Re^{**} の増加とともに著しく悪くなる。

(3) 解法2は、 Re^{**} の小さい領域を除いて、あまり近似の精度は良くない。

以上の結論は、給気孔で流れがチョークしていない場合について得られたものであるが、チョークしても同じような結論が得られるものと考えている。

終わりに、数値計算を行うに当たり協力いただいた、電気化学工業(株)吉澤慎一氏ならびに、当時富山大学

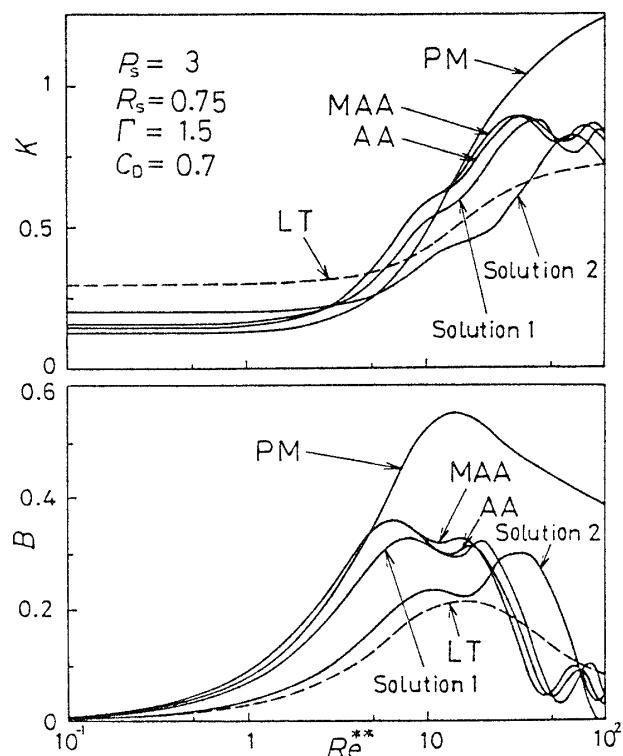


図2 剛性、減衰係数に関する各解法の比較

工学部学生 窪田一輝君〔現在 日野自動車工業(株)〕
に感謝する。

(2) 春山・ほか4名, 機論, 51-471, C (昭60), 2877.
(3) 春山・ほか5名, 機論, 52-474, C (昭61), 529.

文 献

(1) 春山・ほか5名, 機論, 53-495, C (昭62), 2354.

討 論

〔質問〕 林 和宏〔大阪産業大学工学部〕
軸受特性に及ぼす流体の慣性力の影響について、一連の研究で成果をあげておられることに敬意を表する。

次の点についてお教え願いたい。

(1) 非定常パラメータ Re^{**} の値は実用上どの程度か。図2では $Re^{**} \leq 10^2$ の計算結果が示されているが、この範囲での検討で十分か。

(2) 解法2による結果は全般的に近似の精度が悪い。また、摂動法による結果は Re^{**} の大きい領域で近似の精度が悪い。それはどのような理由によるものと考えられるか。

(3) 図2で見られる各種近似解法結果の比較 ($\Gamma=1.5$ の場合), 実用上の給気定数 Γ の範囲内の他の値の場合にも、あまり変わりはないと考えてよいのか。

〔回答〕 (1) 潤滑気体として空気を用いる場合、周囲圧力を大気圧とすると、軸受すきまが100 μm 、振動数が 10^4 Hz の場合で Re^{**} の値は約40であ

り、本論文で計算した Re^{**} の範囲の検討で十分であると思っている。

(2) 解法1は、前報で示したように、平均化法による計算過程で $(1 - 1 \cdot 2ac_{\text{fl}}^2/(P_0^2 R^2))^{-1} \approx 1 + 1 \cdot 2ac_{\text{fl}}^2/(P_0^2 R^2)$ と置くものであり、解法2は、さらに近似的に扱い $(1 - 1 \cdot 2ac_{\text{fl}}^2/(P_0^2 R_2)^{-1} \approx 1$ と置くものである。それは静特性に及ぼす慣性力の影響を少なめに見積もることに相当し、動特性の計算にも限界があるようである。一方、式(1)を無次元表示すると

$$Re^* P \left(S \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial R} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = \dots \quad (\text{i})$$

ここに、 $U = u/\bar{u}$, $W = wr_0/(\bar{u}h_0)$, $\tau = \omega t$, $Re^* = \rho_0 \bar{u} h_0^2 / (\mu r_0)$, $S = \omega r_0 / \bar{u}$, \bar{u} : 代表速度。摂動法は上式を Re^* を摂動パラメータとして解くもので、 $Re^* \ll 1$, $Re^* S (= Re^{**}) \ll 1$ で有効な解法であり、 Re^{**} が大きくなると近似の精度が悪くなるものと思われる。

(3) 実用上よく使われる Γ の範囲内では、各解法の比較結果はあまり大差ない。