

歯当たりを考慮したねじ歯車に関する研究*

(第2報, インボリュートねじ歯車の歯当たり)

伊藤 紀男^{*1}, 高橋 幸一^{*2}, 高辻 雄三^{*1}
高橋 幸敬^{*3}, 細野 清仁^{*4}

A study of Tooth Contact Analysis on Crossed Helical Gears (2nd Report, Tooth Bearing and Contact Pattern of Involute Helicoid Gears)

Norio ITO, Koichi TAKAHASHI, Yuzo TAKATSUJI,
Yukitaka TAKAHASHI, and Kiyohito HOSONO

The tooth surfaces of crossed helical gears are an involute helicoid, therefore they contact each other at a single point on the contact line. It is well-known that the tooth bearing is not good and sometimes causes tooth wear or failure. This paper explains how short, narrow, very biased the tooth bearing becomes, using the third-order surface analysis of the hypoid gears, and it clarifies that the contact patterns of the two involute helicoids become elliptical and the tooth bearing can be shown by an equiclearance line between the tooth surfaces.

Key Words: Gear, Crossed Helical Gear, Third-order Surface, Involute Helicoid, Point Contact, Tooth Contact, Tooth Bearing

1. 緒 言

ねじ歯車の歯面は、一般にインボリュートねじ面⁽¹⁾である。この種の歯車が点接触かみあいをすることは、常識的に知られてきた。また、動力伝達用歯車としても不向きであることもわかっている。しかし、上記歯面の点接触の模様については、定量的な検討がなされていないため、使用上問題を起こすことがある。

本研究は、インボリュートヘリコイドとそれに線接触かみあいをするラックとの接觸関係、およびインボリュート歯面同志の接觸の模様を等げき線で表し、その歯当たりを求める。このようにして得られた歯当たりパターンをもとにし、ねじ歯車に関する性能を具体的に考察するものである。

2. インボリュートねじ面の表示

まず、インボリュート歯形の歯直角圧力角を ϕ 、ピッチ円筒上のねじれ角を ψ_i 、ピッチ円半径を R_i とし

て表すこととする。ここに、添字 $i=1$ はピニオン側、 $i=2$ はギヤ側の諸元を示す。第1報⁽²⁾により、ねじ歯車の相手側歯車を平面歯形をもつラックとして計算すれば、インボリュートねじ面は、次のようにして三次曲面として求め得る。

ピッチ点における歯すじ方向の法曲率を $1/\rho_i^*$ 、同方向の測地的振率を $1/\tau_i$ として表せば、次の式を得る。

$$\frac{1}{\rho_i^*} = \frac{\sin \phi}{R_i} \sin^2 \psi_i \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{R_i} \sin \psi_i \cos \psi_i \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

インボリュートねじ面上の一組の主曲率を $1/\rho'_i$ 、および $1/\rho''_i$ で表せば、それらは次のようになる。

$$\frac{1}{\rho'_i} = \frac{\cos^2 \psi_i}{R_i \sin \phi} (1 + \tan^2 \psi_i \sin^2 \phi) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho''_i} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに、座標系は、第1報⁽²⁾と同様に、ねじ歯車のピッヂ点 P を原点とし、同点における両インボリュートねじ面の接平面を yz 平面、 z 軸を歯すじ方向とする図1のごとき $P-xyz$ 座標系である。また、主曲率 $1/\rho''_i$ 側の主方向と z 軸のなす角を δ_i とすれば、次の式を得る。

$$\tan \delta_i = \sin \phi \tan \psi_i \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

* 平成元年1月24日 第955回講演会において講演、原稿受付 昭和63年4月28日。

*1 正員、富山大学工学部(☎930 富山市五福3190)。

*2 正員、福井工業大学(☎910 福井市学園3-6-1)。

*3 正員、(☎230 横浜市鶴見区下末吉5-14-23)。

*4 准員、富山大学工学部大学院(現在 愛知機械工業(株))。

とし、両ベクトルがそれぞれの軌跡平面を表すものと考えれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{n \times a_1}{\sqrt{(n \times a_1)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2 \psi_1}} \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \psi_1 \\ \cos \phi \cos \psi_1 \\ \sin \phi \sin \psi_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots \quad (14)$$

同様にして

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2 \psi_2}} \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \psi_2 \\ \cos \phi \cos \psi_2 \\ \sin \phi \sin \psi_2 \end{bmatrix} \quad \dots \quad (15)$$

ラックの歯面は両者に共通であるから、ピニオン、ギヤのインボリュートヘリコイドは、共通ラックとの間に生ずる接触線の軌跡平面にそってかみあい運動は進行する。そこで、共通ラック歯面上に独立した接触線が同時に生ずる。上記2接触線の交点の軌跡がねじ歯車の接触点の軌跡を表す。すなわち、両者の軌跡平面の交線はねじ歯車の接触点の軌跡を表す。この交線は、上記両平面を代表する二つの法線 I_1, I_2 のベクトル積で求められ、その結果は次のごとく歯面法線ベクトル n に一致することがわかる。

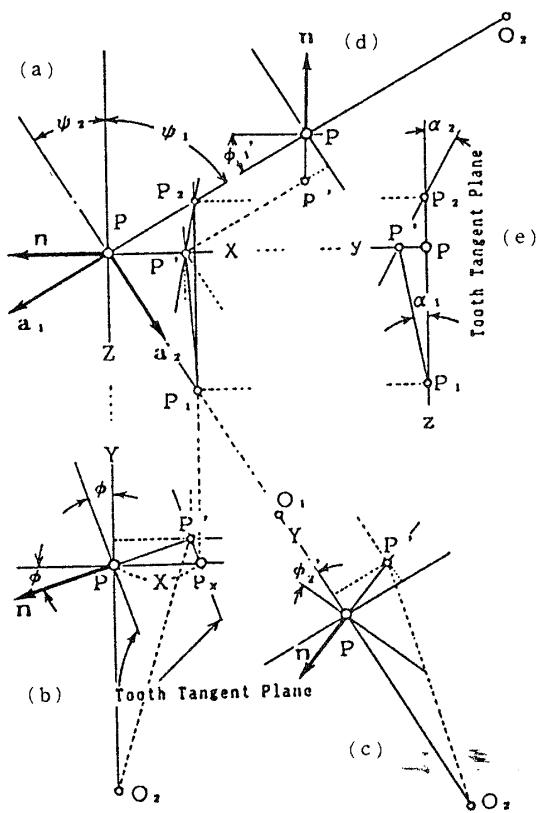


図3 ねじ歯車の運動学的座標系 P -XYZ と接触点の軌跡

$$\frac{I_1 \times I_2}{\sqrt{(I_1 \times I_2)^2}} = -n \quad \dots \quad (16)$$

よって、ねじ歯車の接触点の軌跡は、ピッチ点 P におけるインボリュートヘリコイドの法線方向に一致する。図3はインボリュートヘリコイドの接触点の移動の様子を示す。図3(b)において、ラックが点 P から X 軸方向に X だけ平行移動すれば、接触点 P' は、点 P より移動後のラック平面に下した垂線の足になる。これをピッチ平面で表したもののが図3(a)である。ラック平面上に表したもののが図3(e)である。図3(b)の関係から、

$$\overline{PP'} = X \sin \phi \quad \dots \quad (17)$$

また、図3(e)で、 $\overline{PP_1} = Z_1, \overline{PP_2} = Z_2$ と表せば、

$$Z_1 = -X \tan \psi_1, Z_2 = -X \tan \psi_2 \quad \dots \quad (18)$$

よって、

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha_1 &= -\sin \phi \cot \psi_1 \\ \tan \alpha_2 &= -\sin \phi \cot \psi_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (19)$$

となる。式(19)は、共通ラック歯面上において、ねじ歯車の接触点の軌跡の方向を表すとともに、 $\overline{P_1P'}, \overline{P_2P'}$ なる直線は、そのまま両歯面の接触点の軌跡を示す。 P_1, P_2 点は、それぞれの歯面上の考察点であり、定点であるから、インボリュートヘリコイドはラック平面上に展開したものとして扱うことができる。よって、ねじ歯車の歯当たりは、 P' 点における両歯面の接触パターンを、 $\overline{P_1P'}$ 、および $\overline{P_2P'}$ にそって移動させることによって、ラック歯面上に展開した形で求め得ることになる。次に、その具体的な求め方について考察する。

4. ねじ歯車の接触パターン

インボリュートヘリコイドとラック平面との接触線は直線で、それはラックの移動とともに平行移動する。換言すれば、ラック平面に展開されたインボリュートヘリコイド上の接触線はラック平面上を平行移動するので、上記曲面の主方向も一定方向になる。式(5)の δ_i は P' 点の移動にかかわらず、ラック平面上では一定方向を示すことである。

いま、図3(b)で、ラックの歯すじ直角方向の移動量 $\overline{PP_x} = X$ をパラメータとして、 R_{iy}, ψ_{iy} を求めれば、図3(d)において、

$$R_{iy} = \sqrt{(R_1 - X \sin \phi \cos \phi)^2 + (X \cos^2 \phi \cos \psi_1)^2} \quad \dots \quad (20)$$

$$\tan \psi_{iy} = (R_{iy}/R_{g1}) \tan \beta_1 \quad \dots \quad (21)$$

図3(c)より、

$$R_{2y} = \sqrt{(R_2 + X \sin \phi \cos \phi)^2 + (X \cos^2 \phi \cos \psi_2)^2} \quad \dots \quad (22)$$

mmのすきまをもった等げき線である。これは当たりの現れる境界を示すものである⁽³⁾。

図9, 10は、接触パターンを接触点の軌跡直線にそって求めたものである。各点で得られた等げき線のパターンに、同一すきまの曲線間に包絡線を描けば、図9, 10のごとき歯当たりパターンを描くことができる。ピニオン、ギヤの歯当たりは、ハイポイドギヤなどに見られる激しいバイアス当たりであることを示す。特に、ギヤの歯当たりは細く、ピニオン側当たりも短小である。よって、歯当たりとしては、実用上使用に耐えられない程度であるため、動力伝達用としては問題にな

ることを示している。歯当たり改善のためには、例えば、ウォームギヤ的な考え方を応用する歯切法もあり得るが、本報はインボリュートねじ面をもつ、いわゆるねじ歯車の歯当たりについて論じたものである。

5. 結論

円筒はすば歯車によって構成されるねじ歯車は、生産も容易で、低価格である。しかし、動力伝達に使用して摩耗問題を起こす場合が多い。その原因の一つには、点接触歯当たりがあるが、その定量的な解析がなされ

表1 ねじ歯車の諸元

CROSSED HELICAL GEAR DIMENSIONS

	Pinion X_1	Gear X_2
Number of teeth n	13	13
Helix angle ψ deg	60	30
Pitch radius R mm	19.500	11.258
Shaft angle Σ deg		90
Normal module m mm		1.5
Center distance E mm		30.758
Pressure angle ϕ deg		20

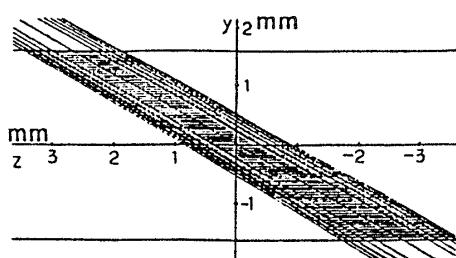


図4 ピニオンとラックの接触(原点)

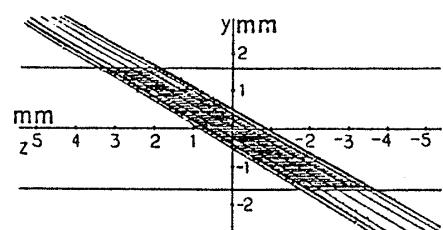


図5 原点を移した場合のピニオンとラックの接触

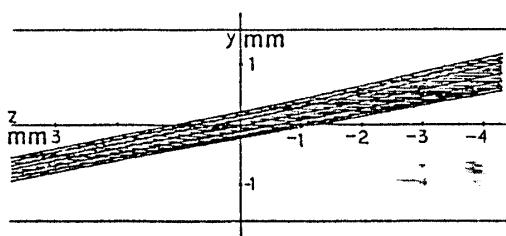


図6 ギヤとラックの接触(原点)

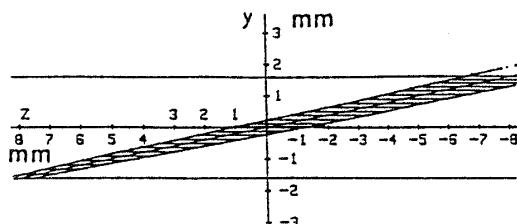


図7 原点を移した場合のギヤとラックの接触

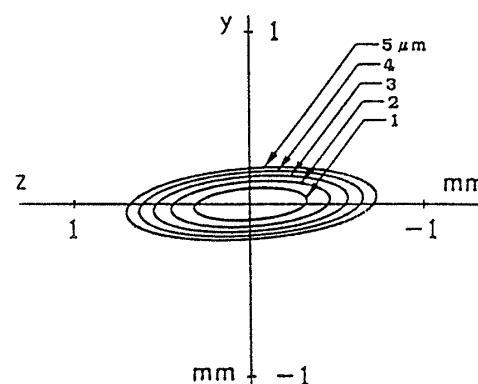


図8 インボリュートヘルコイドの接触パターン

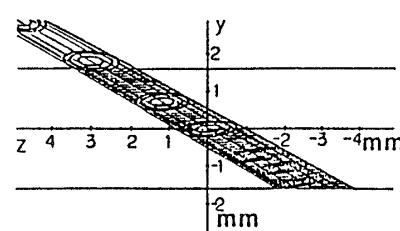


図9 ギヤの歯当たりパターン

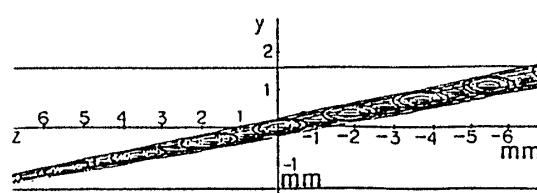


図10 ピニオンの歯当たりパターン

たことはない。本論文は、ハイポイドギヤの歯当たり解析に応用される三次曲面^{(3)～(5)}を用いて、ねじ歯車の歯当たりを考察し、次のとき結論を得た。

(1) インボリュートねじ面を歯形とする、いわゆるねじ歯車は、等速の点接触かみあいをするが、その接触点の軌跡はピッチ点Pを通る歯面の法線nである。

(2) インボリュートねじ面に共役で、ピニオン、ギヤ両歯面に共通なラック歯面上では、原点Pにおいて両歯面にそれぞれ生ずる接触線が、そのまま両歯面の接触点の軌跡になる。上記の二つの軌跡直線は歯すじ方向に対し傾斜し、ハイポイドギヤに生ずるバイアス・イン歯当たりに一致する。

(3) 歯面の接触状態は等げき線によって表され、

その接触パターンはだ円形状を示す。接触点を軌跡線にそって移動すれば、歯当たりパターンが0.005 mmの等げき線の形で表示できる。

(4) 本論文の具体例では、ギヤの歯当たりが極端に細長く、ピニオンの歯当たりは短小であることがわかった。このため、普通の歯車の考え方で使用することは、極めて困難である。

文 献

- (1) 例えば、日本機械学会編、機械工学便覧、(昭54), 7-127.
- (2) 伊藤・高橋、機論、53-493, C (昭62), 1981.
- (3) 高橋・伊藤、機論、50-456, C (昭59), 1439.
- (4) 高橋・伊藤、機論、50-456, C (昭59), 1449.
- (5) 高橋・伊藤、機論、51-462, C (昭60), 381.

討 論

〔質問〕 藤井康治 [東北大学]

結論はあたりまえのようにも思えるが数値を与えて量的に例を示したことは評価できる。歯面を三次式で表現したことが強調されているが接触パターンがだ円と考えてよいとすれば、三次式を考えたことの意味はどこにあるのか。

〔回答〕 本研究の目的は、点接触かみあいをするねじ歯車の歯当たりの改善であり、本報はその過程として、現在実用されているインボリュートねじ歯車について解析を行ったものである。これにより、これまであまり明確にされていなかつたいくつかの点について、論理的に明らかにするとともに、その歯当たりパターンを曲率のみならず振率をも考慮し、さらに三次曲面の考え方を応用して、定量的に求めることができた。

今後は、本報の結果を踏まえ、第3の歯車を利用して、歯当たり長さを希望の長さに調整できる歯切り法の開発を進める予定である。

なお、本報の計算例によって得られた歯当たりパターンは、三次式を用いているため完全なだ円とはならず、近似だ円形となっている。

〔質問〕 島地重幸 [東北大学工学部]

(1) 図8の接触パターンにおける三次の項の効果はどの程度か。

(2) ねじ歯車の歯面の強度評価に対して、歯当たりの形をどのように関連づけようとお考えか。

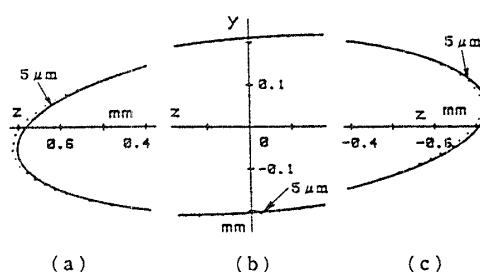
〔回答〕 (1) 三次の項の影響を調べるために、図8の5 μmの等げき線上に、三次の項を消去して計

算した結果を点線でプロットしたのが付図1(a)～(c)である。これらの図は、図8の各部を拡大して示されている。

点線で表された曲線は完全なだ円の一部をなし、本報で得られた等げき線とは異なっていることがわかる。付図1(a)とは反対側の等げき線の部分を示す付図1(c)では、点線の位置が外側から内側に移り、だ円からの等げき線のずれは原点に関して非対称となっている。原点付近の付図1(b)は、y軸方向の変化の様子を示したものであるが、わずかではあるが同様のずれが認められる。

今回の計算例では、原点における三次の項の影響は少ないものであったが、接触点が原点より離れた位置での接触状態には、三次の項の効果がより大きく現れることが確かめられている。

(2) 本報の具体例でもわかるように、ねじ歯車の歯当たりは極めて悪く、極端なバイアスインであることがわかった。特に、歯当たりの長さは予想以上に短



付図1 接触パターン拡大図

1460

歯当たりを考慮したねじ歯車に関する研究（第2報）

く、このことは面圧が極端に大きくなり、耐摩耗上大きな問題となる。このような短い歯当たりは、実用上他の歯車には例を見ないものである。この歯当たりを

長くする方法としては、ギヤをウォームホイールのようにすることが考えられるが、これらの点に関しては、今後の課題として検討していく予定である。

55巻512号、C編(1989-4)正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
田村英之ほか	827	右	式(32)	$q_1 = \exp(-\pi^2/2J^0)^{(1-x)} = \dots$ …, 低速動加速時…	$q_1 = \{\exp(-\pi^2/2J^0)\}^{(1-x)} = \dots$ …, 低速急加速時…
高橋幸一ほか	931	右	3	(iii) 急加速度の…	(iii) 急加速時の…
	〃	〃	9		