

端面が接合された複合短円柱の定常熱応力*

五嶋孝仁^{*1}, 宮尾嘉寿^{*1}Thermal Stresses in a Finite Composite Cylinder
Joined Together at the Ends

Takahito GOSHIMA and Kaju MIYAO

This paper deals with the steady thermal stresses in a finite composite circular cylinder, in which two finite circular cylinders of different materials are joined together at the ends, under uniform temperature distribution. The thermoelastic problem is formulated in terms of a thermoelastic displacement potential and two harmonic stress functions. Numerical calculations and measurements using resistance strain gages are carried out for the case of the composite cylinder which consists of stainless steel and carbon steel. The experimental results are compared with the theoretical ones.

Key Words: Elasticity, Thermal Stress, Steady State, Finite Circular Cylinder, Composite Cylinder, Strain Gage

1. 緒 言

電子工業における Si-W 半導体ペレットなどでは、異種材料から成る短円柱がその端面で接合された複合短円柱となっている。このような半導体ペレットはその製作工程における加熱により、大きな熱応力が生じ破損の原因ともなりうる。たとえ一様な温度場になるように加熱したとしても、このような複合体では弾性係数と線膨張係数の差異に起因する熱応力が生ずる。このためクラッド材のように異種材料が接合された複合体の熱応力に関してはかなりの報告がある。しかし端面で接合された場合の熱応力についての報告は少なく、石田⁽¹⁾⁽²⁾や小泉ら⁽³⁾の報告がある程度である。

本研究では半導体ペレット製作工程での加熱による熱応力に関連し、同半径の端面で接合された異種材料短円柱から成る複合短円柱が、一様な温度場に置かれたときの定常熱応力を三次元熱弾性論に基づき解析した。解析にあたっては熱弾性変位ポテンシャルと二つの調和応力関数を用い、材料定数は温度に依存しないものと仮定した。得られた結果に基づき、ステンレス鋼と炭素鋼からなる複合短円柱につき、その両自由端

面と接合面での応力分布を数値的に明らかにし、複合短円柱の長さが結果に及ぼす影響を検討した。さらに数値計算例に対応した代表的な試験片について、実際に生ずる定常熱応力を抵抗ひずみゲージにより測定し、測定結果と数値計算結果を比較して抵抗ひずみゲージによる複合体の定常熱応力測定の精度を確かめた。

2. 解 析

図1に示すように半径 a 、長さ $2h_1, 2h_2$ の二つの短円柱が端面で完全に接合された後、一様な温度場 $T^\circ\text{C}$ まで加熱されたときの定常熱応力を解析する。解析にあたっては図1に示す二つの円柱座標系 (r_j, z_j) を用い、以下の無次元変数や無次元量を採用する。なお添字 $j=1, 2$ はそれぞれの異種材料短円柱に対応する。

$$\rho = \rho_j = r_j/a, \quad \zeta_j = z_j/a, \quad \eta_j = h_j/a$$

$$\Delta_j = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial}{\rho \partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta_j^2}$$

円柱座標 (ρ, ζ_j) による軸対称熱弾性基礎式の解は熱弾性変位ポテンシャル ϕ_{0j} と応力関数 ϕ_{3j}, ϕ_{4j} を用いて次式のように表される⁽³⁾。

$$\frac{u_{rj}}{a} = \frac{\partial \phi_{0j}}{\partial \rho} + \zeta_j \frac{\partial \phi_{3j}}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial \phi_{4j}}{\partial \zeta_j} \dots \dots \dots (1)$$

* 原稿受付平成元年8月3日。

*¹ 正員、富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

$$\frac{w_{zj}}{a} = \frac{\partial \phi_{0j}}{\partial \zeta_j} + \zeta_j \frac{\partial \phi_{3j}}{\partial \zeta_j} + (3-4\nu_j)\phi_{3j} - \rho \frac{\partial \phi_{4j}}{\partial \rho} - 4(1-\nu_j)\phi_{4j} \dots (2)$$

ここで u_{rj} , w_{zj} はそれぞれ r_j , z_j 方向変位を表し, ϕ_{0j} , ϕ_{3j} および ϕ_{4j} は次式を満足する.

$$\Delta_j \phi_{0j} = \frac{1+\nu_j}{1-\nu_j} \alpha_j T \dots (3)$$

$$\Delta_j \phi_{3j} = \Delta_j \phi_{4j} = 0 \dots (4)$$

ここで ν_j はポアソン比, α_j は線膨張係数である.

複合短円柱には外力が働かず, $j=1$ と $j=2$ の短円柱が一端面で完全に接合されているとすれば, 力学的境界条件は次式のように表される.

$$(\sigma_{z1})_{\zeta_1=\eta_1} = (\tau_{rz1})_{\zeta_1=\eta_1} = 0, |\rho| \leq 1 \dots (5)$$

$$(\sigma_{z2})_{\zeta_2=-\eta_2} = (\tau_{rz2})_{\zeta_2=-\eta_2} = 0, |\rho| \leq 1 \dots (6)$$

$$(\sigma_{z1})_{\zeta_1=-\eta_1} = (\sigma_{z2})_{\zeta_2=\eta_2}, |\rho| \leq 1 \dots (7)$$

$$(\tau_{rz1})_{\zeta_1=-\eta_1} = (\tau_{rz2})_{\zeta_2=\eta_2}, |\rho| \leq 1 \dots (8)$$

$$(u_{r1})_{\zeta_1=-\eta_1} = (u_{r2})_{\zeta_2=\eta_2}, |\rho| \leq 1 \dots (9)$$

$$(w_{z1})_{\zeta_1=-\eta_1} = (w_{z2})_{\zeta_2=\eta_2}, |\rho| \leq 1 \dots (10)$$

$$(\sigma_{rj})_{\rho=1} = 0, |\zeta_j| \leq \eta_j \dots (11)$$

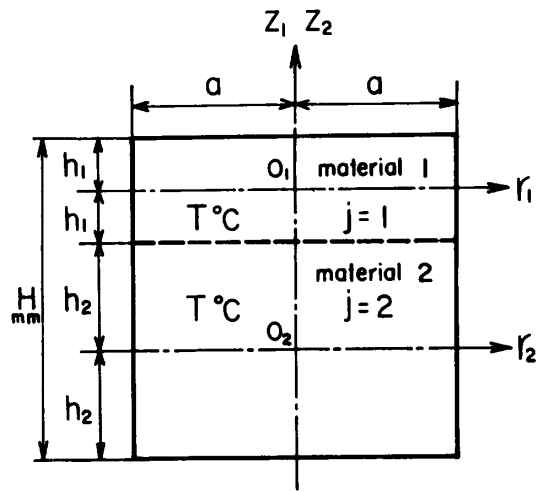


図 1 複合円柱と座標系

$$(\tau_{rzj})_{\rho=1} = 0, |\zeta_j| < \eta_j \dots (12)$$

本解析モデルの軸対称性および有限性などを考慮して式(3), (4)を満足する熱弾性変位ポテンシャルおよび応力関数を次式のように置く.

$$\frac{\phi_{0j}}{\alpha_j T} = \frac{\rho^2}{2} - \frac{(1-3\nu_j)}{2(1-\nu_j)} \zeta_j^2 + \frac{R_j}{2} (\rho^2 - 2\zeta_j^2) + M_j \zeta_j + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\beta_m \rho)}{\beta_m J_1(\beta_m)} \left\{ A_{mj} \frac{\text{sh}(\beta_m \zeta_j)}{\text{ch}(\beta_m \eta_j)} + B_{mj} \frac{\text{ch}(\beta_m \zeta_j)}{\text{sh}(\beta_m \eta_j)} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{I_0(\gamma_n \rho)}{\gamma_n^2 I_1(\gamma_n)} C_{nj} \sin(\gamma_n \zeta_j) + \frac{I_0(\delta_n \rho)}{\delta_n^2 I_1(\delta_n)} D_{nj} \cos(\delta_n \zeta_j) \right\} \dots (13)$$

$$\frac{\phi_{3j}}{\alpha_j T} = -\frac{\zeta_j}{1-\nu_j} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\beta_m \rho)}{J_1(\beta_m)} \left\{ E_{mj} \frac{\text{sh}(\beta_m \zeta_j)}{\text{sh}(\beta_m \eta_j)} + F_{mj} \frac{\text{ch}(\beta_m \zeta_j)}{\text{ch}(\beta_m \eta_j)} \right\} \dots (14)$$

$$\frac{\phi_{4j}}{\alpha_j T} = -L_j \zeta_j - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{I_0(\delta_n \rho)}{\delta_n I_1(\delta_n)} G_{nj} \sin(\delta_n \zeta_j) + \frac{I_0(\gamma_n \rho)}{\gamma_n I_1(\gamma_n)} H_{nj} \cos(\gamma_n \zeta_j) \right\} \dots (15)$$

ここで, $R_j, M_j, L_j, A_{mj}, B_{mj}, E_{mj}, F_{mj}, C_{nj}, D_{nj}, G_{nj}, H_{nj}$ はそれぞれ未定定数であり, $J_N(\cdot), I_N(\cdot)$ はそれぞれ N 次の第一種ベッセル関数, 変形ベッセル関数を表す. また, $\text{sh}(\cdot), \text{ch}(\cdot)$ はそれぞれ $\sinh(\cdot), \cosh(\cdot)$ を表す. また, $\beta_m, \gamma_n, \delta_n$ はそれぞれ次式の根である.

$$\left. \begin{aligned} \beta_m: J_0(\beta_m) &= 0 & \gamma_n &= \frac{(2n-1)\pi}{2\eta_j} \\ \gamma_n: \cos(\eta_j \gamma_n) &= 0, & \delta_n &= \frac{n\pi}{\eta_j} \\ \delta_n: \sin(\eta_j \delta_n) &= 0, \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

式(13)-(15)を式(1), (2)に代入すれば, 変位の表示式を得る. ここで w_{zj} の剛体変位を零とするためには次式が成り立たねばならない.

$$M_j = (-1)^j \eta_j \{ 2R_j - 4(1-\nu_j)L_j - 1 \} \dots (17)$$

さらに変位の表示をデュアメル・ノイマン則に代入すれば応力の表示式を得る. 以上のようにして求めた変位および応力の表示式を以下に示す. ただし G_j は材料の横弾性係数を表す.

$$\frac{u_{rj}}{\alpha_j T a} = \rho(1+R_j-L_j) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1(\rho \beta_m)}{J_1(\beta_m)} \left\{ A_{mj} \frac{\text{sh}(\zeta_j \beta_m)}{\text{ch}(\eta_j \beta_m)} + B_{mj} \frac{\text{ch}(\zeta_j \beta_m)}{\text{sh}(\eta_j \beta_m)} + F_{mj} \frac{\zeta_j \beta_m \text{ch}(\zeta_j \beta_m)}{\text{ch}(\eta_j \beta_m)} + E_{mj} \frac{\zeta_j \beta_m \text{sh}(\zeta_j \beta_m)}{\text{sh}(\eta_j \beta_m)} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\sin(\zeta_j \gamma_n)}{\gamma_n} \left\{ C_{nj} \frac{I_1(\rho \gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} + H_{nj} \frac{\rho \gamma_n I_0(\rho \gamma_n)}{I_1(\gamma_n)} \right\} + \frac{\cos(\zeta_j \delta_n)}{\delta_n} \left\{ D_{nj} \frac{I_1(\rho \delta_n)}{I_1(\delta_n)} - G_{nj} \frac{\rho \delta_n I_0(\rho \delta_n)}{I_1(\delta_n)} \right\} \right] \dots (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{w_{zj}}{\alpha_j T a} = & \zeta_j - (-1)^j \eta_j \{1 - 2R_j + 4(1 - \nu_j)L_j\} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\rho\beta_m)}{J_1(\beta_m)} \left[\{A_{mj} - (3 - 4\nu_j)F_{mj}\} \frac{\text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right. \\ & + \{B_{mj} - (3 - 4\nu_j)E_{mj}\} \frac{\text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + F_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} + E_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} \left. \right] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\cos(\zeta_j\gamma_{nj})}{\gamma_{nj}} \left[\{4(1 - \nu_j)H_{nj} - C_{nj}\} \frac{I_0(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} + H_{nj} \frac{\rho\gamma_{nj}I_1(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} \right] \right. \\ & \left. + \frac{\sin(\zeta_j\delta_{nj})}{\delta_{nj}} \left[\{4(1 - \nu_j)G_{nj} - D_{nj}\} \frac{I_0(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} + G_{nj} \frac{\rho\delta_{nj}I_1(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} \right] \right] \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{rj}}{2G_j\alpha_j T} = & R_j - (1 - 2\nu_j)L_j + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{J_1(\rho\beta_m)}{\rho J_1(\beta_m)} \left\{ A_{mj} \frac{\text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} + B_{mj} \frac{\text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + E_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} \right. \right. \\ & \left. \left. + F_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right\} - \frac{\beta_m J_0(\rho\beta_m)}{J_1(\beta_m)} \left\{ (B_{mj} + 2\nu_j E_{mj}) \frac{\text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + (A_{mj} + 2\nu_j F_{mj}) \frac{\text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right. \right. \\ & \left. \left. + E_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + F_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right\} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin(\zeta_j\gamma_{nj}) \left[C_{nj} \left\{ \frac{I_0(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} - \frac{I_1(\rho\gamma_{nj})}{\rho\gamma_{nj}I_1(\gamma_{nj})} \right\} \right. \right. \\ & \left. \left. + H_{nj} \left\{ \frac{\rho\gamma_{nj}I_1(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} + (1 - 2\nu_j) \frac{I_0(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} \right\} \right] + \cos(\zeta_j\delta_{nj}) \left[D_{nj} \left\{ \frac{I_0(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} - \frac{I_1(\rho\delta_{nj})}{\rho\delta_{nj}I_1(\delta_{nj})} \right\} \right. \right. \\ & \left. \left. - G_{nj} \left\{ \frac{\rho\delta_{nj}I_1(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} + (1 - 2\nu_j) \frac{I_0(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} \right\} \right] \right] \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\theta j}}{2G_j\alpha_j T} = & R_j - (1 - 2\nu_j)L_j - \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{J_1(\rho\beta_m)}{\rho J_1(\beta_m)} \left\{ A_{mj} \frac{\text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} + B_{mj} \frac{\text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + E_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} \right. \right. \\ & \left. \left. + F_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right\} + 2\nu_j\beta_m \frac{J_0(\rho\beta_m)}{J_1(\beta_m)} \left\{ E_{mj} \frac{\text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + F_{mj} \frac{\text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right\} \right] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin(\zeta_j\gamma_{nj}) \left\{ C_{nj} \frac{I_1(\rho\gamma_{nj})}{\rho\gamma_{nj}I_1(\gamma_{nj})} + (1 - 2\nu_j)H_{nj} \frac{I_0(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} \right\} \right. \\ & \left. + \cos(\zeta_j\delta_{nj}) \left\{ D_{nj} \frac{I_1(\rho\delta_{nj})}{\rho\delta_{nj}I_1(\delta_{nj})} - (1 - 2\nu_j)G_{nj} \frac{I_0(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} \right\} \right] \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{zj}}{2G_j\alpha_j T} = & -2R_j + 2(2 - \nu_j)L_j + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_m J_0(\rho\beta_m)}{J_1(\beta_m)} \left[\left\{ A_{mj} - 2(1 - \nu_j)F_{mj} \right\} \frac{\text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} + F_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right. \\ & \left. + \{B_{mj} - 2(1 - \nu_j)E_{mj}\} \frac{\text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + E_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} \right] \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sin(\zeta_j\gamma_{nj}) \left[C_{nj} \frac{I_0(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} + H_{nj} \left\{ \frac{\rho\gamma_{nj}I_1(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} + 2(2 - \nu_j) \frac{I_0(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} \right\} \right] \right. \\ & \left. + \cos(\zeta_j\delta_{nj}) \left[D_{nj} \frac{I_0(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} - G_{nj} \left\{ \frac{\rho\delta_{nj}I_1(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} + 2(2 - \nu_j) \frac{I_0(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} \right\} \right] \right] \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{rzj}}{2G_j\alpha_j T} = & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_m J_1(\rho\beta_m)}{J_1(\beta_m)} \left[\left\{ A_{mj} - (1 - 2\nu_j)F_{mj} \right\} \frac{\text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} + F_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{ch}(\eta_j\beta_m)} \right. \\ & \left. + \{B_{mj} - (1 - 2\nu_j)E_{mj}\} \frac{\text{sh}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} + E_{mj} \frac{\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)}{\text{sh}(\eta_j\beta_m)} \right] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos(\zeta_j\gamma_{nj}) \left[\left\{ C_{nj} + 2(1 - \nu_j)H_{nj} \right\} \frac{I_1(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} + H_{nj} \frac{\rho\gamma_{nj}I_0(\rho\gamma_{nj})}{I_1(\gamma_{nj})} \right] \right. \\ & \left. + \sin(\zeta_j\delta_{nj}) \left[\left\{ D_{nj} - 2(1 - \nu_j)G_{nj} \right\} \frac{I_1(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} - G_{nj} \frac{\rho\delta_{nj}I_0(\rho\delta_{nj})}{I_1(\delta_{nj})} \right] \right] \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

式(23)および(19)を式(5), (6), (8)および式(10)に代入し, 式(16)を考慮すれば, ρ に独立に未定係数に関する係数方程式が直接導かれる。また式(22)を式(5)-(7)に代入し, $I_0(\rho\gamma_{nj})$, $\rho\gamma_{nj}I_1(\rho\gamma_{nj})$ および $I_0(\rho\delta_{nj})$, $\rho\delta_{nj}I_1(\rho\delta_{nj})$ および定数を $J_0(\rho\beta_m)$ に関してフーリエ・ベッセル展開し, また式(18)を式(9)に代入し, $I_1(\rho\gamma_{nj})$, $\rho\gamma_{nj}I_0(\rho\gamma_{nj})$ および $I_1(\rho\delta_{nj})$, $\rho\delta_{nj}I_0(\rho\delta_{nj})$ および ρ を $J_1(\rho\beta_m)$ に関してディニイ展開すれば, 未定係数に関する係数方程式が ρ に独立に得られる。一方, 式(20)を式(11)に代入して $\text{ch}(\zeta_j\beta_m)$ と $\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)$ については $\cos(\zeta_j\delta_{nj})$ に関し, sh

($\zeta_j\beta_m$)と $\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)$ については $\sin(\zeta_j\gamma_{nj})$ に関してフーリエ級数展開し, さらに式(23)を式(12)に代入して $\zeta_j\beta_m \text{sh}(\zeta_j\beta_m)$ と $\text{ch}(\zeta_j\beta_m)$ については $\cos(\zeta_j\gamma_{nj})$ に関し, $\text{sh}(\zeta_j\beta_m)$ と $\zeta_j\beta_m \text{ch}(\zeta_j\beta_m)$ については $\sin(\zeta_j\delta_{nj})$ に関してフーリエ級数展開すれば, ζ_j に独立に未定係数に関する係数方程式が得られる。以上の係数方程式は無限組の20元連立方程式となる。この連立方程式をさらに整理しまとめれば, 結局本問題は次式のような形の F_{mj} , E_{mj} に関する四重の無限連立一次方程式を解く問題に帰着される。

$$F_{kj} + \sum_{m=1}^{\infty} \{S_{1j}F_{m1} + U_{1j}E_{m1} + S_{2j}F_{m2} + U_{2j}E_{m2}\} = X_{kj} \quad (24)$$

$$E_{kj} + \sum_{m=1}^{\infty} \{Q_{1j}F_{m1} + V_{1j}E_{m1} + Q_{2j}F_{m2} + V_{2j}E_{m2}\} = Y_{kj} \quad (25)$$

$$(j=1, 2; k=1, 2, 3 \dots)$$

ここで S_{ij} , U_{ij} , Q_{ij} , V_{ij} ($i=1, 2$) および X_{kj} , Y_{kj} は既知関数であるが、ここではその表示式は省略する。

3. 数値計算

後述の実験に対応しステンレス鋼と炭素鋼から成る複合短円柱について(図1), 円柱半径とステンレス部厚さを一定として($a=38.4 \text{ mm}$, $2h_1=10 \text{ mm}$), 円柱

表1 材料の物性値

	material 1 (j=1) stainless-steel	material 2 (j=2) carbon-steel
α_j	$17.9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	$12.2 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
E_j	193 GPa	207 GPa
K_j	16.3 W/(mK)	53.4 W/(mK)
κ_j	$4.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$14.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
ν_j	0.3	0.3

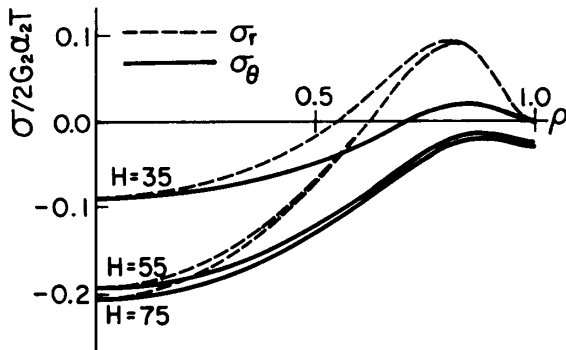


図2 ステンレス鋼自由端面での応力分布

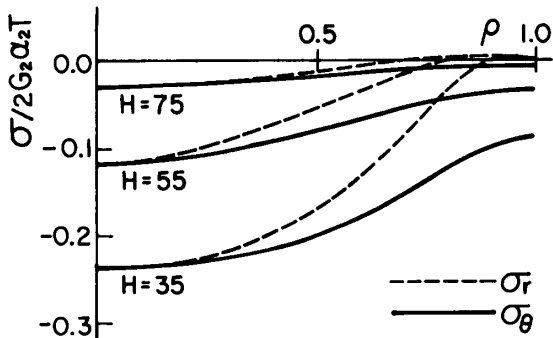


図3 炭素鋼自由端面での応力分布

全長 $H(\text{mm})$ を3通りに変化させた場合の応力分布を数値的に明らかにした。材料の物性値は表1に示す。式(24), (25)の無限連立一次方程式は本数値例で最も収束の悪い場合, $m=k=150$ 項までとれば十分な精度が得られた。

図2にはステンレス鋼自由端面での応力分布を示す。円柱が長くなるほど拘束が大きくなるため、圧縮応力の値も大きくなっている。また円周縁付近で引張応力が生じている。図3には炭素鋼自由端面での応力分布を示す。ステンレス端面とは逆に円柱が長くなるほど圧縮応力は小さくなっている。さらに図4および5には接合面上の軸応力およびせん断応力分布を示す。いずれも円柱長さによってあまり大きな影響を受けていない。軸応力は中心からある領域 ($\rho \approx 0.6$) までは一定の引張応力を示しているが、円周近傍で圧縮応力となりその大きさは円周縁に近づくに従い急激に大きくなっている。またせん断応力は円周縁のすぐ近傍 ($\rho \approx 0.98$) で最大値を示している。

4. 実験

数値計算例と同様な材料と寸法を有する複合短円柱試験片が一樣加熱されたときの定常熱応力を、抵抗ひずみゲージにより測定した。温度による見かけのひずみの補正は、小泉⁽⁴⁾⁽⁵⁾によって提唱された平均法による補正方法を採用した。とくに本測定ではステンレスおよび炭素鋼用にそれぞれ自己温度補償された高温用

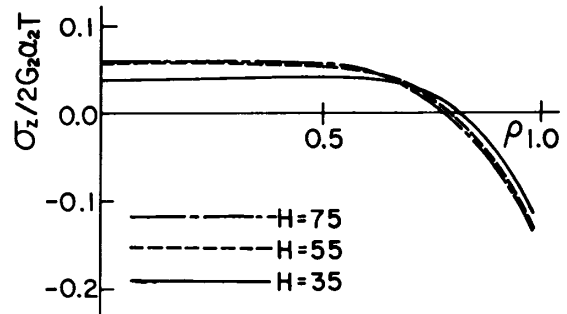


図4 接合面での軸応力分布

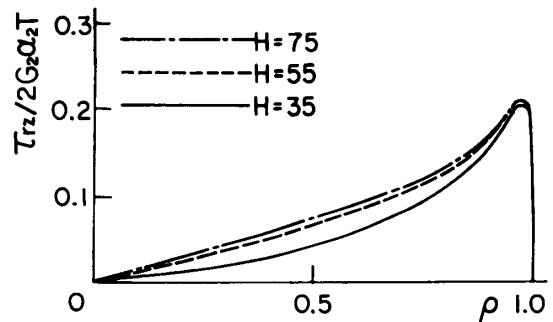
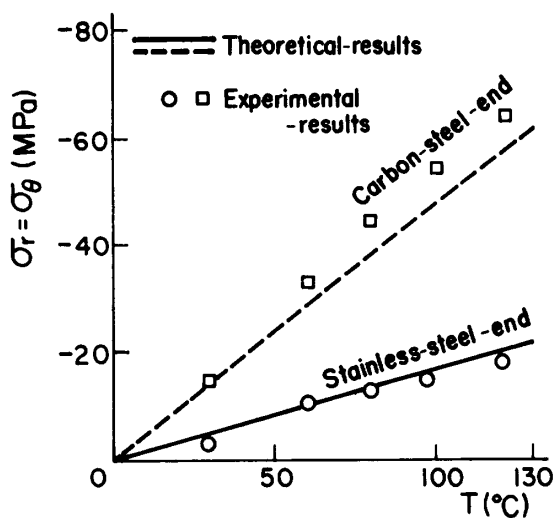


図5 接合面でのせん断応力分布

図 6 両自由端面中心の熱応力 ($H=35$)

5素子ゲージ(図8)を利用した。このゲージはコンスタンタン素子とポリイミドベースから成り、最高使用温度は 200°C である。本測定ではこの5素子の材料特性のばらつきが小さいことに注目し、これを1素子ごとの5枚のゲージとして利用する。すなわち熱応力測定と見かけのひずみ測定は同じゲージを用いて行なうことはできないので、図8中A,C,Eゲージの見かけのひずみを測定しそのばらつきを検討したのち、AとC(またはCとE)の平均値をB(またはD)のゲージの見かけのひずみとして利用する補正法を用いた。なおこのひずみゲージを用いた平均法による熱応力測定の妥当性は著者らの一人⁽⁶⁾⁽⁷⁾によってもすでに確認されている。本測定に使用した5素子ゲージの見かけのひずみのばらつきは $\pm 10\ \mu$ 以内であった。このようにして見かけのひずみが評価されたそれぞれのゲージを高温用の常温硬化形ポリエステル系接着剤(最高使用温度 300°C)を用いて、複合短円柱の両自由端面中心に接着し、恒温槽内で長時間(24時間以上)一定温度に保ち定常状態になったことを確認して熱応力を測定した。図6および7にはそれぞれ $H=35$ および75の場合の定常熱応力の測定結果と理論結果を示す。両者にはほぼよい一致が見られる。

5. 結 言

端面が接合された複合短円柱が一様加熱されたときの定常熱応力を解析し、ステンレス鋼(一定厚さ)と炭素鋼からなる一定半径の複合短円柱について数値計算

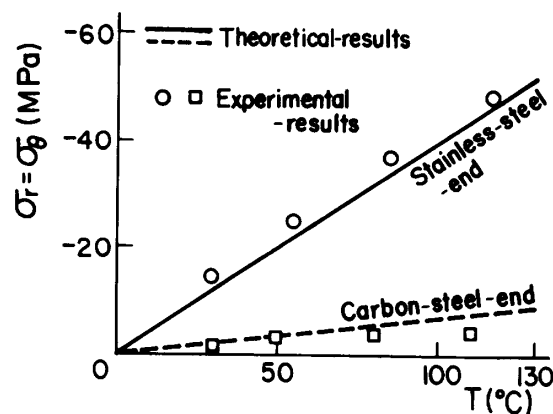
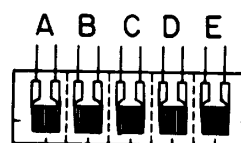
図 7 両自由端面中心の熱応力 ($H=75$)

図 8 高温用5素子ゲージ

および測定実験を行い次の結論を得た。

- (1) 最大圧縮応力は円柱が非常に短いときには炭素鋼自由端面に生ずるが、円柱長さがそれほど短くないときにはステンレス鋼自由端面に生ずる。
- (2) 接合面の軸応力は中心から広範囲の領域で一定の引張応力を示すが、円周近傍で圧縮応力を示しその大きさは円周縁に近づくにつれ急激に増大する。
- (3) 接合面の最大せん断応力は円周縁近傍に生ずる。
- (4) この種の複合体の定常熱応力は平均法に基づく抵抗ひずみゲージ法によりかなり正確に測定できる。

最後に本研究に協力いただいた当時富山大学工学部学生であった伊東公一君、宮本聖君、山際肇君に感謝する。

文 献

- (1) 石田, 機論, 52-476, A(1986), 788.
- (2) 石田, 機論, 51-471, A(1985), 2459.
- (3) Koizumi, T., Ishikawa, O. and Shibuya, T., *J. Thermal Stress*, 4-2(1981), 249.
- (4) 小泉, 非破壊検査, 11-3(1962), 107.
- (5) 小高・小泉, 非破壊検査, 17-3(1968), 484.
- (6) 五嶋・ほか2名, 非破壊検査, 23-11(1974), 601.
- (7) Goshima, T., ほか1名, *J. Thermal Stress*, 8-3(1985), 277.