

高減速比ハイポイドギヤに関する研究*

(第1報, ピニオンピッチ面の形状による設計基本関係式)

伊藤 紀男^{*1}, 高橋 幸一^{*2}

Design of High-Reduction Hypoid Gears (1st Report, Fundamental Relationships for Designing by Pinion Shapes)

Norio ITO and Koichi TAKAHASHI

Recently, hypoid gears that are used as the final reduction gears of a motor car, have come to be applied to the high-reduction gear pair of a 90-degree shaft angle. The greatest reason for this is their advantage with respect to power transmission efficiency in comparison with the worm gears heretofore in use. Then, in the present investigation, we have studied the design method in the case in which a hypoid gear is used as a high-reduction gear. In the first report, when the blanks of pinion and gear are of cylindrical or conical shapes, we aim at deducing the fundamental relationships regarding their design and discuss various problems.

Key Words: Gear, Design, Hypoid Gear, High Reduction Ratio, Fundamental Relationship, Cylindrical Pinion Blank, Conical Pinion Blank

1. 緒 言

直交軸の高減速比用歯車対として、近年、自動車の最終減速機に用いられているハイポイドギヤが利用されるようになってきた。その理由は、ハイポイドギヤがこの種の歯車対であるウォームギヤに比べて、動力伝達効率の点で有利であることや、傘歯車に比べても、強度や騒音の点で優れているからである。

一方、高減速比用ハイポイドギヤの設計法に関しては、すでにいくつかの歯切盤メーカーによって提案されている。その一つに、スピロイドギヤ(Spiroid gears)^{(1)~(3)}がある。これはピニオンがウォームと同じような形状をしているため、施盤によって加工でき、ギヤはそのままピニオンと同じピッチをもつホブによって創成加工できるものである。同様のものとして、ヘリコンギヤ(Helicon gears)⁽⁴⁾⁽⁵⁾がある。これはスピロイドギヤのピニオンが、円すい形状であるのに対し、ヘリコンギヤでは円筒形状をなすものである。また、米国のグリーソン社では、この種の歯車をHRH⁽⁶⁾と呼んで、その諸元算出法や歯切法について公表している。クリン

ゲルンベルグ社でも、円すいホブによるパロイドギヤ(Palloid gears)⁽⁷⁾を発表している。

しかし、これらハイポイドギヤの歯切りは難しく、実際に歯切りを行う現場では、それに伴う多くの問題が発生し、その対策に考慮しているというのが実情である。

そこで本研究では、高減速機にハイポイドギヤを使用した場合の設計法について追究し、設計上の自由度や歯当たり調整の可能性などについて考察する。

まず、本報では、これまであまり明確にされていなかったこの種のハイポイドギヤの基本関係式を、ピニオンのピッチ面の形状の違いによって明らかにし、それらの問題点などについて検討する。

2. ピニオンピッチ面が円筒形状の場合

2・1 らせんを歯すじにもつピニオン 高減速機用ハイポイドギヤのピニオン側の歯数は一般に少なく、通常は5枚以下である。そのため、ピニオンのねじれ角は極めて大きくなり、その形状はねじ状となる。ピニオンにかみあうギヤの歯切りは、ピニオン自体を工具とするホブカッタによるのが一般的といえる。そこでここでは、ピニオンの歯すじ曲線にらせんを与えた場合について考察する。なお、軸角は90°で、歯形は

* 原稿受付 平成2年7月13日。

^{*1} 正員、富山大学工学部 (■930 富山市五福3190)。

^{*2} 正員、福井工業大学 (■910 福井市学園3-6-1)

等高歯として検討を進めることにする。

らせんをピニオンの歯すじに与える具体的な例として、高精度な圧縮用コイルばねをピニオンの歯形として利用する場合が考えられる。このとき、ピニオンはほぼ半円形の歯形をもつねじ歯車となり、その歯面上の中心線は、円筒をピッチ面とする一定リードのらせんとなる。ギヤのピッチ面は平面となり、その歯すじはピニオンのらせんによって創成される曲線となる。ギヤの歯形は、コイル状のピニオンの歯面をギヤとかみあわせて得られる包絡面となる。包絡面上の中心線がギヤの歯すじに相当することになる。このようなハイポイドギヤの基本的な関係式について考察する。

ピニオンのピッチ面は円筒面であることから、自動車用ハイポイドギヤのピッチ面において、そのピッチ円すい角が零の場合に相当する。また、ギヤの場合も同様に、ピッチ面は平面であるから、そのピッチ円すい角が 90° の場合に相当する。このことから、ハイポイドギヤのピッチ円すいに関する三要素⁽⁸⁾(ピッチ円すい距離、ピッチ円すい角、ねじれ角)は、ピッチ円すい距離のかわりに、ピニオンではピッチ円筒半径 R_1 を、ギヤではピッチ円半径 R_2 を用いて、それぞれ (R_1, γ, ψ_1) , (R_2, Γ, ψ_2) として表すことにする。

ピニオン、ギヤの歯数を n 、 N とすれば、次式が得られる。

$$\frac{R_1 \cos \psi_1}{n} = \frac{R_2 \cos \psi_2}{N} \dots \dots \dots (1)$$

また、オフセット量を E とすれば

が成立する。ピニオンとギヤのピッチ面の接触線、すなわちピッチ線は直線となり、ピニオン、ギヤの歯すじは、そのピッチ線にそってすべり転がり運動(ずり)

転がり運動とも言われる)を行いながらかみあうことになる。

図1は、ピッチ平面上におけるピニオンとギヤの関係を示したものである。点Pを考察点とし、その点におけるピニオン、ギヤの回転速度を v_1 , v_2 とする。座標軸は、相対速度($v_1 - v_2$)方向にZ軸、それと直交してX軸をピッチ平面上にとり、それらに垂直にY軸をとる。点O₂はギヤ軸を表し、ピッチ線は考察点Pを通り、ピニオン軸に平行な直線となる。

図2は、ピニオン平面上におけるギヤの歯すじの運動を示したものである。ピニオンの微小回転によって、ギヤが点O₂のまわりに $\delta\theta$ だけ回転した場合を考える。考察点Pは微小回転後、ギヤ歯面上では点P₂に移動し、ピニオン歯面上では点P₁に移動する。一方、二つの歯面の接触点であるピッチ点Pは、微小回転後ピッチ線にそって点P'に移動し、 $\widehat{P_1P'}$, $\widehat{P_2P'}$ がピニオン、ギヤの歯すじとなる。点Pにおけるピニオンのねじれ角 α は点P'においても変化せず、しかも、その点ではピニオン、ギヤ両歯面上の法線も一致する。したがって、ギヤ歯すじ上の二点P₂, P'における法線のなす角は、ギヤの微小回転角 $\delta\theta$ に等しくなる。二つの法線の交点をO_{c2}とする。

以上のことにより、点Pにおけるギヤ歯面上の歯すじの曲率半径を ρ_2 とすると、次の関係が成り立つ。

図2で、 $\triangle P_2P'P$ は微小であるから、 $\angle P_2P'P = \psi_1$ 、 $\angle P_2PP' = (\pi/2) - (\psi_1 - \psi_2)$ と表され、次の関係式を得る。

$$\frac{\cos(\psi_1 - \psi_2)}{P_o P'} = \frac{\sin \psi_1}{PP_2} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここで、 $\widehat{P_2 P'} = \widehat{P_2 P'}$ 、 $\widehat{PP_2} = \widehat{PP_2} = R_2 \delta\theta$ として扱う。

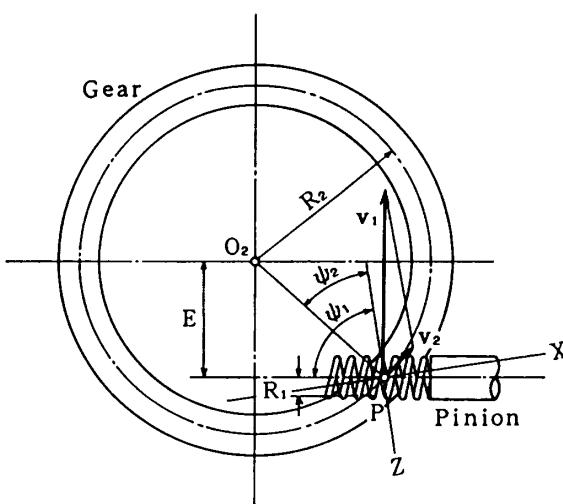


図 1 らせんを歯すじとするピニオン

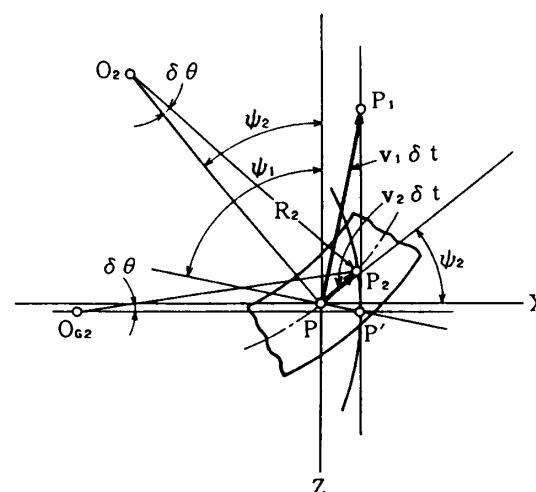


図 2 ギヤ歯すじの曲率半径

ッチ面の歯すじ方向の測地的曲率半径になる。したがって、ギヤ歯面の歯すじ方向の法曲率半径を ρ_m^* とすれば、

となる。これより、 $\rho_1^* = \rho_2^*$ が成立するため、限界圧力角を使用すれば、線接触かみあいの可能性のあることがわかる。しかし、このとき駆動側の圧力角が負となり、歯形干渉の恐れが生じ、実用的には点接触のかみあいと考えるべきである。

2.2 インボリュートねじ面を歯面にもつピニオン

次に、ピニオンの歯すじにらせんを与える、その歯すじにそってインボリュートねじ面を与えた場合について考察する。

ピニオンの歯面がインボリュートねじ面であることから、それとかみあうはすばラックがピッチ平面上を移動しながら、独立してギヤにかみあうものとする。このとき、それぞれのかみあい運動によって、二つの接触線とそれらによって描かれる軌跡面が生じる。この場合の接触線は直線であり、軌跡面は平面となる。

図3は、歯面中央の考察点Pを原点とし、前節と同じ座標系P-XYZがとっている。図3(a)はピッチ平面上の関係を示し、点 P_1 , P_2 はピニオン、ギヤ歯面上の点Pの微小時間 δt 後の位置を示している。図3(b)はその立面図である。図3(c)は歯面の接平面を歯形方向にy軸、歯すじ方向にz軸をとって示してある。ピニオン、ギヤの回転軸を単位ベクトル a_1 , a_2 、点

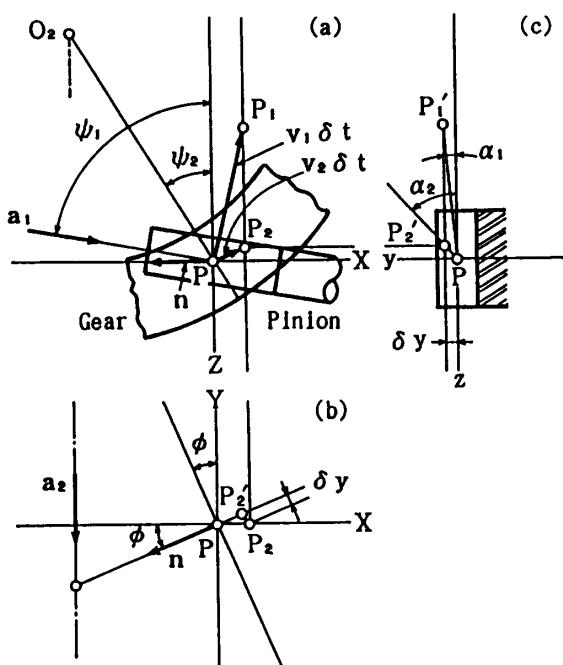


図3 インボリュートねじ面を歯面とするピニオン

P における歯面の単位法線ベクトルを n とすると、これらは次のように表される。

ここで、 ϕ は点 P における圧力角である。

ピニオン、ギヤ両歯面と線接触かみあいをなす共通のラック歯面は、 X 軸に平行に移動しながら、二つの接触線の軌跡平面を描くことは前述した。それら二平面はピニオン、ギヤの基礎円筒に接する。基礎円筒は a_1, a_2 を回転軸とし、 n に接する円筒である。軌跡平面上の点 P における単位法線ベクトルを I_1, I_2 とすると、 I_1, I_2 は次のように求められる。

$$I_1 = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{a}_1}{|\mathbf{n} \times \mathbf{a}_1|}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos^2 \psi_1}} \begin{bmatrix} -\sin \phi & \cos \psi_1 \\ \cos \phi & \cos \psi_1 \\ \sin \phi & \sin \psi_1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (23)$$

これより、ピニオンとギヤは、ラックとの接触線の交点を接触点とし、その軌跡は、二つの軌跡平面の交線上に一致することになる。点 P を通る交線を単位ベクトル \mathbf{l} で表すと、 \mathbf{l} は次のように求められる。

インボリュートねじ面をピニオン歯面にもつハイポイドギヤは、点接触かみあいをなし、その接触点の軌跡は、点 P における歯面の法線方向となる。このことを図 3(c)で考えるなら、ギヤ歯面上の接触点の軌跡は $\overline{PP_2}$ となり、その結果として、歯当たりはバイアス歯当たりになることがわかる。接触点の軌跡が Z 軸となす傾きをピニオン、ギヤに対して α_1, α_2 とすると、それらは次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha_1 &= \sin \phi \cot \psi_1 \\ \tan \alpha_2 &= \sin \phi \cot \psi_2 \end{aligned} \right\} \dots \quad (26)$$

これら α_1 , α_2 は歯当たりの中心線方向の傾きを表すことになり、ピニオンについて考えると、駆動側歯面では α_1 が小さく、歯当たりは歯すじに沿うように見える。一方、ギヤについては、 α_2 が大きく、歯当たりは極端に短くなることがわかる。被動側歯面では、圧力角 μ が負となるため、 α_1 , α_2 の値も負となり、歯当たりの傾きは、駆動側とは歯すじに対して対称な位置関係にあることがわかる。以上のことより、ピニオンがインボリュートねじ面をもつ場合は、歯当たりの調整はできないことになる。

ここで、ピニオン、ギヤ歯面の歯すじ方向の法曲率を $1/\rho_1^*$, $1/\rho_2^*$ とすると、それらは

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho_1^*} &= -\frac{\sin \phi \sin^2 \psi_1}{R_1} \\ \frac{1}{\rho_2^*} &= \frac{\sin \phi \sin^2 \psi_2}{R_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (27)$$

となり、歯幅を F 、歯当たり長さ係数を B 、歯当たりの周辺のすきま(実測によると 0.005 mm)を Δ とすると、ギヤ歯面上の歯当たり長さ BF は、次式によって与えられる。

$$BF = 2\sqrt{2} \cos \phi_2 \sqrt{\frac{A}{1/\rho_2^* - 1/\rho_1^*}} \dots \dots \dots \quad (28)$$

3. ピニオンピッチ面が円すい形状の場合

ハイポイドギヤのピニオンが円すい形状をなし、その円すいに沿って等ピッチのねじ面が植え付けられて

いる場合を考える。この場合も基本的には、ピニオンピッチ面が円筒で、その上にらせんの歯すじをもつ場合と同じである。ただ、円すい形状のものでは、中心距離、歯数比を決定してから、ピニオンのリードや他の歯車諸元を求めるのに対し、円筒形状のものでは、ギヤの外径を決めてから、ピニオンの半径、オフセット、リードなどを計算するという違いがある。

ここでもピッチ円すいの三要素について考察すると、このときは、一般的ハイポイドギヤの理論式がそのまま適用できる。すなわち、考察点 P において、一組のピッチ面が接触すると考え、2章と同様に、その点におけるピニオン、ギヤの歯すじねじれ角を ψ_1, ψ_2 、ピッチ円半径を R_1, R_2 、ピッチ角を γ, Γ 、歯数を n, N とすると、式(1), (6)が成立する。中心距離に相当するオフセットを E とすれば、同様に式(7)が成立する。

図4は、ねじ面のリードを L としたときのピニオンを示す。図4(a)はピッチ平面を表し、ここでの座標系はその平面上の点Pを通る円すい母線方向にZ軸、それと直交してX軸がとてある。図4(b)はその立面図で、YZ平面を示している。図4(a)で、点Pを通る歯すじ線上にあって、点Pの近傍の点をピッチ平面上に投影したときの点を P_1 とする。これは点Pを、ピニオンの回転軸を表す単位ベクトル a のまわりに $\delta\theta$ 回転させたときの投影点になる。この点をさらにX軸に投影したときの点をHとする。このとき、点Pにおける歯すじの接線は、Z軸に対してねじれ角 α の角をなす。リード L は一定であるから、次式が成立する。

$$\frac{L}{2\pi} = R_1 \cot \phi_1 \cos \gamma \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

ピッチ角 γ を最初に与えるものとすると、 γ は定数として扱えるので、上式より

$$\frac{\delta R_1}{R_1} = \frac{\delta\psi_1}{\sin\psi_1 \cos\psi_1} \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

を得る。また、図4(b)より、次式が成立する。

$$\delta R_1 = \overline{P_1 H} \sin \gamma \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

ここで、ピッチ面上の点 P における歯すじの測地的曲率半径を ρ_{G1} とすると、 ρ_{G1} は、ギヤに関する式(5)、(6)と同様の関係式より、次のように求められる。

一般に、この種の歯車では、 $\gamma < 10^\circ$ であり、 $\psi_1 > 70^\circ$ であるため、式(32)の分母の値は極めて小さくなる。このため、歯すじの測地的曲率半径 ρ_{c1} は非常に大きくなり、ほとんど直線に近いものといえる。このため、

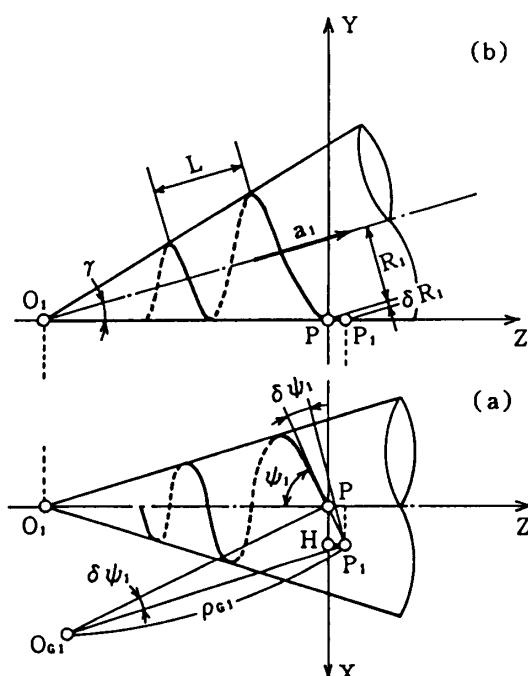


図 4 円すい上のねじ面を歯面とするピニオン

ギヤの歯すじは、歯すじ直角ピッチが一定のインボリュート曲線に近くなり、2・1節と同様の考え方により、線接触かみあいは考えられないことになる。よって、歯当たりの形は、ピニオンの形状が円筒形状の場合と差はないと思われるが、円すい形状のピニオンの場合のほうがいくぶんよいと判断される。

ここで、米国グリーソン社のHRHを例にあげて検討を加えてみる。HRHは、同社のフォーメートハイポイドギヤを発展させたもので、その用途により、ピニオンが円筒形状をなすものと、円すい形状をなすものとの両方についての計算法が示されている。前者はその幾何学的な関係や歯車諸元は、2章の場合と全く同様であるが、圧力角に関しては、駆動側に10°、被動側に30°を与え、非対称歯形をしている。後者の場合は、ピニオン背後の端部軸径が大きくなり、剛性上有利であるが、ギヤのピッチ角は75°を標準とし、設計の基本式は前者と同一であるとされている。このときの圧力角は対称歯形となるように与えられ、ギヤの歯すじが円弧であるため、本報の3章の場合より、歯すじ曲率半径は限界曲率半径に近いものとなる。しかし、限界曲率半径についての考察は不十分であるといえる。

4. 結論

本研究は、歯当たりの調整などを考慮した高減速比ハイポイドギヤの設計法の確立を目指し、その第一段階として、ピニオンの形状の違いによる設計上の基本式とその問題点について求めた。その結果をまとめると、次のようになる。

(1) ピニオンの形状が円筒形状をなし、かつ等ピッチのらせんを歯すじとする場合と、インボリュートねじ面を歯面にもつ場合についての設計上の基本関係式を明らかにした。それによると、いずれの場合も線接触かみあいはできないことがわかった。特に、後者の場合は、歯当たりがねじ歯車と同じようになり、ギヤ歯面上の歯当たりが極端に短くなることがわかった。

(2) ピニオンの形状が円すい形状をなし、その上面に等ピッチのねじ面が植え付けられている場合について検討し、基本関係式を明らかにした。それによると、その性質はピニオンが円筒形状をなす場合と大差ないことがわかった。

(3) これまでの方式のものは、限界圧力角については一部考慮されているものもあるが、限界法曲率について十分な考慮がなされていないことがわかった。

文 献

- (1) Nelson, W. D., *Mach. Des.*, February 16 (1961), 136.
- (2) Illinois Tool Works, *Spiroid Gear*, (1959).
- (3) Nelson, W. D., *Mach. Des.*, March 2 (1961), 73.
- (4) Dudley, D. W., *Gear Handbook*, (1962), 5-75. McGraw-Hill.
- (5) Illinois Tool Works, *Helicon Gears*, (1959).
- (6) Baxter M. L. Jr., *Mach. Des.*, (1961), 142.
- (7) Krumme, W., *Verein Deutscher Ingenieure*, 97 (1955), 207.
- (8) 高橋・伊藤、機論, 49-443, C(1983), 1246.