

高減速比ハイポイドギヤに関する研究* (第2報, ギヤのねじれ角を変数とする設計法)

伊藤 紀 男*¹, 高橋 幸 一*²

Design of High-Reduction Hypoid Gears (2nd Report, Method for Designing by Gear Spiral Angle Parameter)

Norio ITO and Koich TAKAHASHI

When hypoid gears are used as high-reduction gears with a 90-degree shaft angle, the expected gear cannot be obtained by a calculation method for designing general hypoid gears. In our first report, we set up a fundamental formula regarding the design by a difference of the pinion shape. In the present report, by using the results, the calculation method with adjustability of the tooth bearing and degree of freedom for designing is investigated for the case in which the blanks of pinion and gear are of conical shape. As a result, it is clarified that a method for designing which accomplishes the above purpose is can be obtained if the gear spiral angle is freedom as a variable.

Key Words: Gear, Hypoid Gear, High Reduction Ratio, Design Freedom, Spiral Angle Parameter

1. 緒 言

著者らは、前報⁽¹⁾において、これまであまり明確にされていなかった高減速比用ハイポイドギヤの設計基本関係式を、ピニオンの形状が円筒形状をなす場合と、円すい形状をなす場合について明らかにした。その結果、それらは正しい回転比を伝達することは可能であるが、限界曲率半径に関する考察が不十分なため、実際に使用する場合、歯当たりの調整が困難であったり、設計の自由度に制約を受けることがわかった。

そこで、本報は、自動車などに利用されているハイポイドギヤの理論を、高減速比の場合に適用させ、その歯当たりの調整と設計の自由度を考慮した新しい設計法について報告する。その内容は、従来の方法が、あらかじめピニオンのねじれ角を与えるのに対し、本法では、最初にピニオンの軸径をその強度を考慮して与え、ギヤのねじれ角を変数として関係式を導き出し、それにより各諸元の値を算出するものである。その際、ギヤのピッチ角は設計上のパラメータとして自由度を

もたせておくものとする。

2. 設計基本式

ハイポイドギヤの基本諸元は、そのピッチ円すいによって決定することによって求められる。そこで、考察点におけるピニオン、ギヤのピッチ円すい三要素(ピッチ円半径、ピッチ円すい角、ねじれ角)⁽²⁾を、それぞれ (R_1, γ, ψ_1) , (R_2, Γ, ψ_2) とすると、ピッチ円すいに関する基本式は、次のようになる。

まず、法線ピッチが等しいことより、ピニオン、ギヤの歯数を n, N とすると、

$$\frac{R_1 \cos \psi_1}{n} = \frac{R_2 \cos \psi_2}{N} \dots \dots \dots (1)$$

軸角を Σ とすると、

$$\cos \Sigma = -\sin \gamma \sin \Gamma + \cos \gamma \cos \Gamma \cos(\psi_1 - \psi_2) \dots \dots \dots (2)$$

オフセットを E とすると、

$$E = (R_1 \cos \Gamma - R_2 \cos \gamma) \frac{\sin(\psi_1 - \psi_2)}{\sin \Sigma} \dots \dots \dots (3)$$

である。

次に、歯面上の歯すじに関する限界法曲率を $1/\rho_0^*$ 、歯形の限界圧力角を ϕ_0 とすると、それらに関しても、次の2式が成立する。

* 平成2年11月3日 北陸信越支部富山地方講演会において講演。原稿受付 平成2年8月10日。

*¹ 正員、富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

*² 正員、福井工業大学 (〒910 福井市学園3-6-1)。

$$\frac{1}{\rho_0^*} = \frac{-\nu_1 \sin \phi_0 + \nu_2 \cos \phi_0}{\tan \phi_1 - \tan \phi_2} \dots\dots\dots (4)$$

$$-\tan \phi_0 = \frac{\nu_4}{\nu_3 \cos(\phi_1 - \phi_2)} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= \frac{\cos \gamma}{R_1} \tan \phi_1 + \frac{\cos \Gamma}{R_2} \tan \phi_2 \\ \nu_2 &= \frac{\sin \gamma}{R_1 \cos \phi_1} - \frac{\sin \Gamma}{R_2 \cos \phi_2} \\ \nu_3 &= \frac{\cos \gamma}{R_1} + \frac{\cos \Gamma}{R_2} \\ \nu_4 &= \frac{\sin \Gamma}{R_2} \sin \phi_1 - \frac{\sin \gamma}{R_1} \sin \phi_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

これらの式に対し、ギヤのピッチ径を D 、歯幅を F とすると、考察点におけるギヤのピッチ円半径 R_2 は、次式で得られる。

$$R_2 = \frac{1}{2}(D - F \sin \Gamma) \dots\dots\dots (7)$$

また、カット半径を r_c とし、 r_c を

$$\rho_0^* = r_c \dots\dots\dots (8)$$

として与えれば、上記の連立方程式はギヤのピッチ角 Γ を与えることにより解くことができる。しかし、高減速比の場合は、ピニオンの軸径が極端に小さくなるため、ピニオン半径に相当する R_1 が、実用に耐え得るための大きさをもつ必要がある。このことは、ピニオンのねじれ角 ϕ_1 を大きくし、高減速比用ハイポイドギヤのピニオンの寸法と、同じ減速比の曲がり歯傘歯車のピニオンの寸法との比である拡大係数を、大きくするということである。

そこで本報は、減速装置としての強度が十分あり、かつ歯切りが可能な最小限のピニオン軸径を最初に与えることにする。自動車用などの一般ハイポイドギヤの場合は、 ϕ_1 を最初に与える設計であるため、カット径やオフセットを同時に与えることができた。しかし、上記方法によると、そのようなことが困難になるが、実用上からは、最初にそれらにも適切な値を与えておかないと、精密な諸元が得られないことになる。そこで、本法は上記の連立方程式を解くために、ギヤのねじれ角を変数とする計算法によって、必要な諸元を求めことにする。

3. ギヤのねじれ角を変数とする計算法

高減速比用かさ歯車のギヤのピッチ角 Γ は 90° に近いことから、ハイポイドギヤの場合も 90° に近いものとする。また、軸角 Σ も、特殊な場合を除けば、 90° であることから、ここでは、軸角は 90° として考察することにす。

最初に与えられる諸元は、ギヤ外径 D と歯幅 F 、それに前述のギヤのピッチ角 Γ である。ただし、 Γ に

ついては、 90° に近い値であるが、オフセット E と限界法曲率半径 ρ_0^* との関係において、自由度をもたせておくこととする。このことは、 Γ によってギヤの設計上の形状がほぼ決定し、それらの値が用意されているカット径やオフセットを満足するかどうかの検討が必要であるということである。そのためには、 Γ にいくつかの値を与えて計算を試み、それによって得られる他の歯車諸元が、上記設計条件を満たすかどうかを調べなければならない。

かくして、基本諸元として D 、 F 、 Γ が与えられると、ギヤの考察点におけるピッチ円半径 R_2 は式(7)より求められ、 R_1 はあらかじめ与えられることから、ねじれ角 ϕ_1 と ϕ_2 は、式(1)を次式のように変形することにより、どちらか一方が決まれば、他方は求められることになる。

$$\left. \begin{aligned} \cos \phi_1 &= C_0 \cos \phi_2 \\ C_0 &= \frac{n R_2}{N R_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

C_0 は拡大係数の逆数に相当するものである。

次に、式(2)で、 $\Sigma = \pi/2$ とし、 $x = \cos^2 \phi_2$ とおいて整理すると、次のようになる。

$$\tan \gamma = \frac{1}{\tan \Gamma} (C_0 x + \sqrt{1 - C_0^2 x} \sqrt{1 - x}) \dots\dots\dots (10)$$

また、式(6)の ν_4 も同様にして整理すると、次のようになる。

$$\nu_4 = \frac{\sin \Gamma}{R_2} \sqrt{1 - C_0^2 x} - \frac{\sin \gamma}{R_1} \sqrt{1 - x} \dots\dots\dots (11)$$

$\nu_5 = \cos(\phi_1 - \phi_2)$ と置けば、 ν_5 は、

$$\nu_5 = C_0 x + \sqrt{1 - C_0^2 x} \sqrt{1 - x} \dots\dots\dots (12)$$

と表されるから、限界圧力角に関する式(5)は、次のように書き換えられる。

$$-\tan \phi_0 = \frac{\nu_4}{\nu_3 \nu_5} \dots\dots\dots (13)$$

限界法曲率に関する式(4)も同様にして、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - C_0^2 x} - C_0 \sqrt{1 - x} &= \rho_0^* \left\{ -\sin \phi_0 \right. \\ &\times \left(\frac{\cos \gamma}{R_1} \sqrt{1 - C_0^2 x} + \frac{C_0 \cos \Gamma}{R_2} \sqrt{1 - x} \right) \\ &\left. + \cos \phi_0 \left(\frac{\sin \gamma}{R_1} - \frac{C_0 \sin \Gamma}{R_2} \right) \right\} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここで、式(14)の右辺を左辺に移項した式を $f(x)$ と置くと、 $f(x)$ は、次のように表される。

$$f(x) = F_1 - \rho_0^* (-\sin \phi_0 F_2 + \cos \phi_0 F_3) \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \sqrt{1-C_0^2x} - C_0\sqrt{1-x} \\ F_2 &= \frac{\cos\gamma}{R_1}\sqrt{1-C_0^2x} + \frac{C_0\cos\Gamma}{R_2}\sqrt{1-x} \\ F_3 &= \frac{\sin\gamma}{R_1} - \frac{C_0\sin\Gamma}{R_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

$df(x)/dx=f'(x)$ とおき、 x の近似値を x_0 として $f(x)$ を展開し、一次の項までをとって、 x の第一次近似値を x_1 とすれば、 x_1 は次のように求められる。

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \dots\dots\dots (17)$$

この x_1 を $f(x)$ の式に再度代入して計算すると、 x の第二近似値 x_2 が得られる。このことを n 回繰返して x の値を収束させる。

ここで、式(17)の $f'(x_0)$ について検討を加えるために、 $f'(x)$ を求めると、次のようになる。

$$f'(x) = \frac{dF_1}{dx} - \rho_0^* \left(-\sin\phi_0 \frac{dF_2}{dx} + \cos\phi_0 \frac{dF_3}{dx} \right) + \rho_0^* (\cos\phi_0 F_2 + \sin\phi_0 F_3) \frac{d\phi_0}{dx} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、式(13)より、 $d\phi_0/dx$ は、次のように求められる。

$$\frac{d\phi_0}{dx} = \sin\phi_0 \cos\phi_0 \left(\frac{dv_4}{v_4} - \frac{dv_3}{v_3} - \frac{dv_5}{v_5} \right) \dots\dots\dots (19)$$

さらに、式(6)の v_3 、および式(11)、(12)より、次の各式が得られる。

$$\frac{dv_3}{dx} = -\frac{\sin\gamma}{R_1} \frac{d\gamma}{dx} \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{dv_4}{dx} = -\frac{C_0^2 \sin\Gamma}{2R_2\sqrt{1-C_0^2x}} + \frac{\sin\gamma}{2R_1\sqrt{1-x}} - \frac{\cos\gamma}{R_1} \sqrt{1-x} \frac{d\gamma}{dx} \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{dv_5}{dx} = C_0 - \frac{C_0^2\sqrt{1-x}}{2\sqrt{C_0^2x}} - \frac{\sqrt{1-C_0^2x}}{2\sqrt{1-x}} \dots\dots\dots (22)$$

式(10)からも、同様にして、次式が得られる。

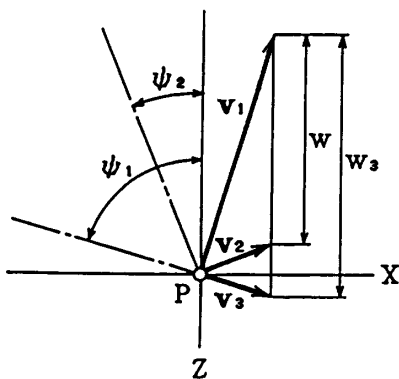


図1 ピッチ平面上のすべり

$$\frac{d\gamma}{dx} = \frac{\cos^2\gamma}{\tan\Gamma} \left(C_0 - \frac{C_0^2\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1-C_0^2x}} - \frac{\sqrt{1-C_0^2x}}{2\sqrt{1-x}} \right) \dots\dots\dots (23)$$

dF_1/dx , dF_2/dx , dF_3/dx についても、式(16)より、次のように求められる。

$$\frac{dF_1}{dx} = -\frac{C_0^2}{2\sqrt{1-C_0^2x}} + \frac{C_0}{2\sqrt{1-x}} \dots\dots\dots (24)$$

$$\frac{dF_2}{dx} = -\frac{C_0^2\cos\gamma}{2R_1\sqrt{1-C_0^2x}} - \frac{C_0\cos\Gamma}{2R_2\sqrt{1-x}} - \left(\frac{\sin\gamma}{R_1} \sqrt{1-C_0^2x} \right) \frac{d\gamma}{dx} \dots\dots\dots (25)$$

$$\frac{dF_3}{dx} = \frac{\cos\gamma}{R_1} \frac{d\gamma}{dx} \dots\dots\dots (26)$$

以上によって、 $f'(x)$ は x だけの関係式として求められることになり、上記計算を行うことができる。その結果を $f(x_n)=0$ とすると、 ϕ_1 , ϕ_2 は、次式によって決定される。

$$\left. \begin{aligned} \cos\phi_2 &= \sqrt{x_n} \\ \cos\phi_1 &= C_0\sqrt{x_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

これより、式(2)~(5)を用いることにより、諸元 γ , E , ϕ_0 , ρ_0^* の値が求められることになる。

なお、この種の歯車の歯切り法であるデュープレックス歯切りに関するカット半径の修正は、一般のハイポイドギヤと同様に行うものとする⁽³⁾。

4. 効率の検討

ハイポイドギヤは、曲がり歯傘歯車とは歯すじ方向にすべり速度が発生するという点において異なっている。すべり速度が小さいときは、それは問題にならないが、高減速比ハイポイドギヤのようにオフセットが大きくなった場合は、そのすべりについて検討しておく必要がある。

図1は、ハイポイドギヤのピッチ平面上でのピニオンとギヤの回転速度と歯面上のすべりの関係を示したものである。ハイポイドギヤのピッチ点を座標原点Pとし、原点における歯すじ方向にZ軸、それと垂直にピッチ平面上にX軸をとる。点Pにおけるピニオン、ギヤの回転速度をそれぞれ v_1 , v_2 とすると、点Pでの相対速度 w は、Z軸の方向に一致し、次式で表される。

$$w = v_1 - v_2 \dots\dots\dots (28)$$

これに対して、歯車の諸元をほぼ同じくするウォームギヤのホイールの速度を v_3 と表せば、ハイポイドギヤのピニオンとの相対速度 w_3 は、次のように表される。

$$w_3 = v_1 - v_3 \dots\dots\dots (29)$$

一方、ピニオンの伝達動力を Q とし、 v_1 の大きさ

を v_1 , 点 P に作用する力を F とすれば, Q は次式によって表される.

$$Q = v_1 F \dots\dots\dots (30)$$

また, 歯すじに垂直な方向の力は $F/\cos\phi_1$ として働くことになる. 歯面間の摩擦係数を μ とすれば, μ は一般にすべり速度の大きさ w によって変化するので, 次のように表される.

$$\mu = \mu(w) \dots\dots\dots (31)$$

摩擦力によって失われる動力は, $w\mu F/\cos\phi_1$ であるから, 動力伝達効率を η とすれば, η は次式によって計算される.

$$\eta = 1 - \frac{\mu}{\cos\phi_1} \left(\frac{w}{v_1} \right) \dots\dots\dots (32)$$

これより, μ を一定と考えれば, 効率 η は, w/v_1 の値の増加とともに, 減少することがわかる.

図1から, ハイポイドギヤの相対速度の大きさ w は, 次のように表される.

$$w = (\tan\phi_1 - \tan\phi_2)v_1\cos\phi_1 \dots\dots\dots (33)$$

しかるに, ウォームギヤの場合は, 相対速度 w_3 の大きさを w_3 とすれば,

$$w_3 = (\tan\phi_1 + \cot\phi_1)v_1\cos\phi_1 \dots\dots\dots (34)$$

となって, ハイポイドギヤより相対速度は大きくなり,

効率は悪化することがわかる. ハイポイドギヤでは, 式(33)より, ϕ_2 はできるだけ大きくしたいが, そのとき, オフセットはできるだけ小さな値にして, ϕ_2 を大きくすることが望ましい. しかし, オフセットを小さくすれば, ピニオンの外径は小さくなり, 十分に強度の高いピニオンが得られないことになる. 以上の点を考慮しながら設計することが必要となる. なお, ウォームギヤはオフセットが最大のハイポイドギヤと考えられるから, 上述のようにその伝達効率も悪くなると推察できる. しかし, ウォームギヤの歯当りは優れているため, 歯当たりに関しては高減速比ハイポイドギヤより有利といえる.

ところで, ハイポイドギヤの効率に関しては, 現在, 潤滑油極圧添加剤や表面処理などによって, μ を減少させたり, 耐摩耗性を向上させることなどにより, 他の方面からの効率の改善が図られている.

5. 具体的な計算例

本法のギヤのねじれ角を変数とする計算法を用いて, 具体的な高減速比ハイポイドギヤの諸元計算を試みる.

表1は, 計算例に用いた減速比が1/180のハイポイドギヤの入力諸元である. ギヤのピッチ角 Γ は, あらかじめ任意に選べるように考慮した.

表2は, 表1の諸元により, まず, ϕ_1 と ϕ_2 の値を求め, それらの値を用いて得られたハイポイドギヤの基礎諸元である. ただし, このときの Γ の値は, 一般のハイポイドギヤで用いられる値を利用した. 限界圧力角の値が比較的大きくなっていることがわかる.

表3は, 表2で得られた Γ に 89.6840° の値を与え

表1 入力諸元

Combination	n/N	1/180
Pinion Offset (Below Center)	E mm	56
Gear Pitch Diameter	D mm	155
Gear Face Width	F mm	20
Hand of Pinion		Left
Average Pressure Angle	ϕ_0 deg	20
Driver		pinion
Cutter Diameter	2rc mm	76.2
Pinion Mean Pitch Radius	R _i mm	5

表2 基礎諸元

	PINION	GEAR
Mean Pitch Radius	mm 5	67.5001
Mean Cone Distance	mm 1627.3063	67.5011
Pitch Angle	deg .1760	89.6840
Spiral Angle	deg 86.2814	30.1472
Pinion Offset (Below Center)	deg 56.0710	
Limit Pressure Angle	deg	-7.3970
Geodesic Curvature Radius	mm	37.7836
Duplex Dedendum Angle	deg	.3265
Dedendum Angle	deg -0.0489	.2775
Pitch Line Angle	deg	3.7330
Principal Direction (Angle to the Z-Axis)	deg	.2419
Mounting Distance	mm	37.6148 4.9999

表3 設計寸法

	PINION	GEAR
Mean Pitch Radius	mm 5	67.8409
Mean Cone Distance	mm 31.0729	70.2359
Pitch Angle	deg 9.2598	74.9945
Spiral Angle	deg 86.4117	33.8732
Pinion Offset (Below Center)	deg 54.1754	
Limit Pressure Angle	deg	1.7444
Geodesic Curvature Radius	mm	38.0823
Duplex Dedendum Angle	deg	-.0893
Dedendum Angle	deg .0133	-.0759
Pitch Line Angle	deg	4.3626
Principal Direction (Angle to the Z-Axis)	deg	-.0630
Mounting Distance	mm	42.1627 4.8932

表4 $\Gamma=75^\circ$ の場合の基礎諸元

	PINION	GEAR
Pitch Diameter	10.1179	155
Addendum	1.0993	.1933
Dedendum	.4288	1.3306
Whole Depth	1.5240	
Outside Diameter	12.2600	155.0023
Pitch Apex Beyond Crossing Point	1589.6838	-4.6277
Face Apex Beyond Crossing Point	1009.1067	-4.5006
Root Apex Beyond Crossing Point	1726.8532	-5.5830
Crown to Crossing Point	56.7998	4.8976
Pitch Angle	.1760	89.6840
Face Angle	.3310	89.7330
Root Angle	.1487	89.4065
Spiral Angle	86.2814	30.1472
Mean Pitch Radius	5	67.5001

表5 $\Gamma=75^\circ$ の場合の設計寸法

	PINION	GEAR
Pitch Diameter	15.6017	155
Addendum	.9961	.1760
Dedendum	.4041	1.2258
Whole Depth	1.4018	
Outside Diameter	15.1846	155.1055
Pitch Apex Beyond Crossing Point	-11.4947	13.2916
Face Apex Beyond Crossing Point	-5.0185	13.4932
Root Apex Beyond Crossing Point	-14.0484	11.9128
Crown to Crossing Point	59.1818	7.3346
Pitch Angle	9.2598	74.9945
Face Angle	9.2118	74.9811
Root Angle	9.2682	75.0704
Spiral Angle	86.4117	33.8732
Mean Pitch Radius	5	67.8409

た場合の設計寸法である。ピニオンの円すい距離が大きくなっているのは、それだけピニオンの形状が円筒に近いことを示している。したがって、ピニオンは円筒、ギヤは円板と考えると差支えないが、かみあいのピッチ角は表中の値を使用しなければならない。ここでは、限界法曲率半径の値をもとにしたカット半径を用いているので、線接触かみあいができることになる。

表4は、 Γ の値を 75° とした場合の計算例である。この Γ の値は、グリーンソン社のテーパ形HRH⁽⁴⁾の標準ピッチ角と同じ値である。この場合、グリーンソン方式では対称な歯形を使用しているが、本計算法によると、限界圧力角 ϕ_0 の値は 1.744° を示し、非対称歯形であることが望ましいことがわかる。特に、 Γ が 75° 以外の角度では、その都度 ϕ_0 の値が変化するため、対称な歯形を全面的に採用することには、問題があると考えられる。

表5は、表4の値に基づいて計算した、設計寸法の値である。ピニオンが円すい形状をなしていることがわかる。

6. 結 論

本研究は、設計の自由度と歯当たりの調整が可能となるような高減速比ハイポイドギヤの設計法の開発を目指し、ギヤのねじれ角を変数とする設計法について

考察した。その結果を、具体的な計算例によって確かめ、次のような結論を得た。

(1) 高減速比ハイポイドギヤを設計する場合、一般の自動車用ハイポイドギヤの計算方式をそのまま用いることはできない。そこで、本報では、これまでのねじれ角一定とする方法ではなく、最初にギヤのピッチ角を与え、ギヤのねじれ角を変数とする設計法を確立した。

(2) 線接触かみあいをする高減速比ハイポイドギヤを得るためには、本方式のように、限界法曲率半径にほぼ等しいカット半径を用いるような設計法が必要である。

(3) 効率に関しては、オフセットを大きくすれば、大きな減速比が得られ、減速機としては有利である。しかし、その反面において、効率は悪くなる。この点に関しては、今後、よりすぐれた表面処理技術の開発や極圧添加剤などの改良により、摩擦係数を低減させ、耐摩耗性を向上させることによって、効率を向上させることが期待できる。

文 献

- (1) 伊藤・高橋, 機論, 57-536, C (1991).
- (2) 高橋・伊藤, 機論, 49-443, C(1984), 1246.
- (3) 高橋・伊藤・ほか1名, 機論, 54-500, C(1989), 904.
- (4) Baxter M. L. JR., *Mach. Des.*, 27-4(1961), 142.