

光弾性画像の一解析方法*

(赤外線用ビジコンで得た画像の場合)

岩 城 敏 博^{*1}

A Method of Analyzing a Photoelastic Image (In the Case of the Photoelastic Image Obtained by an Infrared Vidicon Tube)

Toshihiro IWAKI

A photoelastic image processing method which analyzes simultaneously the isochromatics and the isoclinics is presented. The photoelastic images are obtained by an infrared vidicon tube having unstable sensitivity. The values of the isochromatics and the isoclinics in the whole region are determined by means of a least-squares method from some photoelastic image data obtained under the plane polarized light. For this determination, it is required that the values of the isochromatics and the isoclinics at two reference points be known. As an example, the stress distribution in a silicon beam subjected to three-point bending is analyzed and compared with the theoretical result.

Key Words: Elasticity, Experimental Stress Analysis, Computer-Aided Photoelasticity, Image Processing, Infrared Rays, Bending

1. ま え が き

シリコンやガリウムヒ素のような半導体単結晶に生ずる応力を測定することは、電子工業にとって重要なことである。これらの半導体単結晶は赤外線域で光弾性効果を示すことが知られている⁽¹⁾。一般にこれらの半導体単結晶の光学的異方性と力学的異方性が異なるために、任意の結晶方向に力学的負荷を受けるとき、単結晶内に生ずる主応力方向と屈折率だ円の主軸方向は必ずしも一致しない。このような場合の光弾性則と実験の可否についてはすでに明らかにされている⁽²⁾。したがって光弾性実験が可能な条件のもとで、位相差(等色線)と屈折率だ円の主軸方向(等傾線)を測定すれば、単結晶板内に生ずる各応力成分を求めることができる。

赤外線光弾性のための撮像デバイスとしては、CCD方式に比べて解像度と経済性の点で優れているビジコン方式が主流である。ところが、CCDカメラは特性が安定しているのに対し、赤外線用ビジコンは同じ強度の光に対して温度条件により異なった濃淡信号を出力するという不安定な特性を持っている。このため赤外

線用ビジコンを光弾性画像の測光器として使用するとき、CCDカメラを用いて行われている従来の画像解析⁽³⁾⁽⁴⁾とは異なった解析方法、すなわち不安定な特性の影響を低減するような方法が必要である。ビジコン管を使用した画像解析としては、本間らの研究がある⁽⁵⁾。この研究では可視光を用い、二値化した等色線画像を細線化して、整数あるいは整数+0.5次のしめの位置を解析する方法を提案している。

本論文では赤外線用ビジコンで得た濃淡階調のある光弾性画像より、赤外線用ビジコンのもつ不安定な出力特性の影響を低減し、全領域での等色線と等傾線の値を同時に解析する方法を示す。そして三点曲げを受けるシリコンはりの光弾性画像で、この解析方法を検証する。

2. 画像解析方法

光弾性実験装置は通常の透過形の配置とし、ハロゲンランプと干渉フィルタで波長を1100 nmとした。画像データの測定および記録には標準的な機器を使用した⁽³⁾⁻⁽⁵⁾。このうち画像メモリーは一面を512×480ピクセル、1ピクセルを8ビットの濃淡データとしている。得られた濃淡データは大型計算機を用いて処理した。

* 原稿受付 平成2年10月15日。

^{*1} 正員、富山大学工学部(〒930 富山市五福3190)。

本実験装置に用いた赤外線用ビジコンには、光の強度 I と濃淡データとなる出力信号 m の間には $m \propto I^{0.6}$ なる γ 特性がある。したがって、まず次式を用いて濃淡データを光の強度に変換する。

$$I = \alpha m^{1.667} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 α は任意の定数である。ここでは I が 0 から 255 の範囲に入るように $\alpha = 2.487 \times 10^{-2}$ とした。

図 1 に偏光子 (P_1)、検光子 (P_2) の主面方向 (ϕ, χ) および単結晶板に生ずる屈折率だ円の主軸の方向 (ψ) を示す。 x_1 および x_2 軸は光弾性実験が可能な方向を表す基準軸である。偏光子と検光子の主面を直交および平行にすれば、検光子を透過後の光の強度はそれぞれ次式になる⁽⁶⁾。

$$I_{\perp} = (AT)^2 \sin^2 2(\phi - \psi) \sin^2 \frac{\delta}{2} \dots\dots\dots (2)$$

$$I_{\parallel} = (AT)^2 \left\{ 1 - \sin^2 2(\phi - \psi) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 A は単結晶板に入射する平面偏光の振幅、 T は単結晶板の透過能、 δ は位相差である。式 (2) および (3) より次式が得られる。

$$I_{\parallel} - I_{\perp} = (AT)^2 \left\{ 1 - 2 \sin^2 2(\phi - \psi) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

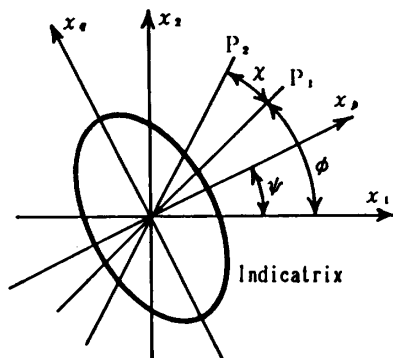


図 1 偏光子、検光子および屈折率だ円の主軸方向

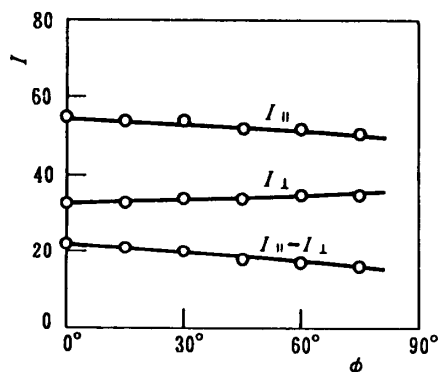


図 2 光の強度の実測例

図 2 に $\delta = 0$ の場所における I の実測値の一例を示す。このとき式 (2) より I_{\perp} は零となるが、実測値は零となっていない。また式 (3) および (4) より I_{\parallel} および $I_{\parallel} - I_{\perp}$ は一定値となるが、実測値はともに一定値となっていない。これは、ビジコンターゲットの温度が時間とともに変化し、それによって異なった濃淡信号を出力するため、赤外線用ビジコンは不安定な出力特性を持っていることを示している。

また、式 (4) において $\delta = 2n\pi$ (n : 整数) のときは $I_{\parallel} - I_{\perp} = (AT)^2$ となり、また $\phi - \psi = \pi/4$, $\delta = (2n + 1)\pi$ のときは $I_{\perp} - I_{\parallel} = (AT)^2$ となり、ともに同一の値である。単純曲げを受けるシリコンはりの実験において、ごく短い間隔で撮像した I_{\parallel} および I_{\perp} より、 $\delta = 0, \pi$ および 2π の場所における $(AT)^2$ を実測すると、それぞれ 7.7, 6.8, 7.0 となり同一の値となっていない。この原因として、入射光の強度の不均一、単結晶板の透過能の不均一、赤外線用ビジコン感度の不均一等が考えられる。等色線と等傾線の正確な測定のためには、不安定な出力特性の影響を低減し、 $(AT)^2$ の不均一による影響を除去することが必要である。

本解析では次の二つの仮定をする。

(1) 式 (4) の $(AT)^2$ 、すなわち各々のピクセルの出力特性は図 2 の $I_{\parallel} - I_{\perp}$ 曲線のように ϕ に対して $(AT)^2(1 + \beta\phi)$ で表される。

(2) $(AT)^2$ はピクセルによって異なる。

この仮定のもとに、不安定な出力特性の影響を低減するため、基準点 (S_0 点) を設ける。基準点における諸量に添字 0 を付せば、式 (4) および仮定 (1) より次式を得る。

$$I^* = \frac{(AT)^2}{(AT)_0^2} \left\{ 1 - 2 \sin^2 2(\phi - \psi) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし

$$I^* = \left\{ 1 - 2 \sin^2 2(\phi - \phi_0) \sin^2 \frac{\delta_0}{2} \right\} \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{(I_{\parallel} - I_{\perp})_0} \dots\dots\dots (6)$$

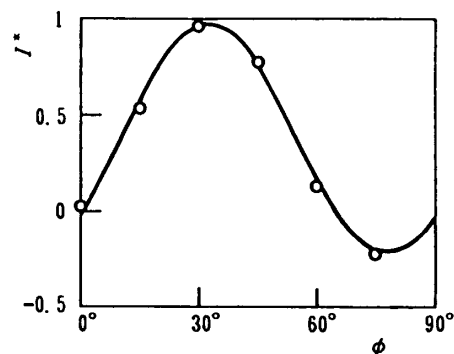


図 3 I^* と ϕ の関係

であり、 S_0 点における δ_0 および ϕ_0 は既知であるものとする。式(5)は β に依存しないことになる。

次にいくつかの ϕ の値($\phi_i, i=1, 2, \dots, N$)のもとで光弾性画像の濃淡データを取り、式(6)の I_i^* を計算する。図3の○印はその計算結果の一例である。これらの I_i^* の値より周期関数

$$a - 2b \sin^2(\phi - c) \dots\dots\dots (7)$$

の係数 a, b および c を最小二乗法によって決定する。 ϕ_i を0と $\pi/2$ の間で等間隔に選ぶと、式(7)の係数は次式で求められる。

$$a = b + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i^* \dots\dots\dots (8)$$

$$b = \frac{1}{N} \sqrt{I_c^{*2} + I_s^{*2}} \dots\dots\dots (9)$$

$$c = \frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{I_s^*}{I_c^*} \dots\dots\dots (10)$$

ここで

$$I_s^* = \sum_{i=1}^N I_i^* \sin 4\phi_i, I_c^* = \sum_{i=1}^N I_i^* \cos 4\phi_i \dots\dots\dots (11)$$

とする。ただし、 $\phi_i=0$ と $\pi/2$ のときの I_i^* の値はいずれか一方を取り、 $N \geq 3$ であることが必要である。この測定方法を偏・検光子同時回転法とよぶことにする。

式(5)と(7)の係数を比較すると、次式で示す諸量が定まる。

$$\frac{(AT)^2}{(AT)_0^2} = a \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{(AT)^2}{(AT)_0^2} \sin^2 \frac{\delta}{2} = b \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi = c \dots\dots\dots (14)$$

式(12)を(13)に代入すると、 δ は次式より求められる。

$$\delta = (-1)^n 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{b}{a}} + n\pi, (n: \text{整数}) \dots\dots\dots (15)$$

前述した単純曲げを受けるシリコンはりに生ずる二つの0.5次のしまについて式(15)より δ を求めると、それぞれ1.76, 1.77となり、正しい値 π と大きく異なっている。すなわち単波長光源の精度等のために、式(15)による δ の算出方法では不十分であることを示

している。このため式(15)を次式のようにする。

$$\delta = (-1)^n 2 \sin^{-1} \sqrt{\lambda \frac{b}{a}} + n\pi \dots\dots\dots (16)$$

式(16)の λ を前述した単純曲げを受けるシリコンはりの幅方向の応力分布から求める。 S_0 点のほかにさらに S_1 点を選び、 S_1 点の諸量に添字1を付ける。 S_0 点を $\delta_0=0$ の位置に、 S_1 点を $\delta_1=\pi$ の位置に選び、両0.5次のしま間で次式

$$\lambda = \frac{a}{a_1} \lambda_1 \dots\dots\dots (17)$$

のとき最良の結果が得られた。式(17)を用いると式(16)は次式になる。

$$\delta = (-1)^n 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{b}{b_1} \sin^2 \frac{\delta_1}{2}} + n\pi \dots\dots\dots (18)$$

式(18)の n の値は一般に未知である。Voloshinら⁽⁷⁾が示したように δ の範囲を0と π の間になるように負荷を調整すれば $n=0$ とすることができる。また馬渡ら⁽⁸⁾は巧みな決定法を提案している。残留応力の測定のような場合には、例えば色消法のような決定法を用いればよい。

3. 解析結果

前章で示した光弾性画像解析方法を、図4に示す三点曲げを受けるシリコンはりの画像データで検証する。光の透過方向、 x_1 および x_2 軸の方向を $\langle 100 \rangle$ とした。この方位は実験可能な方位である⁽²⁾。シリコンはりの寸法は厚さ4 mm、幅16 mm、長さ120 mmである。 S_0 点には $\delta_0=0$ となる場所を選び、 S_1 点は下辺縁とし $\delta_1=\pi$ になるように負荷を調整した。 $l=35.5$ mmとすると、このとき $P=15.1$ Nであった。また $N=6$ とした。

画像データに混入している雑音は次の二つの方法で低減した。(1)1画像について連続して16回濃淡データを取り、その平均値を m とする。(2)さらにこの平均値 m を窓の大きさ 5×5 ピクセルのメディアンフィルタで平滑化する。

δ および ϕ の解析結果を、図5(a)および(b)には等高線で示し、図5(c)および(d)には $x_1=2h$ なるL-L断面における分布曲線で示す。シリコンはりの荷重点近傍と両端部分を除いた領域では秩序あるパターンが認められる。 x_2 軸に関して良好な対称性が認められるので、以後は $x_1 \geq 0$ の領域について結果を示すこととする。

図5の δ および ϕ より応力値 $\sigma_1 - \sigma_2$ および σ_ϕ を算出し⁽²⁾、その結果を図6に示す。図5(a)および(b)のはりの両端部分にみられる等高線の乱れは、これら

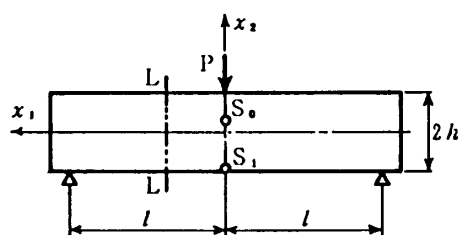
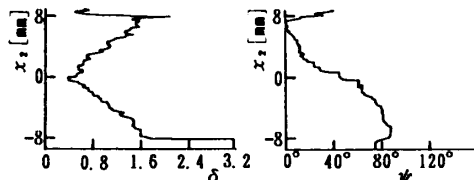
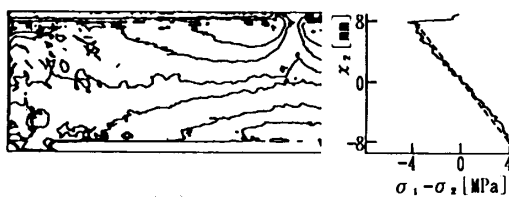
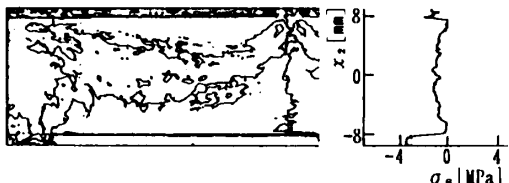


図4 三点曲げを受けるシリコンはり

の応力値には顕著な影響を与えていないことがわかる。

図6の σ_6 をもとにせん断応力差積分法で得た σ_1 および σ_2 の結果を図7(a)および(b)に示す。積分は x_2 軸に沿って負の方向に進めた。その結果、 σ_1 に関しては、中央荷重点を通る断面近傍では図5に示した δ と ψ の乱れと、せん断応力差積分法による誤差の蓄積のための等高線が密集している。両端部分では $\sigma_1=0$ の等高線に著しい乱れがある。その他の部分では秩序あるパターンが認められるが、 $x_2 \leq 0$ の領域では $x_2 \geq 0$ の領域に比べて乱れが増加している。一方、 σ_2 に関しては領域全体にわたって等高線が乱れているが、L-L断面の分布に見られるように、 σ_2 の値がほぼ零に近い値になっているためと考えられる。

(a) δ の等高線図(b) ψ の等高線図(c) δ の分布曲線(d) ψ の分布曲線図5 位相差(δ)および屈折率だ円の主軸方向(ψ)(a) $\sigma_1 - \sigma_2$ (b) σ_6 図6 $\sigma_1 - \sigma_2$ および σ_6 の等高線とL-L断面における分布曲線

L-L断面における σ_1 の分布(図7)と、 $\sigma_1 - \sigma_2$ の分布(図6)はともにほぼ直線状であるが、両者の値の相違は前述した誤差の蓄積のためにはりの下辺付近で大きくくなっている。

4. 検 討

本実験に使用した三点曲げを受けるシリコンはりを二つの片持ばりの合成と考えると、荷重点より離れた部分での応力成分の理論解は次式で示される⁽⁸⁾。

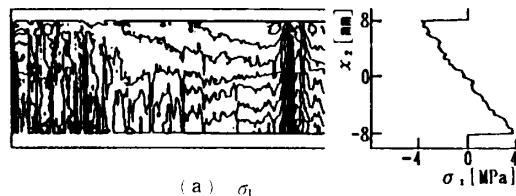
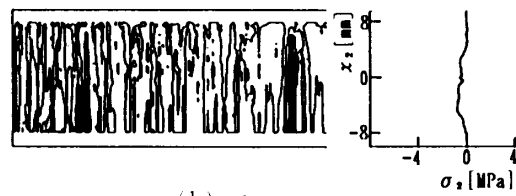
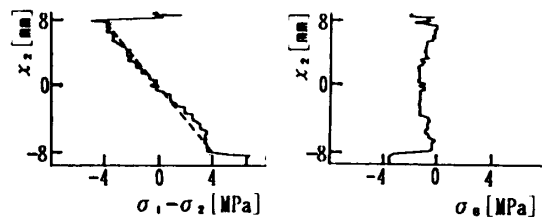
$$\sigma_1 = -\frac{3P}{4h^3}(l-x_1)x_2 \quad (19)$$

$$\sigma_2 = 0 \quad (20)$$

$$\sigma_6 = -\frac{3P}{8h^3}(h^2 - x_2^2) \quad (21)$$

前章で述べたように σ_1 および $\sigma_1 - \sigma_2$ の幅方向の分布がほぼ直線状であることは理論結果(図6(a)の破線)と一致している。図6(a)の分布曲線より推定した上下縁の応力値と式(19)より求めた応力値の間には約8%の相違がある。

周期関数(7)の係数を求めるとき、 N の値が大きいほど実験精度は向上すると考えられるが、実験時間は増大する。そこで前節で検証した画像データを用いて、 $N=3$ とした場合について解析を試みた。その結果を

(a) σ_1 (b) σ_2 図7 σ_1 および σ_2 の等高線とL-L断面における分布曲線(a) $\sigma_1 - \sigma_2$ (b) σ_6 図8 L-L断面における $\sigma_1 - \sigma_2$ および σ_6 の分布曲線($N=3$ の場合)

σ_1 - σ_2 および σ_θ の分布曲線について図 8 (a) および (b) に示す。図 6 とほとんど同一の曲線になっているが、滑らかさはわずかに減少している。図 8 の分布曲線より推定した上下縁の応力値と、式 (19) より求めた応力値 [図 8 (a) の破線] の間には約 9 % の相違がある。したがって N を最小値の 3 としても、 $N=6$ とほぼ同精度の実験結果が得られることがわかる。

δ の小さい場所では図 3 の振幅は小さくなる。このようなとき実測した濃淡データの中にわずか 1 濃淡レベル ($m=1$) の雑音があると仮定しても、式 (18) および (14) から求められる δ と ψ に大きな誤差を含むことになる。図 5 (a) および (b) にみられる両端部分における等高線の乱れはこのことによるものと考えられる。本実験装置の分解能、赤外線用ビジコンの SN 比等を考慮して誤差の詳細を定量的に推定することは容易でない。

本解析方法では S_0 および S_1 点の δ が必要である。この δ の値は負荷を課す場合は調整できるが、残留応力の場合は偏・検光子同時回転法以外の方法、例えば Tardy 法で求めなければならない。そのときは両点での ψ の値が必要である。単結晶板の結晶学的および力学的対称性が一致するときは容易に ψ を求めることができるが、対称性が異なる場合は困難である。このような対称性が異なる場合の ψ を求める一方法とし

て、本解析方法において S_0 点を単結晶板以外 ($\delta_0=0$) に選び、すなわち $(AT)_0^2$ を $(A)_0^2$ として式 (10) を適用してみたところ、図 5 の ψ とほぼ同様の結果が得られた。この方法は ψ を求めるための有効な方法である。

5. む す び

赤外線用ビジコンで得られた光弾性画像より等色線と等傾線を同時に解析する一方法を示し、この方法を三点曲げを受けるシリコンはりの画像データで検証した。その結果、誤差約 8 % の精度で解析できることがわかった。この方法を応用すれば、LSI 等の電子デバイスの発熱による熱応力を赤外線光弾性法で明らかにすることが可能である。

文 献

- (1) Pankove, J. I., *Optical Processes in Semiconductors*, (1980), 96, Prentice Hall.
- (2) Iwaki, T. and Koizumi, T., *Exp. Mech.*, 29-3(1989), 295.
- (3) 馬渡・ほか 2 名, 機論, 55-514, A(1989), 1423.
- (4) 梅崎・ほか 3 名, 機論, 52-474, A(1986), 561.
- (5) 本間・ほか 1 名, 機論, 53-486, A(1987), 303.
- (6) Born, M. and Wolf, E., *Principles of Optics*, (1987), 695, Pergamon Press.
- (7) Voloshin, A. S. and Burger, C. P., *Exp. Mech.*, 23-9(1983), 304.
- (8) 馬渡・ほか 2 名, 機論, 56-524, A(1990), 950.
- (9) 倉西, 応用数学力学, 1・2, (1942), 49.