

非定常局部加熱される有孔無限板の 円孔縁き裂の応力拡大係数*

五嶋孝仁*¹, 中林秀明*²

Stress Intensity Factors of a Radial Edge Crack at a Circular Hole in an Infinite Plate due to Transient Partial Heating

Takahito GOSHIMA and Hideaki NAKABAYASHI

The stress intensity factors of a radial edge crack emanating from a circular hole have been analyzed when an infinite plate is step-functionally heated in a circular region near the hole. The stress solution can be obtained by superposing the stress disturbance by the crack on the transient thermal stresses due to the heat source in an infinite plate with a circular hole. The problem is reduced to a singular integral equation which satisfies the boundary condition on the crack face. The numerical results of stress intensity factors are obtained for the case of a uniformly distributed heat source and a small crack. The effects of the location of the heat source on the variations of stress intensity factors are considered.

Key Words: Elasticity, Thermal Stresses, Crack, Stress Intensity Factor, Circular Hole, Transient Heating, Partial Heating, Infinite Plate

1. 緒 言

機械や構造物の部材には円孔を有する板が多く、このような板が円孔近傍で非定常的に局部加熱されると円孔縁には大きな引張りの応力集中が生ずる。このため小泉ら⁽¹⁾や著者らの一人ら⁽²⁾は局部加熱される無限板の非加熱部に円孔を有する非定常熱応力について、野田ら⁽³⁾は瞬間点熱源による中空円板の非定常熱応力について解析し、いずれも円孔縁で大きな引張りの応力集中を確認している。さらに非定常的な局部加熱近傍の引張応力領域にき裂を有する場合の非定常熱応力に関しては、今井ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾や著者ら⁽⁶⁾の報告があるが、実際には円孔などの欠陥部からき裂が発生進展することが多い。そこでSekine⁽⁷⁾は円孔付近にき裂がある場合の熱応力について、Hasebeら⁽⁸⁾⁽⁹⁾は円孔縁にき裂が生じた場合の熱応力について解析している。しかしこれらの報告はいずれも一様な定常熱流を受ける場合を取扱っており、非定常的な局部加熱により引張りの熱応力集中が生じているような円孔縁にき裂がある場合の応力拡大係数の解析は、強度設計上重要であ

るにもかかわらず、全く報告されていないようである。

そこで本研究では円孔縁に比較的短い半径方向き裂を有する有孔無限板が、時間とともにステップ状に変化する円形領域の軸対称熱源によって局部加熱される時、円孔縁に生ずる非定常的な熱応力集中によるき裂先端の応力拡大係数を解析した。とくにここではき裂が短いと仮定しているのでき裂による温度場のかく乱は無視し、また材料の物性値は温度に依らず一定と仮定した。解析はき裂のない有孔無限板の非定常熱応力解⁽²⁾に、き裂による応力場のかく乱の解を重ね合わせ、き裂面での境界条件を満足するように積分方程式を導いて応力拡大係数を求めた。さらに一様分布の円形熱源の場合について数値計算を行い、き裂および熱源の位置が応力拡大係数の変動に及ぼす影響を数値的に検討した。

2. 加熱条件と境界条件

図1に示すように半径 r_0 の円孔縁に半径方向き裂を有する無限板が、時間とともにステップ状に変化する軸対称分布の円形領域熱源 $Q(r_1)$ によって局部加熱されている。解析にあたっては円孔中心 O を原点とした座標系 (\bar{x}, \bar{y}) , (r, θ) および熱源中心 O_1 を原点

* 原稿受付 平成3年2月12日。

*¹ 正員, 富山大学工学部 (〒930 富山市五福 3190)。

*² 学生員, 富山大学大学院。

とした座標系 (r, ψ) を採用し, さらに円孔縁上き裂発生点 O_2 を原点として x 軸と角度 β をなす半径方向のき裂に沿った座標系 (ξ, ζ) を用いる。また, 次の無次元変数を用いて以下の解析を行う。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (\bar{x}/r_0, \bar{y}/r_0) \\ \rho &= r/r_0, \rho_1 = r_1/r_0 \\ (\xi, \zeta) &= (\bar{\xi}/r_0, \bar{\zeta}/r_0) \\ a &= \bar{a}/r_0, b = \bar{b}/r_0 \\ c &= \bar{c}/r_0, \tau = xt_0/r_0^2, B_i = H_i r_0/K \\ z &= x + yi \end{aligned}$$

ここで, $i^2 = -1$, t_0 は時間, x は温度伝導率, K は熱伝導率, \bar{a} は熱源半径, \bar{b} は円孔と熱源の中心間距離 (O_1), H_i は円孔面での熱伝達率を表す。

無限板は初め室温で一様な温度であるとし, そのときの温度を基準にして測った温度を T とする。またき裂は微小であると仮定しているのでき裂による温度場のかく乱を無視すれば, 温度に関する初期条件および境界条件は次式のようになる。

$$(T)_{\tau=0} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_{\rho=1} = B_i(T)_{\rho=1}, (\tau > 0) \dots\dots\dots (2)$$

$$(T)_{\rho=\infty} = 0, (\tau > 0) \dots\dots\dots (3)$$

また, 円孔面およびき裂面には外力が働いていないとすれば, 力学的境界条件は次式のようになる。

$$(\sigma_{rr})_{\rho=1} = (\sigma_{r\theta})_{\rho=1} = 0, (\tau > 0) \dots\dots\dots (4)$$

$$(\sigma_{ij})_{\rho=\infty} = 0, (i, j = r, \theta), (\tau > 0) \dots\dots\dots (5)$$

$$(\sigma_{\xi\xi})_{\zeta=\pm c} = 0, (0 < \xi < c), (\tau > 0) \dots\dots\dots (6)$$

$$(\sigma_{\xi\xi})_{\zeta=\pm c} = 0, (\xi \in \xi_{op}), (\tau > 0) \dots\dots\dots (7)$$

ここで ξ_{op} はき裂の開口領域を示すが, ξ_{op} は熱源位

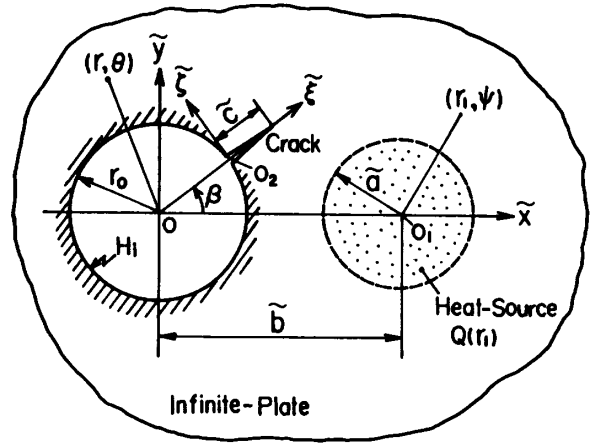


図 1 座標系と加熱条件

置や時間によって変化する。

3. 応力解析

一般に応力 σ_{ij} は次式のように, き裂のない有孔無限板の非定常熱応力 σ_{ij}^0 に, き裂による応力場のかく乱 σ_{ij}^1 を重ね合わせて求めることができる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1, (i, j = r, \theta; \xi, \zeta) \dots\dots\dots (8)$$

まず, き裂のない有孔無限板の非定常熱応力解は, (ρ, θ) 座標系で求めた軸対称温度場を Neumann の加法定理を用いて (ρ, θ) 座標系に座標変換し, 条件式 (1), (2), (3) を満足する温度の一般解を求めた後, 熱弾性ポテンシャルと Neuber-Papcovitch の調和応力関数を用いて非軸対称平面熱弾性基礎式の解を導けば, 境界条件式 (4), (5) を満足する有孔無限板の非定常熱応力解が次式のように求まる⁽²⁾。

$$\sigma_{ij}^0 = E\alpha \int_0^\infty \omega \bar{Q}(\omega) \sum_{n=0}^\infty \delta_{12}^n J_n(b\omega) \{X_{ij}(\rho) L(\tau, \omega) + h_n(\omega) \int_0^\infty Z_{ij}(\rho) F(\tau) d\varepsilon\} d\omega \quad (i, j = r, \theta) \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$\bar{Q}(\omega) = \frac{r_0^2}{K} \int_0^a \rho_1 Q(\rho_1) J_0(\rho_1 \omega) d\rho_1, \delta_{12}^n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n>0 \end{cases} \dots\dots\dots (10)$$

$$L(\tau, \omega) = (1 - e^{-\omega^2 \tau}) / \omega^2 \dots\dots\dots (11)$$

$$h_n(\omega) = 2\{\omega J_{n+1}(\omega) - (n - B_i) J_n(\omega)\} / \pi \dots\dots\dots (12)$$

$$F(\tau) = \{\tau - L(\tau, \varepsilon)\} / (\varepsilon \omega^2) + \varepsilon \{L(\tau, \varepsilon) - L(\tau, \omega)\} / \{(\varepsilon^2 - \omega^2) \omega^2\} \dots\dots\dots (13)$$

とくに $ij = \theta\theta, r\theta$ の場合を示せば,

$$X_{\theta\theta}(\rho) = \cos(n\theta) [-U_n(\rho) + (n-1)(n-2)\{2nJ_n(\omega)/\omega - J_{n+1}(\omega)\} \rho^{-n} / (2\omega)] \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} X_{r\theta}(\rho) &= \sin(n\theta) [U_n(\rho) + n(n-1)\{2nJ_n(\omega)/\omega - J_{n+1}(\omega)\} \rho^{-n} / (2\omega) \\ &\quad + (n-1)\{2nJ_n(\rho\omega)/(\rho\omega) - J_{n+1}(\rho\omega)\} / (\rho\omega)] \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$Z_{\theta\theta}(\rho) = \cos(n\theta) [-S_n(\rho) - (n-1)(n-2)\{nC_n(1) + C_n'(1)\} \rho^{-n} / 2] \dots\dots\dots (16)$$

$$Z_{r\theta}(\rho) = \sin(n\theta) [S_n(\rho) - (n-1)\{nC_n(\rho)/\rho + C_n'(\rho)\} / \rho - n(n-1)\{nC_n(1) + C_n'(1)\} \rho^{-n} / 2] \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} U_n(\rho) &= n(n+1)\{J_{n+1}(\omega) - 2(n-1)J_n(\omega)/\omega\} \rho^{-(n+2)} / (2\omega) - n(n-1)J_n(\rho\omega) / (\rho\omega)^2 - J_{n+1}(\rho\omega) / (\rho\omega) \\ &\dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$S_n(\rho) = n(n+1)\{(n-2)C_n(1) + C_n'(1)\}\rho^{-(n+2)}/2 - n^2 C_n(\rho)/\rho^2 - C_n'(\rho)/\rho \dots\dots\dots (19)$$

$$C_n(\rho) = \{D_V(\epsilon)J_n(\rho\epsilon) - D_I(\epsilon)Y_n(\rho\epsilon)\}/\{D_V^2(\epsilon) + D_I^2(\epsilon)\} \dots\dots\dots (20)$$

$$D_V(\epsilon) = (B_i - n)Y_n(\epsilon) + \epsilon Y_{n+1}(\epsilon), D_I(\epsilon) = (B_i - n)J_n(\epsilon) + \epsilon J_{n+1}(\epsilon) \dots\dots\dots (21)$$

ここで α は線膨張係数, E は縦弾性係数, $J_n(\)$ および $Y_n(\)$ は n 次の第 1 種および第 2 種ベッセル関数を表す。

一方, き裂による応力を求めるために, き裂上の任意点 $z = z_0[z = (1 + \xi)e^{i\theta}, z_0 = (1 + \eta)e^{i\theta}]$ で次式で定義される 1 個の転位を考える。

$$g = E\{[U_{\xi\xi}] + i[U_{\xi\zeta}]\}e^{i\theta}/(8\pi i r_0) \dots\dots\dots (22)$$

ここで, $[U_{ii}]$ は変位の不連続量を表す。この転位 g による応力は次式のような Muskhelishvili の応力関数を用いることによって求められる⁽¹⁰⁾。

$$\Phi_2(z) = \frac{g}{z - z_0}, \Psi_2(z) = \frac{\bar{g}}{z - z_0} + \frac{g\bar{z}_0}{(z - z_0)^2} \dots\dots\dots (23)$$

このときこの 1 個の転位によって円孔面 ($z = t = e^{i\theta}$) に生ずる応力 $f(t) = (\sigma_{\theta\theta}^I - i\sigma_{\theta\zeta}^I)_{z=t}$ は次式のように与えられる⁽¹¹⁾。

$$f(t) = \Phi_2(t) + \overline{\Phi_2(\bar{t})} - e^{-2i\theta}\{t\overline{\Phi_2'(t)} + \overline{\Psi_2(t)}\} \dots\dots\dots (24)$$

ここで $\Phi'(z) = d\Phi(z)/dz$ で $\overline{\Phi(\bar{z})}$ および \bar{g} は $\Phi(z)$ および g の共役複素関数である。そこでこの円孔面の応力を打消すために円孔面に $-f(t)$ なる外力を加える。このときの Muskhelishvili の応力関数は次式で与えられる⁽¹¹⁾。

$$\Phi_3(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t)}{t - z} dt \dots\dots\dots (25)$$

$$\Psi_3(z) = \{\Phi_3(z) + \overline{\Phi_3(1/\bar{z})} - z\overline{\Phi_3'(z)}\}/z^2, |z| > 1 \dots\dots\dots (26)$$

ここで Γ は円孔縁に沿った一周積分路を表す。そこで式(23)を式(24)に代入して式(25)のコーシ積分を実行すれば $\Phi_3(z)$ が次式のように求まる。

$$\Phi_3(z) = g\hat{\Phi}_3(z) + \bar{g}\Phi_3^*(z) \dots\dots\dots (27)$$

$$\hat{\Phi}_3(z) = \begin{cases} -1/\{z(z\bar{z}_0 - 1)\}, & |z| > 1 \\ 1/(z - z_0) & , |z| < 1 \end{cases} \dots\dots\dots (28)$$

$$\Phi_3^*(z) = \begin{cases} (z_0\bar{z}_0 - 1)/\{\bar{z}_0(z\bar{z}_0 - 1)\}, & |z| > 1 \\ -1/\bar{z}_0, & |z| < 1 \end{cases} \dots\dots\dots (29)$$

したがって境界条件式(4), (5)を満足する 1 個の転位による応力場は (ξ, ζ) 座標系で表せば次式のようなになる。

$$\sigma_{\theta\theta}^I - i\sigma_{\theta\zeta}^I = \sum_{p=2}^3 \{\Phi_p(z) + \overline{\Phi_p(\bar{z})} - e^{-2i\theta}\{z\overline{\Phi_p'(z)} + \overline{\Psi_p(z)}\}\} \dots\dots\dots (30)$$

き裂による応力 $\sigma_{\theta\theta}^I$ は, 次式のようにこの転位をき裂に沿って連続分布させることにより得られる。

$$\sigma_{\theta\theta}^I - i\sigma_{\theta\zeta}^I = \int_0^c (\sigma_{\theta\theta}^I - i\sigma_{\theta\zeta}^I) d\eta \dots\dots\dots (31)$$

式(9)および式(31)を式(9)のように重ね合わせ, 境界条件式(6), (7)に代入すれば次の特異積分方程式を得る。

$$2e^{-i\theta} \int_0^c \frac{g(\eta)}{\xi - \eta} d\eta + \int_0^c \{g(\eta)K_1(\xi, \eta) + \overline{g(\eta)}K_2(\xi, \eta)\} d\eta = (-\sigma_{\theta\theta}^0 + i\sigma_{\theta\zeta}^0)_{\theta=\rho, \rho=1+\epsilon} \dots\dots\dots (32)$$

ここで

$$K_1(\xi, \eta) = \hat{\Phi}_3(z) + \overline{\hat{\Phi}_3^*(z)} + e^{-2i\theta}\{(z-1/\bar{z})\overline{\hat{\Phi}_3^*(z)} + \{\overline{\hat{\Phi}_3^*(z)} + \hat{\Phi}_3(1/\bar{z})\}/(\bar{z})^2\} \dots\dots\dots (33)$$

$$K_2(\xi, \eta) = \Phi_3^*(z) + \overline{\Phi_3^*(z)} + e^{-2i\theta}\{(z-1/\bar{z})\overline{\Phi_3^*(z)} + \{\overline{\Phi_3^*(z)} + \Phi_3^*(1/\bar{z})\}/(\bar{z})^2\} \dots\dots\dots (34)$$

また $\hat{\Phi}_3(z)$, $\Phi_3^*(z)$ は式(28), (29)で与えられ, このとき $z = (1 + \xi)e^{i\theta}$, $z_0 = (1 + \zeta)e^{i\theta}$ である。

4. 数値計算

本数値例では, 簡単な場合として $Q(\rho_1) = Q_0$ (一定) ($\rho_1 < a$) の場合を考える。このとき式(10)のハンケル積分は次式のようなになる。

$$\hat{Q}(\xi) = aT^*J_1(a\omega)/\omega, T^* = r_0^2 Q_0/K \dots\dots\dots (35)$$

さて, 本計算では式(32)の連立積分方程式を Geasoulis⁽¹²⁾ の方法により数値的に解く。いま

$$g(\eta) = \frac{EaT^*G(\hat{\eta})}{(1 - \hat{\eta}^2)^{1/2}} e^{i\theta}, \hat{\eta} = 2\eta/c - 1 \dots\dots\dots (36)$$

と置き, 積分区間 $-1 \leq \hat{\eta} \leq 1$ を $2n$ 等分して節点 $\hat{\eta}_j (j = 1 \sim 2n + 1)$ を決め, 3 節点ごとに Lagrange の

補間を適用し、選点を $\xi_k = \hat{\eta}_k + 1/2n (k=1 \sim 2n)$ のように選べば、積分方程式(32)は $G(\hat{\eta}_j)$ に関する次の連立一次方程式に帰着される。

$$\sum_{j=1}^{2n+1} \{M_{jk}G(\hat{\eta}_j) + N_{jk}\overline{G(\hat{\eta}_j)}\} = \Gamma_k(\xi_k, 0) \quad (k=1, 2, \dots, 2n) \dots\dots\dots (37)$$

ここで

$$\begin{aligned} M_{jk} &= V_j(c/2)K_1(\xi_k, \hat{\eta}_j)e^{-i\theta} - 2W_j(\xi_k) \\ N_{jk} &= V_j(c/2)K_2(\xi_k, \hat{\eta}_j)e^{-i\theta} \end{aligned} \dots\dots\dots (38)$$

$$\Gamma_k(\xi, \zeta) = (-\sigma_{\xi\xi}^0 + i\sigma_{\xi\zeta}^0)/EaT^* \dots\dots\dots (39)$$

ここで $W_j(\xi_k)$, V_j は Gerasoulis⁽¹²⁾ によって与えられている式と同じであり、 $\zeta=0$ の場合には $\zeta\xi = \theta\theta$, $\xi\xi = r\theta$ となり式(39)は式(9)で $\rho=1+c(\xi+1)/2$, $\theta=\beta$ とおいて得られる。このとき、き裂先端における応力拡大係数は次式で与えられる。

$$K_I - iK_{II} = \pi\sqrt{2r_0c} EaT^* G(1) \dots\dots\dots (40)$$

また式(22)(36)を参照すれば、き裂面上の任意の選点 ($\xi = \xi_k$) における変位は次式によって得られる。

$$\begin{aligned} (U_{\xi\xi} + iU_{\xi\zeta})_{\zeta=0} \\ = 4\pi r_0 c a T^* \sum_{j=1}^{2n} V_j G(\hat{\eta}_j) \end{aligned} \dots\dots\dots (41)$$

式(37)を解くにあたって、き裂が円孔面と交わる点 ($\hat{\eta}_1 = -1$) での $G(\hat{\eta})$ の特異性は $1/2$ 以下であることを考慮して $G(-1) = 0$ と仮定する。最初にき裂全領域が開口 ($\xi_{op}: 0 < \xi < c$) していると仮定して式(37)を解き、式(41)より得られるき裂開口変位が負となる領域で $\text{Re}\{G(\hat{\eta}_j)\} = 0$ とおき、再び式(37)を解く。このような計算過程をき裂開口変位負 ($U_{\xi\xi} < 0$) の領域がなくなるまで繰返し、式(7)の ξ_{op} の領域を各時間ステップごとに決定する。本数値計算ではどの数値例の各

ステップでも3回以下の繰返し計算で十分収束した。また選点数は $n=10$ で十分な精度が得られた。また以下ではき裂が短い例として $c=0.1$ とし、熱源半径は $a=1.0$ の場合について数値計算した。なお、応力拡大係数の数値結果はすべて次の無次元量で示してある。

$$\begin{aligned} K_I^* &= K_I / (\pi\sqrt{2r_0c} EaT^*) \\ K_{II}^* &= K_{II} / (\pi\sqrt{2r_0c} EaT^*) \end{aligned} \dots\dots\dots (42)$$

まず、熱源とき裂間の距離が2通りの場合 ($b=3.0, 5.0$) についてき裂位置の角度 β が種々変化した場合について、モード I およびモード II の応力拡大係数の時間的変動をそれぞれ図2~5に示す。図2, 3よりモード I の応力拡大係数はある時間で最大を示し以後減少する傾向を示している。熱源に近い側の円孔縁にき裂がある ($\beta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$) 場合には比較的経過時間の小さいとき最大を示し、熱源から遠い側の円孔縁にき裂がある ($\beta=180^\circ, 150^\circ, 135^\circ$) 場合には経過時間が比較的大きなき裂に最大を示している。さらに熱源が円孔から離れた (b が大きい) 場合にも時間が経過したときに最大を示す傾向が見られる。また、き裂が $O-O_1$ 軸上にある ($\beta=0^\circ, 180^\circ$) とき、 K_I の値は大きくなり、とくに $\beta=180^\circ$ のときの $(K_I)_{\max}$ は最も大きくなっている。また、図4, 5よりモード II の応力拡大係数は時間とともに単調に増加して定常値に近づいており、本数値計算の範囲では、定常値は最も早くても ($b=3.0, \beta=120^\circ$ の場合) $\tau > 6.0$ で生じている。

また、 β による影響をさらに詳しく検討するために図6にはモード I の応力拡大係数の最大値 $(K_I)_{\max}$ の β による変化、図7には定常値にほぼ近い $\tau=10$ の場合のモード II の応力拡大係数の β による変化を示す。図6より $\beta=0^\circ$ で $(K_I)_{\max}$ は大きな値を示すが、 β が

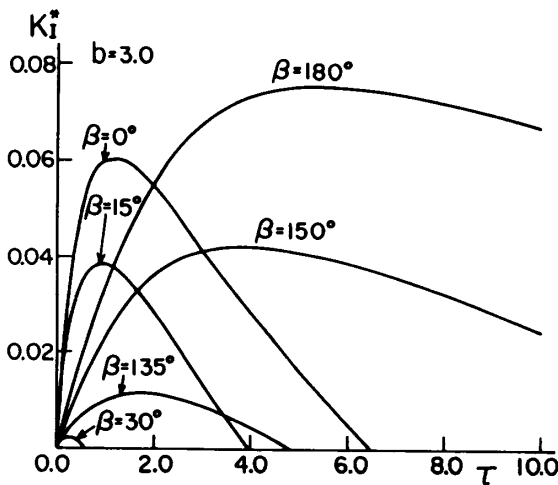


図2 応力拡大係数 K_I の時間的変動 ($b=3.0$ の場合)

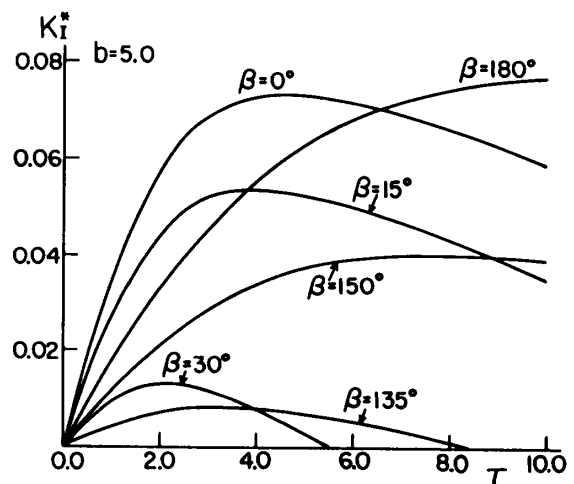


図3 応力拡大係数 K_I の時間的変動 ($b=5.0$ の場合)

増加し始めると急激にその値は減少し $\beta > 30^\circ$ では円孔面周応力が圧縮となりき裂が閉じて K_I は生じなくなる。さらに、 β が増加して $\beta > 130^\circ$ では再びき裂が開いて K_I が生じその値は β の増加とともに急激に大きくなり、 $\beta = 180^\circ$ で $(K_I)_{\max}$ は最も大きくなる。また図7より $\beta = 30^\circ$ および 120° 付近にき裂があるとき K_{II} は最も大きくなりとくに $\beta = 30^\circ$ で $|K_{II}|$ の値は

最大となっている。

さらに、熱源距離 b による影響を詳しく検討するために図8には $\beta = 0^\circ, 180^\circ$ の2通りの場合についてモードIの応力拡大係数 $(K_I)_{\max}$ の b による変化、図9には $\beta = 30^\circ, 120^\circ$ の2通りの場合についてモードIIの応力拡大係数 $K_{II}(\tau = 10)$ の b による変化を示す。図8より本数値計算の範囲 ($b \leq 10$) では $\beta = 180^\circ$ の場合の $(K_I)_{\max}$ が $\beta = 0^\circ$ の場合よりも常に大きな値を示しており、 $b = 6.5$ ($\beta = 180^\circ$ のとき) および $b = 7.5$ ($\beta = 0^\circ$ のとき) で $(K_I)_{\max}$ はそれぞれ最大を示してい

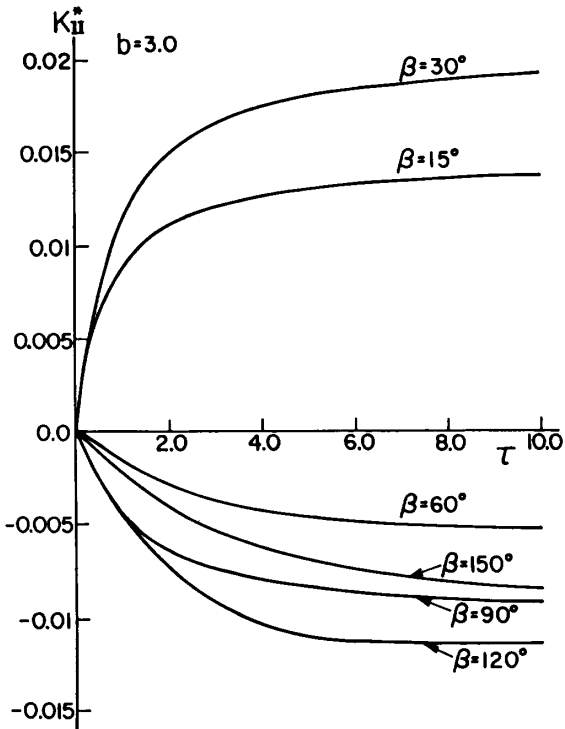


図4 応力拡大係数 K_{II} の時間的変動 ($b = 3.0$ の場合)

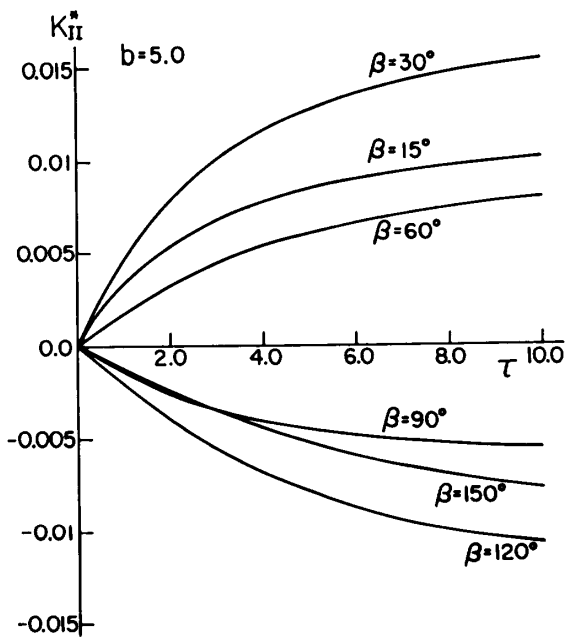


図5 応力拡大係数 K_{II} の時間的変動 ($b = 5.0$ の場合)

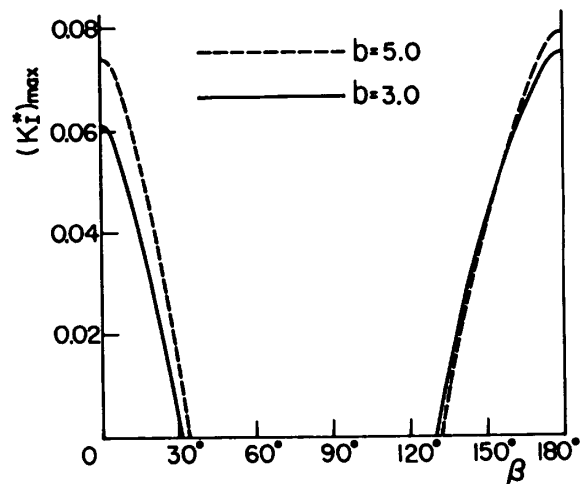


図6 応力拡大係数 $(K_I)_{\max}$ の β (角度) による変化

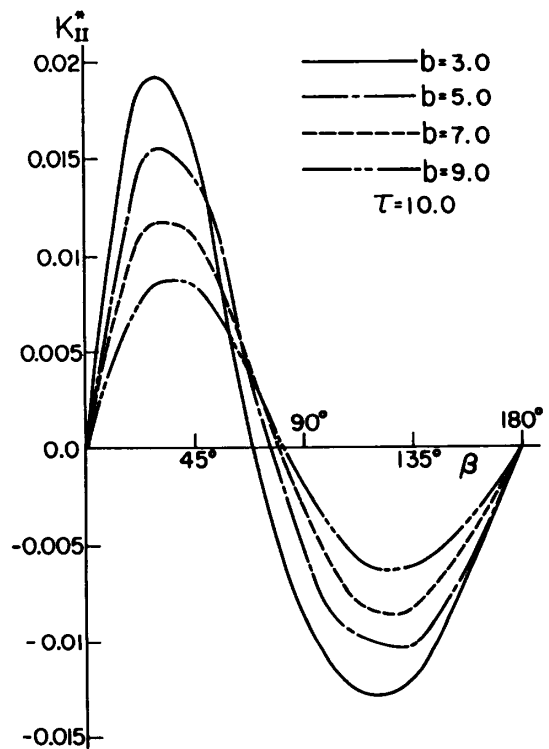
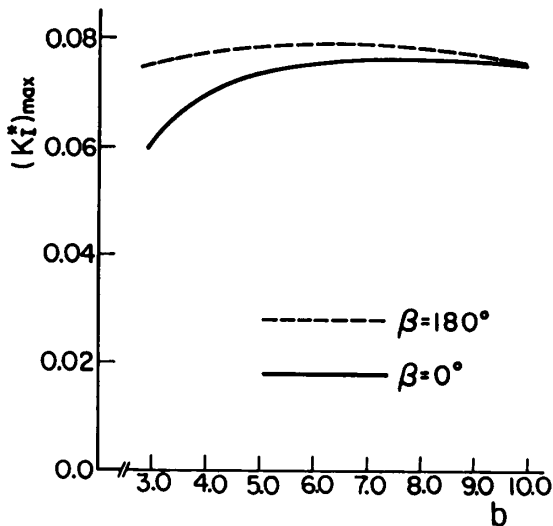


図7 応力拡大係数 K_{II} の β (角度) による変化

図 8 応力拡大係数 $(K_I)_{\max}$ の b (距離) による変化

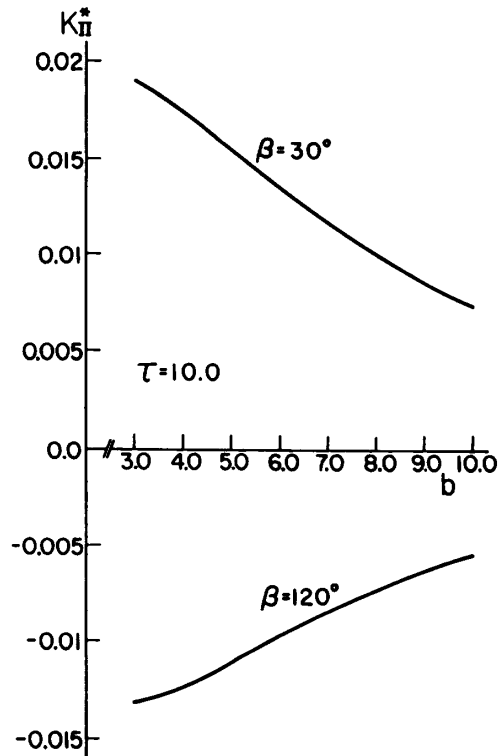
るが、熱源が円孔に近づく (b が小さくなる) に従い、特に $\beta=0^\circ$ の場合の $(K_I)_{\max}$ のほうが急激に減少するので、両者 ($\beta=180^\circ$ と 0°) の $(K_I)_{\max}$ の差が大きくなっていく。逆に熱源が円孔より遠ざかる (b が大きくなる) ほど、両者の差は小さくなり $b=10$ では両者の $(K_I)_{\max}$ の値はほぼ一致している。一方、図 9 より熱源が円孔から遠ざかる (b が大きくなる) に従って、いずれの場合も K_{II} の値は単調に減少しており、 $|K_{II}|$ の値は、本数値計算の範囲 ($b \leq 10$) では、 $\beta=30^\circ$ の場合が $\beta=120^\circ$ の場合よりも常に大きくなっている。

4. 結 言

円孔縁に半径方向き裂を有する有孔無限板が、時間とともにステップ状に変化する円形領域熱源によって局部加熱されるとき、き裂先端での応力拡大係数を解析し、得られた結果に基づいて熱源分布が一様でき裂が短い場合について数値計算を行い、次の結論を得た。

(1) 時間の経過とともにモード II の応力拡大係数は単調に増加して定常値に近づくが、モード I の応力拡大係数は、き裂が熱源に近いほど急激に、ある時間で最大を示し以後減少する過渡的な傾向を示す。

(2) 熱源と円孔中心を結ぶ直線上にき裂があるとき (き裂角 $\beta=0^\circ, 180^\circ$ のとき) にはモード I の応力拡大係数が最も大きくなり、き裂角 $\beta=30^\circ, 120^\circ$ のときにはモード II の応力拡大係数が最も大きくなる。とくに、本数値計算の範囲では $\beta=180^\circ$ と 30° のときにそれぞれのモードの応力拡大係数は最大値を示す。さらに、少なくとも $35^\circ < |\beta| < 130^\circ$ の範囲ではモード I 応

図 9 応力拡大係数 K_{II} の b (距離) による変化

力拡大係数は零となる。

(3) 熱源が円孔に近づくに従いモード II の応力拡大係数は単調に増加するが、モード I の応力拡大係数はある距離 (本数値例では $b=7.0$ 前後) で最大を示し、さらに熱源が円孔に近づけば、特にき裂が熱源に近い位置にある場合のモード I の応力拡大係数が急激に減少する。

文 献

- (1) 小泉・五嶋・中原, 機論(第1部), 42-359(1976), 2000.
- (2) Goshima, T. and Miyao, K., *J. Thermal Stresses*, 13-1(1990), 43.
- (3) 野田・竹内, 機論(第1部), 40-329(1974), 125.
- (4) 今井・ほか3名, 機論, 55-509, A(1989), 147.
- (5) 森田・今井, 機論, 56-524, A(1990), 850.
- (6) 五嶋・ほか2名, 機論, 57-533, A(1991), 59.
- (7) Sekine, H., *Int. J. Fracture*, 13(1977), 133.
- (8) Hasebe, N., ほか2名, *J. Thermal Stresses*, 11-4(1988), 381.
- (9) Hasebe, N., ほか2名, *J. Thermal Stresses*, 12(1989), 71.
- (10) Dundurs, J., *Mathematical Theory of Dislocations*, (1975), 70, ASME Pub.
- (11) Muskhelishvili, *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, (1954), 4th Ed., Noordhoff.
- (12) Gerasoulis, A., *Comput. Math. Applics.*, 8(1982), 15.