

## アンギュラ・ハイポイドギヤに関する研究\*

(第1報, ピッチ円すいと基礎諸元)

高橋 幸一<sup>\*1</sup>, 伊藤 紀男<sup>\*2</sup>, 遠山 忍<sup>\*3</sup>

### Design of Angular Hypoid Gears (1st Report, Pitch Cone and Basic Dimensions)

Koichi TAKAHASHI, Norio ITO and Shinobu TOYAMA

This paper discusses about how to design and get the angular hypoid gears, when their pinion offsets are given above or below center. It is unable to apply the calculating methods of design and gear cutting to be used in the hypoid gears with a 90-degree shaft angle to the angular hypoid gears as they are. Then the present report describes on several conditions required to expand the design method of hypoid gears heretofore into the angular hypoid gears. Consequently the design elements of the offset, the spiral angle, the cutter radius, the curvature of the tooth trace, and so on have been treated as a positive value usually, but it becomes clear that they have to mark the plus or minus sign for the method of common design.

**Key Words:** Gear, Angular Hypoid Gear, Design, Gear Cutting, Pitch Cone, Basic Dimension, Pinion Below Center, Pinion Above Center

### 1. 緒 言

現在、自動車などに使用されているハイポイドギヤは、その軸角が直角のものに限られている。軸角が直角でないハイポイドギヤは、アンギュラ・ハイポイドギヤ (angular hypoid gears) と呼ばれ、その設計法や歯切り法はまだ十分に明らかにされていない。そのため、現在の直交軸のハイポイドギヤを加工する技術では、十分な性能をもったアンギュラ・ハイポイドギヤを生産することは不可能である。

本論文は、軸角が直角より小さい場合や大きい場合のアンギュラ・ハイポイドギヤについて考察し、その設計法が、これまでの設計法といかなる関係にあるかについて考察する。その際、ピニオンの位置が通常の場合とは異なる逆オフセット (pinion above center), すなわち、負のオフセットをもつハイポイドギヤについても検討を行い、それらの場合を含めた共通の設計法について提案する。

まず、本報では、通常のオフセット (pinion below center) をもつハイポイドギヤに適用される基礎式を、

逆オフセットの場合を含めたアンギュラ・ハイポイドギヤの式に拡張させるために必要な諸元の定義や、いくつかの問題点について報告する。

### 2. アンギュラ・ハイポイドギヤのピッチ円すい

**2・1 主要諸元とその符号** ハイポイドギヤのピッチ面はそのピッチ線を歯車軸のまわりに回転してできる回転面として考えることができる。設計基準点で、その回転面に内接、あるいは外接する円すいを考え、その接触円すいをピッチ円すい<sup>(1)</sup>と呼んでいる。

図1は、一对のピッチ円すいがピッチ平面上の考察点であるピッチ点Pで、互いに接している様子を示す。ピニオン、ギヤの回転軸をそれぞれ単位ベクトル  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  で表し、それら二軸がなす角度、すなわち軸角を  $\Sigma$  とする。ベクトル  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  の向きは円すい状歯車の場合、内端部から外端部へ向かう方向とする。 $\mathbf{e}$  は二軸の共通垂線の方向を表す単位ベクトルで、次式によって定義される。

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_1}{\sqrt{(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_1)^2}} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

共通垂線がピニオン、ギヤ軸と交わる点を、O'、O とする。単位ベクトル  $\mathbf{j}$  は、ピッチ平面上の点Pでピッチ平面に垂直な直線を表し、それがピニオン、ギヤ軸と

\* 原稿受付 平成3年3月11日。

\*1 正員、福井工業大学 (910 福井市学園3-6-1)。

\*2 正員、富山大学工学部 (930 富山市五福3190)。

\*3 学正員、福井工業大学大学院。

交わる点を  $O_1, O_2$  とする。ベクトル  $j$  の向きは  $\overrightarrow{O_2O_1}$  とする。点  $O_p, O_c$  はピニオン、ギヤの回転軸がピッチ平面と交わる点である。

図2は、軸角  $\Sigma$  とピニオン、ギヤ軸の間の関係を示す。図2(a)は  $\Sigma$  が鋭角の場合、図2(b)は  $\Sigma$  が直角の場合、図2(c)は  $\Sigma$  が鈍角の場合である。一般に、アンギュラ・ハイポイドギヤと呼ばれるものは、図2の(a)と(c)の場合である。図中の  $E$  は共通垂線の長さを表すオフセット量で、その符号は、 $\overrightarrow{OO'}$  の向きがベクトル  $e$  と一致するときは正、逆向きのときは負と定める。図2(d)は、オフセットの値が負の場合を示す。軸角  $\Sigma$  の値は、ベクトル  $e$  のまわりの右まわりを正として定義する。

図3は、ピッチ平面上のピッチ点Pにおけるハイポイドギヤの運動を示す。座標軸はピッチ点Pを原点とし、ピッチ平面上に、原点Pを通る歯すじ方向にZ軸、それと垂直にX軸をとる。Y軸は右手座標系としてピッチ平面に垂直にとる。ピニオン、ギヤのピッチ円すいは原点Pにおいてピッチ平面に接するが、その点を通る母線をそれぞれ  $\overrightarrow{O_pP}, \overrightarrow{O_cP}$  とする。 $\overrightarrow{O_pP} = A_1, \overrightarrow{O_cP} = A_2$  とすると、 $A_1, A_2$  はピッチ円すい三要素<sup>(1)</sup>の一つであるピッチ円すい距離となる。 $A_1, A_2$  は

常に正の値で表すことにする。歯すじ方向と円すい母線とのなす角がねじれ角で、それらをピニオン、ギヤについて  $\psi_1, \psi_2$  と表す。 $\psi_1, \psi_2$  の符号は、-Z軸を基線として、Y軸まわりの右回転方向を正、左回転方向を負として定義する。原点Pにおけるピニオン、ギヤの回転速度ベクトルを  $v_1, v_2$  で表せば、これらはそれぞれの母線  $\overrightarrow{O_pP}, \overrightarrow{O_cP}$  に対して直交するベクトルとなる。X軸上の点  $O_c$  は、原点Pにおける歯面とピッチ平面の交線の曲率中心である。

図4は、ギヤのねじれ角  $\psi_2$  が左ねじれの場合のピッチ平面上の関係を示す。このときの  $\psi_1, \psi_2$  は、前述の定義により負の値をもつことになり、ピニオン、ギヤの軸関係は、図2(d)の場合に相当する。したがって、オフセット  $E$  の値もこの場合は負となる。

図5は、オフセット  $E$  および軸角  $\Sigma$  がともに正で、 $\Sigma$  が直角より小さい場合のピッチ円すいの詳細な関係を示す。図5(a)はピッチ平面図で、ここでは  $\psi_1, \psi_2$  が実角として、また  $A_1, A_2$  が実長として表されている。図5(b)はその立面図である。図5(c)はギヤ軸  $a_2$  を含み、ピッチ平面に垂直な断面図である。ここではギヤのピッチ角  $\Gamma$  が実角として表されている。図5(d)は、図5(c)の平面図で、ギヤ軸  $a_2$  の垂直断面図である。ここではオフセット  $E$  が実長として表さ

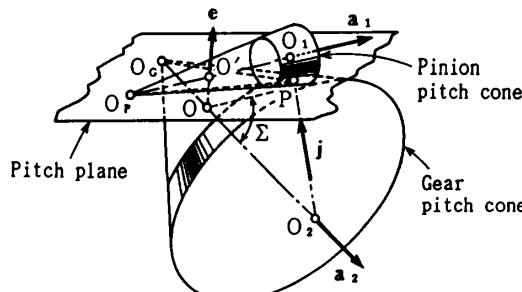


図1 ハイポイドギヤのピッチ円すい

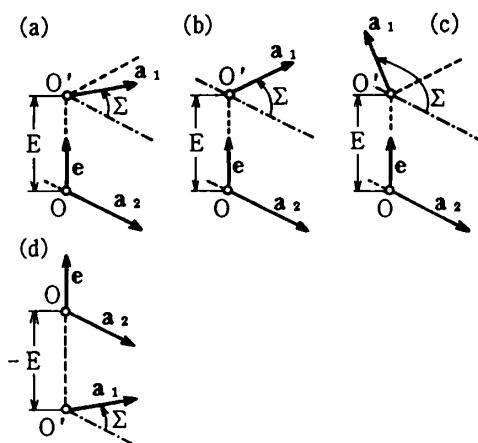


図2 アンギュラハイポイドギヤの軸角と回転軸との関係

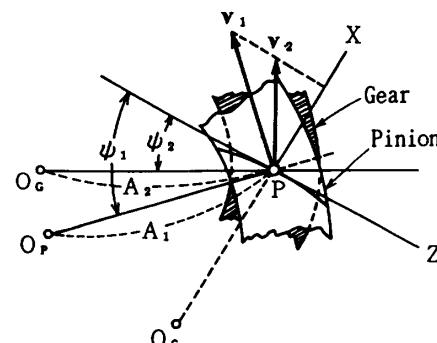


図3 ピッチ平面上の運動

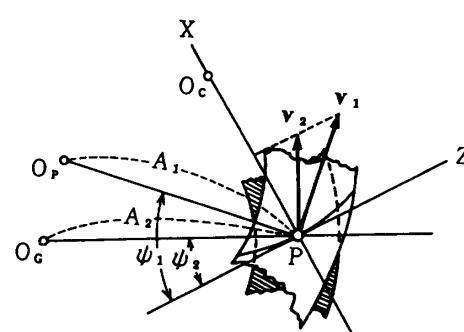


図4 逆オフセット・ハイポイドギヤのピッチ平面上の運動

れている。図5(e)は、図5(d)のピニオン軸  $a_1$  を含む立面図である。ここではピニオンのピッチ角  $\gamma$ 、および軸角  $\Sigma$  が実角として表されている。図5(a), (b)の中の単位ベクトル  $i, j, k$  はそれぞれ  $X, Y, Z$  軸の基本ベクトルである。

図6は、オフセット  $E$ 、および軸角  $\Sigma$  がともに正で、 $\Sigma$  が直角より大きい場合のピッチ円すいの詳細な関係を示す。ここでは特に、ギヤのピッチ角  $\Gamma$  が  $90^\circ$  以上の場合を示し、ギヤが平歯車における内歯歯車のような形状を示している場合である。図6は、図6(b)が側面図であることを除けば、他は図5と同じ条件で描かれている。また、図中の実角、実長についても図5と同じことがいえる。

図7は、オフセット  $E$  が負となる逆オフセットのアンギュラ・ハイポイドギヤの場合で、軸角  $\Sigma$  が直角より小さい場合のピッチ円すいの詳細な関係を示す。図7(a)～(e)も、図5(a)～(e)と同じ条件で描かれている。図中の実角、実長についても、図5と同様である。図7(e)における軸角  $\Sigma$  は定義により正となる。また、図7(a)の  $\psi_1, \psi_2$  は負となることがわかる。

## 2.2 ピッチ円すいと主要諸元に関する基礎式

2.1節で定義した座標系を用いて、アンギュラ・ハイポイドギヤのピッチ円すいに関する三要素（ピッチ円すい距離、ピッチ円すい角、ねじれ角）の間の関係式を

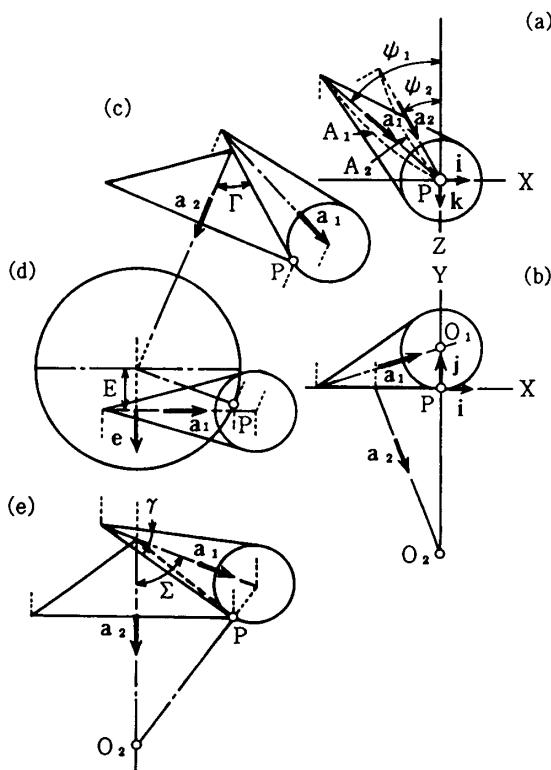


図5  $E > 0, \Sigma < 90^\circ$  の場合のハイポイドギヤの展開図

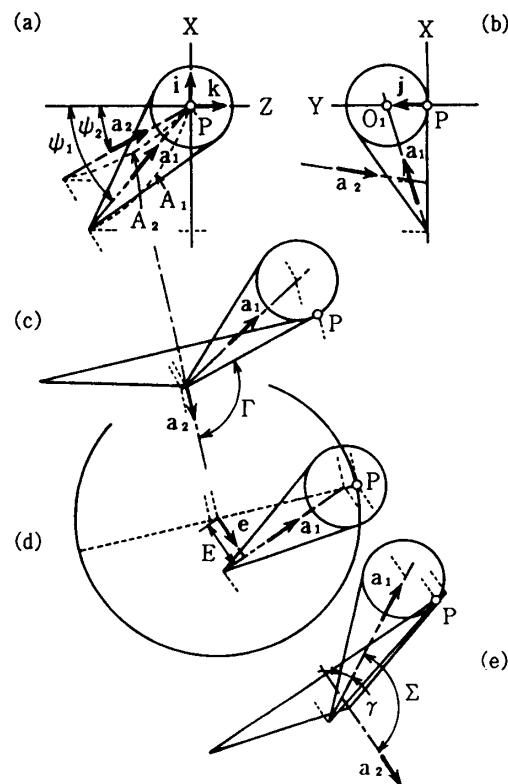


図6  $E > 0, \Sigma > 90^\circ$  の場合のハイポイドギヤの展開図

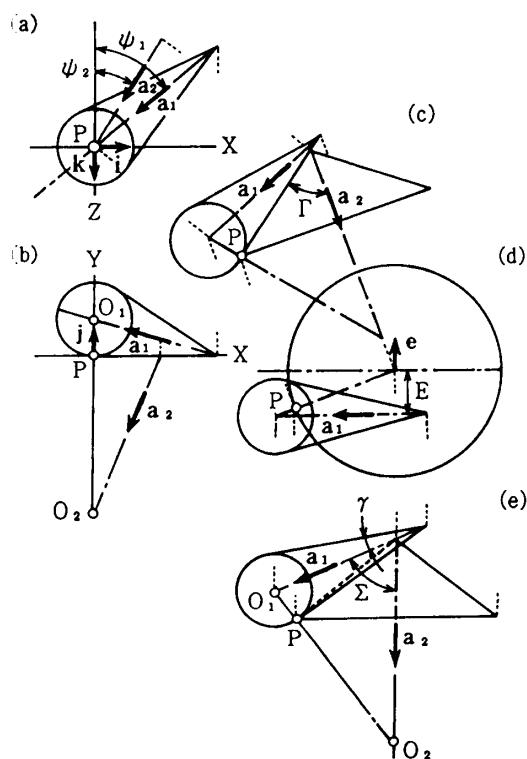


図7 逆オフセットのハイポイドギヤの展開図

求める。ここでは、問題をより一般化するために、逆オフセット ( $E < 0$ ) のアンギュラ・ハイポイドギヤについて考察を進め、それが普通オフセット ( $E > 0$ ) の場合にも共通に適用できるよう展開を進める。

図8は、図3で定義した座標系とピニオン、ギヤ軸の関係を、逆オフセットの場合について示す。図8(a)はピッチ平面図で、図8(b)はその立面図である。原点Pにおける歯形の断面には斜線を施し、歯面の単位法線ベクトルを  $\mathbf{n}$ 、限界圧力角<sup>(2)</sup>を  $\phi_0$  で表す。これより二軸を表す単位ベクトル  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  は、次のように求められる。

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} \cos \gamma \sin \psi_1 \\ \sin \gamma \\ \cos \gamma \cos \psi_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} \cos \Gamma \sin \psi_2 \\ -\sin \Gamma \\ \cos \Gamma \cos \psi_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

二軸の回転角速度ベクトルをピニオン、ギヤに対して  $\omega_1, \omega_2$ 、その大きさを  $\omega_1, \omega_2$ 、ピニオン、ギヤの歯数を  $n, N$  とすると、次の各式が成り立つ。

$$\left. \begin{array}{l} \omega_1 = \omega_1 \mathbf{a}_1 \\ \omega_2 = \omega_2 \mathbf{a}_2 \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\frac{\omega_1}{-\omega_2} = \frac{N}{n} \quad (5)$$

ピニオン、ギヤの回転速度ベクトル  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  に関しても、次の式が成立する。

$$\mathbf{v}_1 = \omega_1 A_1 \sin \gamma \begin{bmatrix} \cos \psi_1 \\ 0 \\ -\sin \psi_1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

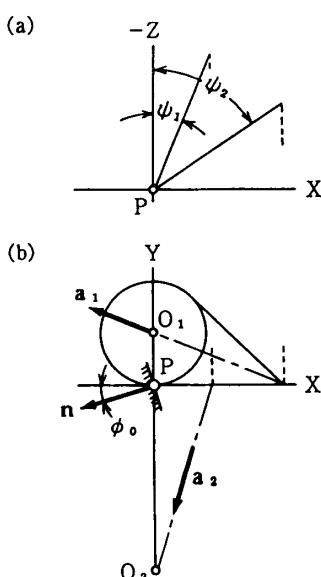


図8 P-X-Y-Z 座標系

$$\mathbf{v}_2 = -\omega_2 A_2 \sin \Gamma \begin{bmatrix} \cos \psi_2 \\ 0 \\ -\sin \psi_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

原点Pにおける圧力角  $\phi$  の符号を、Y軸を基線としてZ軸の右まわりを正と定めておくと、歯面の法線ベクトル  $\mathbf{n}$  は、次のように表される。

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} -\cos \phi \\ -\sin \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

また、原点Pにおける相対速度ベクトル  $\mathbf{w}$  を

$$\mathbf{w} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 \quad (9)$$

とすると、ピニオンとギヤのかみあい条件は、次式で与えられる。

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{w} = 0 \quad (10)$$

以上の式を用いると、次の各式が求められる。まず、式(5)～(7)より

$$\frac{A_1 \sin \gamma \cos \psi_1}{n} = \frac{A_2 \sin \Gamma \cos \psi_2}{N} \quad (11)$$

$\cos \Sigma = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2$  より

$$\cos \Sigma = -\sin \gamma \sin \Gamma + \cos \gamma \cos \Gamma \cos (\psi_1 - \psi_2) \quad (12)$$

式(1)より

$$\mathbf{e} = \frac{\cos \gamma \cos \Gamma}{\sin \Sigma} \begin{bmatrix} -\tan \gamma \cos \psi_2 - \tan \Gamma \cos \psi_1 \\ \sin \epsilon' \\ \tan \gamma \sin \psi_2 + \tan \Gamma \sin \psi_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

ただし、 $\epsilon' = \psi_1 - \psi_2$  とする。さらに、オフセット  $E$  は負であるから、図7(d), (e)より

$$\mathbf{E} = (A_1 \tan \gamma + A_2 \tan \Gamma) \mathbf{e} \cdot \mathbf{j}$$

となる。したがって、式(13)より

$$\mathbf{E} = (A_1 \tan \gamma + A_2 \tan \Gamma) \frac{\cos \gamma \cos \Gamma}{\sin \Sigma} \sin \epsilon' \quad (14)$$

となる。式(14)より、 $\psi_1, \psi_2$  が負の場合、オフセット  $E$  は負になることがわかる。

ピニオン、ギヤの原点における歯形干渉を避けるためには、その点において歯すじの相対曲率の符号が変化しないことである。その限界条件は、 $\mathbf{q} = \omega_2 \times \mathbf{v}_1 - \omega_1 \times \mathbf{v}_2$  とおくと、次の式で与えられる<sup>(3)</sup>。

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (15)$$

式(4), (6)～(8)を用いて、式(15)を書き換えると、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \omega_1 \omega_2 [(A_1 \sin \gamma \cos \Gamma \\ & + A_2 \sin \Gamma \cos \gamma) \cos \epsilon' \sin \phi \\ & + (A_1 \sin \psi_1 - A_2 \sin \psi_2) \sin \gamma \sin \Gamma \cos \phi] = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$n \cdot q = 0$  のときの圧力角  $\phi$  は、限界圧力角  $\phi_0$  であるから、次のように整理される。

$$-\tan \phi_0 = \frac{A_1 \sin \psi_1 - A_2 \sin \psi_2}{A_1 \tan \gamma + A_2 \tan \Gamma} \times \frac{\tan \gamma \tan \Gamma}{\cos \epsilon'} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

圧力角  $\phi$  が限界圧力角  $\phi_0$  に等しくなると、ピニオンとギヤのピッチ平面上の歯すじ曲率は一致することになる。このとき、使用するギヤのカッタ曲率半径は上記曲率半径と一致しなければならない。このことから、カッタ半径を  $r_c$  とすると、次の関係式を得る<sup>(4)</sup>。

$$\frac{1}{r_c} = \left[ \frac{n \cdot \omega \times w}{w^2} \right]_{\phi=\phi_0} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

ここで、 $w = \omega_1 - \omega_2$  である。上式を整理すると、次のようにになる。

$$\frac{1}{r_c} = \left\{ -\tan \phi_0 \left( \frac{\tan \psi_1}{A_1 \tan \gamma} + \frac{\tan \psi_2}{A_2 \tan \Gamma} \right) + \frac{1}{A_1 \cos \psi_1} - \frac{1}{A_2 \cos \psi_2} \right\} \frac{1}{\tan \psi_1 - \tan \psi_2} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

式(17), (19)により、 $\phi_0$  および  $r_c$  の符号は  $\psi_1, \psi_2$  の符号によって左右されることがわかる。すなわち、オフセットが普通オフセットから逆オフセットに変化することにより、 $\phi_0$  は負から正に変化し、カッタ半径も正から負に変わることがわかる。

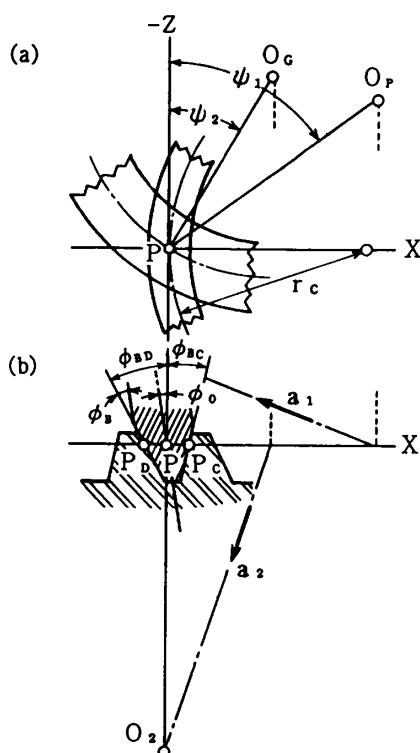


図 9 逆オフセットのハイポイドギヤのカッタと歯形の関係

次に、圧力角について検討を加える。図 9 は、逆オフセットのハイポイドギヤのカッタと歯形の関係を示す。カッタのブレード圧力角を  $\phi_B$  とする。図 9 (a) はピッチ平面図で、図 9 (b) はその立面図である。ギヤカッタの描く軌跡の凸側が駆動側に相当し、そこでの圧力角は  $\phi_B + \phi_0$  で正となる。被動側は凹側に相当し、そこでの圧力角は  $-\phi_B + \phi_0$  で負となる。図中では駆動側、被動側の圧力角は  $\phi_{BD}, \phi_{BC}$  で表されている。また、ギヤの大きさを表す式として、次のピッチ円半径  $R_2$  に関する式がある。

$$R_2 = A_2 \sin \Gamma \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

さらに、ピニオンのねじれ角  $\psi_1$  を

$$\psi_1 = E \{ (25.00 + 5.0 \times \sqrt{N/n}) / \sqrt{E^2 + K/(2R_2)} \} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

として与えることにより、式(11), (12), (14), (17), (19)～(21)より、 $A_1, A_2, \gamma, \Gamma, \psi_1, \psi_2, \phi_1, \phi_2, \phi_0$  は求められる。ただし、式(21)はグリーソン社によって推奨されている  $\psi_1$  の式を、逆オフセットのハイポイドギヤにも利用できるように修正したもので、 $K$  は 70～90 の範囲の値を適当に与えることができる。

次に、具体的な解法として、ピッチ角  $\gamma, \Gamma$  の第零次近似値は、次式によって与える。

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \sum \frac{n}{n+N} \\ \Gamma = \sum \frac{N}{n+N} \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

同様に、 $\epsilon'$  の第零次近似値としては、式(14)を用いて、次のように与える。

$$\sin \epsilon' = \frac{E}{A_1 \tan \gamma + A_2 \tan \Gamma} \frac{\sin \Sigma}{\cos \gamma \cos \Gamma} \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

他の諸元については、従来の方法<sup>(5)</sup>によって計算するものとする。

### 3. デュブレックスステーへの影響

ハイポイドギヤを歯切りする場合、一般的にはギヤの歯数が多いため、生産性という観点から、ギヤの両側歯面は一つのカッタで同時に切削される。その際、ギヤのピッチ円すい上のねじれ角を歯の両側で設計上のねじれ角に一致させることが望ましい。ギヤの歯元角を  $\delta_{II}$  とすると、 $\delta_{II}$  は歯すじ方向に対してピッチ平面と  $\delta'_{II}$  の角度をもつことになる。

$$\tan \delta'_{II} = \tan \delta_{II} \cos \psi_2 \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

図 10 は、ギヤのカッタとそれによるねじれ角の変化の様子を示す。歯すじ方向の歯元角  $\delta'_{II}$  によって生ずる両側面のねじれ角の変化を  $\delta\psi_{II}$  とすれば、次のよ

うに表される<sup>(5)</sup>。

$$\delta\psi_{II} = \tan\delta_{II} \tan\phi \cos\psi_2 \quad \dots\dots\dots\dots(25)$$

$\phi$ の値は駆動側歯面では正、被動側歯面では負となるから、 $\delta\psi_{II}$ は前者では増加し、後者では減少することがわかる。

一方、歯の両側を同時に切削することにより、両側歯面でのカッタ半径は $\Delta r_c$ の半径差を生じる。それがねじれ角に影響を与えることになる。そのときのねじれ角の変化を $\delta\psi_c$ とする。

図11は、ピッチ平面上におけるギヤカッタとそれによって得られる歯すじを示し、カッタの歯厚によるねじれ角の変化を示す。図11(a)は普通オフセットの場合、図11(b)は逆オフセットの場合である。点 $O_c$ はピッチ平面とギヤ軸の交点、点 $O_c'$ はピッチ平面とカッタ軸の交点、 $S$ は $\overline{O_c O_c'}$ の長さである。図11より

$$S^2 = A_2^2 + r_c^2 - 2A_2r_c \cos\left(\frac{\pi}{2} - \psi_2\right) \dots\dots\dots\dots(26)$$

が得られ、さらにこれより $\delta\psi_c$ と $\Delta r_c$ の間に、次の関係式が得られる。

$$\delta\psi_c = -\frac{1}{\cos\psi_2} \left( \frac{1}{A_2} - \frac{\sin\psi_2}{r_c} \right) \Delta r_c \quad \dots\dots\dots\dots(27)$$

ギヤのねじれ角 $\psi_2$ の正負に関係なく、 $\psi_2$ と $r_c$ の符号は一致することから、 $\Delta r_c$ が正であれば、 $\delta\psi_c$ も正となる。また、 $\Delta r_c$ が正のとき、カッタの外側のブレード角は負となるから、式(25)の $\delta\psi_{II}$ より、次の式を満足させるように歯元角 $\delta_{II}$ を定めることができる。

$$\delta\psi_{II} + \delta\psi_c = 0 \quad \dots\dots\dots\dots(28)$$

図11(b)の場合は $\Delta r_c$ の値が負となるので、式(27)より $\delta\psi_c$ は負となる。また、式(25)より $\phi$ は正となるから、 $\delta\psi_{II}$ も正となる。よって、 $\delta_{II}$ を調整することにより、式(28)を満足させることが可能となる。

以上により、オフセット $E$ が負であれば、 $\psi_1$ 、 $\psi_2$ はともに負となり、 $r_c$ も負となることから、 $E$ を正として誘導された式は、逆オフセットのアンギュラ・ハイ

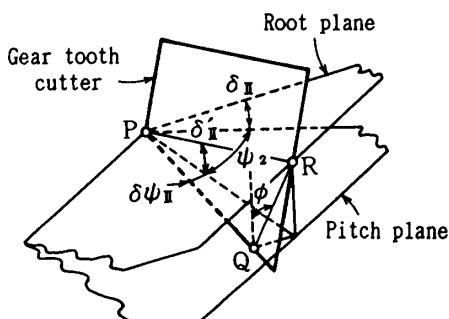


図10 ギヤカッタによるねじれ角変化

ポイドギヤに対しても、そのまま適用させることができとなる。

#### 4. 歯すじ曲率の微分幾何学的考察

これまでの普通オフセットのハイポイドギヤでは、カッタ半径 $r_c$ は常に正として扱ってきたが、式(19)により、逆オフセットの場合は負として扱わねばならない。そこで、このことに関連して、歯面の歯すじ方向の法曲率の符号について考察を行う。

図12は、ピッチ点P通り、ピッチ平面上でZ軸に接する二種類の歯すじ $T_A$ 、 $T_B$ を示す。歯すじ $T_A$ は上に凸であり、歯すじ $T_B$ は上に凹である。いま、上に凸の歯すじ曲率を正、上に凹の歯すじ曲率を負として定義する。歯すじ上で原点Pより少し離れた点P'でそれぞれに接線を引き、それがZ軸となす角を $\sigma$ とする。 $\sigma$ の符号はZ軸の正方向に対して時計回りを正と定める。すなわち、歯すじ $T_A$ では $\sigma$ は正となり、歯すじ $T_B$ では $\sigma$ は負となる。歯すじ $T_A$ 上において、点P'の近傍に点P''をとり、弧長 $\widehat{PP''}$ を $ds$ とする。 $ds$ に対するZ、X座標の変化量を $dZ$ 、 $dX$ とする。点P'における歯すじ曲率半径を $\rho$ とすれば、点P''における $\sigma$ の変化 $d\sigma$ と $\rho$ の間には、次の関係式が成立する。

$$\rho d\sigma = ds \quad \dots\dots\dots\dots(29)$$

これより、弧長 $ds$ はいかなる場合においても正であ

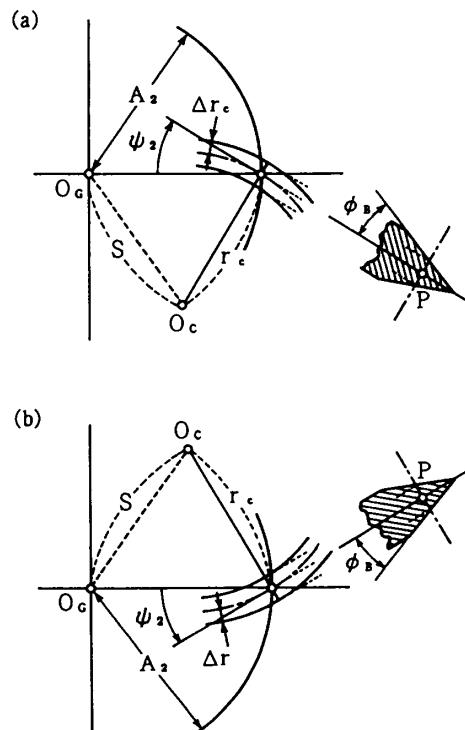


図11 カッタ歯厚によるねじれ角変化

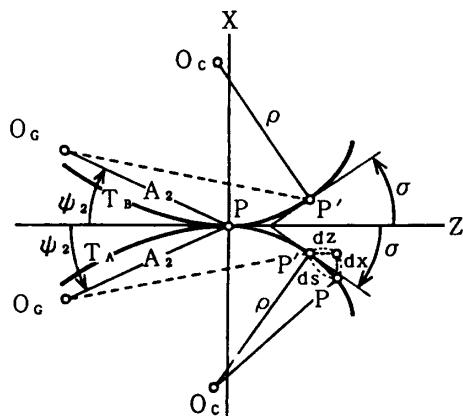


図 12 歯すじ曲率の符号

るから、 $\rho$  と  $d\sigma$  とは符号が一致しなければならない。また、図 12 より、次の関係式も成立する。

$$\frac{dX}{dZ} = \tan \sigma \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

$dZ$  は正の方向にとるから、 $dX$  は  $\sigma$  と同一符号となる。式(30)より、次式を得る。

$$\frac{d^2X}{dZ^2} \frac{dZ}{d\sigma} = \sec^2 \sigma \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

式(29)～(31)より、 $dZ = ds \cos \sigma$  の関係を用いると、次の曲率に関する式が得られる。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2X}{dZ^2}}{\left\{ 1 + \left( \frac{dX}{dZ} \right)^2 \right\}^{3/2}} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

式(32)の分母は常に正であるから、曲率  $1/\rho$  の符号は分子の符号に一致する。したがって、 $d^2X/dZ^2$  の符号は式(31)より  $d\sigma$  の符号に一致しなければならない。歯すじ  $T_A$  では、 $\sigma$  が正であることより、 $\rho$  も正となる。歯すじ  $T_B$  では、 $\sigma$  が負となることにより、 $\rho$  は負となる。

以上により、歯すじの形状が上に凸であればその曲率半径は正であり、上に凹であればその曲率半径は負となる。よって、式(19)より得られる  $r_c$  の符号は、歯すじの形状を表すものといえる。

## 5. 結論

本論文は、軸角が直角でないアンギュラ・ハイポイドギヤの設計や、歯切りの問題点などについて考察した。一般に、アンギュラ・ハイポイドギヤを設計する場合、従来の二軸が直交するハイポイドギヤの計算法をそのまま適用することはできない。本報は、逆オフセットの場合も含めたハイポイドギヤに共通となる設計法について検討し、諸元の定義などに関し、次のような結論を得た。

(1) オフセットの符号は、ギヤのねじれ方向が右ねじれの普通オフセットの場合を正、逆オフセットの場合を負として扱う。

(2) ギヤ歯すじの法曲率半径の符号は、ギヤのねじれ方向が右ねじれの場合を正として扱う。

(3) 逆オフセットの場合は、ねじれ角とカッタ径を負として扱う。

(4) カッタブレードの圧力角は、オフセットの符号に関係なく駆動側は正、被動側は負として扱う。

以上の条件を与えて、従来のハイポイドギヤの基礎式を拡張することにより、アンギュラ・ハイポイドギヤの設計や歯切りに必要な関係式が得られる。

## 文 献

- (1) 高橋・伊藤、機論、49-443, C(1983), 1246.
- (2) Wildhaber, E., Am., Mach., 90(1946), 131.
- (3) 高橋・伊藤、富山大学工学部紀要、33(1982), 25.
- (4) 高橋・伊藤、機構論、No. 807-3(1980-9), 104.
- (5) 高橋・伊藤、機論、54-500, C(1988), 904.