

静圧気体スラスト軸受の動特性に及ぼす気体の慣性力の影響*

(第4報, スロット絞りを有する静圧気体スラストカラー軸受の 特性に及ぼす影響)

春山 義夫*¹, 横井 信安*¹, 塩沢 和章*², 森 淳暢*³
森 美郎*⁴, 三上 房男*⁵, 大住 剛*²

Effects of Gas Inertia Forces on Dynamic Characteristics of Externally Pressurized Gas-Lubricated Thrust Bearings (4th Report, Inertia Effects on the Dynamic Performance of Externally Pressurized Gas-Lubricated Thrust Collar Bearings with a Slot Restrictor)

Yoshio HARUYAMA, Nobuyasu YOKOI, Kazuaki SHIOZAWA, Atsunobu MORI,
Haruo MORI, Fusao MIKAMI and Tsuyoshi OHSUMI

In this report, the effects of gas inertia forces in externally pressurized gas-lubricated thrust collar bearings with a slot restrictor are investigated theoretically and experimentally. From the experiment, it is concluded that the effects of the inertia forces are considerable when the slot clearance and the bearing clearance are large, and that the presented analysis yields good predictions of both the bearing stiffness and the damping coefficient.

Key Words: Tribology, Lubrication, Machine Element, Hydrostatic Bearing, Inertia Effect, Dynamic Performance

1. 結 言

著者らは静圧気体軸受の特性に及ぼす気体の慣性力の影響について一連の研究を行い、動特性にはかなり大きな影響が現れることを報告している^{(1)~(5)}。本報では引き続き、実用上有用なスロット絞りを有する静圧気体スラストカラー軸受について、スロット絞り部および軸受すきま内の気体の慣性力が動特性に及ぼす影響を理論的に調べ、実験的な検討を加える。

静圧気体軸受は、軸受面に大きな軸受ポケットを設けると、気体の圧縮性に起因するニューマチックハンマと呼ばれる自励振動を起しやすく、それを防止するために自成絞り形などの点状給気形式がよく用いられている。その場合、流路が給気孔直後で急拡大しているために、そこで圧力は急激に低下し、負荷容量、軸受剛性は小さくなってしまふ。その点、スロット絞り形式の場合は、給気部出口における気体の広がり流れが小さいため、軸受ポケットを設けることなくして

大きな負荷容量、軸受剛性が得られる利点がある。

なお、スロット絞りを有する静圧気体軸受の気体の慣性力を考慮した特性に関する研究としては、ジャーナル軸受の回転軸の安定性と動特性について調べた吉本ら^{(6)~(8)}の研究がある。ジャーナル軸受のスロット絞りは、流路が未せばまりになっている環状であるため、気体の流れを厳密に解析することが困難である。そこで、これらの研究では、慣性項を膜厚方向に平均化して扱う近似解法を用いて解析している。本報で対象とするスラスト軸受のスロット絞りは、流路断面積は一定であり、以下に示すように、正弦波状の脈動流については厳密に解析することができる。

2. 理 論 解 析

図1に軸受の概略図を示す。加圧された気体がスロット絞りを通して軸受すきまに供給され、その静圧で負荷を支える。スロット絞りは、平行平面間を気体が行く際の流動抵抗による圧力降下を利用して絞りの作用を行わせるものである。解析に当たっての仮定は、軸受すきま内の流れについては既報⁽¹⁾⁽²⁾と同様の仮定を用い、流路断面積の変化はあまり大きくないので平均化法を用いて解析する。スロット絞り部については次のような仮定を用いる。

* 原稿受付 平成3年9月20日。

*¹ 正員, 富山県立大学工学部 (〒930-03 富山県射水郡小杉町黒河 5180)。

*² 正員, 富山大学工学部 (〒930 富山市五福 3190)。

*³ 正員, 関西大学工学部 (〒564 吹田市山手町 3-3-35)。

*⁴ 正員, 摂南大学工学部 (〒572 寝屋川市池田中町 17-8)。

*⁵ 正員, 富山職業訓練短期大学校 (〒937 魚津市川縁 1289-1)。

(1) スロット絞り内の流れは平行平面間の流れと
考え、流れは層流で助走距離は無視できる。

(2) スロット絞り入口部での気体の急加速による
圧力降下は自成絞りと同様に考えて評価できる。

(3) 絞りより軸受すきま内へ気体が入る際の
流路の曲がりによる圧力変化は無視できる。

(4) スロットすきまはカラーの幅に比べて十分小
さく無視できる。

2・1 軸受すきま内の流れ 解析に当たっては軸
受面を図1に示すように二つの領域に分割する。スロ
ット給気部より内側を領域I, 外側を領域IIとする。
圧力に関する基礎方程式は領域I, IIとも同じであり

$$\frac{H^3}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RPF) = \sigma \frac{\partial}{\partial \tau} (HP) \dots\dots\dots (1)$$

$$F = \frac{\partial P}{\partial R} + 1.2 \Delta \frac{H^4}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RPF^2) - \frac{\Delta \sigma}{H} \frac{\partial}{\partial \tau} (H^3 PF) \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる⁽¹⁾。なお、記号は既報⁽²⁾⁽⁴⁾での用法に準じ
る。境界条件は

$$\left. \begin{aligned} R=R_1, 1 \text{ で } P=1 \\ R=R_s \text{ で } P=P_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

である。ここに、 P_b はスロット絞り出口部の圧力であ
り、絞り部と軸受すきま内の流量連続条件より決定さ
れる。

式(1), (2)を厳密に解くことは困難であり、微小
な調和振動を仮定して、式(1), (2)を線形化し、ル
ンゲ・クッタ・ギル法により数値計算して求める。

2・2 スロット絞り内の流れ スロット絞り内の
流れをすきま b_s , 長さ l の平行平面間の流れと考え、

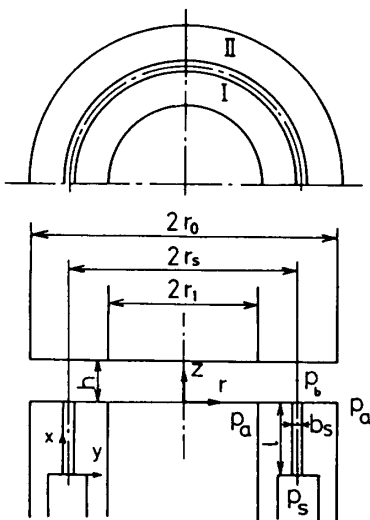


図1 静圧気体スラストカラー軸受の概略図

助走距離を無視すれば、流れの運動方程式、連続の式
および状態方程式は

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \dots\dots\dots (4)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{p}{\rho} = \mathcal{R} T_0 \dots\dots\dots (7)$$

と表される。ここに、 v_x, v_y はそれぞれ x, y 方向の速
度成分であり、気体の状態変化は等温変化を考えてい
る。境界条件は

$$\left. \begin{aligned} y=0, b_s \text{ で } v_x=v_y=0 \\ x=0 \text{ で } p=p_i \\ x=l \text{ で } p=p_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

である。式(4)~(7)を厳密に解くことは困難である
ので、ここでは角周波数 ω の正弦波状脈動流を仮定し
て、このような流れについて解析することにする。す
なわち速度および圧力を

$$(v_x, v_y, p) = (v_{xst}, v_{yst}, p_{st}) + (\bar{v}_{xt}, \bar{v}_{yt}, \bar{p}_t) e^{j\omega t} \dots\dots\dots (9)$$

と置き、これを式(4)~(7)に代入し、微小項を省略
して整理すると、定常成分に関しては

$$0 = -\frac{\partial p_{st}}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_{xst}}{\partial y^2} \dots\dots\dots (10)$$

$$0 = \frac{\partial p_{st}}{\partial y} \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial(p_{st} v_{xst})}{\partial x} + \frac{\partial(p_{st} v_{yst})}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

境界条件

$$\left. \begin{aligned} y=0, b_s \text{ で } v_{xst}=v_{yst}=0 \\ x=0 \text{ で } p_{st}=p_{ist} \\ x=l \text{ で } p_{st}=p_{bst} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

が得られ、非定常成分に関しては

$$j\omega \frac{p_{st}}{\mathcal{R} T_0} \bar{v}_{xt} = -\frac{\partial \bar{p}_t}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 \bar{v}_{xt}}{\partial y^2} \dots\dots\dots (14)$$

$$0 = \frac{\partial \bar{p}_t}{\partial y} \dots\dots\dots (15)$$

$$j\omega \bar{p}_t + \frac{\partial(\bar{p}_t v_{xst} + p_{st} \bar{v}_{xt})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{p}_t v_{yst} + p_{st} \bar{v}_{yt})}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

境界条件

$$\left. \begin{aligned} y=0, b_s \text{ で } \bar{v}_{xt}=\bar{v}_{yt}=0 \\ x=0 \text{ で } \bar{p}_t=\bar{p}_{it} \\ x=l \text{ で } \bar{p}_t=\bar{p}_{bt} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

が得られる。

これらを解いて、定常成分については

$$p_{st}^2 = \frac{p_{bst}^2 - p_{ist}^2}{l} x + p_{ist}^2 \dots\dots\dots (18)$$

$$v_{xst} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_{st}}{\partial x} y(y - b_s) \dots\dots\dots (19)$$

が得られ、非定常成分に関しては

$$\bar{v}_{xt} = \frac{\mathcal{R} T_0}{j\omega p_{st}} \frac{d\bar{p}_t}{dx} \left[\frac{\cosh\{\lambda\sqrt{p_{st}}(y - b_s/2)\}}{\cosh(\lambda\sqrt{p_{st}} b_s/2)} - 1 \right] \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{p}_t}{dx^2} - \left\{ \frac{k_{01}}{4p_{st}} - \frac{k_{01} \lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{8p_{st}^2} \left(\tanh \frac{\lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2} \right)^2 \left(\tanh \frac{\lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2} - \frac{\lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2} \right)^{-1} \right. \\ \left. + \frac{j\omega k_{01} \lambda \sqrt{p_{st}} b_s^3}{48 \mu \mathcal{R} T_0 p_{st}} \left(\tanh \frac{\lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2} - \frac{\lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2} \right)^{-1} \right\} \frac{d\bar{p}_t}{dx} - \left(\frac{\omega^2 \lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2 \mathcal{R} T_0} \right. \\ \left. - \frac{j\omega k_{01}^2 \lambda \sqrt{p_{st}} b_s^3}{96 p_{st}^3 \mu \mathcal{R} T_0} \right) \left(\tanh \frac{\lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2} - \frac{\lambda \sqrt{p_{st}} b_s}{2} \right)^{-1} \bar{p}_t = 0 \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

が得られる。ここに、 $k_{01} = (p_{bst}^2 - p_{ist}^2)/l$ 、 $\lambda = \sqrt{j\omega/\mu \mathcal{R} T_0}$ である。圧力の非定常成分 \bar{p}_t は解析的に求めることが困難であり、ルンゲ・クッタ・ギル法により数値計算して求める。なお、 y 軸方向の速度成分 v_{yst} 、 \bar{v}_{yt} は x 軸方向の速度成分を連続の式(12)、(16)に代入して、 y に関して積分して求められるが、軸受特性の計算には必要ないので、ここでは省略する。

一方、既報⁽⁵⁾のように、気体の圧縮性を部分的に考慮して近似的に扱う手法を適用すると、式(4)~(7)に相当する基礎方程式は

$$\rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \dots\dots\dots (22)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y} \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = 0 \dots\dots\dots (24)$$

$$\frac{p}{\rho} = \mathcal{R} T_0 \dots\dots\dots (25)$$

と与えられる。ここに、 ρ_0 は一定値として扱う代表密度であり、本論文では、絞りの入口と出口の静的な圧力 p_{ist} 、 p_{bst} の平均圧力における密度 $\rho_0 = (p_{ist} + p_{bst})/(2\mathcal{R} T_0)$ を用いる。微小な正弦波状の脈動流を考え、速度、圧力を式(9)と置いて、式(22)~(25)に代入し、整理した基礎式を解くと、定常成分については

$$v_{xst} = \frac{k_{02}}{2\mu} y(b_s - y) \dots\dots\dots (26)$$

$$p_{st} = p_{ist} - k_{02}x \dots\dots\dots (27)$$

と得られ、非定常成分については

$$\begin{aligned} \bar{v}_{xt} = \frac{1}{j\omega \rho_0} \frac{d\bar{p}_t}{dx} \\ \times \left[\frac{\cosh\{\lambda\sqrt{p_0}(y - b_s/2)\}}{\cosh(\lambda\sqrt{p_0} b_s/2)} - 1 \right] \dots\dots\dots (28) \\ \bar{p}_t = [\sinh(\eta x)] \bar{p}_{bt} \\ + \{\sinh(\eta l - \eta x)\} \bar{p}_{it} / \sinh(\eta l) \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

と求まる。ここに、 $k_{02} = (p_{ist} - p_{bst})/l$ 、 $p_0 = (p_{ist} + p_{bst})/2$ であり、 η は

$$\eta = \frac{j\omega}{\sqrt{\mathcal{R} T_0}} \left\{ 1 - \frac{2}{\lambda \sqrt{p_0} b_s} \tanh\left(\frac{\lambda \sqrt{p_0} b_s}{2}\right) \right\}^{-1/2} \dots\dots\dots (30)$$

である。この解法による結果を次章では「絞り内での気体の圧縮性をわずかに考慮した場合」と呼んでいる。

2.3 軸受特性 既報⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾と同様に、剛性、減衰係数を定義し、それぞれを $\pi r_0^2 p_a / h_0$ および $\pi r_0^2 p_a / (h_0 \omega)$ で無次元化して無次元剛性 K および無次元減衰係数 B を決定する。 K および B は以下の7個の無次元パラメータ

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{r_1}{r_0}, R_s = \frac{r_s}{r_0}, P_s = \frac{p_s}{p_a} \\ \Gamma &= \frac{r_s b_s^3}{l h_0^3} \frac{1}{F_q} : \text{給気定数} \\ \gamma_1 &= \frac{24 \mu C_{Dl} \sqrt{\mathcal{R} T_0}}{p_a b_s^2} \\ \sigma &= \frac{12 \mu \omega}{p_a} \left(\frac{r_0}{h_0} \right)^2 : \text{スクイーズ数}, \frac{b_s}{h_0} \end{aligned}$$

とスロット絞り入口の流量係数 C_D によって整理することができる。

ここに、 $F_q = \frac{1}{\ln(r_0/r_s)} - \frac{1}{\ln(r_1/r_s)}$ で流量に関する形状係数である。本論文では、スロット絞り入口部での圧力降下を自成絞り効果と同様に考えて評価しており、 γ_1 はスロット入口部で仮想されたオリフィスとスロット絞り内の流動抵抗の比に相当するパラメータである。なお、これらのパラメータと Δ および非定常パラメータ $Re^{**} = \rho_a \omega h_0^2 / \mu$ の間には

$$\Delta = \left(\frac{2C_D}{\Gamma \gamma_1} \frac{b_s}{h_0} \right)^2 \dots\dots\dots (31)$$

$$Re^{**} = 12 \Delta \sigma \dots\dots\dots (32)$$

の関係がある。

3. 計算結果

図2から図5に、 $R_1 = 0.5$ 、 $R_s = 0.75$ 、 $\gamma_1 = 10$ 、 $C_D = 0.7$ の場合の無次元剛性 K および無次元減衰係数 B の計算例を示す。

図2および図3は絞り部および軸受すきま内の気体の慣性力が K, B に及ぼす影響を示すためのものである。図中、破線は慣性力を省略した場合の値を示し、一点鎖線は絞り部の慣性力のみを考慮した場合、二点鎖線は軸受すきま内の慣性力のみを考慮した場合、実線は両方を考慮した場合の値を示す。図2は横軸に給気定数 Γ をとり、図3は横軸にスクイーズ数 σ をとって、非定常パラメータ Re^{**} を併記している。 K に関しては、軸受各部での慣性力の影響をすべて考慮した解(実線)が破線および二点鎖線とはかなり差があり、一点鎖線とはあまり差がないことから軸受すきま内の気体の慣性力の影響が小さく、絞り内の慣性力の影響は大きいことがわかる。また、この図に見られるように、 K については、 Re^{**} の大きい領域では慣性力の

影響は小さくなる。 B に関しては、軸受すきま内の気体の慣性力は B を増加させ、絞り内の気体の慣性力は Γ が小さい領域で B を減少させ、 Γ の大きい領域で増加させている。これらのことは σ, Re^{**} の大きさにはあまり関係しない。

図4は絞り内の気体の圧縮性の取扱いの違いによる差を見るためのものである。図中、実線は絞り部および軸受すきま内の気体の慣性力を考慮した結果を表し、一点鎖線は絞り内の気体の圧縮性をわずかに考慮した場合の結果を、二点鎖線は絞り内の気体の慣性力を無視した場合の結果を表している。なお、 K については、一点鎖線と二点鎖線はほぼ同じ値を示し、一点鎖線のみを記している。この図より、絞り内の気体の圧縮性の取扱いの違いによる差は、給気定数 Γ の値が1近傍の静圧軸受として実用上重要な領域で、 K, B ともにかかなり大きく現われ、それは給気圧力 P_s が大きいほど顕著であることがわかる。

図5は K, B に及ぼす b_s/h_0 の影響を示すものである。図中、実線は気体の慣性力を絞り部、軸受すきま内の両方で考慮した場合の値を示し、破線は慣性力を省略した場合の値を示す。この図より、 b_s/h_0 の大きさによる差は、 K については、あまり大きくないが、 B については、 Γ の小さい領域でかなり大きいことがわかる。

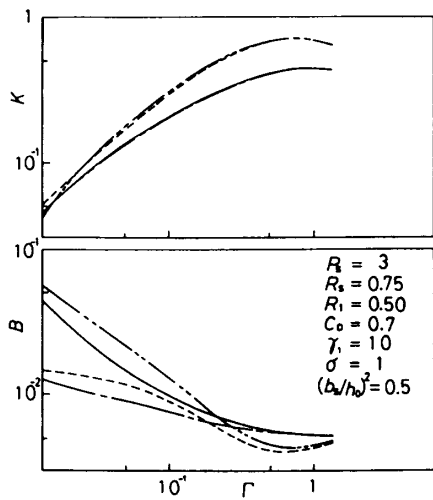


図2 剛性・減衰係数に及ぼす各部の慣性力の影響

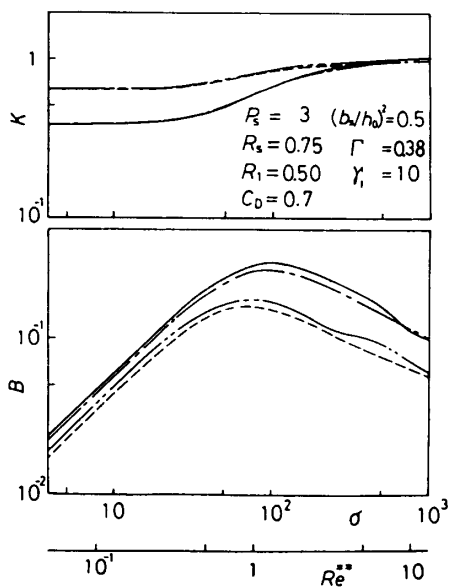


図3 剛性・減衰係数に及ぼす各部の慣性力の影響

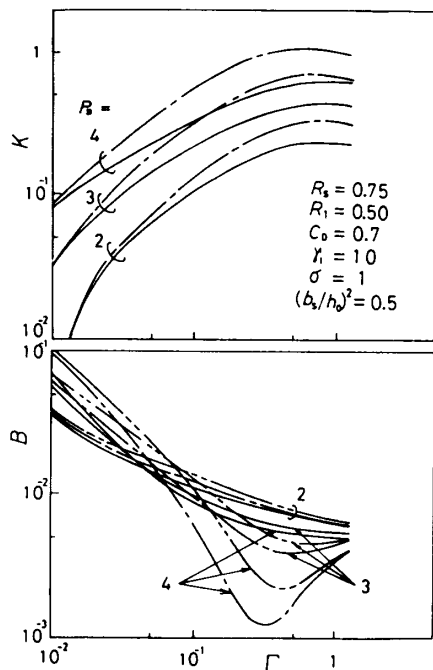


図4 スロット絞り内の気体の圧縮性の取扱いの違いによる剛性・減衰係数の比較

4. 実験的検討

本章では、2章で示した解析結果の妥当性について実験的な検討を加える。実験装置は既報⁽²⁾⁽⁴⁾と同じものを用いる。

試験軸受の形状諸元は

$$r_0 = 23 \text{ mm}, r_s = 16 \text{ mm}, r_1 = 9 \text{ mm}$$

$$b_s = 50 \text{ }\mu\text{m}, l = 18 \text{ mm}$$

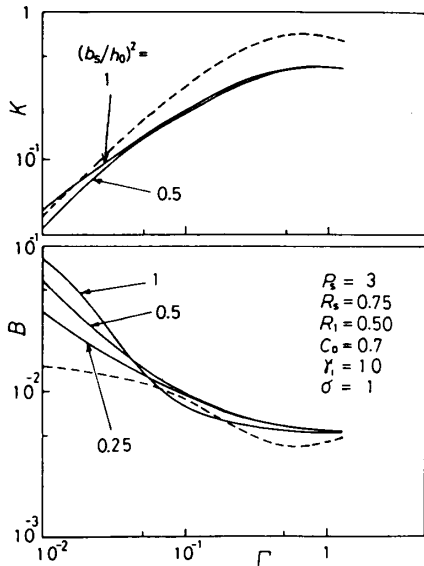


図5 剛性・減衰係数に及ぼす慣性力の影響

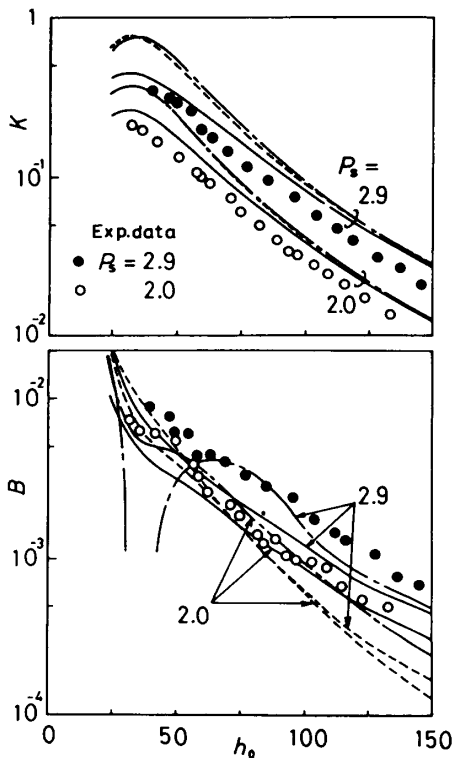


図6 実験結果との比較

である。

図6, 7に無次元剛性 K および無次元減衰係数 B についての実験結果と理論的予測値の比較を示す。図6は各部の気体の慣性力の影響を調べるためのものである。図中、破線は軸受各部での気体の慣性力を省略した場合の値を示し、一点鎖線は絞り部の慣性力のみを考慮した場合、二点鎖線は軸受すきま内の慣性力のみを考慮した場合、実線は両方を考慮した場合の値を示す。なお、スロット絞り内の気体の圧縮性は厳密に考慮している。 K については、一点鎖線と実線が実験値とかなりよく一致し、 B については、二点鎖線と実線が実験値とよく一致していることから、 K, B とも実験値とよく合うのは、実線で示されている、気体の慣性力を絞り部と軸受すきま内の両方で考慮している理論結果であることがわかる。

図7はスロット絞り内の気体の圧縮性の取扱いの差を見るためのものである。図中、実線は気体の圧縮性を厳密に考慮した場合の理論値を示し、一点鎖線は気体の圧縮性をわずかに考慮した場合の理論値を、破線は絞り内および軸受すきま内の気体の慣性力を省略した場合の理論値を示す。実験値は、 K, B とも、実線で示される、気体の圧縮性を厳密に取扱った理論値にかなりよく合っている。一方、一点鎖線で示される近似理論による解は軸受すきまの小さい領域で実験値に

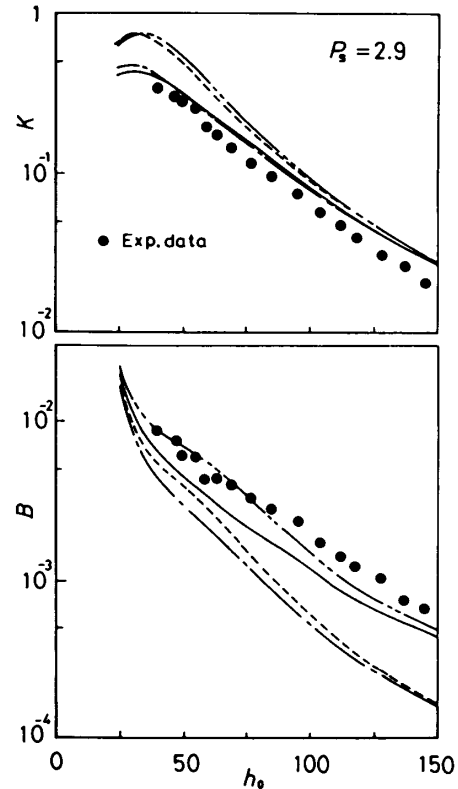


図7 実験結果との比較

合わなくなっている。

なお、理論値を求める際の、スロット絞り入口部の流量係数 C_d は sharp-edged orifice の縮流係数の値⁽⁹⁾ を使用している。

5. 結 言

本報では、スロット絞りを有する静圧気体スラストカラー軸受を対象に、絞り部および軸受すきま内の気体の慣性力が軸受の動特性に及ぼす影響を理論的に調べ、ついで実験による検討を加えた。得られた主な結論は次のようである。

(1) スロット絞りのすきまおよび軸受すきまが比較的大きい場合には気体の慣性力の影響はかなり大きく現われる場合があり、軸受剛性、減衰係数に対する実験値は絞り部および軸受すきま内で慣性力を考慮した理論値に広い範囲にわたって比較的良好。

(2) 絞り部の気体の慣性力の影響は、剛性および減衰係数に対してかなり大きく現われ、剛性を低下させる。減衰係数に対しては、概して、給気定数 Γ の小

さい領域で減衰係数を低下させ、 Γ の大きい領域で上昇させる傾向がある。

(3) 軸受すきま内の慣性力の影響は、剛性に対してはあまり大きくはないが、減衰係数に対しては、概して、 Γ の小さい領域で影響が現われ、減衰係数の値を増加させる。

(4) 絞り内の気体の圧縮性の影響は、給気圧力 P_s が大きい場合にはかなり大きく、圧縮性をわずかに考慮した解析結果との差はかなり大きくなる。

文 献

- (1) 森・ほか2名, 機論, 45-391, C(1979), 363.
- (2) 春山・ほか5名, 機論, 53-495, C(1987), 2354.
- (3) 春山・ほか3名, 機論, 54-504, C(1988), 1861.
- (4) 春山・ほか6名, 機論, 58-548, C(1992), 1184.
- (5) 春山・森, 機論, 48-428, C(1982), 577.
- (6) 吉本・中野, 機論, 49-443, C(1983), 1200.
- (7) 吉本・ほか2名, 機論, 53-486, C(1987), 412.
- (8) 吉本・ほか2名, 機論, 49-447, C(1983), 2068.
- (9) Shapiro, A. H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, (1953), 358, The Ronald Press Co.