

回転移動加熱される有孔無限板の円孔縁き裂の応力拡大係数*

五嶋孝仁*¹, 中林秀明*²Stress Intensity Factors of a Radial Edge Crack at a Circular Hole
in an Infinite Plate with Rotating Heat

Takahito GOSHIMA and Hideaki NAKABAYASHI

The stress intensity factors of a radial edge crack emanating from a circular hole have been analyzed for an infinite plate heated by a moving circular heat source rotating at a constant angular velocity around the circular hole. The stress solution can be obtained by superposing the stress disturbance by the crack on the transient thermal stresses due to the moving heat source in an infinite plate with a circular hole. The problem is reduced to a singular integral equation which satisfies the boundary condition on the crack face. The numerical results of stress intensity factors are obtained for the case of a thermally insulated surface and a small crack. The effects of the angular velocity and the radius of rotating heat on the variations of stress intensity factors are considered.

Key Words: Elasticity, Thermal Stresses, Crack, Stress Intensity Factor, Circular Hole, Rotating Heat Source, Infinite Plate

1. 緒 言

ボルト穴やリベット穴などから生じるき裂の進展に関連し、円孔縁にき裂を有する板に関する破壊力学的考察は強度設計上重要である。このため円孔縁き裂を有する無限板についての常温における応力拡大係数についての報告は数多い。たとえば、古くはBowie⁽¹⁾による円孔縁き裂が一様引っ張りを受ける場合、Robertsら⁽²⁾による曲げを受ける場合についての報告がある。また比較的最近では、Santareら⁽³⁾が縁き裂を有する穴に内圧が作用する場合の応力拡大係数を解析している。一方、熱応力による円孔縁き裂の解析は少なく、これまでにHasebeら⁽⁴⁾⁽⁵⁾が一様な定常熱流による円孔縁き裂の解析を行っている。さらに実際には内燃機関のシリンダーカバーのボルト穴などのように、円孔近傍が非定常的に局部加熱されて円孔縁に引張りの熱応力集中が生じき裂の発生原因となることが多い。このため、著者ら⁽⁶⁾は先に円孔近傍の定位置に静止している非定常局部熱発生による円孔縁き裂の熱応力拡大係数の解析を行った。しかし実際の機械には回

転運動が多く、たとえばディスクブレーキ制動時のディスクなどのように、熱源が回転することも多い。とくにこのような場合には、繰返し加熱による疲労のためき裂が進展する可能性が大きいので、1サイクルごとの応力拡大係数変動幅を知ることは疲労き裂進展を考察する上で特に重要である。このため、著者らの一人⁽⁷⁾は回転移動加熱される無限板中の回転中心に位置するき裂の応力拡大係数変動幅について解析したが、回転移動熱源による円孔縁き裂の解析は行われていない。

そこで本研究では円孔縁に比較的短い半径方向き裂を有する有孔無限板が、スタート位置で時間とともにステップ状に変化する円形領域熱源によって一定角速度で回転移動加熱されるとき、円孔縁に生ずる非定常的な熱応力集中によるき裂先端の応力拡大係数を解析した。とくにここではき裂が短いと仮定しているのでき裂による温度場のかく乱は無視し、また材料の物性値は温度に依らず一定と仮定した。解析はき裂のない有孔無限板の非定常熱応力解⁽⁸⁾に、き裂による応力場のかく乱の解を重ね合わせ、き裂面での境界条件を満足するように積分方程式を導いて応力拡大係数を求めた。さらに、一様分布の円形熱源の場合について数値計算を行い、熱源の回転角速度や回転半径が応力拡大

* 原稿受付 平成4年3月5日。

¹ 正員、富山大学工学部 (〒930 富山市五福 3190)。² 学生員、富山大学大学院。

係数やその変動幅に及ぼす影響を数値的に検討した。

2. 加熱条件と境界条件

図1に示すように半径 r_0 の円孔縁に長さ c の半径方向き裂を有する無限板が、スタート点 O_s で時間とともにステップ状に変化する円形領域熱源 $Q(r_1)$ によって一定角速度 ω_0 で回転移動加熱されている。解析にあたり、円孔中心 O を原点とした座標系 (\tilde{x}, \tilde{y}) , $(\tilde{r}, \tilde{\theta})$ および熱源中心 O_1 を原点とした座標系 (r_1, ψ) を採用し、さらに円孔縁上き裂発生点 O_2 を原点として x 軸と角度 β をなす半径方向のき裂に沿った座標系 (ξ, ζ) を用いる。また次の無次元変数を用いて以下の解析を行う。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (\tilde{x}/r_0, \tilde{y}/r_0), \quad \rho = r/r_0, \quad \rho_1 = r_1/r_0, \\ (\xi, \zeta) &= (\tilde{\xi}/r_0, \tilde{\zeta}/r_0), \quad a = \tilde{a}/r_0, \quad b = \tilde{b}/r_0, \\ c &= \tilde{c}/r_0, \quad \tau = \omega_0 t_0 / r_0^2, \quad B_i = H_i r_0 / K \\ \omega &= \omega_0 r_0^2 / \kappa, \quad z = x + yi \end{aligned}$$

ここで、 $i^2 = -1$, t_0 は時間, κ は温度伝導率, K は熱伝導率, \tilde{a} は熱源半径, \tilde{b} は熱源回転半径, H_i は円孔面での熱伝達率を表す。

無限板は初め室温で様な温度であるとし、そのときの温度を基準にして測った温度を T とする。またき裂は微小であると仮定しているのでき裂による温度場のかく乱を無視すれば、温度に関する初期条件および境界条件は次式のようになる。

$$(T)_{\tau=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_{\rho=1} = B_i (T)_{\rho=1}, \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(T)_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、円孔面およびき裂面には外力が働いていないとすれば、力学的境界条件は次式のようになる。

$$(\sigma_{rr})_{\rho=1} = (\sigma_{r\theta})_{\rho=1} = 0, \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (4)$$

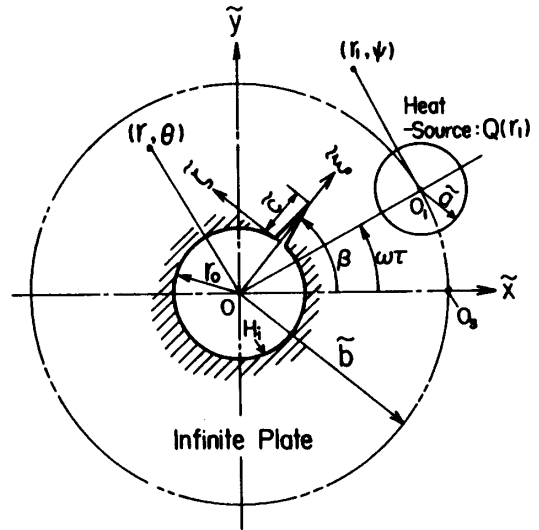


図1 座標系と加熱条件

$$(\sigma_{ij})_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (i, j = r, \theta), \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$(\sigma_{\xi\xi})_{\zeta=\pm 0} = 0, \quad (0 < \xi < c), \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(\sigma_{\zeta\zeta})_{\zeta=\pm 0} = 0, \quad (\xi \in \xi_{op}), \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで ξ_{op} はき裂の開口領域を示すが、 ξ_{op} は時間によって変化する。

3. 応力解析

一般に応力 σ_{ij} は次式のように、き裂のない有孔無限板の非定常熱応力 σ_{ij}^0 に、き裂による応力場のかく乱 σ_{ij}^1 を重ね合わせて求めることができる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1, \quad (i, j = r, \theta; \xi, \zeta) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、き裂のない有孔無限板の回転移動熱源による非定常熱応力 σ_{ij}^0 については、すでに五嶋ら⁽⁶⁾によって解が得られており、条件式(1)~(5)を満足する解が次式で表される。

$$\sigma_{ij}^0 = E\alpha \int_0^\infty s \tilde{\theta}(s) \sum_{n=0}^\infty \frac{\delta_{i2}^n J_n(bs)}{s^4 + n^2 \omega^2} \left\{ W_{ij}(\tau, \rho) + \frac{2}{\pi} h_n(s) \int_0^\infty \epsilon Z_{ij}(\tau, \rho) d\epsilon \right\} ds \quad (i, j = r, \theta) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$\tilde{Q}(s) = \frac{r_0^2}{K} \int_0^a \rho_1 Q(\rho_1) J_0(\rho_1 s) d\rho_1 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$h_n(s) = s J_{n+1}(s) - (n - B_i) J_n(s) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\delta_{i2}^n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n>0 \end{cases}$$

とくに $ij = \theta\theta, r\theta$ の場合を示せば、

$$W_{\theta\theta}(\tau, \rho) = \{A_n(\tau) \cos(n\theta) + B_n(\tau) \sin(n\theta)\} [-U_n(\rho) + (n-1)(n-2)\{2nJ_n(s)/s - J_{n+1}(s)\} \rho^{-n}/(2s)] \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$W_{r\theta}(\tau, \rho) = \{A_n(\tau) \sin(n\theta) - B_n(\tau) \cos(n\theta)\} [U_n(\rho) + n(n-1)\{2nJ_n(s)/s - J_{n+1}(s)\} \rho^{-n}/(2s) + (n-1)\{2nJ_n(\rho s)/(\rho s) - J_{n+1}(\rho s)\}/(\rho s)] \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$Z_{\theta\theta}(\tau, \rho) = \{F_n^1(\tau) \cos(n\theta) + L_n^1(\tau) \sin(n\theta)\} [-X_n(\rho) - (n-1)(n-2)\{nC_n(1) + C_n'(1)\}\rho^{-n}/2] \dots\dots\dots (14)$$

$$Z_{r\theta}(\tau, \rho) = \{F_n^1(\tau) \sin(n\theta) - L_n^1(\tau) \cos(n\theta)\} [X_n(\rho) - (n-1)\{nC_n(\rho)/\rho + C_n'(\rho)\}/\rho - n(n-1)\{nC_n(1) + C_n'(1)\}\rho^{-n}/2] \dots\dots\dots (15)$$

$$A_n(\tau) = s^2 \cos(n\omega\tau) + n\omega \sin(n\omega\tau) - s^2 e^{-s^2\tau} \dots\dots\dots (16)$$

$$B_n(\tau) = s^2 \sin(n\omega\tau) - n\omega \cos(n\omega\tau) + n\omega e^{-s^2\tau} \dots\dots\dots (17)$$

$$F_n^1(\tau) = \int_0^\tau F_n(\lambda) d\lambda \dots\dots\dots (18)$$

$$L_n^1(\tau) = \int_0^\tau L_n(\lambda) d\lambda \dots\dots\dots (19)$$

$$C_n'(\rho) = \frac{\partial C_n(\rho)}{\partial \rho}$$

$$F_n(\tau) = [(s^2 \varepsilon^2 - n^2 \omega^2) \cos(n\omega\tau) + (s^2 + \varepsilon^2)n\omega \sin(n\omega\tau) - (s^2 \varepsilon^2 - n^2 \omega^2)e^{-s^2\tau}] / (\varepsilon^4 + n^2 \omega^2) - s^2(e^{-\varepsilon^2\tau} + e^{-s^2\tau}) / (s^2 - \varepsilon^2) \dots\dots\dots (20)$$

$$L_n(\tau) = [(s^2 \varepsilon^2 - n^2 \omega^2) \sin(n\omega\tau) - (s^2 + \varepsilon^2)n\omega \cos(n\omega\tau) + (s^2 + \varepsilon^2)n\omega e^{-s^2\tau}] / (\varepsilon^4 + n^2 \omega^2) + n\omega(e^{-\varepsilon^2\tau} + e^{-s^2\tau}) / (s^2 - \varepsilon^2) \dots\dots\dots (21)$$

$$U_n(\rho) = n(n+1)\{J_{n-1}(s) - 2(n-1)J_n(s)/s\}\rho^{-(n+2)}/(2s) - n(n-1)J_n(\rho s)/(\rho s)^2 - J_{n+1}(\rho s)/(\rho s) \dots\dots\dots (22)$$

$$X_n(\rho) = n(n+1)\{(n-2)C_n(1) + C_n'(1)\}\rho^{-(n+2)}/2 - n^2 C_n(\rho)/\rho^2 - C_n'(\rho)/\rho \dots\dots\dots (23)$$

$$C_n(\rho) = \{D_V(\varepsilon)J_n(\rho\varepsilon) - D_I(\varepsilon)Y_n(\rho\varepsilon)\} / \{D_V^2(\varepsilon) + D_I^2(\varepsilon)\} \dots\dots\dots (24)$$

$$D_V(\varepsilon) = (B_i - n)Y_n(\varepsilon) + \varepsilon Y_{n+1}(\varepsilon), \quad D_I(\varepsilon) = (B_i - n)J_n(\varepsilon) + \varepsilon J_{n+1}(\varepsilon) \dots\dots\dots (25)$$

ここで α は線膨張係数, E は縦弾性係数, $J_n(\quad)$ および $Y_n(\quad)$ は n 次の第 1 種および第 2 種ベッセル関数を表す。

一方, き裂による応力を求めるために, き裂上の任意点 $z = z_0[z = (1 + \xi)e^{i\theta}, z_0 = (1 + \eta)e^{i\theta}]$ で次式で定義される一個の転位を考える。

$$g = E\{[U_{\xi\xi}] + i[U_{\xi\tau}]\}e^{i\theta}/(8\pi i r_0) \dots\dots\dots (26)$$

ここで, $[U_{ii}]$ は変位の不連続量を表す。この転位 g による応力は次式のような Muskhelishvili の応力関数を用いることによって求められる⁽⁹⁾。

$$\Phi_2(z) = \frac{g}{z - z_0}, \quad \Psi_2(z) = \frac{\bar{g}}{z - z_0} + \frac{g\bar{z}_0}{(z - z_0)^2} \dots\dots\dots (27)$$

このときこの一個の転位によって円孔面 ($z = t = e^{i\theta}$) に生ずる応力 $f(t) = (\sigma_{rr}^{\theta} + i\sigma_{\theta\theta}^{\theta})_{z=t}$ は次式のように与えられる⁽¹⁰⁾。

$$f(t) = \Phi_2(t) + \overline{\Phi_2(\bar{t})} - e^{-2i\theta}\{t\overline{\Phi_2'(t)} + \overline{\Psi_2'(t)}\} \dots\dots\dots (28)$$

ここで $\Phi'(z) = d\Phi(z)/dz$ で $\overline{\Phi(z)}$ および \bar{g} は $\Phi(z)$ および g の共役複素関数である。そこでこの円孔面の応力を打消すために円孔面に $-f(t)$ なる外力を加える。このときの Muskhelishvili の応力関数は次式で与えられる⁽¹⁰⁾。

$$\Phi_3(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t)}{t - z} dt \dots\dots\dots (29)$$

$$\Psi_3(z) = \{\Phi_3(z) + \overline{\Phi_3(1/\bar{z})} - z\overline{\Phi_3'(z)}\}/z^2, \quad |z| > 1 \dots\dots\dots (30)$$

ここで Γ は円孔縁に沿った一周積分路を表す。そこで式(27)を式(28)に代入して式(29)のコーシ積分を実行すれば $\Phi_3(z)$ が次式のように求まる。

$$\Phi_3(z) = g\hat{\Phi}_3(z) + \bar{g}\Phi_3^*(z) \dots\dots\dots (31)$$

$$\hat{\Phi}_3(z) = \begin{cases} -1/(z(z\bar{z}_0 - 1)), & |z| > 1 \\ 1/(z - z_0), & |z| < 1 \end{cases} \dots\dots\dots (32)$$

$$\Phi_3^*(z) = \begin{cases} (z_0\bar{z}_0 - 1)/\{\bar{z}_0(z\bar{z}_0 - 1)\}, & |z| > 1 \\ -1/\bar{z}_0, & |z| < 1 \end{cases} \dots\dots\dots (33)$$

したがって境界条件式(4)(5)を満足する一個の転位による応力場は (ξ, ζ) 座標系で表せば次式のようなになる。

$$\sigma_{\xi\xi}^{\theta} - i\sigma_{\xi\zeta}^{\theta} = \sum_{p=2}^3 [\Phi_p(z) + \overline{\Phi_p(\bar{z})} - e^{-2i\theta}\{z\overline{\Phi_p'(z)} + \overline{\Psi_p'(z)}\}] \dots\dots\dots (34)$$

き裂による応力 σ_{ij}^0 は、次式のようにこの転位をき裂に沿って連続分布させることにより得られる。

$$\sigma_{iz}^0 - i\sigma_{\xi z}^0 = \int_0^c (\sigma_{\xi z}^0 - i\sigma_{\xi z}^0) d\eta \dots\dots\dots (35)$$

式(9)および式(35)を式(8)のように重ね合わせ、境界条件(6)(7)に代入すれば次の特異積分方程式を得る。

$$2e^{-i\theta} \int_0^c \frac{g(\eta)}{\xi - \eta} d\eta + \int_0^c \{g(\eta)K_1(\xi, \eta) + \overline{g(\eta)}K_2(\xi, \eta)\} d\eta = (-\sigma_{iz}^0 + i\sigma_{\xi z}^0)_{\theta=\beta, \rho=1+\epsilon} \dots\dots\dots (36)$$

ここで

$$K_1(\xi, \eta) = \widehat{\Phi}_3(z) + \overline{\Phi_3^*(z)} + e^{-2i\theta} [(z-1/\bar{z})\overline{\Phi_3^{*'}(z)} + \{\Phi_3^*(z) + \widehat{\Phi}_3(1/\bar{z})\}/(\bar{z})^2] \dots\dots\dots (37)$$

$$K_2(\xi, \eta) = \Phi_3^*(z) + \overline{\widehat{\Phi}_3(z)} + e^{-2i\theta} [(z-1/\bar{z})\widehat{\Phi}_3'(z) + \{\widehat{\Phi}_3(z) + \Phi_3^*(1/\bar{z})\}/(\bar{z})^2] \dots\dots\dots (38)$$

また $\widehat{\Phi}_3(z)$, $\Phi_3^*(z)$ は式(32)(33)で与えられ、このとき $z=(1+\xi)e^{i\theta}$, $z_0=(1+\eta)e^{i\theta}$ である。

4. 数値計算

本数値例では、簡単な場合として $Q(\rho_1) = Q_0$ (一定) ($\rho_1 < a$) の場合を考える。このとき式(10)のハンケル積分は次式のようになる。

$$\widehat{Q}(s) = aT^* J_1(as)/s, \quad T^* = r_0^2 Q_0/K \dots\dots\dots (39)$$

さて、本計算では式(36)の連立積分方程式を Geasoulis⁽¹¹⁾ の方法により数値的に解く。いま

$$g(\eta) = \frac{EaT^*G(\bar{\eta})}{(1-\bar{\eta}^2)^{1/2}} e^{i\theta}, \quad \bar{\eta} = 2\eta/c - 1 \dots\dots\dots (40)$$

と置き、積分区間 $-1 \leq \bar{\eta} \leq 1$ を $2n$ 等分して節点 $\bar{\eta}_j$ ($j=1 \sim 2n+1$) を決め、3節点ごとに Lagrange の補間を適用し、選点を $\xi_k = \bar{\eta}_k + 1/2n$ ($k=1 \sim 2n$) のように選べば、積分方程式(36)は $G(\bar{\eta}_j)$ に関する次の連立一次方程式に帰着される。

$$\sum_{j=1}^{2n+1} \{M_{jk}G(\bar{\eta}_j) + N_{jk}\overline{G(\bar{\eta}_j)}\} = \Gamma_k(\xi_k, 0) \quad (k=1, 2, \dots, 2n) \dots\dots\dots (41)$$

ここで

$$M_{jk} = V_j(c/2)K_1(\xi_k, \bar{\eta}_j)e^{-i\theta} - 2W_j(\xi_k) \\ N_{jk} = V_j(c/2)K_2(\xi_k, \bar{\eta}_j)e^{-i\theta} \dots\dots\dots (42)$$

$$\Gamma_k(\xi, \zeta) = (-\sigma_{iz}^0 + i\sigma_{\xi z}^0)/EaT^* \dots\dots\dots (43)$$

ここで $W_j(\xi_k)$, V_j は Gerasoulis⁽¹¹⁾ によって与えられている式と同じであり、 $\zeta=0$ の場合には $\zeta\zeta=$

$\theta\theta$, $\xi\zeta=r\theta$ となり式(43)は式(9)で $\rho=1+c(\bar{\xi}+1)/2$, $\theta=\beta$ とおいて得られる。このとき、き裂先端における応力拡大係数は次式で与えられる。

$$K_I - iK_{II} = \pi\sqrt{2r_0c} EaT^*G(1) \dots\dots\dots (44)$$

また式(26)(40)を参照すれば、き裂面上の任意の選点

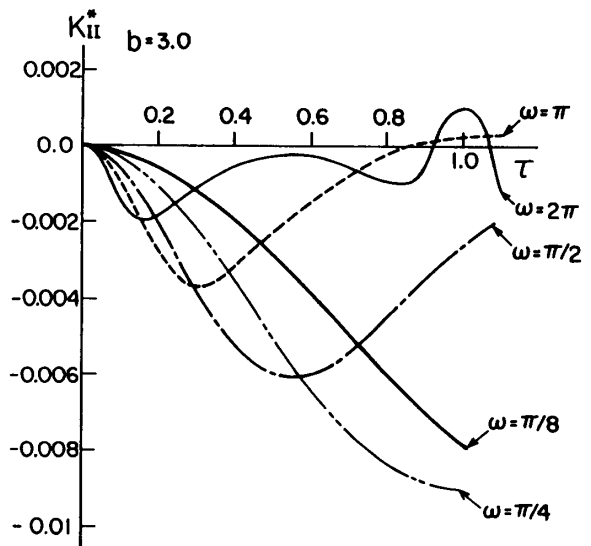


図3 応力拡大係数 K_{II} の時間的変動 ($b=3.0$ の場合)

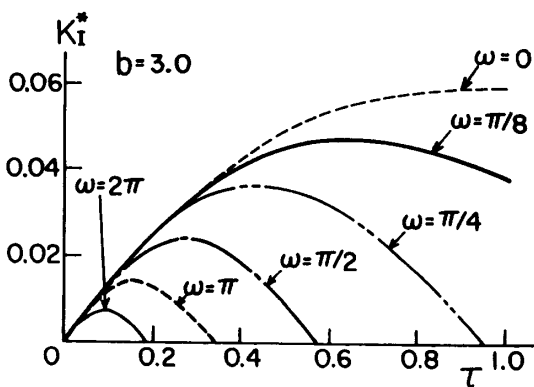


図2 応力拡大係数 K_I の時間的変動 ($b=3.0$ の場合)

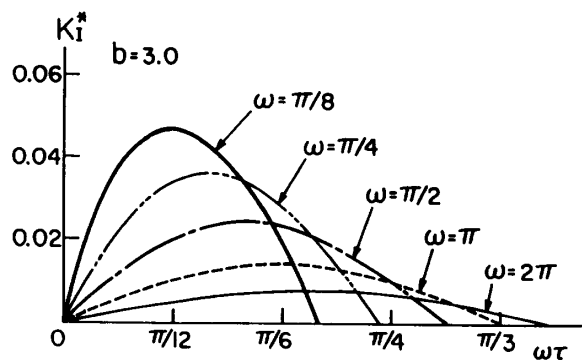


図4 応力拡大係数 K_I の熱源回転角 $\omega\tau$ による変動 (角速度による影響)

($\xi = \xi_k$)における変位は次式によって得られる。

$$(U_{\xi\xi} + iU_{\xi\xi'})_{\xi=0} = 4\pi r_0 c a T^* \sum_{j=k}^{2n} V_j G(\bar{\eta}_j) \dots\dots\dots (45)$$

式(41)を解くにあたって、き裂が円孔面と交わる点 ($\bar{\eta}_1 = -1$)での $G(\bar{\eta})$ の特異性は $1/2$ 以下であることを考慮して $G(-1) = 0$ と仮定する。最初にき裂全領域が開口 ($\xi_{op} : 0 < \xi < c$) していると仮定して式(41)を解き、式(45)より得られるき裂開口変位が負となる領域で $Re\{G(\bar{\eta}_j)\} = 0$ とおき、再び式(41)を解く。このような計算過程をき裂開口変位負 ($U_{\xi\xi} < 0$) の領域がなくなるまでくり返し、式(7)の ξ_{op} の領域を各時間ステップごとに決定する。本数値計算ではどの数値例の各ステップでも3回以下の繰り返し計算で十分収束した。また選点数は $n = 10$ で十分な精度が得られた。また以下ではすべてき裂は x 軸上にあり ($\beta = 0^\circ$)、き裂長さは $c = 0.1$ とし、熱源半径は $a = 1.0$ の場合について数値計算した。なお、応力拡大係数の数値結果はすべて次の無次元量で示してある。

$$K_I^* = K_I / (\pi \sqrt{2r_0 c} E a T^*) \dots\dots\dots (46)$$

$$K_{II}^* = K_{II} / (\pi \sqrt{2r_0 c} E a T^*)$$

まず、熱源と円孔間の距離が $b = 3.0$ の場合について、熱源回転角速度が五とおりに変化した場合のモード I およびモード II の応力拡大係数の時間的変動をそれぞれ図2および図3に示す。応力拡大係数はモード I, II とともに時間とともに増加して最大となった後減少する傾向を示しており、角速度が遅くなるに従い経過時間の大きなきに最大を示しその最大値も大きくなっているが、反対に角速度が早くなっていくに従い応力拡大係数の最大値は小さくなりその発生時刻も早くなる。とくに図2より K_I はある時刻以降は零となっ

ており、角速度が早くなるほど早く K_I は生じなくなっている。ここで $\omega = 0$ の場合は前報⁽⁶⁾の結果と一致している。また、図3より角速度が遅くなるほど K_{II} の変動は緩やかになっている。このように経過時間が同じでも角速度の相違によって応力拡大係数の時間的

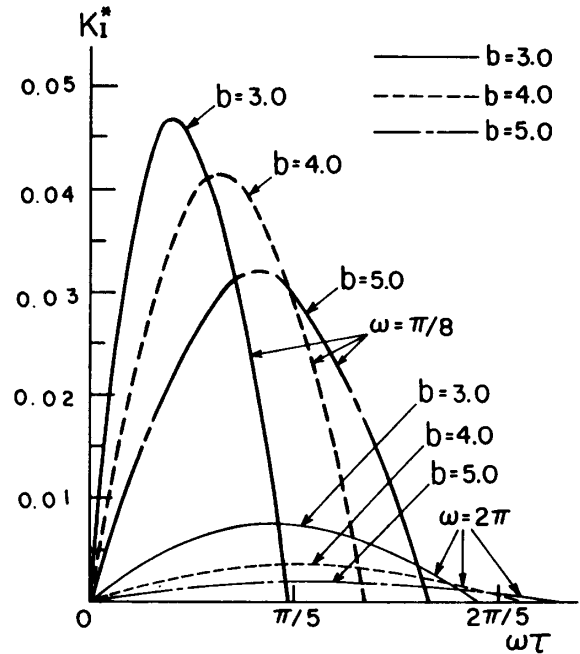


図6 応力拡大係数 K_I の熱源回転角 ωr による変動 (熱源回転半径による影響)

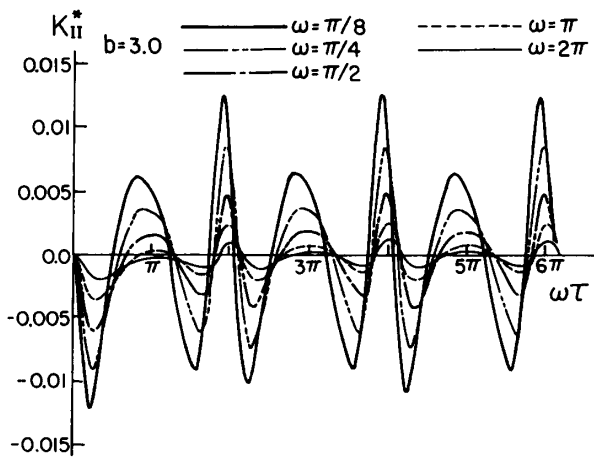


図5 応力拡大係数 K_{II} の熱源回転角 ωr による変動 (角速度による影響)

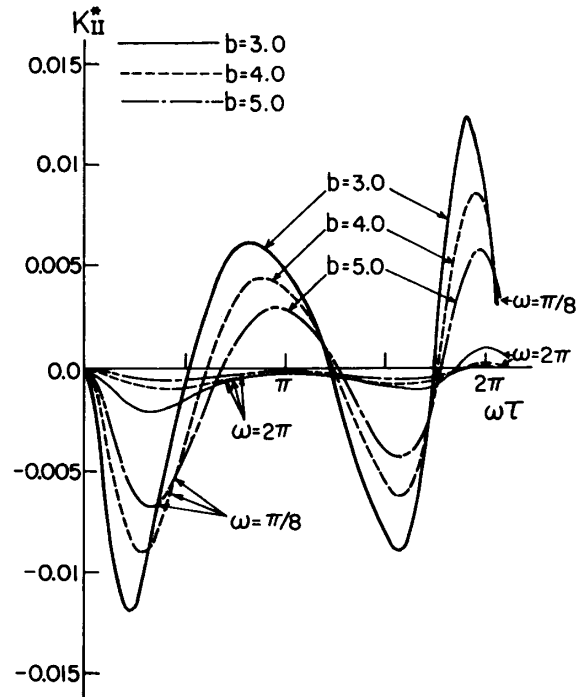


図7 応力拡大係数 K_{II} の熱源回転角 ωr による変動 (熱源回転半径による影響)

変動の傾向はかなり異なっている。これは同じ経過時間で加えられた熱量が同じであったとしても、角速度が異なればそれぞれの熱源の位置が異なっているためであり、たとえば $\tau=1.0$ のときには、 $\omega=2\pi$ では熱源は1回転して出発点O.に戻っており、 $\omega=\pi$ では熱源はき裂から最も遠い位置にあり、 $\omega=\pi/8$ では $\theta=22.5^\circ$ までしか進んでいない。

そこで次に熱源が同じ位置にある場合を比較するために、上述と同じく $b=3.0$ で ω が五とおりに変化した場合について、モード I およびモード II の応力拡大係数の熱源回転角 ($\omega\tau$) による変動をそれぞれ図4および図5に示す。図4より K_I は熱源の回転移動とともに、ある熱源位置のときに最大を示し以後減少する傾向を示しており、角速度が遅いほどその最大値 $(K_I)_{\max}$ は大きくなり変動も急激になっている。そして本数値例の範囲では、この $(K_I)_{\max}$ は角速度が遅い ($\omega=\pi/8$) のときで $\omega\tau$ が約 15° 、早い ($\omega=2\pi$) のときで約 45° の熱源位置で生じており、最も長い場合でも熱源が約 $1/6$ 回転を過ぎると K_I は生じなくなる。以降、熱源が回転移動しても本数値例の範囲では K_I は生じていない。これは本数値例の範囲では熱源スタート直後でのみき裂のある円孔縁には引張の熱応力が生じそれ以降は温度上昇のため圧縮の熱応力となり⁽⁶⁾、き裂は開口することがないためと思われる。また図5より K_{II} は熱源の回転とともに周期的な変動を示し、1回転中の応力拡大係数変動幅 $\Delta K_{II} = (K_{II})_{\max} - (K_{II})_{\min}$ に注目すれば、1回転目の ΔK_{II} がわずかに大きいだけで以後熱源回転数が増加しても ΔK_{II} の大きさはほとんど変化していない。したがって回転移動熱源の繰り返し熱負荷によってモード II の疲労き裂進展などを

考える場合には、1回転目での ΔK_{II} を用いても十分に評価されるものと思われる。とくに2回転目以降ではモード I が生じていないことを考慮すれば、モード II の疲労き裂進展の可能性は大きくなるものと思われる。

次に極端な二つの角速度 ($\omega=\pi/8, 2\pi$) に対して、熱源回転半径が三とおりに変化した場合 ($b=3.0, 4.0, 5.0$) について、モード I およびモード II の応力拡大係数の熱源回転角 ($\omega\tau$) による変動を図6および図7に示す。 $b \geq 3.0$ の範囲ではいずれの角速度の場合にも、 $b=3.0$ の場合の K_I, K_{II} の値が最も大きくなっている。図6より b が大きくなるにしたがって K_I の値は小さくなるが、 K_I を生ずる熱源移動領域は大きくなる。また b が小さくなるほど、熱源がき裂に近い位置のときに $(K_I)_{\max}$ が生じており、たとえば $\omega=\pi/8$ の場合では、 $b=3.0$ で熱源回転角 $\omega\tau$ が約 15° 、 $b=5.0$ で約 30° のときにそれぞれ $(K_I)_{\max}$ が生じている。また図7より b が大きくなるほど応力拡大係数変動幅 ΔK_{II} は小さくなり、たとえば $\omega=\pi/8$ の場合では、 $b=3.0$ で $\Delta K_{II}^* = 0.0243$ 、 $b=5.0$ で $\Delta K_{II}^* = 0.0124$ となっている。

最後に熱源回転角速度が応力拡大係数の大きさに及ぼす影響を明かにするために、熱源回転半径が三とおりの場合について $(K_I)_{\max}$ および $(\Delta K_{II})_{\max}$ の角速度 ω による変動を図8および図9に示す。いずれの場合も $(K_I)_{\max}$ と $(\Delta K_{II})_{\max}$ の値は ω が小さくなるに従っ

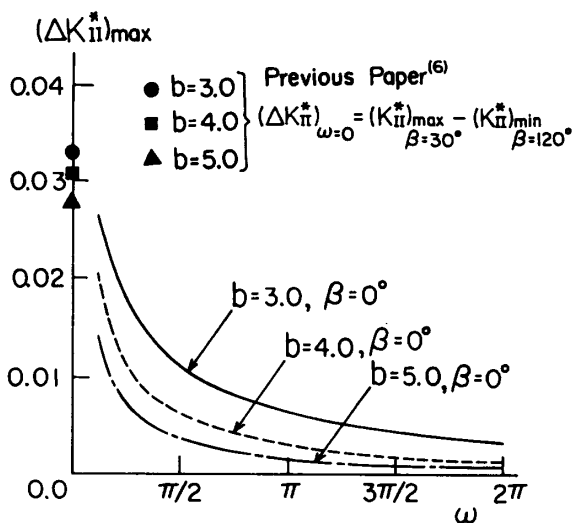


図8 応力拡大係数 $(K_I)_{\max}$ の角速度による変化

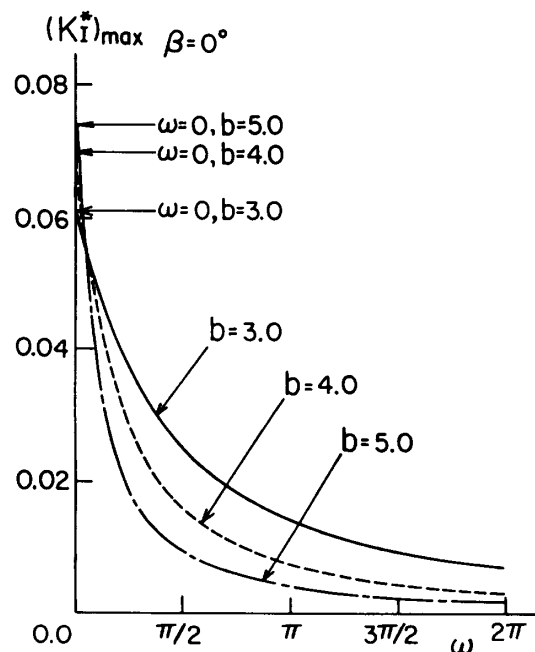


図9 応力拡大係数変動幅 $(\Delta K_{II})_{\max}$ の角速度による変化

て急激に増大している。とくに図8で ω が非常に零に近づいた($\omega < \pi/20$)ときには、 b による影響は逆転して $b=3.0$ の場合の $(K_I)_{\max}$ が最も小さくなっている。また $\omega=0$ の $(K_I)_{\max}$ の値は前報⁽⁶⁾の結果と一致している。なお、図9で $\omega=0$ の場合は実際には熱源はスタート点 O_s で静止しているので $K_{II}=0$ となる。しかし $\omega(>0)$ が限りなく零に近づいた場合には熱源を1回転させるための時間も無限に大きくなり数値計算が困難になるので、熱源が静止している前報⁽⁶⁾の結果において $\beta=30^\circ$ のときの $(K_{II})_{\max}$ と $\beta=120^\circ$ のときの $(K_{II})_{\min}$ を用いて便宜的に $(\Delta K_{II}^*)_{\omega=0}=(K_{II}^*)_{\max}-(K_{II}^*)_{\min}$ と置き図中に併記してある。これより $\omega(>0)$ が限りなく零に近づくに従い、モードIIの応力拡大係数変動幅は $(\Delta K_{II}^*)_{\omega=0}$ の値に漸近するようと思われる。

4. 結 言

円孔縁に比較的短い半径方向き裂を有する有孔無限板が、スタート位置で時間とともにステップ状に変化する円形領域熱源によって一定角速度で回転移動加熱される時、き裂先端での応力拡大係数を解析し、得られた結果に基づいて熱源分布が一様でき裂延長線上に熱源中心のスタート点がある場合について数値計算を行い、次の結論を得た。

(1) モードI, IIの応力拡大係数の熱源1回転中の最大値とその変動幅は角速度が遅くなるに従って急激に増大し、角速度が早くなる程単調に減少する。

(2) 本数値例の範囲では、モードIIの応力拡大係数は熱源の回転にともない周期的な変動を示し1回転ごとの変動幅はほぼ一定であるが、モードIの応力拡大係数は熱源スタート直後約1/6回転までの範囲でのみ生じ、以降はモードIの応力拡大係数は生じない。

(3) 熱源回転半径が円孔半径の3倍以上の範囲では、角速度が極端に小さい場合を除けば、熱源回転半径が大きくなる程応力拡大係数とその変動幅は単調に減少する。

文 献

- (1) Bowie, O. L., *J. Math. Phys.*, **35**(1956), 60.
- (2) Roberts, R. and Rich, T., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **34**-3(1967), 777.
- (3) Santare, M. H., Keer, L. M. and Lewis, J. L., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **109**(1987), 55.
- (4) Hasebe, N・ほか2名, *J. Thermal Stresses*, **11**-4(1988), 381.
- (5) Hasebe, N・ほか2名, *J. Thermal Stresses*, **12**-1(1989), 71.
- (6) 五嶋・中林, 機論, **57**-542, A(1991), 2355.
- (7) 五嶋, 機論, **58**-549, A(1992), 707.
- (8) Goshima, T and Miyao, K., *J. Thermal Stresses*, **13**-1(1990), 43.
- (9) Dundurs, J., *Mathematical Theory of Dislocations*, (1975), 70, ASME Publication.
- (10) Muskhelishvili, *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, (1954), 526, 530., 4th Ed., Noordhoff.
- (11) Gerasoulis, A., *Comput. Math. Applics.*, **8**(1982), 15.