

非定常局部加熱される有孔無限板の円孔縁複数き裂の相互干渉*

五嶋孝仁*¹, 中林秀明*²Mutual Interference of Multiple Radial Edge Cracks at a Circular Hole
in an Infinite Plate due to Transient Partial Heating

Takahito GOSHIMA and Hideaki NAKABAYASHI

The stress intensity factors of multiple radial edge cracks emanating from a circular hole have been analyzed for the case in which an infinite plate is step-functionally heated in a circular region near the hole. The stress solution can be obtained by superposing the stress disturbance due to the cracks on the transient thermal stresses due to the heat source in an infinite plate with a circular hole. The problem is reduced to multiple singular-integral equations which satisfy the boundary conditions on the crack faces. The numerical results of stress intensity factors are obtained for the case of two radial edge cracks with equal crack length. The interference effects of the locations of each crack on the stress intensity factors are considered.

Key Words: Elasticity, Thermal Stresses, Edge Crack, Multiple Cracks, Stress Intensity Factor, Mutual Interference, Circular Hole, Transient Heating, Partial Heating, Infinite Plate

1. 緒 言

機械や構造物の部材には円孔を有する板が多く、このような板が円孔近傍で非定常局部加熱されると円孔縁には大きな引張りの応力集中が生じ⁽¹⁾⁽²⁾, 円孔縁でのき裂発生や進展の原因となる。このため著者ら⁽³⁾は先に、非定常局部加熱される有孔無限板の円孔縁に単一き裂がある場合の応力拡大係数について解析したが、実際には複数き裂を生ずることも多い。これまでに等温問題では、円孔縁⁽⁴⁾や楕円孔縁⁽⁵⁾に一对の対向き裂を有する有孔無限板が一樣引張りを受けた場合の解析や内圧を受ける楕円孔から生ずる一对の対向縁き裂の解析⁽⁶⁾など多数の報告はあるが、熱応力による円孔縁複数き裂について、ことに非定常局部加熱による円孔複数き裂の応力拡大係数の解析については、強度設計上破壊力学的にも重要であるにもかかわらず全く報告されていないようである。

そこで本研究では円孔縁に複数の比較的短い半径方向き裂を有する有孔無限板が、時間とともにステップ状に変化する円形領域の軸対称熱源によって局部加熱

される時、円孔縁に生ずる非定常的な熱応力集中による各き裂先端の応力拡大係数を解析した。とくにここではき裂が短いと仮定しているので各き裂による温度場のかく乱は無視し、また材料の物性値は温度に依らず一定と仮定した。解析はき裂のない有孔無限板の非定常熱応力解⁽¹⁾⁽²⁾に、き裂による応力場のかく乱の解を重ね合わせ、各き裂面での境界条件を満足するように積分方程式を導いて応力拡大係数を求めた。さらに円孔近傍が一樣分布の円形熱源で非定常局部加熱される二つの半径方向縁き裂の場合について数値計算を行い、き裂の位置が応力拡大係数の相互干渉に及ぼす影響を数値的に検討した。

2. 加熱条件と境界条件

図1に示すように半径 r_0 の円孔縁に m 個の半径方向複数き裂を有する無限板が、時間とともにステップ状に変化する軸対称分布の円形領域熱源 $Q(r_1)$ によって局部加熱されている。以下ではすべて k 番目のき裂に関するパラメータに添字 k ($k=1, 2, \dots, m$) を付けて表す。解析にあたっては、円孔中心 O を原点とした座標系 (\bar{x}, \bar{y}) , (r, θ) および熱源中心 O_s を原点とした座標系 (r_1, ϕ) を採用し、さらに円孔縁上の各き裂発生点 O_k を原点として x 軸と角度 β_k をなす半径方

* 原稿受付 平成4年3月19日。

¹ 正員, 富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。² 学生員, 富山大学大学院。

向のき裂に沿った座標系 (ξ_k, ζ_k) を用いる。また、次の無次元変数を用いて以下の解析を行う。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (\bar{x}/r_0, \bar{y}/r_0), \quad \rho = r/r_0, \quad \rho_1 = r_1/r_0 \\ (\xi_k, \zeta_k) &= (\bar{\xi}_k/r_0, \bar{\zeta}_k/r_0), \quad a = \bar{a}/r_0, \quad b = \bar{b}/r_0 \\ c_k &= \bar{c}_k/r_0, \quad \tau = xt_0/r_0^2, \quad B_i = H_i r_0/K \\ z &= x + yi \end{aligned}$$

ここで、 $i^2 = -1$, t_0 は時間, α は温度伝導率, K は熱伝導率, \bar{c}_k は各き裂長さ, \bar{a} は熱源半径, \bar{b} は円孔と熱源の中心間距離, H_i は円孔面での熱伝達率を表す。

無限板は初め室温で一様な温度であるとし、そのときの温度を基準にして測った温度を T とする。またき裂は微小であると仮定しているのでき裂による温度場のかく乱を無視すれば、温度に関する初期条件および境界条件は次式のようにになる。

$$(T)_{\tau=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_{\rho=1} = B_i(T)_{\rho=1}, \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(T)_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、円孔面およびき裂面には外力が働いていないとすれば、力学的境界条件は次式のようにになる。

$$(\sigma_{rr})_{\rho=1} = (\sigma_{r\theta})_{\rho=1} = 0, \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(\sigma_{ij})_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \quad (i, j = r, \theta) \quad (\tau > 0) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\zeta_k = \pm c_k} = 0, \quad (0 < \xi_k < c_k) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(k = 1, 2, \dots, m) \quad (\tau > 0)$$

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\zeta_k = \pm c_k} = 0, \quad (\xi_k \in \xi_{kOP}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$(k = 1, 2, \dots, m) \quad (\tau > 0)$$

ここで ξ_{kOP} は各き裂の開口領域を示す。

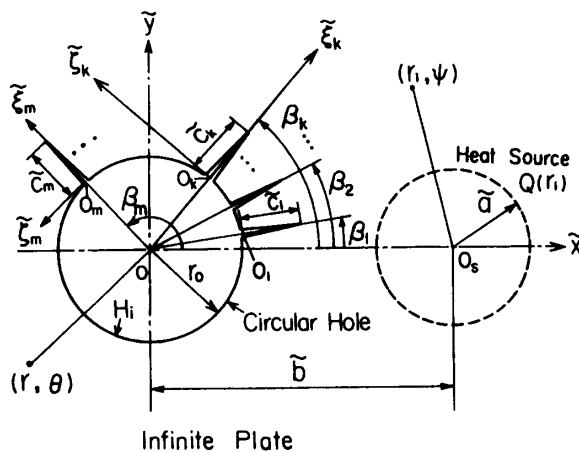


図 1 座標系と加熱条件

3. 応力解析

一般に応力 σ_{ij} は次式のように、き裂のない有孔無限板の非定常熱応力 σ_{ij}^0 に、き裂による応力場のかく乱 σ_{ij}^1 を重ね合わせて求めることができる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^1, \quad (i, j = r, \theta; \xi, \zeta) \quad \dots\dots\dots (8)$$

まず、き裂のない有孔無限板の非定常熱応力解は、 (ρ_1, ψ) 座標系で求めた軸対称温度場を Neumann の加法定理を用いて (ρ, θ) 座標系に座標変換し、条件式 (1)(2)(3) を満足する温度の一般解を求めた後、熱弾性ポテンシャルと Neuber-Papcovitch の調和応力関数を用いて非軸対称平面熱弾性基礎式の解を導けば、境界条件式 (4)(5) を満足する有孔無限板の非定常熱応力解が次式のように求まる⁽¹⁾⁽²⁾。

$$\sigma_{ij}^0 = E\alpha \int_0^\infty \omega \tilde{Q}(\omega) \sum_{n=0}^\infty \delta_{i2}^n J_n(b\omega) \left\{ X_{ij}(\rho) L(\tau, \omega) + h_n(\omega) \int_0^\infty Z_{ij}(\rho) F(\tau) d\varepsilon \right\} d\omega \quad (i, j = r, \theta) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$\tilde{Q}(\omega) = \frac{r_0^2}{K} \int_0^a \rho_1 Q(\rho_1) J_0(\rho_1 \omega) d\rho_1 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\delta_{i2}^n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n>0 \end{cases}$$

$$L(\tau, \omega) = (1 - e^{-\omega^2 \tau}) / \omega^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$h_n(\omega) = 2\{\omega J_{n+1}(\omega) - (n - B_i) J_n(\omega)\} / \pi \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$F(\tau) = \{\tau - L(\tau, \varepsilon)\} / (\varepsilon \omega^2) + \varepsilon \{L(\tau, \varepsilon) - L(\tau, \omega)\} / \{(\varepsilon^2 - \omega^2) \omega^2\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

とくに $ij = \theta\theta, r\theta$ の場合を示せば、

$$X_{\theta\theta}(\rho) = \cos(n\theta) [-U_n(\rho) + (n-1)(n-2)\{2nJ_n(\omega)/\omega - J_{n+1}(\omega)\} \rho^{-n}/(2\omega)] \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} X_{r\theta}(\rho) &= \sin(n\theta) [U_n(\rho) + n(n-1)\{2nJ_n(\omega)/\omega - J_{n+1}(\omega)\} \rho^{-n}/(2\omega) \\ &\quad + (n-1)\{2nJ_n(\rho\omega)/(\rho\omega) - J_{n+1}(\rho\omega)\}/(\rho\omega)] \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$Z_{\theta\theta}(\rho) = \cos(n\theta) [-S_n(\rho) - (n-1)(n-2)\{nC_n(1) + C_n'(1)\} \rho^{-n}/2] \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} Z_{r\theta}(\rho) &= \sin(n\theta) [S_n(\rho) - (n-1)\{nC_n(\rho)/\rho + C_n'(\rho)\}/\rho - n(n-1)\{nC_n(1) + C_n'(1)\} \rho^{-n}/2] \\ &\quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$U_n(\rho) = n(n+1)\{J_{n+1}(\omega) - 2(n-1)J_n(\omega)/\omega\}\rho^{-(n+2)}/(2\omega) \\ - n(n-1)J_n(\rho\omega)/(\rho\omega)^2 - J_{n+1}(\rho\omega)/(\rho\omega) \dots\dots\dots (18)$$

$$S_n(\rho) = n(n+1)\{(n-2)C_n(1) + C_n'(1)\}\rho^{-(n+2)}/2 - n^2 C_n(\rho)/\rho^2 - C_n'(\rho)/\rho \dots\dots\dots (19)$$

$$C_n(\rho) = \{D_V(\varepsilon)J_n(\rho\varepsilon) - D_I(\varepsilon)Y_n(\rho\varepsilon)\}/\{D_I^2(\varepsilon) + D_V^2(\varepsilon)\} \dots\dots\dots (20)$$

$$D_V(\varepsilon) = (B_i - n)Y_n(\varepsilon) + \varepsilon Y_{n+1}(\varepsilon), \quad D_I(\varepsilon) = (B_i - n)J_n(\varepsilon) + \varepsilon J_{n+1}(\varepsilon) \dots\dots\dots (21)$$

ここで α は線膨張係数, E は縦弾性係数, $J_n(\quad)$ および $Y_n(\quad)$ は n 次の第 1 種および第 2 種ベッセル関数を表す。

一方, き裂による応力を求めるために, 各き裂上の任意点 $z_k = z_{0k}[z_k = (1 + \xi_k)e^{i\theta_k}, z_{0k} = (1 + \eta_k)e^{i\theta_k}]$ で次式で定義される転位をそれぞれ考える。

$$g_k = E\{[U_{t_k t_k}] + i[U_{z_k z_k}]\}e^{i\theta_k}/(8\pi r_0) \quad (k=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (22)$$

ここで, $[U_{ii}]$ は変位の不連続量を表す。これらの m 個の転位 g_k ($k=1, 2, \dots, m$) による応力は次式のような Muskhelishvili の応力関数を用いることによって求められる⁽⁷⁾。

$$\Phi_2(z) = \sum_{k=1}^m \left\{ \frac{g_k}{z - z_{0k}} \right\}, \quad \Psi_2(z) = \sum_{k=1}^m \left\{ \frac{\bar{g}_k}{z - z_{0k}} + \frac{\bar{g}_k z_{0k}}{(z - z_{0k})^2} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

このときこの m 個の転位によって円孔面 ($z = t = e^{i\theta}$) に生ずる応力 $f(t) = (\sigma_{rr}^0 + i\sigma_{\theta\theta}^0)_{z=t}$ は次式のように与えられる⁽⁸⁾。

$$f(t) = \Phi_2(t) + \overline{\Phi_2(\bar{t})} - e^{-2i\theta}\{t\overline{\Phi_2'(t)} + \overline{\Psi_2(\bar{t})}\} \dots\dots\dots (24)$$

ここで $\Phi'(z) = d\Phi(z)/dz$ で $\overline{\Phi(z)}$ および \bar{g}_k は $\Phi(z)$ および g_k の共役複素関数である。そこでこの円孔面の応力を打消すために円孔面に $-f(t)$ なる外力を加える。このときの Muskhelishvili の応力関数は次式で与えられる⁽⁸⁾。

$$\Phi_3(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t)}{t - z} dt \dots\dots\dots (25)$$

$$\Psi_3(z) = \{\Phi_3(z) + \overline{\Phi_3(1/\bar{z})} - z\overline{\Phi_3'(z)}\}/z^2, \quad |z| > 1 \dots\dots\dots (26)$$

ここで Γ は円孔縁に沿った一周積分路を表す。そこで式(23)を式(24)に代入して式(25)のコーシ積分を実行すれば $\Phi_3(z)$ が次式のように求まる。

$$\Phi_3(z) = \sum_{k=1}^m \{g_k \hat{\Phi}_3(z; z_{0k}) \bar{g}_k \Phi_3^*(z; z_{0k})\} \dots\dots\dots (27)$$

ここで

$$\hat{\Phi}_3(z; z_{0k}) = \begin{cases} 1/[z(1 - z\bar{z}_{0k})], & |z| > 1 \\ 1/(z - z_{0k}), & |z| < 1 \end{cases} \dots\dots\dots (28)$$

$$\Phi_3^*(z; z_{0k}) = \begin{cases} (z_{0k}\bar{z}_{0k} - 1)/\{\bar{z}_{0k}(z\bar{z}_{0k} - 1)\}, & |z| > 1 \\ -1/\bar{z}_{0k}, & |z| < 1 \end{cases} \dots\dots\dots (29)$$

したがって境界条件式(4)(5)を満足する m 個の転位による応力場は (ξ_k, ζ_k) 座標系で表せば次式のようなになる。

$$\sigma_{z_k z_k}^0 - i\sigma_{\xi_k \zeta_k}^0 = \sum_{\rho=2}^3 [\Phi_\rho(z) + \overline{\Phi_\rho(\bar{z})} - e^{-2i\theta_k}\{z\overline{\Phi_\rho'(z)} + \overline{\Psi_\rho(\bar{z})}\}] \dots\dots\dots (30)$$

き裂による応力 σ_{ij}^0 は, 次式のようにこれらの転位を各き裂に沿って連続分布させることにより得られる。

$$\sigma_{z_k z_k}^0 - i\sigma_{\xi_k \zeta_k}^0 = \sum_{j=1}^m \int_0^{c_j} (\sigma_{\xi_j \zeta_j}^0 - i\sigma_{z_j z_j}^0) d\eta_j, \quad (k=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (31)$$

式(9)および式(31)を式(9)のように重ね合わせ, 境界条件式(6)(7)に代入すれば次の特異積分方程式を得る。

$$2e^{-i\theta_k} \int_0^{c_k} \frac{g_k(\eta_k)}{\xi_k - \eta_k} d\eta_k + \sum_{j=1}^m \int_0^{c_j} \{g_j(\eta_j)K_1(\xi_k, \eta_j) + \overline{g_j(\eta_j)}K_2(\xi_k, \eta_j)\} d\eta_j \\ = (-\sigma_{z_k z_k}^0 + i\sigma_{\xi_k \zeta_k}^0)_{\theta=\theta_k, \rho=1+\delta_k} \quad (k=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (32)$$

ここで

$$K_1(\xi_k, \eta_j) = \hat{\Phi}_3(z_k; z_{0j}) + \overline{\Phi_3^*(z_k; z_{0j})} + (1 - \delta_{kj})\{(z_k - z_{0j})^{-1} + (\bar{z}_k - \bar{z}_{0j})^{-1}e^{-2i\theta_k}\} \\ + e^{-2i\theta_k}\{(z_k - 1/\bar{z}_k)\overline{\Phi_3^*(z_k; z_{0j})} + \{\Phi_3^*(z_k; z_{0j}) + \Phi_3^*(1/\bar{z}_k; \bar{z}_{0j})\}/(\bar{z}_k)^2\} \dots\dots\dots (33)$$

$$K_2(\xi_k, \eta_j) = \Phi_3^*(z_k; z_{0j}) + \overline{\hat{\Phi}_3(z_k, z_{0j})} + (1 - \delta_{kj})\{(\bar{z}_k - \bar{z}_{0j})^{-1} + \{z_{0j}/(\bar{z}_k - \bar{z}_{0j}) - z_k/(\bar{z}_k - \bar{z}_{0j})^2\}e^{-2i\theta_k}\} \\ + e^{-2i\theta_k}\{(z_k - 1/\bar{z}_k)\overline{\hat{\Phi}_3(z_k; z_{0j})} + \{\overline{\Phi_3(z_k, z_{0j})} + \hat{\Phi}_3(1/\bar{z}_k, \bar{z}_{0j})\}/(\bar{z}_k)^2\} \dots\dots\dots (34)$$

ここで、 $\delta_{kj} = \begin{cases} 1 & (k=j) \\ 0 & (k \neq j) \end{cases}$ であり、 $\hat{\Phi}_3(z_k; z_{0j})$ および $\Phi_3^*(z_k; z_{0j})$ は式(28)および式(29)で与えられる。また、 $z_k = (1 + \xi_k)e^{i\beta_k}$ 、 $z_{0j} = (1 + \eta_j)e^{i\beta_j}$ である。

4. 数値計算

本数値例では、簡単な場合として $Q(\rho_1) = Q_0$ (一定) ($\rho_1 < a$) の場合を考える。このとき式(10)のハンケル積分は次式のようになる。

$$\hat{Q}(\xi) = aT^*J_1(a\omega)/\omega, \quad T^* = r_0^2 Q_0/K \quad \dots\dots (35)$$

さて、本計算では式(32)の連立方程式を Gerasoulis⁽⁹⁾ の方法により数値的に解く。いま

$$\hat{\eta}_k = 2\eta_k/c_k - 1, \quad \hat{\xi}_k = 2\xi_k/c_k - 1 \quad \dots\dots (36)$$

のように変数変換し、転位密度 g_k を次式のように置く。

$$g_k(\hat{\eta}_k) = \frac{EaT^*G_k(\hat{\eta}_k)}{(1 - \hat{\eta}_k^2)^{1/2}} e^{i\beta_k} \quad \dots\dots (37)$$

そこで、積分区間 $-1 \leq \hat{\eta}_k \leq 1$ を $2N_k$ 等分して節点 $\hat{\eta}_{k,n}$ ($n=0 \sim 2N_k$) を決め、3節点ごとに Lagrange の補間を適用し、選点を $\hat{\xi}_{k,r} = \hat{\eta}_{k,r} - 1/2N_k$ ($r=1 \sim 2N_k$) のように選ぶ。また円孔表面とき裂が交わる点 O_k ($\hat{\eta}_{k,0} = -1$) での g_k の特異性のオーダーは $1/2$ 以下であることを考慮して $G_k(-1) = 0$ と仮定すれば、積分方程式(32)は $G_k(\hat{\eta}_{k,n})$ に関する次式のような $(2 \sum_{k=1}^m N_k)$ 元の連立一次方程式に帰着される。

$$\sum_{n=1}^{2N_k} \left[-2W_n(\hat{\xi}_{k,r})G_k(\hat{\eta}_{k,n}) + \sum_{j=1}^m \{ \hat{M}_{j,n,r}G_j(\hat{\eta}_{j,n}) + N_{j,n,r}G_j(\hat{\eta}_{j,n}) \} \right]$$

$$= A_k(\hat{\xi}_{k,r}, 0), \quad (r=1 \sim 2N_k; k=1 \sim m) \quad \dots\dots (38)$$

ここで

$$M_{j,n,r} = (c_j/2) V_n K_1(\hat{\xi}_{k,r}, \hat{\eta}_{j,n}) e^{-i\beta_j} \quad \dots\dots (39)$$

$$N_{j,n,r} = (c_j/2) V_n K_2(\hat{\xi}_{k,r}, \hat{\eta}_{j,n}) e^{-i\beta_j} \quad \dots\dots (40)$$

$$A_k(\xi_k, \zeta_k) = (-\sigma_{\xi_k \zeta_k}^0 + i\sigma_{\xi_k \zeta_k}^0)/EaT^* \quad \dots\dots (41)$$

ここで $W_n(\hat{\xi}_{k,r})$ および V_n は Gerasoulis⁽⁹⁾ によって与えられている式と同じである。また、 $\zeta_k = 0$ の場合には $\xi_k \zeta_k = \theta\theta$ 、 $\xi_k \zeta_k = r\theta$ となり式(41)は式(9)で $\rho = 1 + c_k(\hat{\xi}_{k,r} + 1)/2$ 、 $\theta = \beta_k$ とおいて得られる。このとき、それぞれのき裂先端における応力拡大係数は次式で与えられる。

$$K_I - iK_{II} = \pi \sqrt{2r_0 c_k} EaT^* G_k(1) \quad \dots\dots (42)$$

また式(22)(37)を参照すれば、き裂面上の任意の選点 ($\xi_k = \hat{\xi}_{k,r}$) における変位は次式によって得られる。

$$(U_{\xi_k \xi_k} + iU_{\xi_k \zeta_k})_{\zeta_k=0} = 4\pi i r_0 c_k a T^* \sum_{n=1}^{2N_k} V_n G_k(\hat{\eta}_{k,n}) \quad \dots\dots (43)$$

まず最初に各き裂全領域が開口 ($\xi_{kop} : 0 < \xi_k < c_k$) していると仮定して式(38)を解き、式(43)より得られる各き裂の開口変位が負となる領域で $Re\{G_k(\hat{\eta}_{k,n})\} = 0$ とおき、再び式(38)を解く。このような計算過程をき裂開口変位負 ($U_{\xi_k \zeta_k} < 0$) の領域がなくなるまでくり返し、式(7)の ξ_{kop} の領域を各き裂において時間ステップごとに決定する。

簡単な場合として以下では、2個のき裂 ($m=2$) の場合について数値計算を行い、熱源に近いき裂をき裂1、遠いほうのき裂をき裂2と呼ぶことにする。また、き裂が短い例としてき裂長さはともに $c_1 = c_2 = 0.1$ とし、熱源半径 $a = 1.0$ で円孔面断熱 ($B_i = 0$)、熱源と円

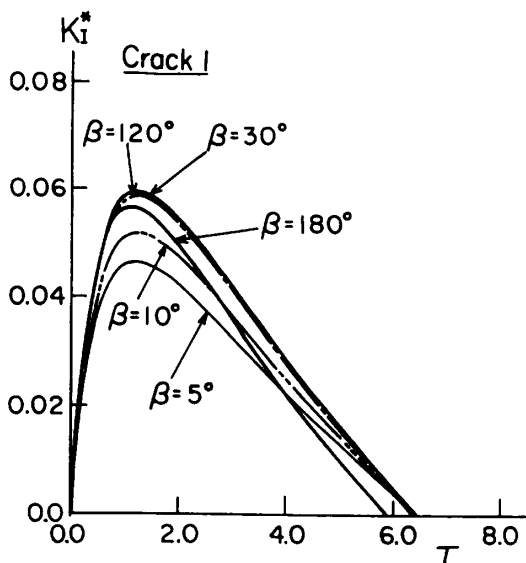


図2 き裂1のモードIの応力拡大係数 K_I の時間的変動

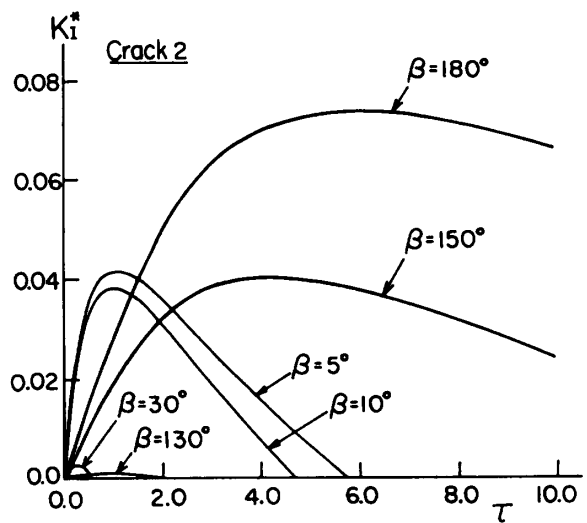


図3 き裂2のモードIの応力拡大係数 K_I の時間的変動

孔間距離 $b=3.0$ の場合について数値計算した。とくに、き裂1を熱源と円孔中心を結ぶ直線 (x 軸) 上で熱源方向に向かって固定させ ($\beta_1=0$)、き裂2の位置を種々変化させた場合を考え、両き裂間の角度を $\beta (= \beta_2 - \beta_1)$ とおいて β が両き裂間の相互干渉に及ぼす影響を数値的に調べた。なお、本数値計算での選点数は $N_n=10$ で十分な精度が得られた。また、以下の応力拡大係数の数値結果はすべて次の無次元量で示してある。

$$K_I^* = K_I / (\pi \sqrt{2r_0 c_k E a T^*}) \dots\dots\dots (44)$$

$$K_{II}^* = K_{II} / (\pi \sqrt{2r_0 c_k E a T^*})$$

まず、き裂間角度 β が種々変化した場合のき裂1およびき裂2のモード I の応力拡大係数 K_I の時間的変動を図2および図3に示す。いずれの場合も K_I はある時間で最大を示し以後減少する傾向を示している。図2よりき裂1の K_I はいずれの場合も $\tau=1.0$ で最大を示し $\beta=30^\circ \sim 120^\circ$ で K_I の値は最も大きくなり、 $\beta < 30^\circ$ または $\beta > 120^\circ$ ではき裂2による干渉効果のため K_I の値は小さくなっている。また、いずれの場合も時間が経過して $\tau > 6.5$ では $K_I=0$ となっている。一方図3よりき裂2の応力拡大係数 K_I は、 β の変化と

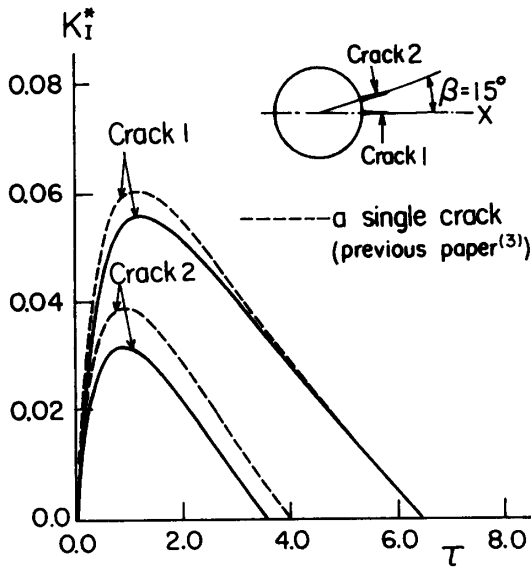


図4 近接き裂 ($\beta=15^\circ$) のモード I の応力拡大係数 K_I の時間的変動におよぼす相互干渉の影響

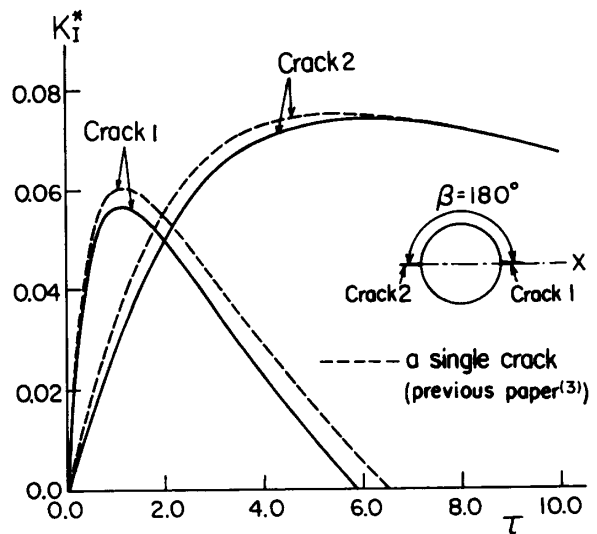


図6 対向きき裂 ($\beta=180^\circ$) のモード I の応力拡大係数 K_I の時間的変動におよぼす相互干渉の影響

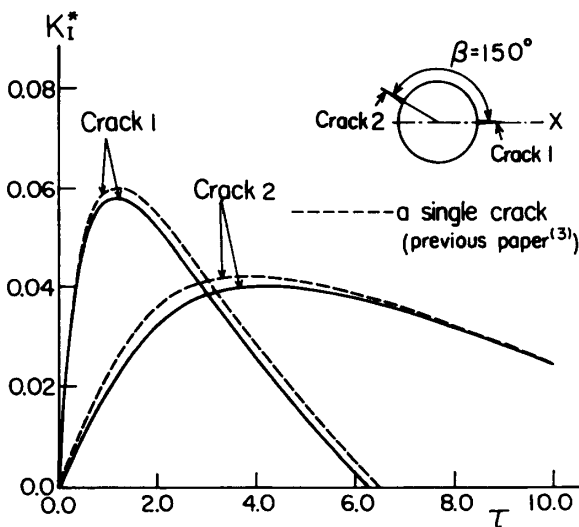


図5 両き裂 ($\beta=150^\circ$) のモード I の応力拡大係数 K_I の時間的変動におよぼす相互干渉の影響

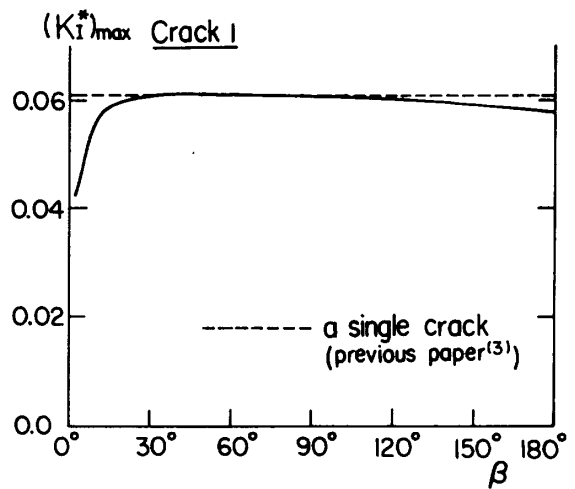


図7 き裂1のモード I の応力拡大係数 $(K_I)_{max}$ のき裂間角度 β による変化に及ぼす干渉効果

もにき裂位置も変化しているので β によってかなり傾向が異なり、 β が小さくなってき裂 1 に近づく程またはき裂 1 に対し対向きき裂 ($\beta=180^\circ$) に近づく程、引張熱応力の効果が大きくなり K_I の値も大きくなっている。 β が小さいときはき裂 1 と同じく $r=1.0$ で最大を示すが、 β が大きくなり対向きき裂では $r=6.0$ で最大を示している。とくに本数値例では対向きき裂 ($\beta=180^\circ$) のときの $(K_I)_{\max}$ が最も大きくなっている。また、 $30^\circ < \beta < 130^\circ$ の範囲では $K_I=0$ となっている。

次に 2 個のき裂間の相互干渉による影響を検討するために、図 4, 5, 6 にはそれぞれ $\beta=15^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ の各場合について、き裂 1 またはき裂 2 がそれぞれ 1 個だけになった前報⁽³⁾ の単一き裂の結果との比較を示す。いずれの場合も本結果は、破線で示される単一き裂の結果よりも小さくなり、き裂が 2 個になった場合にはき裂間で相互干渉が見られる。とくに、図 4 の両き裂が最も近づいた場合にこの干渉効果は最も大きくなっている。また、いずれも時間がかなり経過すれば相互干渉の影響は見られなくなっている。たとえば図 4 の近接き裂間では $r > 6.0$ 、図 6 の対向きき裂間では $r > 8.0$ で相互干渉の影響が見られなくなっており、対向きき裂間の場合のほうが長時間相互干渉の影響が続いている。

さらにき裂間角度 β の変化がそれぞれのき裂に及ぼす相互干渉による影響を明かにするために、図 7 および図 8 にはそれぞれき裂 1 およびき裂 2 の応力拡大係数の最大値 $(K_I)_{\max}$ の β による変動を示す。それぞれのき裂が 1 個だけの場合⁽³⁾ の $(K_I)_{\max}$ の変動も破線

で併記してある。図 7 よりき裂 1 の $(K_I)_{\max}$ は、き裂 2 で K_I の生ずる領域 ($\beta < 30^\circ, \beta > 130^\circ$) で相互干渉による影響がかなり現われ、 β が 0° または 180° に近づくに従ってその影響は顕著になり、とくにき裂 2 が接近してくる場合 ($\beta < 30^\circ$) のほうが対向きき裂となる場合よりも干渉効果は大きくなっている。また $30^\circ < \beta < 100^\circ$ の範囲では全く相互干渉の影響を受けず単一き裂の $(K_I)_{\max}$ と同じ値となっている。一方、図 8 よりき裂 2 の $(K_I)_{\max}$ は、き裂 2 がき裂 1 に近づいたとき ($\beta \rightarrow 0$) の干渉効果はき裂 1 とほとんど同じ程度に大きく現われるが、対向きき裂 ($\beta=180^\circ$) となった場合にはその干渉効果はかなり小さくなっている。

最後に図 9 には、き裂 2 のモード II の応力拡大係数 K_{II} の値がほぼ最大最小となる $\beta=30^\circ, 120^\circ$ およびき裂 1 と直角をなす $\beta=90^\circ$ の三とおりの場合について、 K_{II} の時間的変動を示す。き裂 2 が 1 個だけの単一き裂の K_{II} の結果⁽³⁾ も破線で併記してある。これよりモード II の応力拡大係数も相互干渉の影響を受け、 K_{II} の値は単一き裂の結果よりわずかに小さくなってはいるが、その干渉効果は非常に小さいことがわかる。また、時間が経過すればこの相互干渉の影響は全く見られなくなる。なお、き裂 1 に関しては熱応力分布の x 軸に関する対称性のため、 K_{II} の値はかなり小さくなるのでここでは省略した。

4. 結 言

円孔縁に複数の半径方向き裂を有する有孔無限板が、時間とともにステップ状に変化する円形領域熱源

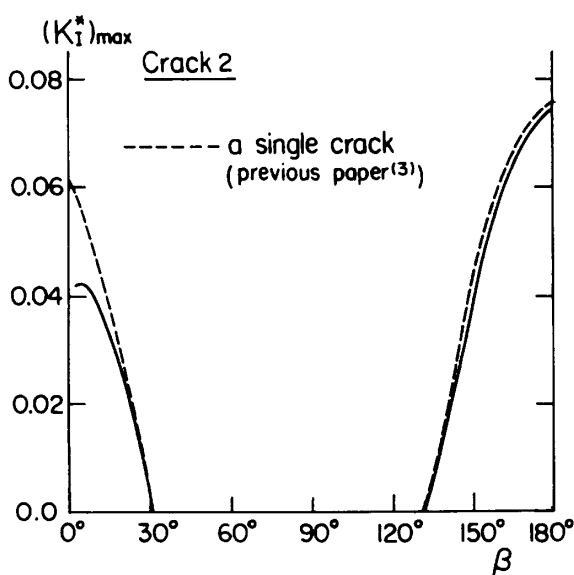


図 8 き裂 2 のモード I の応力拡大係数 $(K_I)_{\max}$ のき裂間角度 β による変化に及ぼす干渉効果

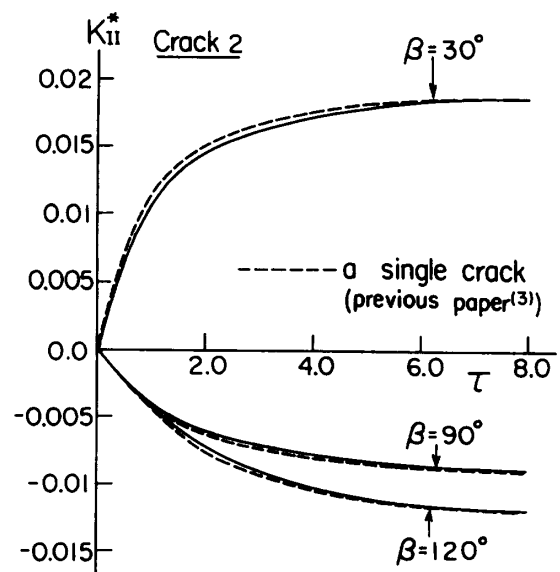


図 9 き裂 2 のモード II の応力拡大係数 K_{II} の時間的変動におよぼす相互干渉の影響

によって局部加熱される時、各複数き裂先端での応力拡大係数を解析し、簡単な例として2個の短いき裂(1, 2)の場合について、き裂1を熱源と円孔中心を結ぶ直線上熱源方向に固定し、き裂2の位置(両き裂間角度 β)を種々変化させて数値計算を行い、次の結論を得た。

(1) 近接位置($\beta < 30^\circ$)および対向位置付近($\beta > 130^\circ$)にある両き裂のモードIの応力拡大係数は相互干渉により小さくなるが、とくに近接き裂間での干渉効果が著しい。また $30^\circ < \beta < 100^\circ$ の位置ではモードIの応力拡大係数に及ぼす両き裂の相互干渉の影響は全く見られない。

(2) 本数値計算の範囲では、モードIIの応力拡大係数に及ぼす相互干渉の影響は非常に小さい。

(3) 時間がかなり経過すればモードIおよびIIの応力拡大係数に及ぼす相互干渉の影響は全く見られな

くなり、とくにモードIの応力拡大係数に及ぼす近接き裂間の相互干渉による影響に比べ対向き裂間での相互干渉による影響のほうが長時間続く。

文 献

- (1) 小泉・五嶋・中原, 機論 (第1部), 42-359(1976), 2000.
- (2) Goshima, T and Miyao, K., *J. Thermal Stresses*, 13-1 (1990), 43.
- (3) 五嶋・中林, 機論, 57-542, A(1991), 2355.
- (4) Bowie, O. L., *J. Math. Phys.*, 35(1956), 60.
- (5) 西谷・石田, 機論 (第1部), 39-317(1973), 7.
- (6) Santare, M. H., Keer, L. M. and Lewis, J. L., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, 109(1987), 55.
- (7) Dundurs, J., *Mathematical Theory of Dislocations*, (1975), 70, ASME Publication.
- (8) Muskhelishvili, *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, (1954), 4th Ed., Noordhoff.
- (9) Gerasoulis, A., *Comput. Math. Applics.*, 8(1982), 15.