

剛体ローラによって摩擦熱を伴う転がり接触 を受ける半無限体の近接表面き裂間の相互干渉*

五嶋孝仁*¹, 神島裕児*²

Mutual Interference of Two Surface Cracks in a Semi-Infinite Body due to Rolling Contact with Frictional Heating by a Rigid Roller

Takahito GOSHIMA and Yuuji KAMISHIMA

This paper deals with the two-dimensional thermoelastic contact problem of a rolling rigid cylinder of specified shape, which induces effects of friction and heat generation in the contact region, moving with constant velocity in an elastic half-space containing two surface cracks located close to each other. In the present temperature analysis, the speed of the moving heat source is assumed to be much greater than the ratio of the thermal diffusivity and the contact length. The problem is solved using complex-variable techniques and is reduced to a pair of singular integral equations which are solved numerically. Numerical results of stress intensity factors are obtained for the case of two of two parallel cracks. The variance in interference effects on the stress intensity factors with the distance between two cracks, and the effects of the frictional coefficient, the sliding/rolling ratio and the distribution of heat generation on the results are considered.

Key Words: Elasticity, Thermal Stress, Contact Problem, Stress Intensity Factor, Surface Crack Rolling Contact, Frictional Heating, Mutual Interference, Elastic Half-Space

1. 緒 言

鉄道のレールや圧延ローラ並びに歯車や転がり軸受などに見られる転がり疲労損傷に関連し、常温での転がり接触によるき裂の破壊力学的研究はかなり報告されている^{(1)~(10)}。しかし、工業上数多く見られる転がり接触では、通常すべり摩擦を伴ういわゆる転がりすべり接触となって摩擦熱が発生し、厳密には熱弾性接触問題として解析する必要がある。このため著者らの一人^{(11)~(14)}はこれまでに摩擦熱を伴う転がりすべり接触による表面き裂の応力拡大係数について報告してきたが、これらはすべて単一表面き裂の場合を取扱っている。そこで、複数表面き裂に関して摩擦熱を伴う転がりすべり接触による応力拡大係数については、すでに前報⁽¹⁵⁾で接触圧力分布を規定した場合について解析した。ところで、接触圧力分布については常温問題ではヘルツ分布とみなしてもよいが⁽²⁾、熱弾性接触問題では必ずしもヘルツ分布とはならないことが知られている⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。したがって、熱弾性接触問題では境界条件として接触圧力分布を規定するよりもむしろ接触体

の形状変位を規定して解析したほうがより正確に実際の現象に対応しているものと思われる。接触領域で変位を規定した熱弾性転がり接触問題における単一き裂の応力拡大係数の解析については、すでに著者らの一人⁽¹¹⁾によって報告されているが、複数き裂についての解析はなされていない。

そこで本研究では一對の表面き裂を有する半無限弾性体表面が、剛体ローラによって摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受けたときの応力拡大係数を解析した。転がりすべり接触は接触領域で剛体ローラの変位形状が与えられる混合境界値問題として扱い、各き裂面における摩擦はないものと仮定した。また、本解析においては転がり移動速度は温度伝導率と接触半長に比べて十分大きい(ペクレ数が大きい)ものとし、半無限体表面の非接触領域は断熱と仮定した。また、き裂はいずれも短いとしてき裂による温度場のかく乱は無視できるものと仮定した。さらに、摩擦熱についてはヘルツ分布と放物線分布の2通りの熱発生分布の場合を取扱い、それぞれの場合について接触圧力分布を数値的に検討した。簡単な例として平行で同じ長さのき裂の場合について、き裂間距離や摩擦係数並びにすべり率やき裂傾斜角などが応力拡大係数およびその相互干渉に及ぼす影響を数値的に検討した。

* 原稿受付 平成5年3月18日。

*¹ 正員, 富山大学工学部(〒930 富山市五福3190)。

*² 准員, (株)富山村田製作所(〒939 富山市上野345)。

2. 座標系と境界条件

図1に示すような表面に長さ \tilde{l}_1, \tilde{l}_2 の一対のき裂を有する半無限弾性体表面が、半径 \tilde{R} の剛体ローラによって幅 $2c$ の領域で摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受けている。解析にあたっては、き裂に固定した座標系 $(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2), (\tilde{\zeta}_1, \tilde{\zeta}_2)$ およびローラとともに移動する座標系 (\tilde{x}, \tilde{y}) を採用する。さらに、以下の解析では次の無次元変数を用いる。なお、き裂1およびき裂2に関する記号を添字 $k=1$ および $k=2$ で表す。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (\tilde{x}/c, \tilde{y}/c), (\xi_k, \zeta_k) = (\tilde{\xi}_k/c, \tilde{\zeta}_k/c) \\ x_k &= \tilde{x}_k/c, x_k^* = \tilde{x}_k^*/c, x_0 = \tilde{x}_0/c, y_0 = \tilde{y}_0/c \\ d &= \tilde{d}/c, R = \tilde{R}/c, l_k = \tilde{l}_k/c \\ Pe &= cV/x_t, S_r = V_s/V, Q(x) = Q_1(\tilde{x})/Q_0 \\ H_0 &= \frac{2\alpha_0 G_0 x_t (1+\nu)}{K_t (1-\nu)}, Pr = \frac{RP_0}{G_0} \end{aligned}$$

ここで x_t は温度伝導率, K_t は熱伝導率, G_0 は横弾性係数, ν はポアソン比, α_0 は線膨張係数, P_0 は接触圧力の最大値を表し, \tilde{x}_0 および \tilde{y}_0 はローラの剛体変位の水平および垂直成分を表す。また V はローラの転がり速度, V_s は転がり接触中のすべり速度であり, Pe はペクレ数, S_r はすべり率である。

摩擦力のなす仕事すべて摩擦熱に変換されるものと仮定すれば、摩擦係数(トラクション係数)を f , 接触圧力を $P_1(\tilde{x})$ として摩擦熱は $Q_1(\tilde{x}) = fV_s P_1(\tilde{x})$ で与えられる。しかし、境界条件として接触変位を規定している本解析モデルでは、接触圧力 $P_1(\tilde{x})$ が未知なので $Q_1(\tilde{x})$ を決めることができない。そこで本解析では、 $Q_0 = fV_s P_0$ と置いて熱発生分布 $Q(x)$ を適当な関数で仮定することにより摩擦熱を次式で与える。

$$Q_1(\tilde{x}) = Q_0 Q(x) = fV_s P_0 Q(x) \dots (1)$$

そこで、接触領域で式(1)の摩擦熱が生じ、非接触面は断熱されているとし、き裂による温度場のかく乱

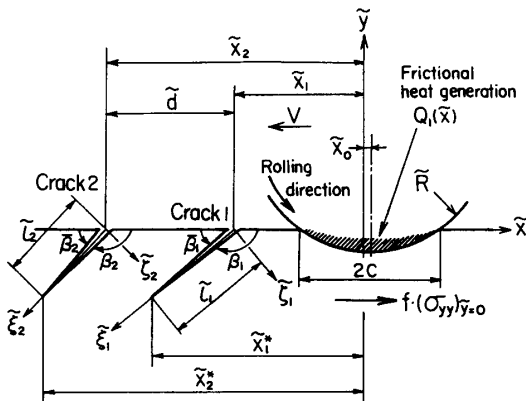


図1 座標系と解析モデル

を無視すれば、温度を T として熱的境界条件は次式となる。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = \begin{cases} fcVS_r P_0 Q(x)/K_t, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \dots (2)$$

$$(T)_{y \rightarrow -\infty} = 0 \dots (3)$$

剛体ローラは一般にすべり摩擦を伴う転がり接触をしているものとするれば、半無限体表面における力学的境界条件は次式のように与えられる。

$$\sigma_{xy} + f\sigma_{yy} = 0, |x| < 1 \dots (4)$$

$$\sigma_{yy} + i\sigma_{xy} = 0, |x| > 1 \dots (5)$$

$$U'_{yy}/c = (x-x_0)^2/(2R) + y_0, |x| < 1 \dots (6)$$

ここで σ_{pq} ($p, q = x, y$) は応力成分, U'_{yy} は垂直方向変位を表し, $i^2 = -1$ である。

また無限遠においては次式が成り立つ。

$$(\sigma_{pq})_{y \rightarrow -\infty} = 0 \quad (p, q = x, y) \dots (7)$$

一方、き裂面での摩擦がないとすれば、き裂1およびき裂2の表面における力学的境界条件は次式となる。

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\zeta_k=0} = 0, 0 < \xi_k < l_k \quad (k=1, 2) \dots (8)$$

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\zeta_k=0} = 0, \xi_k \in \xi_k^{op} \quad (k=1, 2) \dots (9)$$

ここで ξ_k^{op} ($k=1, 2$) は各き裂の開口領域を表す。

3. 応力解析

一般に熱応力および変位は Muskhelishvili⁽¹⁸⁾ の複素応力関数 $\Phi(z), \Psi(z)$ および熱弾性ポテンシャル ω を用いて次式のように表示できる。

$$\sigma_{yy} + \sigma_{xx} = 2\{\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}\} - 2G_0 \nabla^2 \omega \dots (10)$$

$$\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - 2i\sigma_{xy} = 2\{z\Phi'(z) + \overline{\Psi(z)}\} - 2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + 2i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) \dots (11)$$

$$\begin{aligned} 2G_0(U'_{xx}/c + iU'_{yy}/c) &= x\Phi(z) - \overline{\Phi(z)} \\ -z\Phi'(z) - \overline{\Psi(z)} &+ 2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \dots (12)$$

$$\nabla^2 \omega = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_0 T(x, y) \dots (13)$$

ここで $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $x = 3-4\nu$ であり, ' は $z (= x+yi)$ に関する微分を表す。

最初にき裂のない半無限体の熱弾性転がり接触問題を考える。熱的境界条件式(2), (3)を満足する移動熱源による準定常温度解は次式で与えられる⁽¹⁹⁾。

$$T(x, y) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < -1 \\ \frac{T^*}{\sqrt{\pi Pe}} \int_{-1}^x \frac{Q(t)}{\sqrt{x-t}} e^{-Pe^2 y/4(x-t)} dt & -1 < x < 1 \\ \frac{T^*}{\sqrt{\pi Pe}} \int_{-1}^1 \frac{Q(t)}{\sqrt{x-t}} e^{-Pe^2 y/4(x-t)} dt & 1 < x < \infty \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $T^* = 2fV S_r P_0 c / K_t$ である。式(14)の温度場を式(13)に代入すれば、 ω の特解が容易に求められる。このとき、境界条件式(4)~(7)を満足する熱応力解は、Muskhelishviliの方法⁽¹⁸⁾を用いればHilbert問題の解に帰着され、次式の複素応力関数が得られる⁽¹¹⁾。

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= 2iG_0(1+if)\{z-2\gamma-X(z)\}/\{R(x+1)\} \\ &+ fS_r H_0 P_r G_0 \left[\frac{-2i(1+if)\cos(\pi\gamma)}{\pi(x+1)} S_0(z) \right. \\ &+ \frac{\cos(\pi\gamma)}{\pi^2} \int_{-1}^1 \left\{ Q(u) - \frac{f}{\sqrt{\pi Pe}} \hat{Q}_1(u) \right\} \\ &\times S_1(z; u) du + \left. \frac{i}{2\pi\sqrt{\pi Pe}} \int_1^\infty \frac{S_3(v)}{v-z} dv \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

ここで、

$$S_0(z) = \int_{-1}^1 \frac{Q(t)}{X^+(t)} \left\{ 1 + \frac{X(z)}{t-z} \right\} dt \dots\dots\dots (16)$$

$$S_1(z; u) = \int_{-1}^1 \frac{1}{X^+(t)(t-u)} \left\{ 1 + \frac{X(z)}{t-z} \right\} dt, \quad |u| < 1 \dots\dots\dots (17)$$

$$S_3(v) = \int_{-1}^1 Q(t)(t-v)^{-3/2} dt, \quad 1 \leq v \leq \infty \dots\dots\dots (18)$$

$$X^+(t) = (1+t)^{0.5-\gamma}(1-t)^{0.5+\gamma} \dots\dots\dots (19)$$

$$X(z) = (z+1)^{0.5-\gamma}(z-1)^{0.5+\gamma} \dots\dots\dots (20)$$

$$\gamma = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \frac{(x-1)f}{x+1} \dots\dots\dots (21)$$

$$\hat{Q}_1(u) = \frac{\partial}{\partial u} \int_{-1}^u \frac{Q(\varepsilon)}{(u-\varepsilon)^{1/2}} d\varepsilon \dots\dots\dots (22)$$

このとき、き裂のない半無限体の応力および変位は次

式で与えられる⁽¹⁸⁾。

$$\begin{aligned} (\sigma_{yy} - i\sigma_{xy})_{\Phi_1} &= \Phi_1(z) - \Phi_1(\bar{z}) + (z-\bar{z})\overline{\Phi_1'(z)} \\ -2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) &\dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2G_0(U'_{xx}/c + iU'_{yy}/c)_{\Phi_1} &= x\Phi_1(z) + \Phi_1(\bar{z}) \\ -(z-\bar{z})\overline{\Phi_1'(z)} + 2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) &\dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

一方き裂による応力場を求めるために、き裂1および2上の任意の点 $z = z_{0k}$ ($z_{0k} = x_k + \eta_k e^{-i\theta_k}$, $k=1, 2$) に次式で定義される転位を考える。

$$\alpha_k = \frac{G_0 \{ [U_{\xi_k \xi_k}] + i[U_{\zeta_k \zeta_k}] \} e^{-i\theta_k}}{i\pi c(x+1)} \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots (25)$$

ここで $\{ [U_{\xi_k \xi_k}] + i[U_{\zeta_k \zeta_k}] \}$ は変位の不連続量を表す。このとき二つの独立した転位 α_k による応力場を決定するための応力関数は次式で与えられる⁽²⁰⁾。

$$\Phi_2(z) = \sum_{k=1}^2 \left\{ \frac{\alpha_k}{z-z_{0k}} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$$\Psi_2(z) = \sum_{k=1}^2 \left\{ \frac{\bar{\alpha}_k}{z-z_{0k}} + \frac{\alpha_k \bar{z}_{0k}}{(z-z_{0k})^2} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

このとき、これらの転位による応力および変位の表示式は、式(10)~(12)で $\omega=0$ と置いて得られる。また、 Φ_2, Ψ_2 によって半無限体表面に生ずる転位による応力を打ち消して表面自由とするための応力関数として次の Φ_3 を追加する⁽¹⁸⁾。

$$\Phi_3(z) = \begin{cases} -\bar{\Phi}_2(z) - z\bar{\Phi}_2'(z) - \bar{\Psi}_2(z), & \text{Im}(z) < 0 \\ \Phi_2(z), & \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \dots\dots\dots (28)$$

このときの応力および変位の表示式は式(23), (24)で $\omega=0$ と置いて得られる。さらに Φ_2, Ψ_2, Φ_3 によって半無限体表面には垂直方向変位を生ずるので、接触領域でこれを打ち消すために応力関数 Φ_4 を追加する。この Φ_4 は Hilbert 問題の解となり次式で与えられる⁽²⁾。

$$\begin{aligned} \Phi_4(z) &= -(1+if)/2 \sum_{k=1}^2 \{ (\alpha_k + \bar{\alpha}_k) \{ F(z; z_{0k}) - F(z; \bar{z}_{0k}) \} - (z_{0k} - \bar{z}_{0k}) \{ \bar{\alpha}_k G(z; \bar{z}_{0k}) + \alpha_k G(z; z_{0k}) \} \\ &+ (\alpha_k + \bar{\alpha}_k) \{ 1/X(z_{0k}) - 1/X(\bar{z}_{0k}) \} + (z_{0k} - \bar{z}_{0k}) \{ \bar{\alpha}_k X'(\bar{z}_{0k})/X^2(\bar{z}_{0k}) + \alpha_k X'(z_{0k})/X^2(z_{0k}) \} \} \end{aligned} \dots\dots\dots (29)$$

ここで

$$F(z; z_0) = \{ 1 - X(z)/X(z_0) \} / (z - z_0) \dots\dots\dots (30)$$

$$G(z; z_0) = \{ F(z; z_0) + X(z)X'(z_0)/X^2(z_0) \} / (z - z_0) \dots\dots\dots (31)$$

以上の応力関数 Φ_j ($j=2, 3, 4$) および Ψ_2 より2個の転位 α_k を有する半無限体の応力場が求まる。そこでき裂による応力場はこれらの転位をそれぞれのき裂に沿って連続分布させる (η_k について積分する) ことによって得られ、これに Φ_1 による解も重ね合わせれば、境界条件式(4)~(7)を満足する応力解を得ることができる。そこで、残りのき裂面の境界条件式を満足させるために、求まった応力解をそれぞれのき裂に沿った座標系 (ξ_k, ζ_k ; $k=1, 2$) に

座標変換して式(8), (9)に代入すれば, α_k に関する次の連立特異積分方程式が得られる.

$$2e^{i\beta_k} \int_0^{l_k} \frac{\alpha_k(\eta_k)}{\xi_k - \eta_k} d\eta_k + \sum_{j=1}^2 \int_0^{l_j} \{ \alpha_j(\eta_j) K_{1k}(\xi_k, \eta_j) + \overline{\alpha_j(\eta_j)} K_{2k}(\xi_k, \eta_j) \} d\eta_j = - \{ (\sigma_{\xi_k \xi_k} - i\sigma_{\xi_k \eta_k}) \phi_1 \}_{\xi_k=0}, \quad k=1, 2 \dots \dots \dots (32)$$

ここで

$$K_{1k}(\xi_k, \eta_j) = \sum_{r=3}^4 \{ \widehat{\Phi}_r(z_k; z_{0j}) + (1 - e^{2i\beta_k}) \overline{\Phi_r^*(z_k; z_{0j})} - e^{2i\beta_k} \widehat{\Phi}_r(\bar{z}_k; z_{0j}) + e^{2i\beta_k} (z_k - \bar{z}_k) \overline{\Phi_r^*(z_k; z_{0j})} \} + (1 - \delta_{kj}) L_{1k}(\xi_k, \eta_j), \quad k, j=1, 2 \dots \dots \dots (33)$$

$$K_{2k}(\xi_k, \eta_j) = \sum_{r=3}^4 \{ \Phi_r^*(z_k; z_{0j}) + (1 - e^{2i\beta_k}) \overline{\widehat{\Phi}_r(z_k; z_{0j})} - e^{2i\beta_k} \Phi_r^*(\bar{z}_k; z_{0j}) + e^{2i\beta_k} (z_k - \bar{z}_k) \overline{\widehat{\Phi}_r(z_k; z_{0j})} \} + (1 - \delta_{kj}) L_{2k}(\xi_k, \eta_j), \quad k, j=1, 2 \dots \dots \dots (34)$$

$$L_{1k}(\xi_k, \eta_j) = \overline{\Phi_2^*(z_k; z_{0j})} + \overline{\Phi_2^*(z_k; z_{0j})} e^{2i\beta_k}, \quad k, j=1, 2 \dots \dots \dots (35)$$

$$L_{2k}(\xi_k, \eta_j) = \overline{\Phi_2^*(z_k; z_{0j})} + \{ z_k \Phi_2^*(z_k; z_{0j}) + \Psi_2^*(z_k; z_{0j}) \} e^{2i\beta_k}, \quad k, j=1, 2 \dots \dots \dots (36)$$

$$\widehat{\Phi}_4(z; z_0) = -(1 + if)/2 \{ F(z; z_0) - F(z; \bar{z}_0) - (z_0 - \bar{z}_0) G(z; z_0) + 1/X(z_0) - 1/X(\bar{z}_0) + (z_0 - \bar{z}_0) X'(z_0)/X^2(z_0) \} \dots \dots \dots (37)$$

$$\Phi_4^*(z; z_0) = -(1 + if)/2 \{ F(z; z_0) - F(z; \bar{z}_0) - (z_0 - \bar{z}_0) G(z; \bar{z}_0) + 1/X(z_0) - 1/X(\bar{z}_0) + (z_0 - \bar{z}_0) X'(\bar{z}_0)/X^2(\bar{z}_0) \} \dots \dots \dots (38)$$

$$\widehat{\Phi}_3(z; z_0) = \begin{cases} -1/(z - \bar{z}_0), \text{Im}(z) < 0 \\ 1/(z - z_0), \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \dots \dots \dots (39)$$

$$\Phi_3^*(z; z_0) = \begin{cases} -(z_0 - \bar{z}_0)/(z - z_0)^2, \text{Im}(z) < 0 \\ 0, \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \dots \dots \dots (40)$$

$$\Phi_2^*(z; z_0) = 1/(z - z_0) \dots \dots \dots (41)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{kj} &= 1 (k=j), 0 (k \neq j) \\ \Psi_2^*(z; z_0) &= \bar{z}_0/(z - z_0)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (42)$$

$$z_k = x_k + \xi_k e^{-i\beta_k} \dots \dots \dots (43)$$

4. 応力拡大係数と数値計算

式(32)を Gerasoulis⁽²²⁾ の方法により数値的に解く.

$$\alpha_k(\eta_k) = \frac{G_0 \bar{\alpha}_k(\bar{\eta}_k) e^{-i\beta_k}}{R(1 - \bar{\eta}_k^2)^{1/2}}, \quad \bar{\eta}_k = 2\eta_k c/l_k - 1 \dots \dots \dots (44)$$

上式のように置き, 積分区間 $-1 \leq \bar{\eta}_k \leq 1$ を $2N_k$ 等分して節点 $\bar{\eta}_{k,n} (n=1 \sim 2N_k+1)$ を決め, 3 節点ごとに Lagrange の補間を適用し, 選点を $\xi_{k,m} = \bar{\eta}_{k,m} + 1/2N_k (m=1 \sim 2N_k)$ のように選び $\bar{\alpha}_k(-1) = 0$ と仮定すれば, 式(32)は $\bar{\alpha}_k(\bar{\eta}_{k,n})$ に関する $2(N_1 + N_2)$ 元の連立一次方程式に帰着される. なお式(9)の ξ_k^{op} に関しては, ローラの移動に伴う各経過ステップごとに, 以下の計算手順を用いて決定する. まず, 最初に各き裂全領域が開口 ($\xi_k^{op} : 0 < \xi_k < l_k$) していると仮定して連立方程式を解き, 求めた $\alpha_k(\eta_{k,n})$ より式(25)を参照してき裂開口変位 $U_{\xi_k \xi_k}$ を求める. このとき, 各き裂開口変位が負の領域で $\text{Re}\{\bar{\alpha}_k(\bar{\eta}_{k,n})\} = 0$ とおき, 再び

連立方程式を解く. さらに, 求めた $\bar{\alpha}_k(\bar{\eta}_{k,n})$ より計算された各き裂面の接触圧力 $\sigma_{\xi_k \xi_k}$ が負となる領域を求める. このような計算過程をき裂開口変位が負となる領域がなくなり, かつこの領域がき裂面接触圧力負の領域と一致するまで繰返し計算をすることにより ξ_k^{op} を決める. 本数値例ではどのステップでも 3 回以下の繰返し計算で十分収束し, 選点数は $N_k = 10$ で十分な精度を得た. このとき, き裂先端 ($n = 2N_k + 1$) における応力拡大係数 K_I, K_{II} は次式で与えられる.

$$K_I - iK_{II} = \frac{G_0}{R} \pi \sqrt{2cl_k} \bar{\alpha}_k(1), \quad k=1, 2 \dots \dots \dots (45)$$

数値計算例としては, 両き裂が平行で ($\beta_1 = \beta_2$) き裂長さが短くベクレ数が大きい場合を取扱い, $l_1 = l_2 = 0.1, Pe = 100$ とした. なお, 式(15)中の無次元量 H_0 については, ほとんどの材料に関してほぼ 1 に近いことが知られているので⁽²³⁾⁽²⁴⁾, ここでは $H_0 = 1$ とした. また, 同式中 $Pr = 1$ と置いた. また, 以下の数値例はすべて次式の無次元応力拡大係数 K^* で表されている.

$$K_I^* - iK_{II}^* = \frac{R}{G_0 \sqrt{c}} \{ K_I - iK_{II} \} \dots \dots \dots (46)$$

ところで, 式(1)の熱発生分布 $Q(x)$ は接触圧力分布 $P(x) = (\sigma_{yy})_{y=0}/P_0$ と同じになるが, 本解析ではこの $P(x)$ は未知なので $Q(x)$ を図 2 のようにヘルツ分布と放物線分布の 2 通りに仮定してみる.

そこで, 実際に $Q(x)$ を図 2 のように仮定した場合の $\Phi_1(z)$ による接触圧力分布の計算結果を図 3 に示す. 摩擦係数 $f = 0.2$ で, すべり率 $S_r = 0, 0.1, 0.7$ の 3 通りの場合を示す. これより, すべり率が小さく常温に近い場合には, 熱発生分布の相違に関係なく接触圧

力分布はヘルツ分布に近くなるが、すべり率が大きく(熱発生が大き)くなれば、分布によって多少の差は見られるものの接触圧力はいずれもほぼ放物線分布に近くなる。

図4および図5は熱発生がそれぞれヘルツ分布および放物線分布の場合について、き裂1, 2のモードIの応力拡大係数 K_I のローラの移動に伴う変動を示す。いずれも摩擦係数 $f=0.2$, き裂傾斜角度 $\bar{\beta}_k=30^\circ$ で、すべり率が $S_r=0.7, 0.1$ の2通りの場合についてそれぞれ $d=1.0, 0.5, 0.3$ の3通りの場合の結果を示す。境界条件を接触圧力で与えた前報^{(13)~(15)}とは逆に、

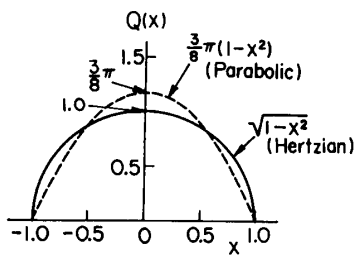


図2 熱発生分布

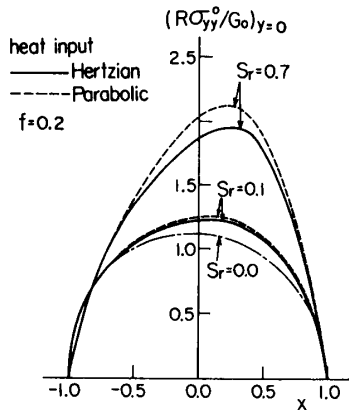


図3 接触圧力分布

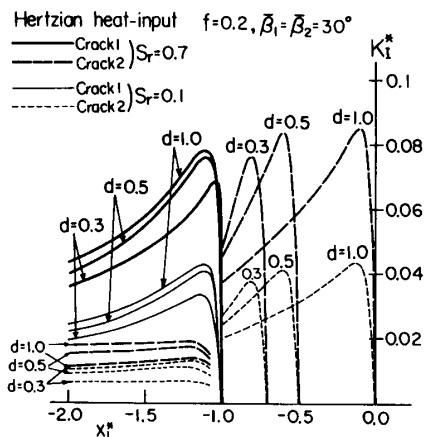


図4 応力拡大係数 K_I の変動に及ぼす相互干渉の影響(ヘルツ熱発生分布の場合)

S_r が大きくなるほど K_I も大きくなっている。これは、 S_r が大きくなるほど温度も高くなり、それだけ大きな表面自由熱膨張を剛体ローラで拘束することになるので、生ずる接触圧力も大きくなりしたがってき裂を開く方向の摩擦力(トラクション)も大きくなるためと考えられる。いずれもヘルツ分布の K_I の値が放物線の場合よりも大きくなっている。また、両き裂が近くに従って K_I の値は相互干渉により小さくなっており、この干渉効果はすべり率や接触圧力分布およびき裂1, 2の相違によってあまり大きく影響を受けていない。

また、図6, 7には熱発生がヘルツ分布の場合、図8, 9には熱発生が放物線分布の場合について、それぞれき裂1, 2のモードIIの応力拡大係数 K_{II} のローラの移動に伴う変動を示す。いずれも摩擦係数 $f=0.2$, き裂傾斜角度 $\bar{\beta}_k=30^\circ$ で、すべり率が $S_r=0.7, 0.1$ の

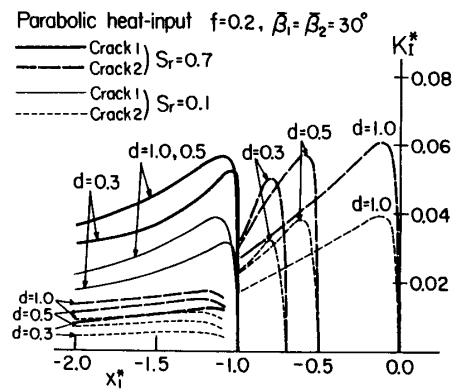


図5 応力拡大係数 K_I の変動に及ぼす相互干渉の影響(放物線熱発生分布の場合)

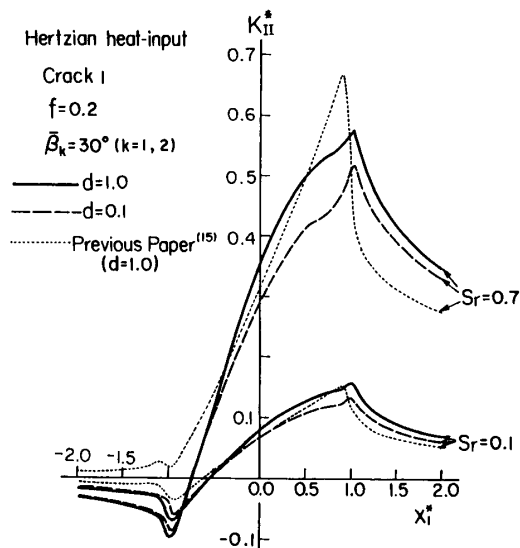


図6 き裂1の応力拡大係数 K_{II} の変動に及ぼす相互干渉のすべり率による影響(ヘルツ分布熱発生)

2通りの場合について両き裂を接近させて行った場合の結果を示す。いずれの場合もすべり率が大きくなるほど、両き裂の K_{II} の値は大きくなり相互干渉の影響も著しくなっている。とくに $S_r=0.7$ の場合、ヘルツ熱発生分布の K_{II} はローラの接触領域後縁がき裂上を通り過ぎるあたり ($x_1^*=1.0, x_2^*=1.0$) で最大を示しているが、放物線熱発生分布の K_{II} はき裂がまだ接触領域内にあるとき ($x_1^*=0.5, x_2^*=0.5$) に最大を示している。また比較のため、接触圧力を図2のような境界条件で与えた前報⁽¹⁵⁾の結果を図6~9に点線で示す。ヘルツ分布(図6, 7)で $S_r=0.1$ の場合には、定量的にも定性的にも前報の結果と類似しているが、すべり率

が大きく参照すれば、比較的常温に近い $S_r=0.1$ の場合には接触圧力がヘルツ分布に近いが、 $S_r=0.7$ の場合ではヘルツ分布が崩れるためピーク値も小さくなるものと思われる。また、 $S_r=0.7$ の場合は接触圧力分布が放物線に近くなるため、図8, 9では定性的に前報の傾向とほぼ類似しているが、接触圧力の絶対値が大きくなるため(図3)前報の結果よりも大きくなっている。さらに、図10, 11にはこのときの応力拡大係数変動幅 $\Delta K_{II}=(K_{II})_{\max}-(K_{II})_{\min}$ の d による変動を示す。ヘルツおよび放物線の両熱発生分布の場合について、すべり率および摩擦係数が4通りに変化した場合を示してある。いずれの場合も、両き裂が近づくと従って ΔK_{II} の値は相互干渉により小さくなっており、この干渉効果はすべり率が大きいほどまた摩擦係数が大きいほど著しくなっている。また、いずれもき裂1の ΔK_{II}

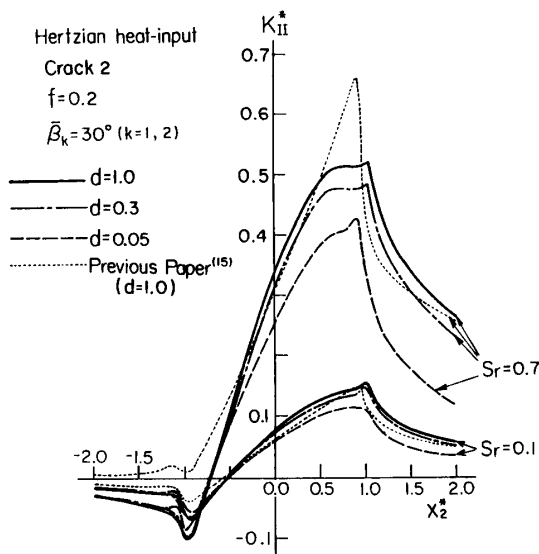


図7 き裂2の応力拡大係数 K_{II} の変動に及ぼす相互干渉のすべり率による影響(ヘルツ分布熱発生)

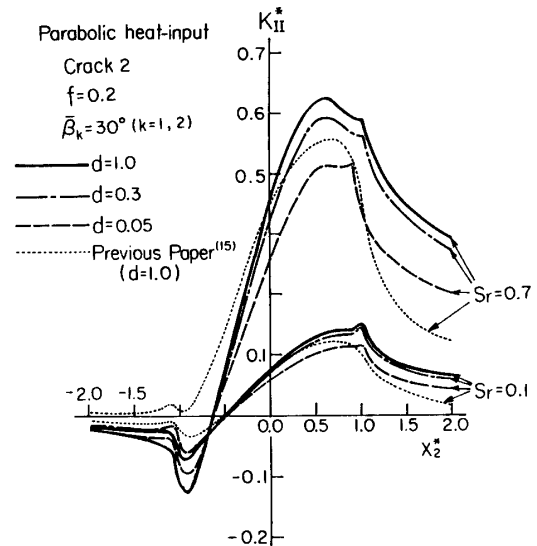


図9 き裂2の応力拡大係数 K_{II} の変動に及ぼす相互干渉のすべり率による影響(放物線分布熱発生)

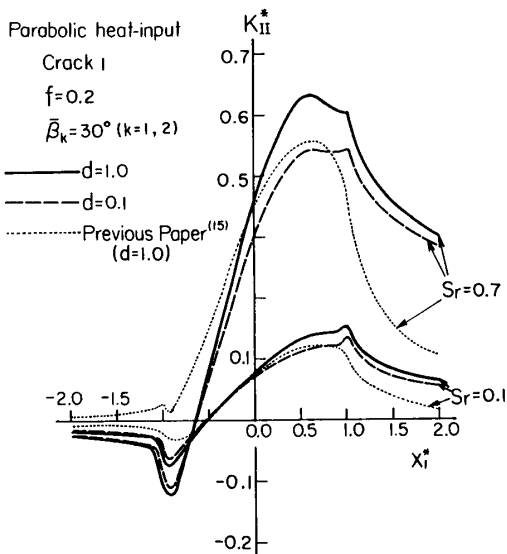


図8 き裂1の応力拡大係数 K_{II} の変動に及ぼす相互干渉のすべり率による影響(放物線分布熱発生)

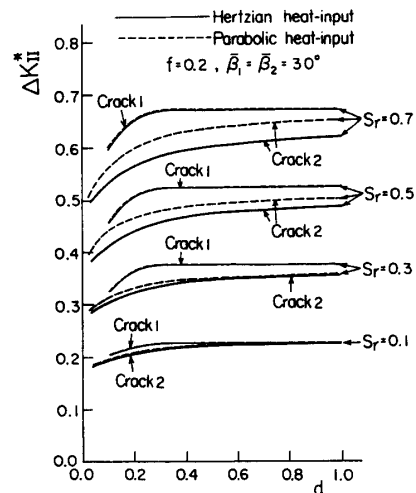


図10 ΔK_{II} の相互干渉に及ぼすすべり率 S_r の影響

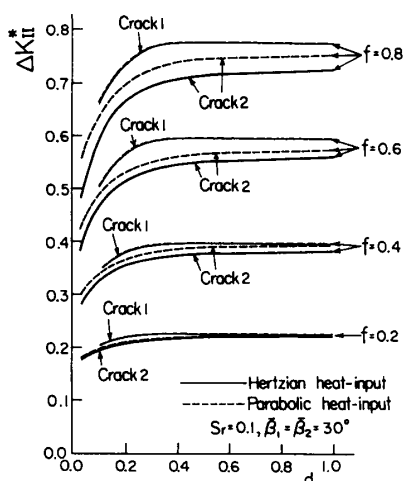


図 11 ΔK_{II} の相互干渉に及ぼす摩擦係数 f の影響

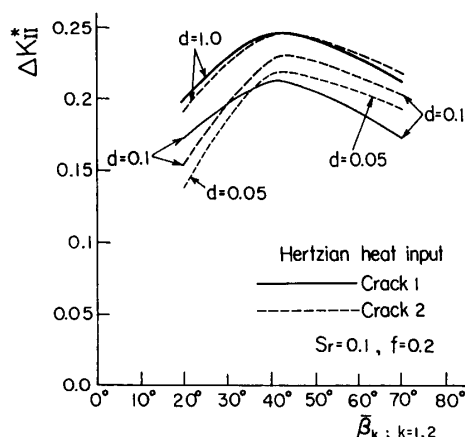


図 13 応力拡大係数変動幅 ΔK_{II} のき裂傾斜角度による変動(ヘルツ熱発生分布の場合)

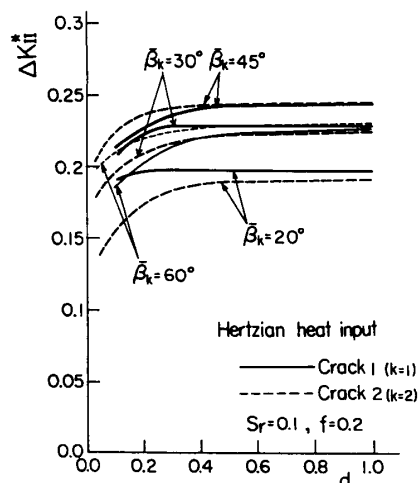


図 12 応力拡大係数変動幅 ΔK_{II} の相互干渉に及ぼすき裂傾斜角度の影響(ヘルツ熱発生分布の場合)

がき裂 2 の ΔK_{II} よりも大きくき裂 1 の ΔK_{II} は熱発生分布の相違によってあまり影響を受けていないが、き裂 2 の場合には放物線熱発生分布の ΔK_{II} がヘルツ熱発生分布の ΔK_{II} よりも大きくなりその相違はすべり率が大きいほどまた摩擦係数が大きいほど著しくなっている。しかし、この 2 種類の熱発生分布が干渉効果に及ぼす影響はほとんど同じである。

最後に、き裂傾斜角度 $\bar{\beta}_k$ の影響を検討するために、図 12 にはヘルツ熱発生分布で $S_r = 0.1, f = 0.2$ の場合について、 $\bar{\beta}_k$ が 4 通りに変化したときの ΔK_{II} の d による変動を示す。き裂 1 では傾斜角度 $\bar{\beta}_1$ が大きくなるほど、き裂 2 では $\bar{\beta}_2$ が小さくなるほど干渉効果が大きくなる傾向を示している。さらに図 13 には $d = 1.0, 0.1, 0.05$ の 3 通りの場合について $\bar{\beta}_k$ による ΔK_{II} の変化を示す。いずれも $\bar{\beta}_k = 40^\circ$ あたりで最大となっており、最大値を示すき裂傾斜角度はき裂間距離 d の

影響をあまり受けていない。

5. 結 言

一对の表面き裂を有する半無限体表面が、剛体ローラによって摩擦熱を伴う転がりすべり接触変位を受けたときの応力拡大係数を解析し、とくに等長平行き裂の場合について、すべり率や摩擦係数および摩擦熱分布(ヘルツ、放物線)並びにき裂傾斜角度が応力拡大係数に及ぼす影響を数値的に検討し、次の結論を得た。

- (1) 本数値例ではいずれの場合もき裂が近づくに従いモード I およびモード II の応力拡大係数とその変動幅は小さくなり近接き裂間で相互干渉が見られる。
- (2) この相互干渉によるモード II の応力拡大係数に及ぼす干渉効果は、すべり率および摩擦係数が大きいほど著しくなるが、熱発生分布の相違によってはあまり影響を受けない。また、この相互干渉によるモード I の応力拡大係数に及ぼす干渉効果も、すべり率や熱発生分布の相違によってあまり影響を受けない。
- (3) 本数値例では、き裂が荷重進行方向に向かって表面から約 40° 程度傾斜した場合に、モード II の応力拡大係数変動幅は最大となる。
- (4) 常温接触問題における接触圧力はヘルツ分布とみなしてもよいが、熱弾性接触問題における接触圧力は必ずしもヘルツ分布とはならず、とくにすべり率が大きい場合の接触圧力は放物線分布に近くなる。

最後に、本研究を遂行するにあたりご指導いただいた、Northwestern 大学の L. M. Keer 教授に深く感謝する。

文 献

(1) Keer, L. M. and Bryant, M. D., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, **105**(1983), 198.

- (2) Bryant, M. D., Miller, G. R. and Keer, L. M., *Q. J. Mech. Appl. Math.*, **37**(1984), 467.
- (3) Hearle, A. D. and Johnson, K. L., *J. Mech. Phys. Solids*, **33-1**(1985), 61.
- (4) Sheppard, S., Barber, J. R. and Comninou M., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **52**(1985), 811.
- (5) Murakami, Y., Kaneta, M. and Yatsuzuka, H., *ASLE Trans.*, **28**(1985), 60.
- (6) Kaneta, M., Murakami, Y. and Yatsuzuka, H., *ASLE Trans.*, **28**(1985), 407.
- (7) Kaneta, M., Murakami, Y. and Yatsuzuka, H., *Tribology Int.*, **20**(1987), 210.
- (8) Bower, A. F., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **110**(1988), 704.
- (9) 五嶋・ほか2名, *機論*, **57-533**, A(1991), 19.
- (10) 五嶋, *機論*, **58-547**, A(1992), 386.
- (11) Goshima, T. and Keer, L. M., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **112**(1990), 382.
- (12) Goshima, T., Hanson, M. T. and Keer, L. M., *J. Thermal Stresses*, **13**(1990), 237.
- (13) 五嶋・Keer, L. M., *機論*, **56-532**, A(1990), 2567.
- (14) 五嶋・宮尾, *機論*, **58-547**, A(1992), 393.
- (15) 五嶋・神島, *機論*, **58-556**, A(1992), 2260.
- (16) Dow, T. A., Stockwell, R. D. and Kannel, J. W., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **109**(1987), 503.
- (17) Burton, R. A., Kilaparti, S. R. and Nerlikar, V., *Wear*, **24**(1973), 199.
- (18) Muskhelishvili, *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, (1954) 4th Ed. Noordhoff.
- (19) Ling, F. F. and Mow, V. C., *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, **87**(1965), 729.
- (20) Dundurs, J., *Mathematical Theory of Dislocations*, (1975), 70, ASME Publication.
- (21) Johnson, K. L., *Contact Mechanics*, (1984), 19, Cambridge University Press.
- (22) Gerasoulis, A., *Comput. Math. Appl.*, **8**(1982), 15.
- (23) Azarkhin, A., Barber, J. R. and Rolf, R. L., *Key Eng. Mater.*, **33**(1989), 135.
- (24) Hills, D. A. and Barber, J. R., *Wear*, **102**(1985), 15.