

等高歯ハイポイドギヤに関する研究*

(第1報, 歯切り設計諸元計算法)

伊藤 紀男^{*1}, 高橋 幸一^{*2}

Equi-Depth Tooth Hypoid Gear Using Formate Gear Cutting Method (1st Report, Basic Dimensions for Gear Cutting)

Norio ITO and Koichi TAKAHASHI

Problems concerning the tooth taper of a spiral bevel gear and a hypoid gear have long been discussed. However, it is said that an equi-depth tooth and a tapered tooth have both advantages and disadvantages, and it remains to be undetermined which of the two is more useful. Recently recession which has affected the American car industry and the spread of FF cars have resulted in the shortage of engineers knowledgeable of the Gleason system and skilled in handling gear cutting using Gleason machines. Thus the equi-depth tooth gear has become the focus of much attention. In this paper, we have studied the gear cutting method of the equi-depth tooth hypoid gear using the formate method of Gleason system. In this report, we described basic equations to obtain accurate gear dimensions for designing and gear cutting.

Key Words: Gear, Hypoid Gear, Equi-Depth Tooth, Formate Gear, Cutter Diameter, New Pitch Point, Fundamental Relationship, Gear Dimension

1. 緒 言

ハイポイドギヤの歯は、まがり歯によって構成されている。まがり歯はピッチ面上の歯すじに沿って配列されるため、その歯の特徴は、歯すじを形成する曲線の形によって決まる。一方、歯の大きさは、ハイポイドギヤの場合、ピッチ面が円すい状をなすことから、ピッチ円すい距離によって変化する。一般的には、すぐばかさ歯車のように、ピッチ円すい距離に比例して大きさは変化する。このように、歯の大きさが歯すじに沿って比例的に変化する歯がこう配歯である。こう配歯は歯の形としては自然な形といえる。アメリカのグリーソン方式によるこう配歯が、広く実用化されているのも、その理由の一つである。

グリーソン方式によるハイポイドギヤの歯切りには、切刃の回転によって円すいを構成するフェイスミルカッタ⁽¹⁾が使用される。このカッタでこう配歯を歯切りするためには、カッタ軸をピッチ平面に対してチルトしなければならない。そのため、歯切りの段取り

や歯当たりデベロップには、相当複雑な計算や経験が必要となる。このことから、この方式によるこう配歯の品質・精度に関して、一時専門家の間でも誤解されるきらいがあった。

そこで、歯すじにインボリュート曲線やエピトロコイド曲線を使用することにより、歯すじに沿った法線ピッチを等しくし、歯形を一定にする等高歯方式が欧洲において開発された。歯すじ曲線をインボリュート曲線とする方式はドイツのクリンゲルンベルグ社によって、エピトロコイド曲線とする方式はスイスのエリコン社やイタリアのフィアット社によって、それぞれ独自の方式で開発された⁽²⁾。こうして、等高歯ハイポイドギヤが実現したのである。しかし、これら等高歯方式は、歯すじと歯形を創成運動によって同時に創出するため、一応実用の歯当たりは得られるが、歯すじ方向のクラウニングの調整や歯形を独立して修整することができないという欠点がある。したがって、グリーソン方式のこう配歯に比較して、騒音対策の上で大きな問題が残り、トラックやトレーラなどの産業用には利用されるが、乗用車用としては無理であることがわかった。こうして、グリーソン方式によるこう配歯が、今日に至るまで、一般乗用車用ハイポイドギヤとして、長くその主流をなしてきたのである。

* 平成5年10月2日 第71期全国大会において講演、原稿受付 平成6年4月6日。

*¹ 正員、富山大学工学部 (930 富山市五福3190)。

*² 正員、福井工業大学 (910 福井市学園3-6-1)。

近年になって、アメリカの自動車産業の不振とFF車の普及により、ハイポイドギヤの熟練技術者が減少し、それらの人々によって支えられてきたグリーソン方式による歯切りの精度管理に、大きな不安を生じる結果となった。ここに、グリーソン方式によらない等高歯の歯切り方式や、グリーソン方式によったとしても、等高歯とすることにより、歯切り段取りを単純化して、精度低下の補償を行おうとする方式が注目されることになった。

そこで本論文は、グリーソン方式によって等高歯を歯切りする場合、すなわち、ギヤは成形歯切り法を用いて一度切りし、ピニオンはそのギヤの両歯面に合せて創成歯切りする場合の諸元計算法に関し、詳細に考察するものである。

2. 歯のこう配と歯すじ曲線

一般に、歯車の歯の大きさは、歯直角ピッチの大きさによって決まる。歯すじに沿って歯直角ピッチが変化すれば、歯たけもまたそれに応じて変化するのが自然である。グリーソン方式によるハイポイドギヤは、このようなこう配歯の特徴を利用していることになる。

ここでは、歯すじ曲線と歯のこう配の関係について考察する。

2・1 ねじれ角が歯すじに沿って一定な場合

1は、ハイポイドギヤのギヤの歯すじ曲線とその曲率中心の関係を示したものである。図1(a)はピッチ平面図、図1(b)はその立面図である。座標系は、歯車軸とピッチ平面の交点を原点Oとし、ギヤ歯幅の中央の点Pを通るピッチ円すい母線をZ軸、ピッチ平面に

垂直に Y 軸、それらに垂直に X 軸をとる。点 P を通る歯すじの一つを T とし、点 P におけるねじれ角を ψ とする。歯すじ曲線は各点でのねじれ角と曲率によって決まる。

いま、ねじれ角が歯すじに沿って一定である場合、歯すじ上の任意の点 P' における曲率中心を O_c と仮定し、その点における曲率半径を r_c とする。円すい母線の長さ $\overline{OP'}$ を A 、 $\overline{OO_c}$ を s とすると、図 1(a) より、次の関係式が成立する。

$$A^2 + r_c^2 - 2Ar_c \sin \phi = s^2 \dots \dots \dots (1)$$

ねじれ角が一定であるということより、 $d\psi/dA=0$ が成立し、次式を得る

$$A = r_c \sin \phi \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

これより、点 P における歯すじの法線と X 軸との交点を O_T とすると、この場合の曲率中心は点 O_T となる。ねじれ角が一定の場合の歯すじ曲線は対数らせんとなり、このときの歯直角ピッチは円すい母線の長さ A に比例するため、歯の形はこう配歯が自然な形となる。

2・2 法線ピッチが歯すじに沿って一定な場合

ここでも、図1において、点Pにおける歯すじの曲率中心を O_c 、曲率半径を r_c と仮定する。ハイポイドギヤの場合、ギヤの歯数を N 、ピッチ円すい角を Γ 、ピッチ円すい距離を A とすると、法線ピッチは $2\pi A \sin \Gamma \cos \psi/N$ で与えられ、それが歯すじに沿って変化しないための条件は、 $d(A \cos \psi)/dA=0$ である。これより、次式が得られる

$$\frac{d\psi}{dA} = \frac{1}{A \tan \psi} \dots \dots \dots \quad (3)$$

式(1)を用いて、次の関係式が得られる。

図1で、原点Oから $\overline{PO_r}$ に垂線を下ろし、その足を O_l とするとき、式(4)より曲率中心 O_c は、点 O_l に一致することになる。すなわち、歯すじ曲線は原点Oを中心とする半径 $\overline{OO_l}$ の円を基礎円にもつインポリュート曲線となる。法線ピッチが一定であるということは、歯直角歯形は歯すじに沿って一定となり、歯たけが外端から内端にかけて一定な等高歯の条件を満たすことになる。

3. 等高歯の成形歯切り法

3・1 等高歯歯切り法について ハイポイドギヤ

やまがりばかさ歯車の歯切り法を大別すると、ホブ切り法とフライス削り法がある。ホブ切り法には、ドイツのクリンゲルンベルグ方式、スイスのエリコン方式、イタリアのフィアット方式などがある。これらの方

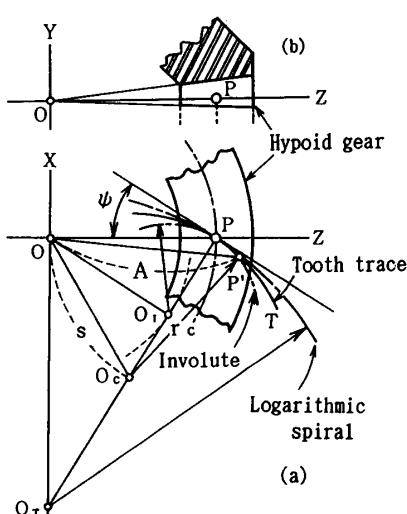


図 1 歯すじ曲線と曲率中心

の特徴は、歯が等高歯であることと、歯切り工具と歯車素材が一定の割合で回転しながら連続的に割出しが行えるという点である。しかし、カッタの管理やクラウニングの与え方などに問題が残されている。一方、フライス削り法には、グリーソン方式がある。この方式の特徴は、こう配歯であることと、工具の回転運動と歯車の創成運動が独立しているという点である。しかし、歯当たりの調整に熟練を要するという問題がある。グリーソン方式は等高歯の歯切りも可能で、それが自動車用に利用された例もあるが、その詳細については明らかではない。

グリーソン方式の成形歯切り法では、半径 r_c のフェイスミルカッタが用いられる。成形歯切り法でこう配歯を歯切りする場合、式(2)より、 $r_c = A/\sin \phi$ のカッタ径が望ましい。しかし、この値はギヤ径に比較して大き過ぎるため、グリーソン方式では、その値の約半分を標準カッタ径として扱っている。等高歯の場合は、式(4)より、 r_c の値が決まるが、この場合は逆に値が小さ過ぎるため、生産性を考慮するとフェイスミルカッタによる歯切りは無理ということになる。そこで本報では、グリーソン方式による等高歯歯切りの標準カッタ径として、こう配歯の場合と同じカッタ径を、一応の基準値として扱うこととする。

3・2 設計基準点における関係 等高歯ハイポイドギヤのピッチ円すいは、こう配歯のピッチ円すいと共通である。ここで、ピッチ円すいの3要素⁽³⁾、すなわちピニオン、ギヤのピッチ円すい距離を A_1, A_2 、ピッチ円すい角を γ, Γ 、歯すじねじれ角を ψ_1, ψ_2 として、使用する左右対称形カッタのブレード圧力角を ϕ_B 、限界圧力角を ϕ_0 として、設計基準点における関係式を求める。

図2は、等高歯ハイポイドギヤのギヤを成形歯切りする場合のギヤとカッタの関係を示したものである。図2(a)はピッチ平面図、図2(b)はその立面図、図2(c)は点Pにおける歯直角断面図、図2(d)はカッタ部分の拡大図である。ここでの座標系は、考察点であるピッチ点Pを原点とし、ピッチ円すいとピッチ平面の接線を z 軸、ピッチ平面に垂直に y 軸、それらに垂直に x 軸をとる $P-xyz$ 座標系である。等高歯の場合、図2(b)からもわかるように、歯切り基準面となるルート平面がピッチ平面に平行となるため、歯元角や歯末角が零となり、諸元の計算は簡単になる。しかし、カッタ軸は等高歯の場合もピッチ平面に対して $\Delta\phi$ チルトしなければならない。カッタ回転軸とピッチ平面の交点は O_c で、 $\overline{PO_c}$ とカッタ刃の描く円すい母線との交点が P_l, P_o である。カッタ軸を単位ベ

クトル I で表せば、次式が得られる。

$$I = \begin{bmatrix} -\sin \Delta\phi \cos \psi_2 \\ \cos \Delta\phi \\ -\sin \Delta\phi \sin \psi_2 \end{bmatrix} \dots \dots \dots \quad (5)$$

カッタの内刃はギヤの駆動側歯面を、外刃は被動側歯面を成形歯切りする。ギヤの歯直角モジュールを m_0 、称呼ピッチ径を D 、歯幅を F 、歯数を N とすると、次式が成立する。

歯末のたけを h , 全歯たけを h_k , 歯たけ係数を k とすると、ハイポイドギヤの場合、一般に、次式で表される⁽⁴⁾。

$$\left. \begin{array}{l} h = km_0/2 \\ h_k = (k/2 + 0.25)m_0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (7)$$

k は標準歯車では 4 であるが、ピニオンの歯数が小さいときは、4 より小さい値となる。また、ギヤは一般に負の転位がなされるので、ギヤのアデンダム係数⁽⁴⁾を c_1 とすると、図 2 (d)で、カッタの点 P における歯すじ直角断面の幅 $\overline{Q_1 Q_2}$ はピニオンの歯直角歯厚 T_P に等しく、次式が成立する。

$$T_P = \frac{m_0}{2} \{ \pi + k(1 - c_1) \tan \phi_B \} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここで、点 Q_1 , Q_2 はカッタ切刃が描く円すい母線と点 P を通りカッタ軸に垂直な直線の交点である、点 Q_1 は駆動側歯面、点 Q_2 は被動側歯面上の点である。 $\overline{PP_f}$ および $\overline{PP_o}$ を T_g とし、駆動側については $\phi_B > 0$ 、被動側については $\phi_B < 0$ とすると、 T_g に関して、次式が成立する。

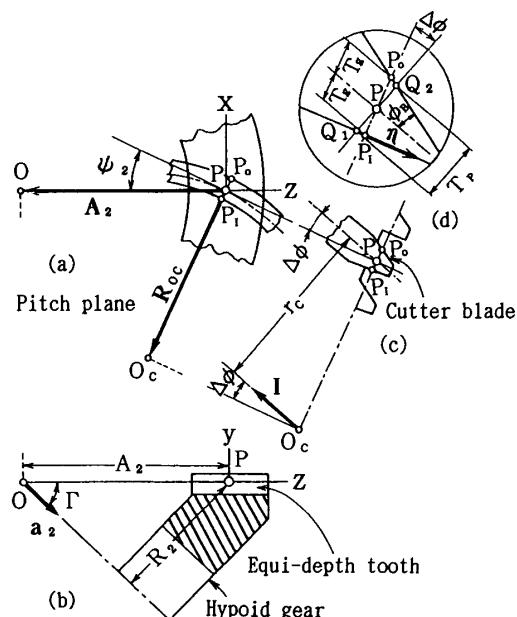


図 2 等高歯成形歯切りにおけるギヤとカッタ

$$T_g = \frac{T_p}{2} \cos \Delta\phi \frac{\cos \phi_B}{\cos(\phi_B + \Delta\phi)} \frac{\phi_B}{|\phi_B|} \quad \dots\dots\dots (9)$$

これらの歯形に関する諸元を計算することにより、こう配歯と同様にして、設計基準点における他の諸元を求めることができる⁽⁵⁾。

3・3 歯切り基準点における関係 設計上の基準点であるピッチ点Pは、見掛け上のピッチ点であり、歯切りのために必要な厳密なピッチ点、すなわち歯切り基準点は、カッタの内刃と外刃が描く二つの円すい面とギヤのピッチ円との交点である。それらの点において、ピニオン、ギヤの詳細な諸元を求めなければならない。

図3は、歯切り基準点を求めるために、カッタが描く円すい面とギヤのピッチ円の関係を、立体的に描いた図である。ギヤのピッチ円はピッチ点Pがギヤ軸の回りに描く円である。ギヤ軸を単位ベクトル \mathbf{a}_2 で表せば、次式が成立する。

$$\mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin \Gamma \\ \cos \Gamma \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

点Oの原点Pに対する相対位置ベクトルを \mathbf{A}_2 とすると、 \mathbf{A}_2 は次のように表される。

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -A_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ピッチ円をベクトル \mathbf{A} で表すと、 \mathbf{A} はベクトル \mathbf{A}_2 を \mathbf{a}_2 軸の回りに θ 回転して得られるので、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{A}_2 - A_2 \cos \theta + \{\mathbf{a}_2 \cdot (-\mathbf{A}_2)\}(1 - \cos \theta) \\ &\quad + \mathbf{a}_2 \times (-\mathbf{A}_2) \sin \theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

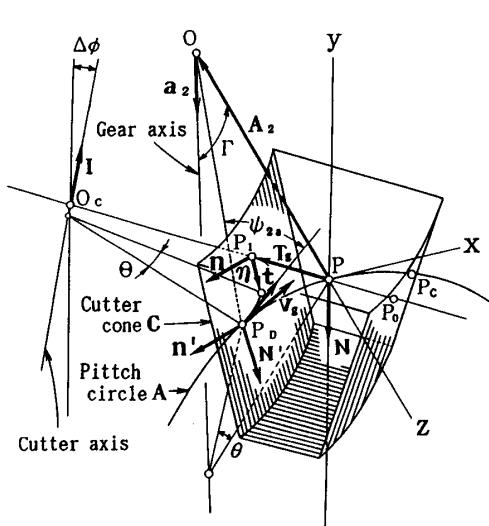


図3 歯切り基準点

これより、 \mathbf{A} は次のように求められる。

$$\mathbf{A} = A_2 \sin \Gamma \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ -\cos \Gamma(1 - \cos \theta) \\ -\sin \Gamma(1 - \cos \theta) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (13)$$

次に、カッタ切刃が構成する円すい面をベクトル \mathbf{C} で表す。 \mathbf{C} はカッタの円すい母線に沿った方向ベクトル η を角度 θ 回転させることにより求められる。ここで、カッタの中心 O_c の位置ベクトルを、図2(a)のように \mathbf{R}_{oc} とすると、次式が得られる。

$$\mathbf{R}_{oc} = r_c \sec \phi_0 \begin{bmatrix} -\cos \psi_2 \\ 0 \\ -\sin \psi_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (14)$$

点 P_1 の位置ベクトルを \mathbf{T}_g とすると、次式が得られる。

$$\mathbf{T}_g = \mathbf{T}_g \begin{bmatrix} -\cos \psi_2 \\ 0 \\ -\sin \psi_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$|\eta| = \eta$ とすると、 η に関して次式を得る。

$$\eta = \eta \begin{bmatrix} \sin(\phi_B + \Delta\phi) \cos \psi_2 \\ -\cos(\phi_B + \Delta\phi) \\ \sin(\phi_B + \Delta\phi) \sin \psi_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (16)$$

いま、

$$\mathbf{R} = -\mathbf{R}_{oc} + \mathbf{T}_g + \eta \quad \dots\dots\dots (17)$$

とすると、 \mathbf{R} は次のように求められる。

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\sin \Delta\phi \cos \psi_2 \\ \cos \Delta\phi \\ -\sin \Delta\phi \sin \psi_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (18)$$

以上により、円すい面 \mathbf{C} は、次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{R}_{oc} + \mathbf{R} \cos \theta + \mathbf{I}(\mathbf{I} \cdot \mathbf{R})(1 - \cos \theta) \\ &\quad + \mathbf{I} \times \mathbf{R} \sin \theta \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} C_x &= a_2 \cos \psi_2 + b_2 (\cos \Delta\phi \cos \psi_2 \cos \theta \\ &\quad + \sin \psi_2 \sin \theta) \\ C_y &= -(b_1 \sin \Delta\phi + \eta \cos \phi_B \cos \Delta\phi) \\ &\quad + b_2 \sin \Delta\phi \cos \theta \\ C_z &= a_2 \sin \psi_2 + b_2 (\cos \Delta\phi \sin \psi_2 \cos \theta \\ &\quad - \cos \psi_2 \sin \theta) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= -r_c \cos \Delta\phi - T_g \sin^2 \Delta\phi + \eta \cos \phi_B \sin \Delta\phi \\ b_1 &= r_c - T_g \cos \Delta\phi \\ b_2 &= r_c - T_g \cos \Delta\phi + \eta \sin \phi_B \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

表2は、表1から求めた設計基準点における等高歯の詳細な設計諸元である。右側の欄には同一条件で求めたこう配歯の諸元が示してある。それぞれピッチ角、歯先円すい角、歯底円すい角にその特徴が現われている。

表3は、本報の基本式に基づいて求めた等高歯の駆

表1 ハイポイドギヤ主要諸元

Combination	n/N	8/35
Shaft Angle	Σ	90 deg
Gear Pitch Dia.	D	190 mm
Gear Face Width	F	28 mm
Pinion Offset	E	30 mm
Standard Cutter Dia.	2r _c	190.5 mm
Blade Pressure Angle	ϕ	19 deg

表2 詳細設計諸元

	Equi-Depth Tooth		Tapered Tooth	
	PINION	GEAR	PINION	GEAR
Pitch Diameter	58.3799	190	58.3311	190
Addendum	6.5656	1.1590	8.2415	1.4177
Dedendum	2.3679	7.7765	2.6607	9.2475
Whole Depth	8.9336	8.9355	10.9023	10.6652
Outside Diameter	71.1209	190.5964	74.3303	190.7253
Pitch Apex Beyond Crossing Point	24.1889 (Z _{pp})	-3.3372 (Z _{gp})	24.8305 (Z _{pp})	-3.4742 (Z _{gp})
Face Apex Beyond Crossing Point	51.3966 (Z _{pf})	-2.1378 (Z _{gf})	13.3749 (Z _{pf})	-3.8842 (Z _{gf})
Root Apex Beyond Crossing Point	14.4016 (Z _{pr})	-11.3846 (Z _{gr})	22.4017 (Z _{pr})	-2.3254 (Z _{gr})
Crown to Crossing Point	91.2876 (X _{po})	27.5129 (X _{go})	90.8905 (X _{po})	27.2417 (X _{go})
Pitch Angle	14.0011 deg	75.0898	13.9169	75.1786
Face Angle	13.9944 deg	75.0898	19.6185	76.2373
Root Angle	14.0011 deg	75.0898	12.9164	69.1794
Spiral Angle	49.6688 deg	29.1323	49.6688	29.1287
Mean Radius	25.1331	81.4714	25.1323	81.4658
Limit Pressure Angle	deg	-6.3545	deg	-6.4018
Dedendum Angle	deg	0	0	-1.0587
Cutter Diameter	mm	190.5	mm	190.5

表3 等高歯の修正設計諸元

	Drive	Coast
New Pitch Point η mm	0.0361	0.0474
New Pitch Point Θ deg	-1.3206	1.4691
New Pitch Point θ deg	3.1951	-3.5031
Cutter Tilt Angle $\Delta\phi$ deg	-6.3545	
Root Spiral Angle ψ_r deg	29.1323	
Pinion Pitch Cone		
Cone Distance A_1 mm	101.9098	105.7114
Pitch Angle γ deg	13.9984	14.0036
Spiral Angle ψ_s deg	47.8056	51.2837
Gear Pitch Cone		
Cone Distance A_2 mm	84.3101	
Pitch Angle Γ deg	75.0898	
Spiral Angle ψ_s deg	27.2382	30.7758
Pressure Angle ϕ deg	11.9270	-24.5655
Gear Principal Dedendum Angle δ_s deg	-0.5554	0.6647

動側、被動側歯面上の歯切り基準点(New Pitch Point)と、その点でかみあうピニオン、ギヤの修正設計諸元である。デデンダム角 δ_2 が基準点の変化によって小さな値をもつことがわかる。

表4は、表3と同様にして求めたこう配歯の計算例である。

図4は、表2の結果に基づいて描いた等高歯ハイポイドギヤのレイアウトである。図4中の D_p , D_g はそれぞれピニオン、ギヤの外径であり、その他の記号は表2などに示してある。

5. 結論

本報では、自動車用ハイポイドギヤなどの量産の中

表4 こう配歯の修正設計諸元

	Drive	Coast
η mm	0.0497	0.0582
New Pitch Point Θ deg	-1.3612	1.4542
θ deg	3.2400	-3.4288
Cutter Tilt Angle $\Delta\phi$ deg	-3.4589	
Root Spiral Angle ψ_r deg	29.5801	
Pinion Pitch Cone		
Cone Distance A_1 mm	104.3189	104.2014
Pitch Angle γ deg	13.9167	13.9165
Spiral Angle ψ_s deg	49.5098	49.4024
Gear Pitch Cone		
Cone Distance A_2 mm	84.2696	
Pitch Angle Γ deg	75.1786	
Spiral Angle ψ_s deg	28.9670	28.8578
Pressure Angle ϕ deg	11.6870	-24.3962
Gear Principal Dedendum Angle δ_s deg	4.7513	6.3853

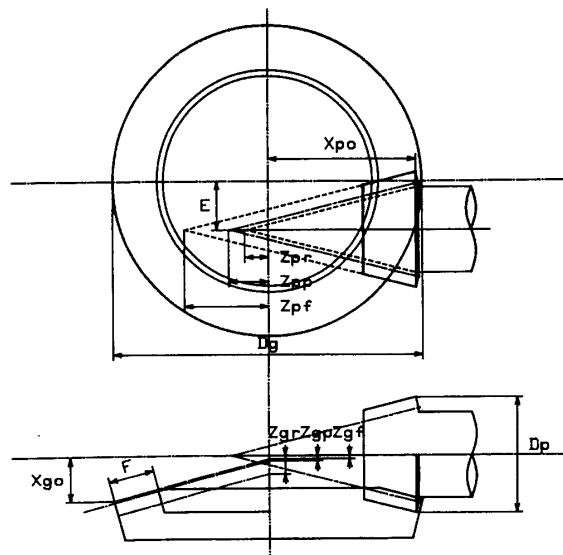


図4 等高歯ハイポイドギヤのレイアウト

心となっているこう配歯の成形歯切り法を、等高歯の歯切り法に適用させるためのカッタ径の問題やその計算法などについて考察した。その結果、まず歯切りの基準となるピッチ点は、駆動側と被動側両歯面上にあるため、それらの点を正確に求めるための解析方法を明らかにした。そして、それらの点における精密な諸元を算出するための関係式を導いた。また、得られた関係式を用いて、具体的な計算を試み、等高歯歯切りに必要な修正設計諸元を求めた。

文 献

- (1) 例えば, Dudley, D. W., *Gear Handbook*, (1962), 20-24, McGRAW-HILL.
- (2) 仙波, 歯車, 7(1963), 2730, 日刊工業新聞社.
- (3) 高橋・伊藤, 機論, 49-443, C(1983), 1246.
- (4) Gleason, W., *Method for Designing Hypoid Gear Blanks*, (1971).
- (5) 高橋・伊藤・ほか1名, 機論, 54-500, C(1989), 904.
- (6) 例えば, Gleason, W., *Generated Spiral Bevel Gears, Fixed Setting Method for Finishing Pinions*, (1953), MBM.