

高減速比等高歯ハイポイドギヤの研究*

(設計法について)

伊 藤 紀 男^{*1}, 岡 田 貴 之^{*2}

High Reduction Hypoid Gear with Equi-Depth Tooth (Method for Designing)

Norio ITO and Takayuki OKADA

Recently, a reduction gear which uses in power transmission device is advancing more and more small-sizing and lightening. Particularly, as for the gear to obtain a high reduction ratio, hypoid gears have come to be used in place of worm gears. The reason is that the hypoid gears have both of their goodneses owing to position in the middle of the spiral bevel gear and the worm gear. So we use the hypoid gear as the gear to obtain high reduction. Then, the spiral angle of the pinion increases and the shape becomes like small tapered crossed helical gears. Therefore, we apply a equi-depth tooth which have same height along the tooth trace and try to cut the gears by using Duplex spread method and improve the efficiency of gear cutting. In this paper, we describe the basic theory for designing and gear cutting.

Key Words: Gear, Design Method, Hypoid Gear, High Reduction Ratio, Equi-Depth Tooth, Duplex Spread Method, Fundamental Relationship

1. 緒 言

動力伝達装置に使われている変・減速機は、近年ますます小型・軽量で効率がよく、省資源、省エネルギーに適応したものが要求されるようになってきた。中でも、高減速機用の歯車対には、これまで低騒音、低振動、小型という点から、主としてウォームギヤが使われてきたが、最近の傾向として、ハイポイドギヤが利用されるようになってきた。ハイポイドギヤはまがりばかさ歯車とウォームギヤの両方の良さを兼ね備えているため、高減速比として利用した場合にも、自動車用ハイポイドギヤと同様の高性能が評価され、広く活用されるようになったと考えられる。高減速比用歯車対としては、すでにH R H⁽¹⁾、スピロイドギヤ⁽²⁾、ヘリコンギヤ⁽²⁾などが利用されている。これらはそれぞれ独自の設計法や歯切り法をもち、しかも比較的小型のもを対象として使用されている。しかし、性能的には十分なものとは言えない。

ハイポイドギヤを高減速比用歯車対として利用した場合には、一般にピニオンのねじれ角は大きくなり、外形はテーパ状のねじ歯車のようになる。そのため歯は等高歯にすることが考えられる。等高歯にすれば、歯切りに円錐形カッタを用いた場合、圧力角を調整するためのカッタ番号⁽³⁾の扱いが不要となり、歯切り段取りが単純化される。したがって、勾配歯のような歯当たりの調整も不要になると期待される。さらに、高減速比の場合は、一般にモジュールが小さいことから、ギヤのみならずピニオンに対しても、歯の両側歯面を同時に歯切りするデュプレックス歯切り法(Duplex spread method)⁽⁴⁾を適用することにすれば、歯切りの効率化が一層進められることになる。

本論文は、以上のような考えに基づいて、高減速機用歯車対として、等高歯ハイポイドギヤを使用した場合のピニオン、ギヤカッタの諸元や歯切り計算に必要な基本理論について考察する。なお、本論文におけるギヤの歯切り法は、円錐形カッタによるフォーメイト歯切り(Formate Cutting)を対象とする。

2. 等高歯ハイポイドギヤとカッタ径

2・1 等高歯用カッタ径 一般に、ハイポイドギヤ

* 1996年9月22日 日本機械学会第74期全国大会において
講演、原稿受付 1998年1月16日。

*¹ 正員、富山大学工学部(〒930 8555 富山市五福3190)。

*² 学生員、富山大学大学院〔現:豊田自動織機(株)〕。

の歯切りには円錐形カッタが用いられる。自動車用ハイポイドギヤの場合は、ギヤは成形法によって両側歯面を一度切りされ、ピニオンはそれに合わせて片側歯面ずつ創成歯切りされる。勾配歯の場合はギヤの両側歯面にねじれ角の差が生じ、テーパ歯⁽⁴⁾が形成されるため歯切りに複雑な調整を必要とする。等高歯にした場合は、ギヤの両側歯面は同心円の歯すじとなるが、ねじれ角が一致するという保証はない。

図1は、等高歯ハイポイドギヤのねじれ角とカッタ径の関係をピッチ平面上に示したものである。点Pはピッチ点、点O_Gはピッチ平面上のギヤピッチ円錐の頂点である。座標系は点O_Gから点Pへ向かう方向にZ_G軸をとり、それに垂直にピッチ平面上にX_G軸をとる。カッタ中心を点O_Cとすれば、O_CPがカッタ半径r_cとなる。カッタ刃面の1つがギヤピッチ円を通過する点をP_Dとする。r_cと点P_Dにおけるカッタ半径差をΔr_cとする。基準歯形では法線ピッチをp_nとすれば、Δr_c=p_n/4として表される。いま、O_GO_C=s、点P、P_Dにおけるギヤ歯すじのねじれ角をψ₂、ψ_{2'}、ギヤピッチ円錐距離をA₂とすれば、次の関係式が成り立つ。

$$s^2 = A_2^2 + r_c^2 - 2A_2 r_c \sin \psi_2 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

カッタ半径はピッチ円上の点P_Dではr_c+Δr_cと変化し、同じ点P_Dにおけるねじれ角の変化をδψとすると、次式が成立する。

$$\delta\psi = \frac{\Delta r_c}{\cos \psi_2} \left(\frac{1}{A_2} - \frac{\sin \psi_2}{r_c} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

これより、点P_Dにおけるねじれ角が点Pでの値に等しくなるためには、次式が成り立つ必要がある。

$$r_c = A_2 \sin \psi_2 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

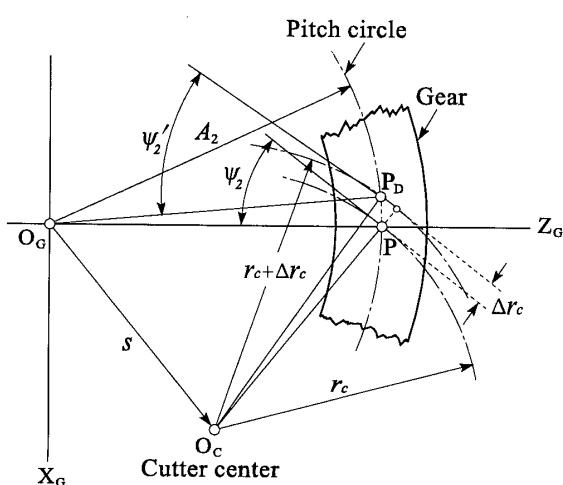


Fig.1 Spiral angles and cutter radius

このようなカッタ径を用いることにより、カッタの内側刃面で歯切りされた歯面が、その反対側で歯切りされたピニオン歯面とかみあうことになり、ねじれ角の歯切りによる修整は生じないことになる。

以上が等高歯ハイポイドギヤのカッタ径に関する基本である。ギヤのねじれ角ψ₂の値は、一般的ハイポイドギヤでは30°~40°であり、式(3)の係数sinψ₂の値は小さくなる。そのためカッタ径の値は勾配歯に比べて小さくなることが望ましい。しかし、実用的には生産性の問題を考えて決める必要がある。

2・2 基本設計諸元 ピニオン、ギヤの歯数をn、N、それぞれのピッチ円錐3要素⁽⁵⁾(ピッチ円錐距離、ピッチ角、ねじれ角)を(A₁, γ, ψ₁)、(A₂, Γ, ψ₂)、限界圧力角をϕ₀と表し、軸角Σ、オフセットEを与えるとハイポイドギヤの諸元間には、次の基本関係式が成立する⁽⁵⁾。

$$\frac{A_1 \sin \gamma \cos \psi_1}{n} = \frac{A_2 \sin \Gamma \cos \psi_2}{N} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$\cos \Sigma = -\sin \gamma \sin \Gamma + \cos \gamma \cos \Gamma \cos(\psi_1 - \psi_2) \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$E \sin \Sigma = (A_1 \sin \gamma \cos \Gamma + A_2 \cos \gamma \sin \Gamma) \sin(\psi_1 - \psi_2) \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$-\tan \phi_0 = \frac{v_4}{v_3 \cos(\psi_1 - \psi_2)} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$\tan \psi_1 - \tan \psi_2 = r_c (-v_1 \sin \phi_0 + v_2 \cos \phi_0) \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{\tan \psi_1}{A_1 \tan \gamma} + \frac{\tan \psi_2}{A_2 \tan \Gamma} \\ v_2 &= \frac{1}{A_1 \cos \psi_1} - \frac{1}{A_2 \cos \psi_2} \\ v_3 &= \frac{1}{A_1 \tan \gamma} + \frac{1}{A_2 \tan \Gamma} \\ v_4 &= \frac{\sin \psi_1}{A_2} - \frac{\sin \psi_2}{A_1} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

以上の式(4)~(9)と2・1節のカッタ径の条件式(3)を連立させて基本設計諸元を求める。その際、未知数の関係でギヤのピッチ径R₂はあらかじめ設計値として与えるのが一般的で、次式が得られる。

$$R_2 = A_2 \sin \Gamma \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

3. デュプレックス用ピニオンカッタ

ハイポイドギヤの歯切りでは、ピニオンとギヤのカッタブレードはそれぞれ独立したものを使用するのが原則であるが、ピニオンとギヤをデュプレックス法によって歯切りする場合には、ピニオン用カッタの圧力角について検討を加えなければならない。そのためには、まずピッチ線とピッチ面の主方向について考察す

る必要がある。

図2は、ピニオン、ギヤのピッチ面とその座標系を示したものである。図2(a)はピッチ平面を表し、その平面上に投影されたピッチ線と、ピニオンとギヤのピッチ面の主方向が s'_p , s''_p , s'_g , s''_g で示されている。図2(b)はその立面図であるが、回転面であるピニオンとギヤのピッチ面の概形が断面的に示されている。座標軸はピッチ点Pを原点とし、原点Pにおけるピニオン、ギヤの歯すじ方向にZ軸、Z軸に垂直でピッチ平面上にX軸、それらに垂直にY軸がとっている。ピッチ線をベクトル ξ (ξ)で表し、点Pにおける ξ (ξ)とX軸とのなす角、すなわちピッチ線の方向を ψ_k で表す。点 O_p , O_g はピッチ平面上のピニオンとギヤのピッチ円錐頂点を表す。点 O_1 , O_2 はピニオン、ギヤ軸とY軸との交点である。これより、ピニオン、ギヤ両ピッチ面の主曲率半径の一方を ρ'_1 , ρ''_1 とすると、 $\overline{PO}_1 = \rho'_1$, $\overline{PO}_2 = \rho''_1$ と表すことができる。

次に、ピニオンカッタの圧力角について考察するため、図2(b)のようにピニオンピッチ面を $F_1(Z,X)$ 、ギヤピッチ面を $F_2(Z,X)$ とする。ピッチ線 ξ (ξ)は両ピッ

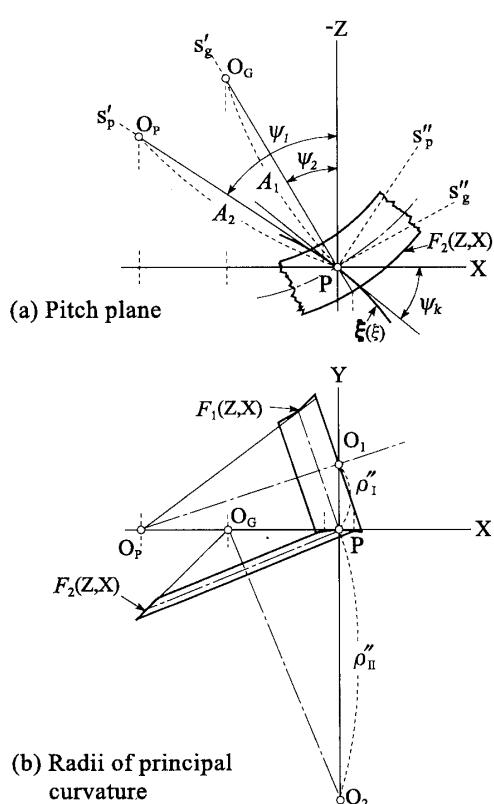


Fig.2 Coordinates system on pitch surface

チ面 F_1 , F_2 の接觸線であり、ピッチ点Pにおけるギヤピッチ面のピッチ線方向の法曲率半径を ρ_k とすると、次の2式が成立する⁽⁵⁾。

$$\tan \psi_k = \frac{v_3}{v_1} (1 + \tan \psi_1 \tan \psi_2) - \tan \psi_2 \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$\begin{aligned} \sin \epsilon' &= \frac{v_3}{\rho_k} \sin(\psi_1 + \psi_2 + 2\psi_k) \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{1}{A_1 \tan \gamma} - \frac{1}{A_2 \tan \Gamma} \right) \sin \epsilon' \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 $\epsilon' = \psi_1 - \psi_2$ である。また、法曲率半径 ρ_k は、ギヤピッチ面の主曲率との間に一定の関係式が得られるので、主曲率 $1/\rho'_1$ は次式によって与えられる。

$$\frac{1}{\rho'_1} = \left\{ \frac{1}{\rho_k} - \frac{\cos^2(\psi_k + \psi_2)}{\rho''_1} \right\} \frac{1}{\sin^2(\psi_k + \psi_2)} \quad \dots \dots \dots (13)$$

$1/\rho'_1$ についても、同様な関係式によって求めることができる。

図3は、ピニオンとギヤのカッタブレード角の関係を示したものである。 ϕ_B , ϕ_{BP} はギヤおよびピニオンのカッタブレード角であり、点P, P', P_nは歯直角断面におけるギヤピッチ面上で互いに隣り合う点を示す。点Q₀は $\angle P_n Q_0 P' = 2\phi_{BP}$ となる点である。 m_n は点Pにおける法線モジュールを表している。

図4は、ピニオンとギヤのカッタの位置関係を詳細に示したものである。図4(a)はピッチ平面上のギヤの1歯の断面を表し、図4(b)はその立面図で、カッタの相対位置関係を示す。点O_{c1}, O_{c2}はギヤの凹歯面、凸歯面側のカッタの中心を示し、点O_{zn}は歯すじ直角方向のピッチ面の法曲率中心である。この図4から、ギヤカッタ軸の傾きが、ピニオン用カッタのブレード角に影

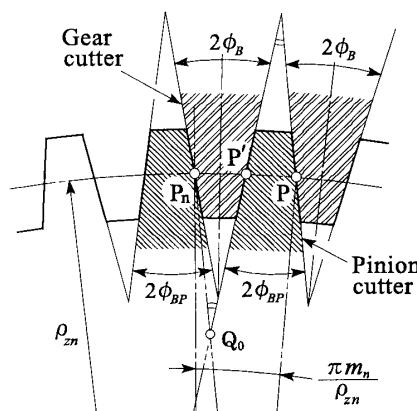


Fig.3 Cutter blade angles of pinion and gear

響を及ぼすことがわかる。図3、4より、点Pにおける歯すじ直角断面のギヤピッチ面の法曲率を $1/\rho_{zn}$ とすれば、次式を得る。

$$\frac{1}{\rho_{zn}} = \frac{\sin^2 \psi_2}{\rho'_{II}} + \frac{\cos^2 \psi_2}{\rho''_{II}} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

ピッチ点Pでの法線ピッチは $p_n = \pi m_n$ と表され、図3より次の関係が得られる。

$$2\phi_{BP} = 2\phi_B - p_n/\rho_{zn} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

これより、ピニオンとギヤのカッタブレード角の差は $(p_n/\rho_{zn})(180/\pi)$ 度となり、これを分単位で表したとき、勾配歯切りのときのカッタ番号の値を目安とすると、得られた値が10分を超える場合は、圧力角の差は無視できない値といえる。このような場合は、ピニオン用カッタブレード角を p_n/ρ_{zn} だけ修整しなければならない。

4. デュプレックス歯切りによるピニオン創成

ピニオンとギヤのカッタブレード角の差が無視できる場合、あるいは無視はできないが、デベロップ可能

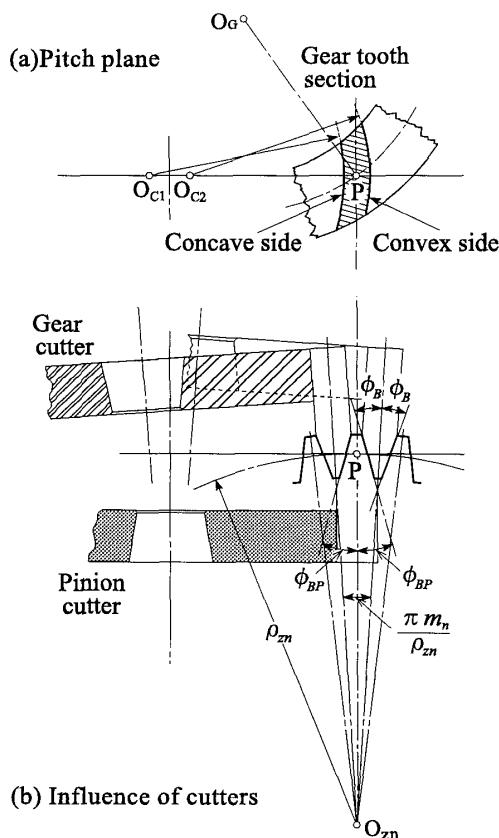


Fig.4 Relation between pinion and gear cutters

な範囲である場合のピニオン歯切り法について述べる。

図5は、ピニオンの歯切り創成法を示す。歯切り盤はカッタ軸がチルト可能なものについて考察する。歯切り盤の座標軸は、座標原点である点 O_M はマシンセンタで、ピニオン歯切り創成用仮想ギヤは、クレードル軸 Y_M と一致させる。クレードル軸に垂直な平面上に Z_M, X_M 軸をとる。 $Z_M X_M$ 平面はマシン平面と呼ばれる。 X_M 軸は仮想ギヤ軸とピニオン軸の共通垂線方向とする。図5(b)はマシン平面図を表し、図5(a)はその立面図である。クレードル軸を単位ベクトル e_y で、オフセット方向の X_M 軸を単位ベクトル e_x で、 Z_M 軸を単位ベクトル e_z で表す。仮想ギヤ軸とピニオン軸がなす創成軸角を Σ_x 、歯切りオフセットを E_x とする。点 O_c はカッタ中心で、点 O_1 はピニオン軸と図2のY軸との交点である。仮想ギヤのピッチ円錐3要素を (A_x, Γ_x, ψ_x) とする。 X_{px}, X_{gx} はピニオン、ギヤの組立距離である。

4・1 ピニオン用カッタブレード角を修整しない場合

ピニオンとギヤのカッタブレード角が、 $\phi_B = \phi_{BP}$ として差し支えない場合について考察する。この場合は $A_x = A_2$, $\Gamma_x = \Gamma$, $\psi_x = \psi_2$ として歯切りすることができる。カッタ軸を単位ベクトル I_0 で表すと、 I_0 は図2のP-XYZ座標系で、次のように表される。

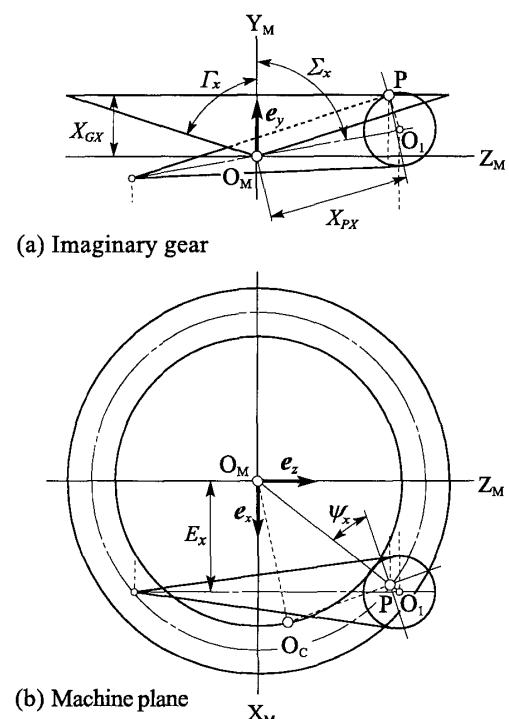


Fig.5 Coordinates system for machine setting

具体例 1 (No. 1) は減速比が大きく、モジュールの小さい一般的なもの、具体例 2 (No. 2) は減速比は小さいが、モジュールの大きなものである。カッタのブレード角はいずれも 20° とした。

Table 2 Dimensions of gear ratio 1/80

Hypoid Gear (No. 1)		Pinion	Gear
Tooth Number	n / N	1	80
Pitch Diameter	$2R_1 / 2R_2$ mm	5.5552	110.0500
Addendum	mm	1.6509	0.2040
Dedendum	mm	0.5323	1.9792
Whole Depth	mm	2.1832	
Outside Diameter	mm	10.1543	120.0000
Cone Distance	A_1 / A_2 mm	35.9079	55.3017
Pitch Angle	γ / Γ deg.	4.4365	84.2662
Spiral Angle	ψ_1 / ψ_2 deg.	79.0000	39.5967
Limit Pressure Angle	ϕ_0 min.	0	
Cutter Diameter	$2r_c$ mm	70.4964	
Direction of Pitch Line	ψ_k deg.	11.2390	
Normal Curvature Radius of Pitch Line Direction	ρ_k mm	-44175.0374	
Principal Curvature Radius of Gear Pitch Surface	ρ'_{II} mm	-804.9478	
	ρ''_{II} mm	550.7602	
Pitch Surface Normal Curvature Radius of Normal Direction	ρ_{zn} mm	1744.1182	
Correction of Pressure Angle	$\Delta\phi$ min.	3.2819	

Table 3 Dimensions of gear ratio 1/50

Hypoid Gear (No. 2)		Pinion	Gear
Tooth Number	n / N	1	50
Pitch Diameter	$2R_1 / 2R_2$ mm	11.3704	213.2319
Addendum	mm	5.4725	0.6764
Dedendum	mm	1.6487	6.4448
Whole Depth	mm	7.1212	
Outside Diameter	mm	26.7602	250.0000
Cone Distance	A_1 / A_2 mm	63.9329	107.2885
Pitch Angle	γ / Γ deg.	5.1017	83.5812
Spiral Angle	ψ_1 / ψ_2 deg.	72.0000	34.5226
Limit Pressure Angle	ϕ_0 min.	0	
Cutter Diameter	$2r_c$ mm	121.6076	
Direction of Pitch Line	ψ_k deg.	18.2433	
Normal Curvature Radius of Pitch Line Direction	ρ_k mm	14408.9422	
Principal Curvature Radius of Gear Pitch Surface	ρ'_{II} mm	-2015.5929	
	ρ''_{II} mm	953.6876	
Pitch Surface Normal Curvature Radius of Normal Direction	ρ_{zn} mm	1810.1859	
Correction of Pressure Angle	$\Delta\phi$ min.	10.4816	

Table 4 Dimensions for pinion cutting

Example	No.1	No.2
A_x mm	55.3017	107.7564
Γ_x deg.	84.2662	83.0709
ψ_x deg.	39.5856	34.5054
Σ_x deg.	90.0000	89.5966
E_x mm	34.6245	64.4291
$\Delta\phi_c$ deg	5.7338	6.9291

表2, 3は、表1の基本諸元によって得られた設計諸元である。表2の減速比が1/80の例では、ピニオンカッタブレード角の修整量が、目安とする10分よりも小さいため、その修整が無視できる場合である。それに対して表3の減速比が1/50の例では、ブレード角の差が10分以上となるため、何らかの歯切り修整を必要とする場合である。しかし、修整が無視できる減速比1/80の場合でも、ピニオンねじれ角 ψ_1 の値を小さく設定すると、 $\Delta\phi$ の値は大きくなり、10分を超える場合が生じる。同じように、減速比1/50の場合でも、 ψ_1 の値を大きくすることにより、 $\Delta\phi$ の値を10分より小さくすることができる。したがって、ブレード角の差は一義的に決まるものではない。

表4は、ピニオン創成歯切りに必要な仮想ギヤの諸元をまとめたものである。No.1の場合、 A_x , Γ_x , ψ_x の値はほぼ A_2 , Γ , ψ_2 の値に等しくなるが、歯切り修整を必要とするNo.2の場合は、それらの値に若干の差が生じている。

6. 結論

本論文は、デュプレックス歯切り法を用いた高減速比等高歯ハイポイドギヤの設計に関する基礎理論について明らかにした。デュプレックス歯切りや等高歯を採用することにより、設計や歯切りの効率化、単純化が図られる。これらの結果をまとめると、次のような結論が得られる。

(1) 本方法によると、歯切り計算が勾配歯の場合より単純化され、歯切りの調整も少ない。

(2) カッタ径は勾配歯に比べて小さくなるが、ピニオンとギヤは同一とする。カッタ径の大きさは、ギヤのねじれ角によって若干調整できる。

(3) ブレード角 ϕ_B と $\phi_{B'}$ の値は等しくなることが望ましいが、異なる場合はピニオン、ギヤそれぞれに対して圧力角の異なる専用のカッタブレードを使用する。

(4) ピニオン用カッタブレード圧力角とギヤ用カッタブレード圧力角に大差のない場合について近似計算法を示した。ただし、歯当り調整は必要となる。

最後に、本研究を進めるにあたり、いろいろとご教示、ご指導を賜ったハイポイド高橋技研 高橋幸一所長に深く感謝の意を表します。

文 献

- (1) Baxter M. L. Jr., *Mach. Des.* April 27, (1961), 142-150.

- (2) Illinois Tool Works, *Spiroid Gearing*, (1963).
(3) 例えば、歯車便覧編集委員会、歯車便覧、(1962), 727, 日刊工業新聞社.
(4) 例えば、Gleason Works, *Duplex Helical Generation of Spiral Bevel and Hypoid Gear Sets*, (1980).
(5) 高橋・伊藤、機論, 49-443, C(昭 58), 1246-1255.