

## 衝撃荷重を受ける CFRP 積層板の熱粘弹性応力解析\*

清水理能<sup>\*1</sup>, 足立忠晴<sup>\*2</sup>  
荒井政大<sup>\*2</sup>, 松本浩之<sup>\*3</sup>Thermoviscoelastic Stress Analysis of a CFRP Laminate Subjected  
to Impulsive LoadMasayoshi SHIMIZU<sup>\*4</sup>, Tadaharu ADACHI,  
Masahiro ARAI and Hiroyuki MATSUMOTO<sup>\*4</sup> Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

In the present paper, histories of transverse stresses in a carbon fiber reinforced plastic (CFRP) laminate subjected to impulsive force are analyzed theoretically by means of three-dimensional theory with anisotropic thermoviscoelastic property. The analyzed model is a simply-supported square CFRP laminate with a stacking sequence [0°/90°]<sub>SYM</sub> under isothermal conditions from -100°C to 200°C. The characteristics of transverse stress histories were considered from the viewpoint of thermoviscoelastic behavior of CFRP. When the same force is applied to the laminate under different temperature, each component of transverse stress has the same maximum value, though its history varies slowly over the primary glass transition temperature. Therefore it is shown that elastic property of the fiber governs the maximum values of transverse stresses and histories are dependent on the thermoviscoelasticity of the matrix resin.

**Key Words:** Structural Analysis, Composite Material, Reinforced Plastics, Stress Wave, Anisotropy, Thermal Visco Elasticity, Thermal Environment

## 1. 緒 言

近年、炭素繊維強化プラスチック(CFRP)積層板の使用環境は拡大し環境温度の影響は無視できないものになっている<sup>(1,2)</sup>。また CFRP 積層板について従来より異物衝突損傷(FOD: Foreign Object Damage)<sup>(3)</sup>が大きな問題になっている。著者ら<sup>(4)</sup>は CFRP がマトリックスとなる樹脂を炭素繊維で強化したものであり、その挙動は熱粘弹性特性を示すことから、種々の温度環境下での衝撃損傷について熱粘弹性特性の観点から考察を行ない、衝撃損傷と熱粘弹性特性との間に密接な関係があることを実験により明らかにしている。また、異物衝突損傷の中でも界面の層間剥離の発生および進展に面外せん断変形が重要な意味を持つことを示した。これらのことから温度環境下の CFRP の損傷発生を考察するためには熱粘弹性特性を考慮した応力解析が必要となる。このために必要となる構成方程式については Shapery ら<sup>(5)</sup>は短纖維で強化した CFRP を対象に粘弹性特性を考慮し述べている。また著者ら<sup>(6)</sup>は長纖維で強

化した CFRP の粘弹性測定の結果をもとに異方性熱粘弹性の構成方程式を提案している。

CFRP 積層板の応力解析は通常、古典板理論<sup>(7)</sup>、面外せん断変形を考慮した修正板理論<sup>(8)</sup>、より精度の高い高次近似理論<sup>(9)</sup>に基づいて行われる。これらの理論においては積層板が平面応力状態あるいはそれに近い状態にあるものとしていることから損傷発生に支配的であると思われる面外方向の応力成分を得ることができない。このため Kant ら<sup>(10)</sup>、鞠ら<sup>(11)~(13)</sup>により板理論の解析結果より面外方向の応力成分を解析する方法が考察されているが積層板は板厚方向が不均質であることから必ずしも十分であるとは言い難い。そのため、これらの応力成分を考慮するために積層板を三次元的に解析することが必要となる。積層板に面外方向の静荷重が作用する問題では Pagano<sup>(14)</sup>は変位を級数和で仮定して積層板の特定な軸上に生じる面外応力を求め、松本ら<sup>(15)</sup>は応力関数を適用することで面外応力を求めている。しかしながら、異方性熱粘弹性構成方程式に基づいた応力状態、特に衝撃荷重が作用する場合の面外応力を明らかにしたものはほとんど見られないのが現状である。

そこで本研究では熱粘弹性特性を考慮した三次元理

\* 原稿受付 1998年10月15日。

\*<sup>1</sup> 正員、東京工業大学大学院 (〒152 8552 東京都目黒区大岡山2-12-1) [現: 富山大学 (〒930 8555 富山市五福3190)]。

\*<sup>2</sup> 正員、東京工業大学工学部。

\*<sup>3</sup> 正員、東京工業高等専門学校 (〒193 8610 八王子市くぬぎ田町1220-2)。

E-mail: shim@eng.toyama-u.ac.jp

論を用いて種々の温度環境下での衝撲荷重の作用する CFRP 積層板の面外応力の解析を行ない CFRP の熱粘弾性特性との関連性について考察を行なう。

## 2. 理論解析

**2.1 CFRP 積層板の構成方程式** CFRP を一定温度下の  $x$  軸を異方性主軸とする横等方性熱粘弾性体とすれば、応力  $\sigma = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{xy}\}$  とひずみ  $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}, \gamma_{xy}\}$  の関係は複素弾性率  $C_y(t, a_{T_0})$  を用いて一般的に次式のように表すことができる。

$$\sigma = C_y(0, a_{T_0})\varepsilon + \int_0^t C_y(t - \tau, a_{T_0})\varepsilon d\tau \dots \dots \dots (1)$$

一定温度  $T$  にあることを仮定していることから熱膨張に相当する項は無視されている。複素弾性率は温度時間換算則に従い、通常次式で示されるシフトファクター  $a_{T_0}$  により温度  $T$  あるいは時間  $t$  に対して変化する。

$$\log a_{T_0}(T) = \frac{\Delta H}{2.303R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \dots \dots \dots (2)$$

ここで  $\Delta H$  は活性化エネルギー、 $R$  は気体定数、 $T_0$  は基準温度である。

複素弾性率  $C_y(t, a_{T_0})$  は換算時間  $t$  に対応する周波数  $f$  に対して工学的粘弾性定数  $E_L(f)$ 、 $E_T(f)$ 、 $G_{LT}(f)$ 、 $\nu_{LT}$ 、 $\nu_{LT}$  と次のように関係づけられる。

$$\begin{aligned} C_{11}(f) &= \frac{1 - \nu_{LT} \nu_{TT}}{\Delta} E_L(f) \\ C_{22}(f) &= \frac{1 - \nu_{LT} \nu_{LT}}{\Delta} E_T(f) \\ C_{33}(f) &= G_{LT}(f) \\ C_{12}(f) &= \frac{\nu_{LT} + \nu_{TT} \nu_{LT}}{\Delta} E_T(f) = \frac{\nu_{LT} + \nu_{LT} \nu_{TT}}{\Delta} E_L(f) \\ C_{23}(f) &= \frac{\nu_{TT} + \nu_{LT} \nu_{LT}}{\Delta} E_T(f) \\ \Delta &= 1 - 2\nu_{LT} \nu_{TT} - \nu_{TT} \nu_{TT} - 2\nu_{LT} \nu_{LT} \nu_{TT} \end{aligned} \dots \dots \dots (3)$$

ここで下付添字  $L$  および  $T$  は繊維方向および繊維に直角方向を示す。工学的粘弾性定数を求めるために著者は繊維を等方性弾性体とし樹脂を等方性熱粘弾性体として考え、それぞれの弾性定数  $E_F$  および熱粘弾性定数  $E_M(f)$  より簡便に異方性粘弾性定数を同定できることを示した<sup>(6)</sup>。この 2 つの定数  $E_F$ 、 $E_M(f)$  により各工学的粘弾性定数は次のように表される。

$$\begin{aligned} E_L(f) &= E_F V_F + E_M(f)(1 - V_F) \\ \frac{1}{E_T(f)} &= \frac{V_F}{E_F} + \frac{(1 - V_F)}{E_M(f)} \\ \frac{1}{G_{LT}(f)} &= \frac{V_F}{G_F} + \frac{(1 - V_F)}{G_M(f)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_F &= \frac{E_F}{2(1 + V_F)} \\ G_M(f) &= \frac{E_M(f)}{2(1 + V_M)} \\ \nu_{LT} &= V_F V_F + V_M(1 - V_F) \end{aligned} \dots \dots \dots (4)$$

ここで  $V_F$  は繊維の体積含有率である。なお  $E_M(f)$  は次式にて表示される。

$$\begin{aligned} E_M(f) &= E'_{M0} - \sum_{n=1}^N E'_{Mn} \exp(-f / \rho_{Mn}) \\ &\quad + i \left\{ E''_{M0} - \sum_{n=1}^N E''_{Mn} \exp(-f / \rho_{Mn}) \right\} \end{aligned} \dots \dots \dots (5)$$

ここで ' は動的弾性率を '' は損失弾性率を示し、 $E_{Mn}$ 、 $\rho_{Mn}$  は定数である。

**2.2 CFRP 積層板の応力解析** 図 1 に示されるように縦  $2a$ 、横  $2b$  および厚さ  $2h$  の周辺単純支持された CFRP 積層板を考える。 $x$  軸方向を  $0^\circ$  方向として繊維配向は  $[0^\circ/90^\circ]_{SYM}$  とする。積層板上面に分布する衝撲荷重  $F_0$  を作用させた場合について応力解析を行なう。

このときの境界条件は以下のようになる。

$$\begin{aligned} z = h \text{において} \quad \sigma_z &= F(x, y, t), \quad \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0 \\ z = \pm \frac{h}{2} \text{において} \quad u, v, w, \sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy} &\text{は連続} \\ z = -h \text{において} \quad \sigma_z &= 0, \quad \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0 \\ x = \pm a \text{において} \quad \sigma_x &= v = w = 0 \\ y = \pm b \text{において} \quad \sigma_y &= u = w = 0 \end{aligned} \dots \dots \dots (6)$$

直交座標系における応力の平衡方程式は次のように与えられる。

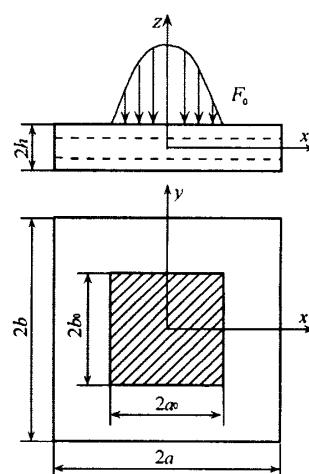


Fig. 1 Analysis Model of CFRP Laminate

ここで  $\rho$  は CFRP の平均密度を示す。式(7)に Laplace 変換を行ない、さらに式(1)を代入すれば  $x$  軸を異方性主軸とする層の変位の方程式を得る。

ここで

$$\frac{x}{a} = \xi, \quad \frac{y}{a} = \eta, \quad \frac{z}{a} = \zeta, \quad \tau = \frac{t}{a} \sqrt{\frac{C_{11}^0}{\rho}} \dots \dots \dots (9)$$

であり、 $\rho$ は密度、 $C_{11}^0$ は繊維方向の基準弾性率である。なお Laplace 変換は次式で定義される。

また  $\bar{C}_{ii}^p$  は次式のように表される.

式(8)の一般解は板の単純支持条件を満足するようすれば次のようになる.

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^6 U_j \exp(s_j \zeta) \sin(P_m \xi) \cos(Q_n \eta) \\ \bar{v} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^6 V_j \exp(s_j \zeta) \cos(P_m \xi) \sin(Q_n \eta) \dots \dots \quad (12) \\ \bar{w} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^6 W_j \exp(s_j \zeta) \cos(P_m \xi) \cos(Q_n \eta)\end{aligned}$$

ここで  $P_m$ ,  $Q_n$  は次式で与えられる.

$$P_m = \frac{(2m-1)\pi}{2}, \quad Q_n = \frac{(2n-1)\pi}{2} \frac{a}{b}. \dots \dots \dots \quad (13)$$

また  $s_i$  は次の特性方程式の相異なる 6 根を示す.

また式(12)を式(8)に代入することによって次の関係が求められる.

$$\begin{aligned} U_j &= \frac{A_{12}A_{23} - A_{13}A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} W_j \\ V_j &= \frac{A_{12}A_{23} - A_{11}A_{23}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} W_j \end{aligned} \quad \dots \quad (15)$$

ここで

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \bar{C}_{11}^p P_m^2 + \bar{C}_{55}^p Q_n^2 - \bar{C}_{55}^p s_j^2 + p^2 C_{11}^0 \\
A_{12} &= (\bar{C}_{12}^p + \bar{C}_{55}^p) P_m Q_n \\
A_{13} &= (\bar{C}_{12}^p + \bar{C}_{55}^p) P_m s_j \\
A_{22} &= \bar{C}_{55}^p P_m^2 + \bar{C}_{22}^p Q_n^2 - \frac{\bar{C}_{22}^p - \bar{C}_{23}^p}{2} s_j^2 + p^2 C_{11}^0 \\
A_{23} &= \frac{\bar{C}_{22}^p + \bar{C}_{23}^p}{2} Q_n s_j \\
A_{33} &= \bar{C}_{55}^p P_m^2 + \frac{\bar{C}_{22}^p - \bar{C}_{23}^p}{2} Q_n^2 - \bar{C}_{22}^p s_j^2 + p^2 C_{11}^0
\end{aligned}
\quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (16)$$

である

なお  $y$  軸を異方性の主軸とする場合は式(8)において  $x$  と  $y$  の座標を変換すればよい。このようにして求められた各層の一般解を式(6)の第 1 式から 3 式に代入すれば、各層ごとに未定係数  $W_j$  が得られる。Laplace 変換領域で求められた解を高速 Fourier 変換を利用した数値的方法により Laplace 逆変換をし、また座標  $x, y$  に関する Fourier 級数についても高速 Fourier 変換を使用して数値計算を行なった<sup>(16)</sup>。

### 3. 数值解析

### 3.1 計算条件

**3.1 計算条件** 炭素繊維/エポキシ樹脂の一方方向プリプレグ(東レ製, T300/#2500)により形成された CFRP 積層板を解析の対象とした。数値計算に必要な弾性定数および粘弹性定数は一方方向 CFRP 積層板の繊維方向および繊維と垂直方向における熱粘弹性特性を動的粘弹性測定器により測定した結果<sup>(4)</sup>より同定した<sup>(6)</sup>。同定した炭素繊維の弾性定数およびマトリックス樹脂の熱粘弹性定数を付録 A に示す。

積層板形状は図1に示されるように  $a = b$  の正方形板であり、板厚は  $h/a = 0.1$  とする。積層板の上面中央に  $a_0/a = b_0/a = 0.1$  の四角形領域にステップ状に時間変化する衝撃荷重  $F$  が作用するものとして次式で与えた。

$$F(x, y, t) = F_0 \left( \frac{1}{a_0^2 b_0^2} x^2 y^2 - \frac{1}{a_0^2} x^2 - \frac{1}{b_0^2} y^2 + 1 \right) \dots (17)$$

$$\times H(a_0 - |x|) H(b_0 - |y|) H(t)$$

ここで  $H(x)$  は Heaviside のステップ関数である。

**3.2 計算結果** 図 2 に  $20^{\circ}\text{C}$ における  $z/a = 0.05$ (以下において上層間と呼ぶ)および  $z/a = -0.05$ (以下において下層間と呼ぶ)における  $\tau = 250$  での面外応力  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$  の分布を示す。CFRP 積層板に生じる応力波の伝播時間に対して十分時間が長く、CFRP の構成方程式で粘性の影響を考慮していることから、図 2 は静的な荷重を加えた場合の応力分布<sup>(15)</sup>とほぼ等しくなっており応力波の伝播現象の影響は見られない。また各層間におい

て  $\sigma_z$  は  $x/a = y/a = 0$ において、 $\tau_{xz}$  は  $x$  軸上で  $\tau_{yz}$  は  $y$  軸上において最大値をとることがわかる。そこで今後は  $x$  軸,  $y$  軸上での面外応力の時間変化について考察の対象とする。

$20^{\circ}\text{C}$ における上層間および下層間における  $x$  軸上の  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  と  $y$  軸上の  $\tau_{yz}$  の分布の時間変化を図 3 に示す。なお  $y$  軸上の  $\sigma_z$  については  $x$  軸上の  $\sigma_z$  と同様の結果であったことからこれを省略する。いずれの面外応力成分とも上層間においては  $\tau = 0.1$ 付近で、下層間では  $\tau = 0.5$ 付近

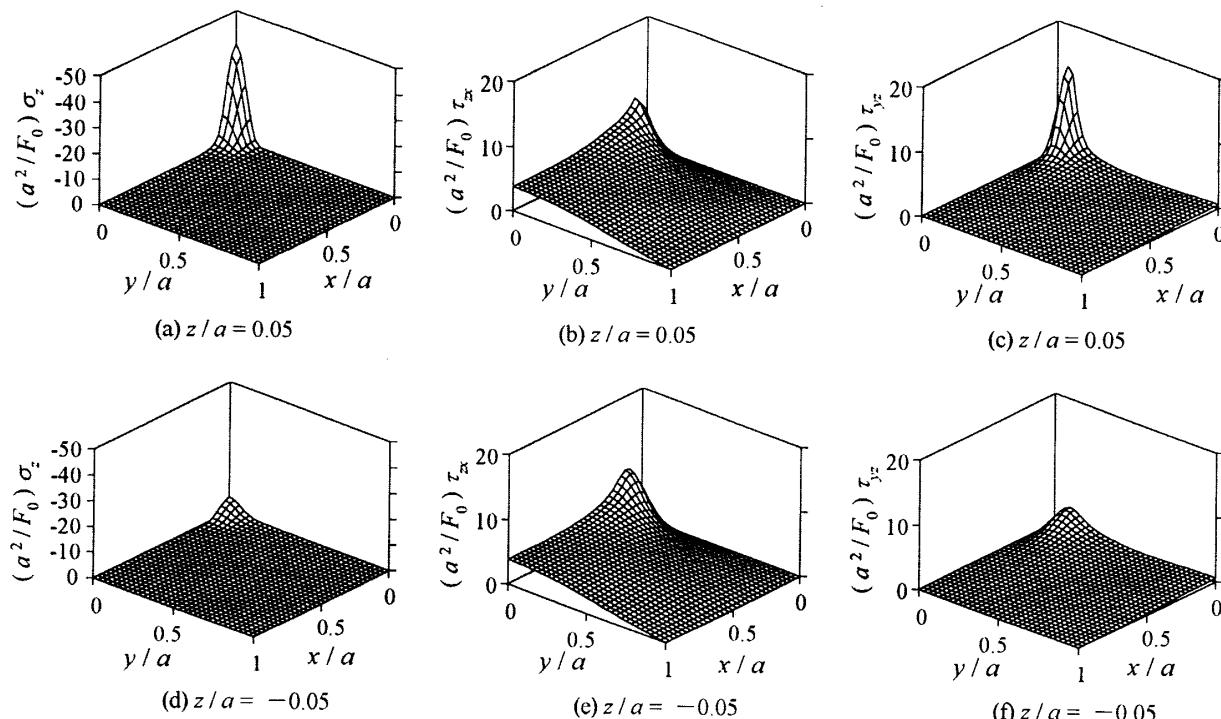


Fig. 2 Distribution of Transverse Stresses on Interfaces of CFRP Laminate ( $\tau = 250$ )

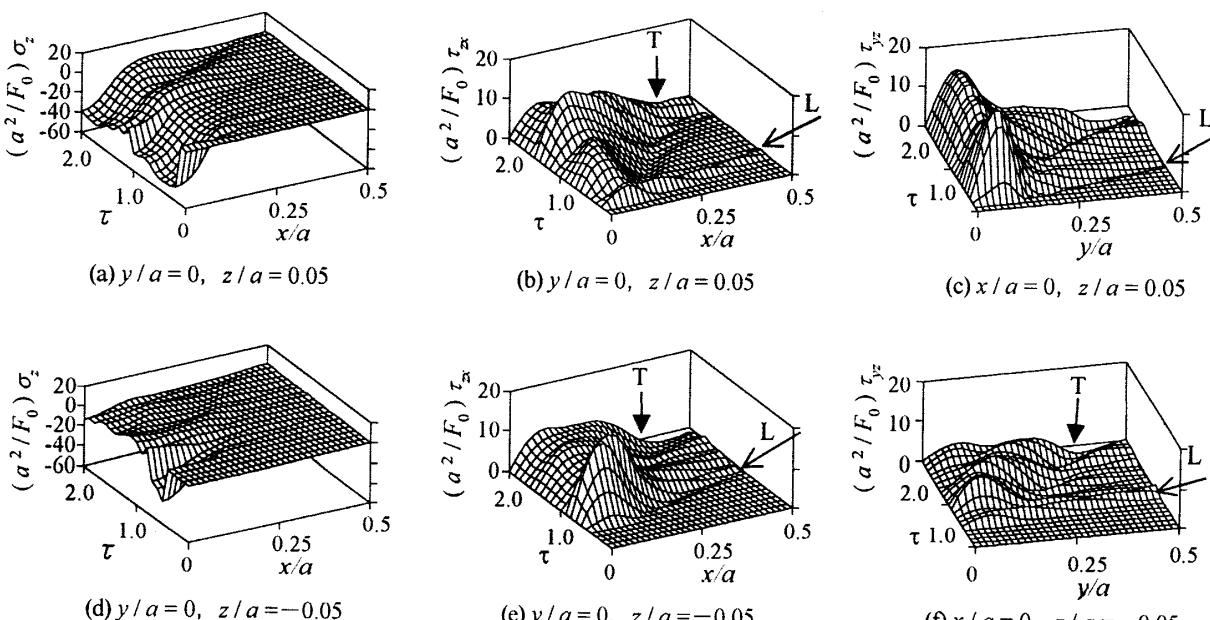


Fig. 3 Distribution Histories of Transverse Stresses on Interfaces of CFRP Laminate ( $20^{\circ}\text{C}$ )

で応力が変化しはじめていることがわかる。これは  $z$  方向に進む縦波が層間に到着した時間と考えられる。図中の矢印 L および T はそれぞれ縦波、横波の伝播による影響と考えられる部分を示している。応力波が周辺へ伝播する過程において、各層間および上下の自由表面において反射あるいは透過するためにより応力波が一定値を示さず変動する結果となっている。

このような応力波の伝播現象を確認するために  $x$  または  $y$  軸に分布する面内垂直応力  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  の時間変化を図 4 に示す。いずれにも縦波速度を有する応力の伝播現象が明確に認められる。

次に応力成分に及ぼす温度による影響を調べるために副ガラス転移温度以下である  $-100^{\circ}\text{C}$ 、ガラス転移温度以上である  $200^{\circ}\text{C}$ についての解析結果をそれぞれ図 5 および図 6 に示す。図 3 と同様に縦波および横波をそれぞれ矢印 L および T で示す。なお  $200^{\circ}\text{C}$ における応力は粘弾性特性によりかなりゆっくりとした時間変化となっていることから、図 6 については時間を長くとって応力変動を示す。測定結果より  $20^{\circ}\text{C}$ の CFRP 積層板の粘弾性特性が  $-100^{\circ}\text{C}$ の場合と大差ないので  $-100^{\circ}\text{C}$ における  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  については図 5 に示される

ように  $20^{\circ}\text{C}$ の応力変化とほぼ同様の結果となる。環境温度が  $200^{\circ}\text{C}$ の場合と  $20^{\circ}\text{C}$ の場合の応力分布を比較するといずれも応力の最大値がほぼ同じであることがわかる。グラフを詳細に検討するといずれの応力分布においても時間軸を縮小することにより、ほぼ  $20^{\circ}\text{C}$ の場合の応力分布と同様の傾向を示している。 $200^{\circ}\text{C}$ のようなガラス転移を越えた温度条件では、CFRP の繊維の弾性定数  $E_F$  はほとんど変化せず、マトリックス樹脂の粘弾性定数  $E_M(f)$  が大きく低下する。したがって面外応力の最大値については CFRP のマトリックス樹脂の粘弾性特性は支配的でなく、繊維の弾性定数に大きく依存していると考えられる。また高温になるにつれてマトリックス樹脂の粘弾性特性の低下により時間変動が遅れていると考えられる。

本論文では衝撃荷重の大きさを既知として与えて解析を行なった。これに対して飛翔体が CFRP 積層板に衝突するような場合には、積層板の変形を考慮する必要があり、環境温度が高くなると積層板の変形が増大し衝撃荷重が低温の場合と比べて小さくなると考えられる。このため衝撲問題を考える場合には注意が必要である。

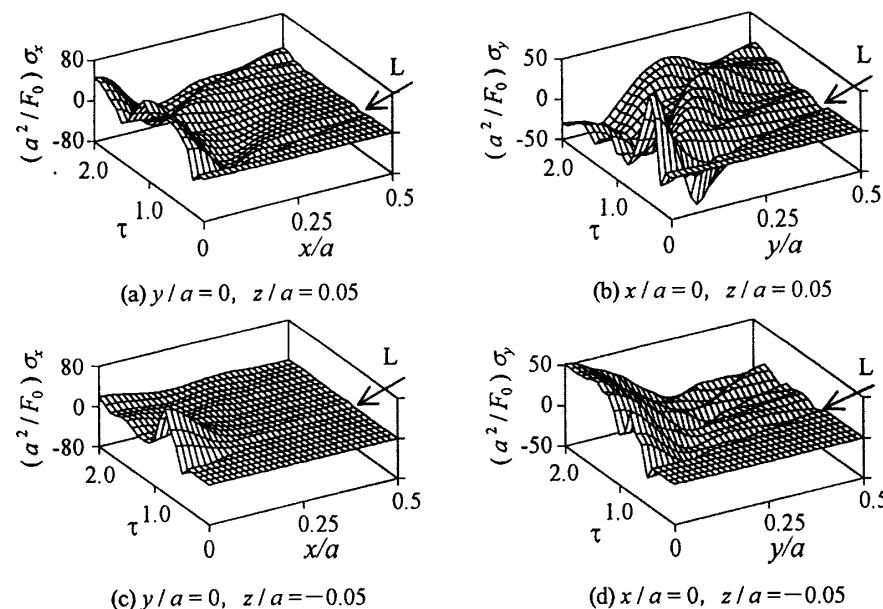


Fig. 4 Distribution of Histories In-Plane Normal Stresses on Interfaces of CFRP Laminate ( $20^{\circ}\text{C}$ )

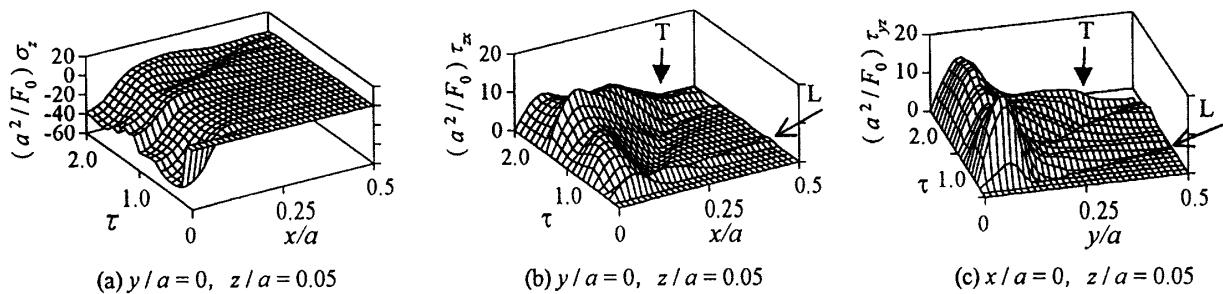


Fig. 5 Distribution of Histories Transverse Stresses on Interfaces of CFRP Laminate ( $-100^{\circ}\text{C}$ )

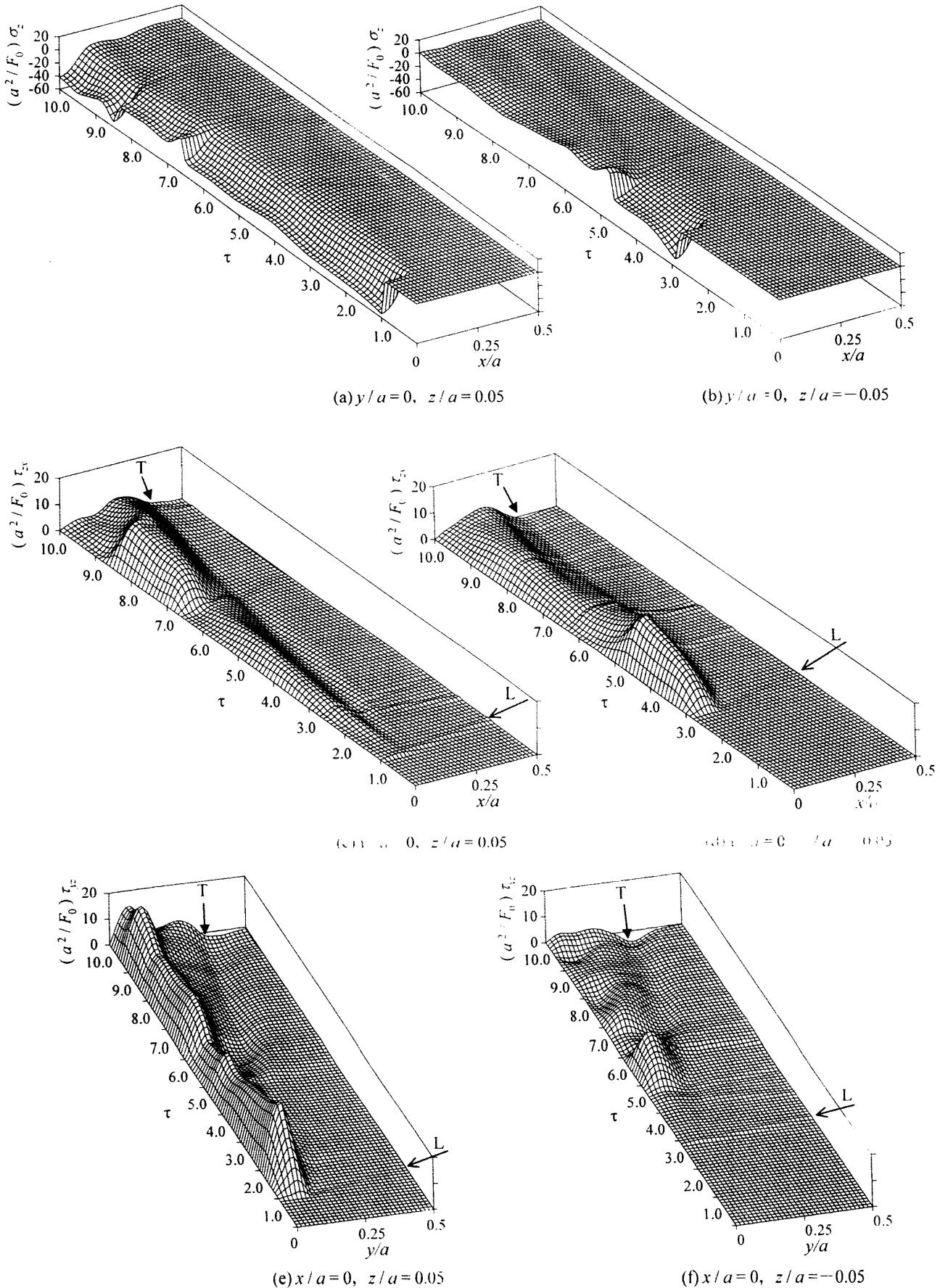


Fig. 6 Distribution Histories of Transverse Stresses on Interfaces of CFRP Laminate (200°C)

## 4. 結論

本研究では温度環境下にある衝撃を受ける CFRP 積層板に生じる面外応力を明らかにするため熱粘弾性特性を考慮して解析を行なった。解析は異方性熱粘弾性構成方程式より三次元理論を用いて $[0^{\circ}/90^{\circ}]_{\text{SYM}}$  のモデルに対し室温である 20°C、副ガラス転移温度以下である -100°C およびガラス転移温度以上である 200°C を環境温度として行なった。その結果、 $\sigma_z$  は  $x/a = y/a = 0$ において  $\tau_x$  および  $\tau_y$  はそれぞれ  $x$  軸、 $y$  軸で最大値を示した。面外応力の最大値については CFRP の纖維の弾性特性により支配され、樹脂の粘弾性特性は面外応力分布の時間変動を遅らせるように作用することがわかつた。

## 文 献

- (1) 井上登志男, 日本複合材料学会誌, 16-1(1990), 10-13.
- (2) 横田栄, 平原誠, 日本航空宇宙学会誌, 34-394 (1986), 608-614.

- (3) Grszczuk, L. B. ed., ASTM STP 568(1975).
- (4) 清水理能, 足立忠晴, 荒井政大, 松本浩之, 日本機械学会論文集, 63-607A(1997), 603-609.
- (5) Schapery, R.A., J. Composite Mat., 1(1967), 228-267.
- (6) Shimizu, M., Adachi, T., Arai, M., Matsumoto, H., Experimental Mechanics (ed. Allison, I. M.), 2(1998), 1387-1392.
- (7) Jones, R.M., Mechanics of Composite Materials. Tokyo, McGraw-Hill Kogakusya(1975), 147-156.
- (8) Dobyns, A. L., AIAA Journal, 19-5 (1981), 642-650.
- (9) Lo, H. K., Cristensen, R. M., Wu, M. E., J. Appl. Mech., (1977), 669-676.
- (10) Kant, T., Pandya, B.N., J. Composite Struct., 9(1989), 215-246.
- (11) 鞠重録, 足立忠晴, 宇治橋貞幸, 松本浩之, 日本機械学会論文集, 57-543A(1991), 2653-2658.
- (12) 鞠重録, 松本浩之, 日本機械学会論文集, 59-558A(1991), 442-447.
- (13) 鞠重録, 松本浩之, 日本機械学会論文集, 59-559A(1991), 763-768.
- (14) Pagano, N. J., J. Composite Mat., 4 (1970), 20-34.
- (15) 松本浩之, 小川義英, 足立忠晴, 日本機械学会論文集, 57-538A(1991), 1418-1422.
- (16) 足立忠晴, 松本浩之, 宇治橋貞幸, 日本機械学会論文集, 55-519A(1991), 2271-2276.

## Appendix A Coefficients in Eqs. (2), (4) and (5)

(a) Activation Energy  $\Delta H$  and Standard Temperature  $T_0$ 

Temperature[°C]	$\Delta H$ [kJ/mol]	$T_0$ [°C]
~ -89.0	11.6	487.5
-89.0~70.9	42.6	73.0
70.9~	502.3	71.1

(b) Standard Elastic Modulus  $C_{11}^0$ 

$$C_{11}^0 = 101 \text{ [GPa]}$$

(c) Elastic Modulus of Carbon Fiber

$$E_F = 159 \text{ [GPa]}$$

(d) Constant Value of Matrix Resin

$n$	$E'_{Mn}$ [MPa]	$E''_{Mn}$ [MPa]	$\rho_{Mn}$ [Hz]
1	1.581	-0.6004	$5.166 \times 10^{24}$
2	1.033	-0.3069	$6.741 \times 10^{23}$
3	0.8633	-0.1587	$8.797 \times 10^{22}$
4	1.110	-0.07431	$1.148 \times 10^{22}$
5	1.104	-0.01639	$1.498 \times 10^{21}$
6	0.5731	0.03601	$1.955 \times 10^{20}$
7	0.2541	0.1007	$2.551 \times 10^{19}$
8	1.025	0.2026	$3.330 \times 10^{18}$
9	2.214	0.3907	$4.345 \times 10^{17}$
10	2.463	0.7765	$5.670 \times 10^{16}$
11	3.994	0.8049	$7.400 \times 10^{15}$
12	5.372	2.258	$9.657 \times 10^{14}$
13	7.074	3.758	$1.260 \times 10^{14}$
14	11.18	5.908	$1.645 \times 10^{13}$
15	17.17	16.66	$2.146 \times 10^{12}$
16	44.90	27.63	$2.801 \times 10^{11}$
17	71.47	44.48	$3.655 \times 10^{10}$
18	144.4	63.10	$4.770 \times 10^9$
19	244.0	53.86	$6.224 \times 10^8$
20	316.9	14.46	$8.123 \times 10^7$

$n$	$E'_{Mn}$ [MPa]	$E''_{Mn}$ [MPa]	$\rho_{Mn}$ [Hz]
21	334.7	-10.84	$1.060 \times 10^7$
22	318.2	-49.07	$1.383 \times 10^6$
23	251.5	-52.78	$1.805 \times 10^5$
24	188.3	-31.92	$2.356 \times 10^4$
25	108.4	-21.95	$3.074 \times 10^3$
26	137.5	-8.834	$4.012 \times 10^2$
27	101.7	-9.366	$5.236 \times 10^1$
28	71.19	-14.28	$6.833 \times 10^0$
29	97.20	-17.52	$8.916 \times 10^{-1}$
30	135.3	-11.12	$1.164 \times 10^{-1}$
31	228.8	-2.477	$1.518 \times 10^{-2}$
32	143.8	1.636	$1.982 \times 10^{-3}$
33	121.4	6.775	$2.586 \times 10^{-4}$
34	171.4	17.99	$3.375 \times 10^{-5}$
35	169.5	32.25	$4.404 \times 10^{-6}$
36	214.4	19.68	$5.747 \times 10^{-7}$
37	266.7	-30.61	$7.500 \times 10^{-8}$
38	227.6	-29.32	$9.788 \times 10^{-9}$
39	64.83	-7.354	$1.277 \times 10^{-9}$
40	-43.49	-4.017	$1.667 \times 10^{-10}$