

# 1410 境界要素法による CFRP 積層板の硬化時における熱粘弾性変形挙動解析 Thermoviscoelastic Deformation Behavior Analysis of CFRP Laminates during Curing Process by Boundary Element Method

○学 講堂康史朗 (富山大) 正 清水理能 正 五嶋孝仁 正 荒井政大 (信州大)  
Koushirou KOUDOU\*, Masayoshi SHIMIZU\*, Takahito GOSHIMA\*, Masahiro ARAI\*\*  
\*Toyama University, Gohoku3190, Toyama-si, Toyama \*\*Shinsyu University

In this study, analysis of residual stress and deformation in CFRP which is anisotropic thermoviscoelasticity is discussed. The analysis is calculated, according to thermoviscoelastic theory which is based on time-temperature superposition, and using Laplace transformation for BEM. Thermoviscoelastic model is approximated by Maxwell model.

**Key Word:** Boundary Element Method, Thermal Visco Elasticity, Anisotropy, Composite Material, Laplace Transform

## 1. 緒言

樹脂に炭素繊維を混入した CFRP(炭素繊維強化プラスチック)は比強度, 比剛性が高く航空機, 宇宙用構造材で用いられている。しかし長繊維で強化した CFRP は繊維方向とその垂直方向で線膨張係数が異なっているため温度変化が生じると材料の変形, 繊維配向の異なる層間で残留応力が生じ材料の強度の低下が問題となる。

そこで本研究では境界要素法により CFRP の変形および残留応力解析を温度-時間換算則に基づく熱粘弾性理論および Laplace 変換法を用いて異方性熱粘弾性解析として検討した。

## 2. 理論解析

### 2.1 線形熱粘弾性体の構成方程式

線形熱粘弾性体での構成方程式は緩和弾性テンソル  $C_{ijkl}(t)$  を用いて次式のように表される。

$$\sigma'_{ij}(t') = \int_0^{t'} C_{ijkl}(t'-\tau) \frac{d}{d\tau} \{ \epsilon'_{kl}(\tau) - \theta'(\tau) \delta_{kl} \} d\tau + C_{ijkl}(t') \epsilon'_{kl}(0) \quad (1)$$

ここで式(1)の右辺における  $\theta'(\tau)$  は温度変化に伴う熱ひずみの項である。式(1)を Laplace 変換することにより像空間上での構成方程式を次式で示すことができる。

$$\bar{\sigma}_{ij}(s) = s \bar{C}_{ijkl}(s) \{ \bar{\epsilon}_{kl}(s) - \bar{\theta}(s) \delta_{kl} \} \quad (2)$$

### 2.2 線形熱粘弾性問題の境界要素法による定式化

物体の境界  $\Gamma$  上に変位  $u_i$  と表面力  $t_i$  があたえられる。温度変化は緩やかであり、物体内の温度は一定である場合、一般的な境界要素法の定式化に従えば熱膨張を考慮した Laplace 像空間上での境界積分方程式は次式で表わされる。

$$\bar{C}_{ij}(p) \bar{u}_i(p) = \left\{ \int_{\Gamma} \bar{t}_i(Q) \bar{U}_{ij}(p, Q) - \bar{u}_i(Q) \bar{T}_{ij}(p, Q) + \bar{\gamma}_{jk} n_k \bar{U}_{ij}(p, Q) \right\} d\Gamma \quad (3)$$

ここで  $\bar{\gamma}_{ij}$  は次式を満たす熱ひずみの項で  $\bar{U}_{ij}$ ,  $\bar{T}_{ij}$  は境界積分方程式の基本解である。

$$\bar{\gamma}_{ij} = s \bar{C}_{ijkl}(p) \bar{\theta}_{kl} \quad (4)$$

式(3)において境界上の物理量を離散化して近似し、未知量に関する項を左辺, 既知量に関する項を右辺に移動して整理することで Laplace 像空間上での未知境界接点値を求めることができる。

## 3. 異方性熱粘弾性解析

### 3.1 CFRP の熱粘弾性モデル

本研究の解析では CFRP の熱粘弾性モデルとして従来の研究で

用いていた図1に示すような Kelvin の三要素モデル<sup>(1)</sup>と図2のような一般の maxwell モデル<sup>(2)</sup>を用いて比較を行った。Kelvin の三要素モデルを用いると緩和弾性係数は次式で表わされる。

$$\frac{E_r(t)}{E^0} = \frac{q_1'}{p_1'} \exp\left(\frac{-t}{p_1'}\right) + q_0' \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-t}{p_1'}\right) \right\} \quad (5)$$

次に一般の maxwell モデルにおいて、一定ひずみをあたえたときの緩和弾性係数は次式で表わされ、

$$E(t) = \sum_{k=1}^n \gamma_k \varepsilon^{-t/\tau_{M,k}} \quad (6)$$

周期的ひずみをあたえたときの動的弾性率は次式で示される。

$$E = \sum_{k=1}^n \gamma_k \frac{(2\pi f \tau_{M,k})^2}{1 + (2\pi f \tau_{M,k})^2} \quad (7)$$

ここで、 $\gamma_k$  は図2のモデルにおけるばねの弾性率、 $\tau_{M,k}$  はダッシュポットの緩和時間を表す。

### 3.2 CFRP の動的弾性率

CFRP の動的弾性率を図3に示す。上から繊維方向  $E_L$ , 繊維に垂直方向  $E_T$ , せん断  $G_{LT}$  を示している。このマスターカーブは図4に示すシフトファクターを用いて求めた。シフトファクター  $\alpha_{T_0}$  は次式の Arrhenius の式を用いて近似を行った。

$$\log a_{T_0}(T) = \frac{\Delta H}{2.303R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (7)$$

ここで  $\Delta H$ ,  $R$ ,  $T$  および  $T_0$  はそれぞれ活性化エネルギー[kJ/mol], 気体定数( $8.31 \times 10^{-3}$  [kJ/mol]), 温度[K], 基準温度[K]である。

maxwell モデルの場合、この動的弾性率と重なるように式(7)で  $\gamma_k$  と  $\tau_{M,k}$  を決め、この値を用いて本研究の解析を行う。

### 3.3 CFRP の線膨張係数

CFRP の線膨張係数は表1に示す値となった。ここで  $\alpha_L$  は繊維方向、 $\alpha_T$  は繊維に垂直方向の線膨張係数を示す。繊維方向では低温域, 高温域にかかわらず一定、繊維に垂直方向では  $107^\circ\text{C}$  で変化していることがわかる。

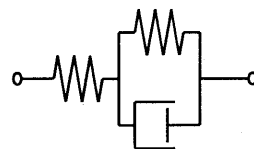


Fig.1 Kelvin Chain Model

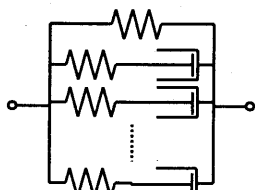


Fig.2 Maxwell Model

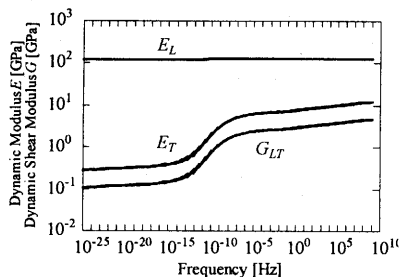


Fig.3 Dynamic Modulus of CFRP

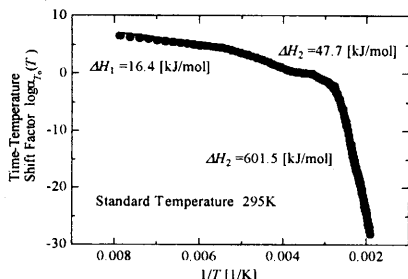


Fig.4 Shiftfactor of CFRP

Table.1 Coefficient of Linear Expansion of CFRP

	~107°C	107°C~
$\alpha_L$	$1.35 \times 10^{-6}$	
$\alpha_T$	$4.00 \times 10^{-5}$	$1.10 \times 10^{-4}$

### 3.4 一方向CFRPの残留応力解析

解析モデルは両端を壁に固定された一辺が長さ  $l$  の正方形とし  $x_2$  軸方向に繊維が入っているものとする。このモデルの 1/4 要素を図5のように境界全域を 16 要素 48 接点の 2 次非適合型要素で分割し、上面は自由端、他はすべて対象条件とした。温度条件は初期温度を 180°C とし、そこから一次関数的に降下していき、最終温度を 20°C、冷却時間を 3600s とした。この条件で行った解析の結果を図6に示す。Kelvin の三要素モデルではガラス転移温度に一致する 1200s 前後で急激に傾きが変化しているが一般の maxwell モデルを用いた場合ではその部分は緩やかに変化している。

### 3.5 CFRP 積層はりの熱粘弾性解析

次に CFRP を繊維配向  $[0^\circ/90^\circ]$  で積層した場合における熱粘弾性変形挙動解析を一般の maxwell モデルを用いた場合で行った。解析モデルは図7に示すものとし  $x_1$  方向を  $0^\circ$  とする。また左端は対象条件、他は自由端とした。温度条件は 130°C から 20°C まで冷却するものとし実際の CFRP 積層板成形時の条件で計算を行った。

図7中の点 A, B, C, D, E における冷却終了後の変位  $u_1$  および  $u_2$  の時間履歴を図8および図9に示す。どちらの変位も試験片端部へ行くほど値は大きくなっており、試験片にそりが生じていることがわかる。また線膨張係数の変わる 107°C までは急激に変化しその後、緩やかに変化していることがわかる。

## 4. 結言

本研究では Laplace 変換法に基づいた境界要素法の定式化を用いて異方性熱粘弾性解析を行った。

両端を壁に固定された異方性熱粘弾性体および異方性熱粘弾性体を積層したはりの冷却時の残留応力、変形の数値解析を行った。その結果ガラス転移温度付近で緩やかな変化、線膨張係数の変化する温度で急激な変化が見られた。

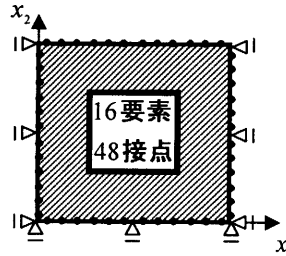


Fig.5 Analysis Model

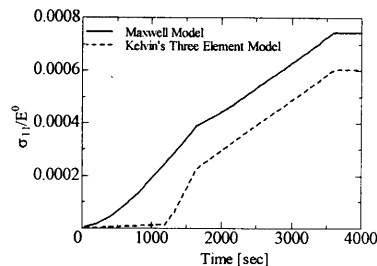


Fig.6 History of residual stress  $\sigma_{11}$

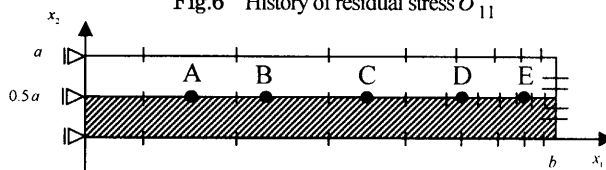


Fig.7 Analysis Model

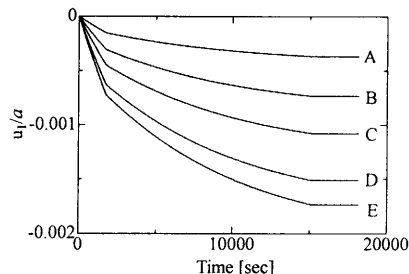


Fig.8 History of displacement  $u_1$

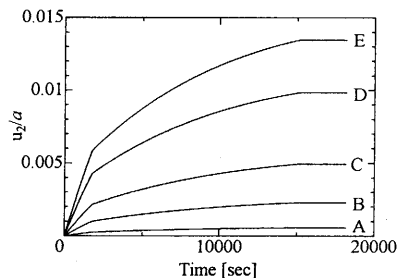


Fig.9 History of displacement  $u_2$

## 5. 参考文献

- (1) 隅田武志, 荒井政大, 清水理能: 境界要素法による異方性材料の熱粘弾性応力解析, 境界要素法論文集, Vol.21, 2004, pp.59-64.
- (2) 中川鶴太郎, 神戸博太郎: レオロジー, (1957), p.401-403, p.421, みすず書房