

209 格子ボルツマン法を用いた多孔質体内の熱流動解析

Simulation of thermal flows in porous media using the Lattice Boltzmann scheme

○正 瀬田 剛 (富山大) 正 奥井 健一 (富山大)
正 竹越 栄俊 (富山大)

Takeshi SETA, Toyama University, 3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama
Kenichi OKUI, Toyama University
Eisyun TAKEGOSHI, Toyama University

The lattice Boltzmann method (LBM) is adopted to simulate natural convection in porous media at the representative elementary volume (REV) scale. The influence of porous media is considered by including the porosity into the equilibrium distribution function and by adding a force term to the evolution equation. The temperature field is simulated by a simplified thermal energy distribution function which neglects the compression work done by the pressure and the viscous heat dissipation. A comprehensive parametric study of natural convective flows is carried out for various values of Rayleigh number (Ra), of Darcy number (Da), and of porosity (ε). The results of the LBM indicate that the average Nusselt number (Nu) increases with the fluid Rayleigh number, the Darcy number, or the porosity of the medium. The comparison with those of earlier studies shows good quantitative agreement for the whole range of Darcy and Rayleigh numbers. It is reasonably concluded that the lattice Boltzmann method may have applicability to simulate natural convection in porous media.

Keywords: Computational Fluid Dynamics, Lattice Boltzmann Method, Porous Media, Natural Convection

1. 緒言

LBM では、主に、多孔質体の微細構造を正確に境界条件に取り込み、多孔質体内の流体の挙動が計算され、その計算された流速と圧力降下との関係がダルシー則に従うことが示されてきた⁽¹⁾。しかし、レイリー数が高い領域では、ヌセルト数とレイリー数の関係がダルシー則から外れることが指摘されている⁽²⁾。Nithiarasu らは、非ダルシー領域を考慮できるように、粘性力と慣性力の効果を含む一般化非圧縮性 NS 方程式 (Darcy-Brinkman-Forchheimer モデル) を提案し⁽³⁾、Guo らは、この Darcy-Brinkman-Forchheimer モデルを解析できる LBM を提案した⁽⁴⁾。一方、粘性項と圧力項を無視した温度方程式を解析できるように、He らの LB モデル⁽⁵⁾を修正した 2 成分系 LBM を、Peng らは提案し、He らのモデルと同等の精度で、より高速に計算結果が得られることを示した⁽⁶⁾。連続の式、NS 方程式の解析には、Guo らの LB モデルを、温度方程式には、Peng らのモデルを用い、更に、NS 方程式に対する外力項による温度方程式への影響をキャンセル・アウトするように修正した LB モデルを提案する。正方キャビティ内自然対流解析によって、本 LB モデルの有効性を検証する。

2. 格子ボルツマン法 (LBM)

LBM により、連続の式、非ダルシー効果と気孔率を考慮した一般化ナビエ・ストークス方程式、温度方程式を解析する。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \left(\frac{\mathbf{u}}{\varepsilon} \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla(\varepsilon p) + \nu_e \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} e) = \chi \nabla^2 (\rho e). \quad (3)$$

ここで、式(2)の外力項 \mathbf{F} は次式によって定義される。

$$\mathbf{F} = -\frac{\varepsilon \nu}{K} \mathbf{u} - \frac{\varepsilon F_g}{\sqrt{K}} |\mathbf{u}| \mathbf{u} + \varepsilon \mathbf{G}. \quad (4)$$

式(4)の第 1, 2, 3 項は、それぞれ、粘性力、慣性力、ブシネスク近似による浮力の効果を示す。上記の支配方程式(1)-(2)に対する LBM の動力学方程式は分布関数 f_i により、温度方程式(3)に対する格子ボルツマン方程式は分布関数 g_i により記述される。

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)}{\tau_v} + \delta_t \phi_i, \quad (5)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)}{\tau_c} + \delta_t \phi_i. \quad (6)$$

平衡分布関数 f_i^{eq} , g_i^{eq} は、

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} : (\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i - c_s^2 \mathbf{I})}{2 \varepsilon c_s^4} \right], \quad (7)$$

$$g_0^{eq} = -\frac{2 \rho e}{3 c^2}, \quad (8a)$$

$$g_{1,3,5,7}^{eq} = \frac{\rho e}{9} \left[\frac{3}{2} + \frac{3 \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9 (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2 c^4} - \frac{3 \mathbf{u}^2}{2 c^2} \right], \quad (8b)$$

$$g_{2,4,6,8}^{eq} = \frac{\rho e}{36} \left[3 + 6 \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9 (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} - \frac{3 \mathbf{u}^2}{2 c^2} \right], \quad (8c)$$

で定義される。 $w_0 = 4/9$, $w_i = 1/9$ ($i = 1, 3, 5, 7$), $w_i = 1/36$ ($i = 2, 4, 6, 8$)である。式(5)の外力項 ϕ_i は、

$$\phi_i = w_i \rho \left[1 - \frac{1}{2 \tau_v} \right] \left[1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F}}{c_s^2} + \frac{\mathbf{u} \mathbf{F} : (\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i - c_s^2 \mathbf{I})}{\varepsilon c_s^4} \right], \quad (9)$$

である。式(6)の外力項 ϕ_i は、式(9)による温度方程式への影響を排除する効果がある。密度 ρ , 温度 e は分布関数 f_i

Table 1. Comparison of present results with single phase fluid results ($\varepsilon = 0.9999$, $Pr = 0.72$)

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
Davis[9]	0.116	2.238	4.510	8.789
Nithiarasu[3]	0.127	2.245	4.521	8.800
Present (without)	1.1169	2.2430	4.5334	8.7654
Present (using)	1.1168	2.2427	4.5159	8.7885

Table 2. Comparison of present results with the Darcy-Brinkman-Forchheimer solutions ($\varepsilon = 0.4$, $Pr = 1.0$)

Da	Ra	Nithiarasu [3]	Present
10^{-2}	10^3	1.01	1.0072
	10^4	1.408	1.3627
	10^5	2.983	3.0005
	5×10^5	4.99	4.9871
10^{-4}	10^5	1.067	1.0642
	10^6	2.55	2.5945

Table 3. Comparison of present results with the Darcy-Brinkman-Forchheimer solutions ($\varepsilon = 0.6$, $Pr = 1.0$)

Da	Ra	Nithiarasu [3]	Present
10^{-2}	10^3	1.015	1.0115
	10^4	1.530	1.4935
	10^5	3.555	3.4467
	5×10^5	5.740	5.7498
10^{-4}	10^5	1.071	1.0674
	10^6	2.725	2.7677

Table 4. Comparison of present results with the Darcy-Brinkman-Forchheimer solutions ($\varepsilon = 0.9$, $Pr = 1.0$)

Da	Ra	Nithiarasu [3]	Present
10^{-2}	10^3	1.023	1.0170
	10^4	1.64	1.6337
	10^5	3.91	3.9250
	5×10^5	6.70	6.5673
10^{-4}	10^5	1.072	1.0701
	10^6	2.740	2.7854

と g_i によって, それぞれ, 次式のように定義される.

$$\rho = \sum_i f_i, \quad (10)$$

$$\rho e = \sum_i g_i. \quad (11)$$

速度 \mathbf{u} は, 多孔質体の影響を考慮できるように, 式(12)-(14)によって定義される.

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |\mathbf{v}|}}, \quad (12)$$

$$\rho \mathbf{v} = \sum_i c_i f_i + \frac{\delta_i}{2} \varepsilon \rho \mathbf{G}, \quad (13)$$

$$c_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon \frac{\delta_i}{2} \frac{\nu}{K} \right), \quad c_1 = \varepsilon \frac{\delta_i}{2} \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}}. \quad (14)$$

ボルツマン方程式 (5), (6) に Chapman-Enskog 展開を適用することにより, 巨視的保存式 (1)-(4) が導出される. 動粘性係数 ν と熱伝導係数 χ は, それぞれ,

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\tau_v - \frac{1}{2} \right) c^2 \delta_i, \quad \chi = \frac{2}{3} \left(\tau_c - \frac{1}{2} \right) c^2 \delta_i, \quad (15)$$

と求まる.

3. 計算結果

格子点数を 161×161 とし, 正方キャビティ内自然対流解析を行う. 境界条件として, Zou らによって提案された非平衡分布関数に対するバウンス・バック境界条件⁽⁷⁾を用い,

断熱境界条件には, Hou らの手法⁽⁸⁾を適用する.

$Da = 10^7$, $\varepsilon = 0.9999$, $Pr = 0.72$ とし, 多孔質媒体が存在しないキャビティ内の自然対流の計算を行い, Davis⁽⁹⁾および Nithiarasu による計算結果と比較検証する (表 1). なお, 本 LB モデルに非圧縮性流体 LB モデル⁽¹⁰⁾を適用した場合の平均 Nu 数も表 1 に示した. 表 1 より, Davis および Nithiarasu らと等しい計算結果が得られることが分かる. また, 非圧縮性 LB モデルを適用した方が, Davis の計算結果に近いことから, 高 Ra 数領域では, 連続の式(1)が完全に満足されていないことが分かる. 多孔質体内自然対流解析として, $Da = 10^{-2}$, $Ra = 10^4$, $\varepsilon = 0.6$ における流線図と等温線図とを図 1 に示す. 図 1 より, Nithiarasu らによる計算結果とほぼ等しい流線および温度分布が得られることが分かる. 最後に, Da 数, Ra 数による平均 Nu 数への影響を検証するため, 気孔率を $\varepsilon = 0.4, 0.6, 0.9$ とした場合の平均 Nu 数を, それぞれ, 表 2, 3, 4 に示す. 表 2~3 より, 平均 Nu 数は, 増加率を徐々に減少させながら, Ra 数と共に増加していくことが分かる. これは Darcy-Brinkman-Forchheimer モデルの特徴である. 表 2~3 に示された本 LBM による計算結果は, Lauriat⁽²⁾らによる計算結果と定性的に一致しており, 本 LBM は慣性力の効果を適切に考慮できていると結論される.

4. 結 言

2 種類の分布関数を用い, 格子ボルツマン法による非ダルシー則に従う多孔質体内の自然対流解析手法を提案した. LBM による単相流の自然対流解析結果は, Davis および Nithiarasu らの計算結果とほぼ等しい値を示した. 多孔質体内の自然対流解析では, LBM から得られた流線図と等温線図が Nithiarasu らの計算結果とほぼ等しい分布を示し, また, 平均 Nu 数も Nithiarasu らの結果とよい一致を示した. 以上の考察から, 格子ボルツマン法は, 非ダルシー則に従う多孔質体内熱流動解析に適用可能であると結論される.

参 考 文 献

- (1) S. Chen, et al., Annu. Rev. Fluid Mech. 30, 329 (1998).
- (2) G. Lauriat, et al., Int. J. Heat Mass Transfer 32 (11), 2135 (1989).
- (3) P. Nithiarasu, et al., Int. J. Heat Mass Transfer 40, 3955 (1997).
- (4) Z. Guo, et al., Phys. Rev. E 66, 036304 (2002).
- (5) X. He, et al., J. Comput. Phys 146, 282 (1998).
- (6) Y. Peng, et al., Phys. Rev. E 68, 026701 (2003).
- (7) Q. Zou, et al., Phys. Fluids 9 (6), 1591 (1997).
- (8) S. Hou, et al., J. Comput. Phys. 118, 329 (1995).
- (9) de Vahl Davis, Int. J. Method of Fluids. 3, 249 (1983).
- (10) Z. Guo, et al., J. Comput. Phys 165, 288 (2000).

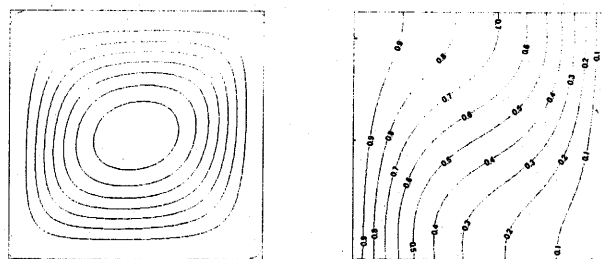


Fig.1 Streamlines and isotherms for free convection in a square cavity ($Da = 10^{-2}$, $Ra = 10^4$, $\varepsilon = 0.6$).