

摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受ける 半無限体の近接内部き裂間の相互干渉*

五嶋 孝仁*¹, 石原 外美*¹
清水 理能*¹, 曾田 利通*²

Mutual Interference of Two Subsurface Cracks in a Semi-Infinite Body due to Rolling Contact with Frictional Heating

Takahito GOSHIMA*³, Sotomi ISHIHARA,
Masayoshi SHIMIZU and Toshimichi SODA

*³ Faculty of Engineering, Toyama University,
3190, Gofuku, Toyama-shi, Toyama, 930-8555 Japan

This paper deals with the two-dimensional thermoelastic contact problem of a rolling rigid roller of specified shape, which induced of friction and heat generation in the contact region, moving with constant velocity in an elastic half-space containing a couple of subsurface cracks. In the present temperature analysis, the speed of the moving heat source is assumed to be much greater than the ratio of the thermal diffusivity and the half contact length. The problem is solved using complex-variable techniques and is reduced to singular integral equations which are solved numerically. Numerical results of stress intensity factors are obtained for the case of two short cracks which are located parallel to the surface. The variance in interference effects on the stress intensity factors with the distance between two cracks, and the effects of the frictional coefficient, the sliding/rolling ratio and the depth of the crack location on the results are considered.

Key Words: Elasticity, Thermal Stresses, Contact Problem, Stress Intensity Factor, Subsurface Crack, Mutual Interference, Frictional Heating

1. 緒 言

転がり軸受の疲労き裂や圧延ローラのスポーリング、鉄道のレールにおけるシェリングなど、繰返し転がりすべり接触により内部き裂が進展して疲労損傷に至る事故例が多い。とくに材料内部に介在物等の欠陥がある場合には、これら内部欠陥からき裂が生ずる可能性が大きい。表面が転がり接触荷重を受ける半無限体内部き裂の解析については、Suh⁽¹⁾の摩擦に関するデラミネーション理論の基礎解析を始めとして、その後多くの破壊力学的研究が報告^(2~8)されている。しかし、これらの報告はすべて等温問題を取り扱っている。しかし、工業上数多く見られる転がり接触では、通常すべり摩擦を伴ういわゆる転がりすべり接触となって摩擦熱が発生する。このため著者ら⁽⁹⁾は前報で、摩擦熱を伴う転がりすべり接触による内部き裂の応力拡大係数について報告したが、複数内部き裂に関して摩擦熱を伴う転

がりすべり接触による応力拡大係数についての解析は、相互干渉の観点から工学的並びに工業的に重要であるが、ほとんど報告されていないようである。ただ、著者らの一人^(10, 11)は同様な転がり接触問題について表面複数き裂の相互干渉について報告しているが、これら表面複数き裂の応力拡大係数は相互干渉によって減少する場合がほとんどである。それに対し、内部複数き裂の場合は、相互干渉により応力拡大係数を増加させる可能性があるため、トライボロジー損傷生成の観点からその破壊力学的解析は工業的にも重要と思われる。

そこで本研究では一対の内部き裂を有する半無限体表面が、剛体ローラによって摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受けたときの応力拡大係数を破壊力学的に解析した。本解析においては、準定常熱応力問題として取扱える(ベクレ数が大きい)ものと仮定し、き裂は短き裂による温度場のかく乱は無視できるとし、き裂面の摩擦もないものと仮定した。一例として、半無限体表面に平行で、直列および並列に配置された同じ長さの一対のき裂について、き裂間距離や表面下き裂深さ並びに摩擦係数やすべり率などが応力拡大係数とその相互干渉に及ぼす影響を数値的に検討した。

* 原稿受付 2000年2月16日。

*¹ 正員, 富山大学工学部(☎930-8555 富山市五福3190)。

*² 正員, 愛知製鋼(株)(☎476-0003 東海市荒尾町ワノ割1)。

E-mail: goshima@eng.toyama-u.ac.jp

2. 座標系と境界条件

図1に示すように長さ \tilde{l}_1, \tilde{l}_2 の一對の内部き裂を有する半無限体表面が、半径 \tilde{R} の剛体ローラによって幅 $2c$ の領域で摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受けている。解析にあたっては、き裂に固定した座標系 (ξ_1, ξ_1) , (ξ_2, ξ_2) およびローラとともに移動する座標系 (\tilde{x}, \tilde{y}) を採用する。さらに、以下の解析では次の無次元変数を用いる。なお、き裂1およびき裂2に関する記号を添字 $k=1$ および2で表す。

$$\begin{aligned} (x, y) &= (\tilde{x}/c, \tilde{y}/c), (\xi_k, \zeta_k) = (\xi_k/c, \zeta_k/c), l_k = \tilde{l}_k/c, \\ R &= \tilde{R}/c, x_0 = \tilde{x}_0/c, x_k = \tilde{x}_k/c, Y_k = \tilde{Y}_k/c, \\ S_r &= V_s/V, P_e = cV/\kappa_r, \\ H_0 &= \frac{2\alpha_0 G_0 \kappa_r (1+\nu)}{K_r (1-\nu)}, P_r = \frac{RP_0}{G_0} \end{aligned}$$

ここで、 κ_r は温度伝導率、 K_r は熱伝導率、 G_0 は横弾性係数、 ν はポアソン比、 α_0 は線膨張係数、 P_0 は接触圧力の最大値を示し \tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 はローラの剛体変位の水平および垂直成分を表す。また V はローラの転がり速度、 V_s は転がり接触中のすべり速度であり、 P_e はペクレ数、 S_r はすべり率である。

摩擦力のなす仕事がすべて摩擦熱に変換されるものと仮定すれば、摩擦係数 f 、接触圧力を $P_1(\tilde{x})$ として摩擦熱は $Q_1(\tilde{x}) = fV_s P_1(\tilde{x})$ で与えられる。しかし、境界条件として接触変位を規定している本解析モデルでは、接触圧力 $P_1(\tilde{x})$ が未知なので $Q_1(\tilde{x})$ を決めることができない。そこで、単一内部き裂を扱った前報⁽⁹⁾では $Q_1(\tilde{x}) = Q_0 Q(x)$, $Q_0 = fV_s P_0$ と置いて $Q(x)$ をヘルツ分布と仮定した。本研究ではこの単一き裂の結果との比較のもとで近接内部き裂間の相互干渉を検討することを目的とするので、摩擦熱と転がりすべり接触の条件は前報⁽⁹⁾と全く同様にヘルツ分布摩擦熱を伴う剛体ローラによる転がりすべり接触を受けるものとする。

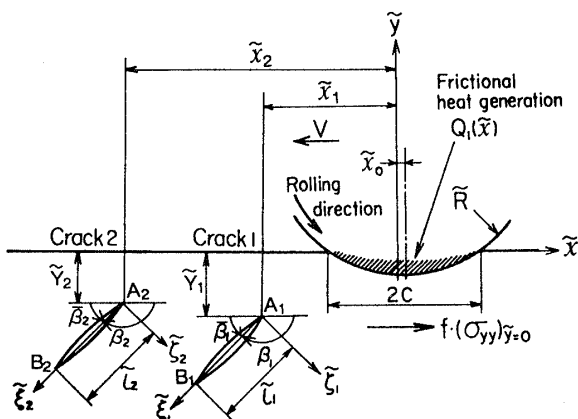


Fig.1 Geometry and coordinate system

したがって、摩擦熱は、

$$Q_1(\tilde{x}) = fV_s P_0 Q(x) = fV_s P_0 \sqrt{1-x^2} \dots\dots\dots(1)$$

で与えられ、半無限体接触表面および無限遠での熱的境界条件並びに力学的境界条件は、前報⁽⁹⁾と全く同様に以下のように与えられる。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = \begin{cases} f c V_s P_0 Q(x) / K_r, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

$$(T)_{y \rightarrow -\infty} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\sigma_{xy} + f \sigma_{yy} = 0, |x| < 1 \dots\dots\dots(4)$$

$$\sigma_{yy} + i \sigma_{xy} = 0, |x| > 1 \dots\dots\dots(5)$$

$$U_{yy}/c = (x-x_0)^2/(2R) + y_0, |x| < 1 \dots\dots\dots(6)$$

$$(\sigma_{pq})_{y \rightarrow -\infty} = 0, (p, q = x, y) \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 T は温度、 σ_{pq} , $(p, q = x, y)$ は応力成分、 U_{yy} は垂直方向変位を表し、 $i^2 = -1$ である。

一方、一對の各き裂面での力学的境界条件は、各き裂ごとに次式で与えられる。

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\xi_k=0} = 0, 0 < \xi_k < l_k (k=1,2) \dots\dots\dots(8)$$

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\xi_k=0} = 0, \xi_k \in \xi_k^{op} (k=1,2) \dots\dots\dots(9)$$

ここで、 $\xi_k^{op} (k=1,2)$ は各き裂の開口領域を表す。

さらに、変位の一価性の条件は、 \oint を各き裂回りの一周積分として、次式で与えられる。

$$\oint (U_{xx} + iU_{yy}) dz_k = 0, (z_k = x_k + iy_k; k=1,2) \dots\dots\dots(10)$$

3. 応力解析

一般に熱応力および変位は Muskhelishvili⁽¹²⁾の複素応力関数 $\Phi(z)$, $\Psi(z)$ および熱弾性ポテンシャル ω を用いて次式のように表示できる。

$$\sigma_{yy} + \sigma_{xx} = 2\{\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}\} - 2G_0 \nabla^2 \omega \dots\dots\dots(11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} - \sigma_{xx} - 2i\sigma_{xy} &= 2\{z\Phi'(z) + \overline{\Psi(z)}\} \\ &- 2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + 2i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2G_0 (U'_{xx}/c + iU'_{yy}/c) &= \kappa \Phi(z) - \overline{\Phi(z)} - z\Phi'(z) \\ &- \overline{\Psi(z)} + 2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$\nabla^2 \omega = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_0 T(x, y) \dots\dots\dots(14)$$

ここで、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $\kappa = 3-4\nu$ であり、 $\dot{}$ は $z (= x + iy)$ に関する微分を表す。さらに、半無限体領域に対する応力と変位は次式で与えられる⁽¹³⁾。

$$\sigma_{yy} - i\sigma_{xy} = \Phi(z) - \Phi(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)} - 2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) \dots\dots(15)$$

$$2G_0 \left(\frac{U'_{xx}}{c} + i \frac{U'_{yy}}{c} \right) = \kappa \Phi(z) + \Phi(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)} + 2G_0 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + i \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) \dots\dots(16)$$

最初に、熱的境界条件式(2), (3)及び力学的境界条件式(4)~(7)を満足する、き裂のない半無限体の熱弾性転がり接触問題の熱応力解は、式(15), (16)の表示式とともに、著者らの一人による既報⁽¹⁰⁾と全く同様な以下の複素応力関数によって求まる。

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) = & \frac{2iG_0(1+if)}{R(\kappa+1)} \{z - 2\gamma - X(z)\} \\ & - \frac{2i\lambda(1+if)\cos(\pi\gamma)}{\pi(\kappa+1)} S_0(z) \\ & + \frac{\lambda\cos(\pi\gamma)}{\pi^2} \int_{-1}^1 \left\{ Q(u) - f\hat{Q}_1(u) / \sqrt{\pi P_e} \right\} \\ & \times S_1(z;u) du \\ & + \frac{i\lambda}{2\pi\sqrt{\pi P_e}} \int_1^\infty \frac{S_3(v)}{v-z} dv \end{aligned} \dots\dots(17)$$

ここで、

$$\lambda = f S_r H_0 P_r G_0 \dots\dots(18)$$

$$S_0(z) = \int_{-1}^1 \frac{Q(t)}{X^*(t)} \left\{ 1 + \frac{X(t)}{t-z} \right\} dt \dots\dots(19)$$

$$S_1(z;u) = \int_{-1}^1 \frac{1}{X^*(t)(t-u)} \left\{ 1 + \frac{X(t)}{t-z} \right\} dt, \quad |u| < 1 \dots\dots(20)$$

$$S_3(v) = \int_{-1}^1 Q(t) (t-v)^{-1.5} dt, \quad 1 \leq v \leq \infty \dots\dots(21)$$

$$X^*(t) = (1+t)^{0.5-\gamma} (1-t)^{0.5+\gamma} \dots\dots(22)$$

$$X(z) = (z+1)^{0.5-\gamma} (z-1)^{0.5+\gamma} \dots\dots(23)$$

$$\gamma = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \frac{(\kappa-1)f}{\kappa+1} \dots\dots(24)$$

$$\hat{Q}_1(u) = \frac{\partial}{\partial u} \int_{-1}^u \frac{Q(\varepsilon)}{\sqrt{u-\varepsilon}} d\varepsilon \dots\dots(25)$$

一方、き裂による応力場に関しては、前報⁽⁹⁾の単一内部き裂に対する解法を一對のき裂に対して適応する。すなわち、それぞれのき裂上の任意の点 $z = z_{0k} (z_{0k} = x_k + iy_k + \eta_k e^{-i\beta_k})$ に次式で定義される転位を考える。

$$\alpha_k = \frac{G_0}{i\pi c(\kappa+1)} \left\{ [U_{\xi_k \zeta_k}] + i [U_{\zeta_k \xi_k}] \right\} e^{-i\beta_k} \dots\dots(26)$$

ここで、 $\{ [U_{\xi_k \zeta_k}] + i [U_{\zeta_k \xi_k}] \}$ は変位の不連続量を表す。

このとき、境界条件式(4)~(7)を満足する独立した 2

個の転位による応力場は、著者らの一人による既報⁽¹¹⁾と同様の手法で、以下の応力関数を重ね合わせて、式(11)~(16)の応力表示式で $\omega = 0$ と置いて得られる。

$$\Phi_2(z) = \sum_{k=1}^2 \left\{ \frac{\alpha_k}{z - z_{0k}} \right\} \dots\dots(27)$$

$$\Psi_2(z) = \sum_{k=1}^2 \left\{ \frac{\overline{\alpha_k}}{z - z_{0k}} + \frac{\alpha_k \overline{z_{0k}}}{(z - z_{0k})^2} \right\} \dots\dots(28)$$

$$\Phi_3(z) = \begin{cases} -\overline{\Phi_2(z)} - z \overline{\Phi_2'(z)} - \overline{\Psi_2(z)}, & \text{Im}(z) < 0 \\ \Phi_2(z), & \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \dots\dots(29)$$

$$\begin{aligned} \Phi_4(z) = & -\frac{(1+if)}{2} \sum_{k=1}^2 \left[(\alpha_k + \overline{\alpha_k}) \{ F(z; z_{0k}) \right. \\ & - F(z; \overline{z_{0k}}) \} \\ & - (z_{0k} - \overline{z_{0k}}) \{ \alpha_k G(z; z_{0k}) + \overline{\alpha_k} G(z; \overline{z_{0k}}) \} \\ & + (\alpha_k + \overline{\alpha_k}) \{ 1/X(z_{0k}) - 1/X(\overline{z_{0k}}) \} \\ & + (z_{0k} - \overline{z_{0k}}) \{ \alpha_k X'(z_{0k})/X^2(z_{0k}) \\ & \left. + \overline{\alpha_k} X'(\overline{z_{0k}})/X^2(\overline{z_{0k}}) \right\} \end{aligned} \dots\dots(30)$$

ここで、

$$F(z; z_{0k}) = \left\{ 1 - X(z)/X(z_{0k}) \right\} / (z - z_{0k}) \dots\dots(31)$$

$$G(z; z_{0k}) = \left\{ F(z; z_{0k}) - X(z)X'(z_{0k})/X^2(z_{0k}) \right\} / (z - z_{0k}) \dots\dots(32)$$

以上の応力関数 Φ_2, Φ_3, Φ_4 および Ψ_2 より転位 α_k を有する半無限体の応力場が求まる。そこでき裂による応力場はこれらの転位をそれぞれき裂に沿って連続分布させる (η_k について積分する) ことによって得られ、これに Φ_1 による応力も重ね合わせれば、境界条件式(4)~(7)を満足する応力解を得ることができる。そこで、残りのき裂面の境界条件を満足させるために、求めた応力解をそれぞれき裂に沿った座標系 (ξ_k, ζ_k) に座標変換して式(8)~(10)に代入すれば、 α_k に関する次の連立特異積分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} 2e^{i\beta_k} \int_0^{\eta_k} \frac{\alpha_k(\eta_k)}{\xi_k - \eta_k} d\eta_k \\ + \sum_{j=1}^2 \int_0^{\eta_j} \left\{ \alpha_j(\eta_j) \Gamma_{k,j} + \overline{\alpha_j(\eta_j)} \Lambda_{k,j} \right\} d\eta_j \dots\dots(33) \\ = \left(-\sigma_{\xi_k \zeta_k}^0 + i \sigma_{\zeta_k \xi_k}^0 \right)_{\Phi_1, \zeta_k=0}, \quad (k=1,2) \end{aligned}$$

$$\int_0^{\eta_k} \alpha_k(\eta_k) d\eta_k = 0, \quad (k=1,2) \dots\dots(34)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Gamma_{k,j} = & \sum_{r=3}^4 \left\{ \hat{\Phi}_r(z_k; z_{0j}) + (1 - e^{2i\beta_k}) \overline{\Phi_r'(z_k; z_{0j})} \right. \\ & \left. - e^{2i\beta_k} \hat{\Phi}_r(\overline{z_k}; z_{0j}) + e^{2i\beta_k} (z - \overline{z}) \overline{\Phi_r'(z_k; z_{0j})} \right\} \end{aligned} \dots\dots(35)$$

$$\Lambda_{k,j} = \sum_{r=1}^4 \left\{ \Phi_r^*(z_k; z_{0j}) + (1 - e^{2i\beta_k}) \overline{\Phi_r^*(z_k; z_{0j})} - e^{2i\beta_k} \Phi_r^*(\bar{z}_k; z_{0j}) + e^{2i\beta_k} (z - \bar{z}) \overline{\Phi_r^*(z_k; z_{0j})} \right\} \dots (36)$$

$$\hat{\Phi}_4(z_k; z_{0j}) = -\frac{(1+if)}{2} \left\{ F(z_k; z_{0j}) - F(z_k; \bar{z}_{0j}) - (z_{0j} - \bar{z}_{0j})G(z_k; z_{0j}) + 1/X(z_{0j}) - 1/X(\bar{z}_{0j}) + (z_{0j} - \bar{z}_{0j})X'(z_{0j})/X^2(z_{0j}) \right\} \dots (37)$$

$$\Phi_4^*(z_k; z_{0j}) = -\frac{(1+if)}{2} \left\{ F(z_k; z_{0j}) - F(z_k; \bar{z}_{0j}) - (z_{0j} - \bar{z}_{0j})G(z_k; \bar{z}_{0j}) + 1/X(z_{0j}) - 1/X(\bar{z}_{0j}) + (z_{0j} - \bar{z}_{0j})X'(\bar{z}_{0j})/X^2(\bar{z}_{0j}) \right\} \dots (38)$$

$$\hat{\Phi}_3(z_k; z_{0j}) = \begin{cases} -1/(z_k - \bar{z}_{0k}), & \text{Im}(z) < 0 \\ 1/(z_k - z_{0k}), & \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \dots (39)$$

$$\Phi_3^*(z_k; z_{0j}) = \begin{cases} -(z_k - \bar{z}_{0k})/(z_k - z_{0k})^2, & \text{Im}(z) < 0 \\ 0, & \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \dots (40)$$

$$z_k = x_k + iy_k + \xi_k e^{-i\beta_k} \dots (41)$$

4. 応力拡大係数と数値計算例

式(33), (34)を Gerasoulis⁽¹⁵⁾の方法により数値的に解く。それぞれの転位密度 $\alpha_k(\eta_k)$ を

$$\alpha_k(\eta_k) = \frac{G_0 \hat{\alpha}_k(\hat{\eta}_k)}{R(1 - \hat{\eta}_k)^{1/2}} e^{-i\beta_k}, \hat{\eta}_k = \frac{2\eta_k}{l_k} - 1 \dots (42)$$

と置き、積分区間 $-1 \leq \hat{\eta}_k \leq 1$ を $2N_k$ 等分して節点 $\hat{\eta}_{k,n}$ ($n = 1 \sim 2N_k + 1$) を決め、3 節点ごとに Lagrange の補間を適用し、選点を $\hat{\xi}_{k,r} = \hat{\eta}_{k,r} + 1/2N_k$ ($r = 1 \sim 2N_k$) のように選べば、積分方程式(33), (34)は $\hat{\alpha}_k(\hat{\eta}_{k,n})$ に関する連立一次方程式に帰着される。なお式(9)の ξ_k^{op} に関しては、求めた $\hat{\alpha}_k(\hat{\eta}_{k,n})$ と式(42),(26)よりき裂開口変位 $U_{z_k \bar{z}_k}$ を求め、き裂開口変位が負となる領域がなくなるまで繰返し計算をすることにより求める。本数値計算例ではいずれの場合も 3 回以下の繰返し計算で十分収束し、選点数は $n = 10$ で十分な精度が得られた。このとき、各き裂 k の先端 A_k ($k = 1, 2$) での応力拡大係数は、

$$K_I - i K_{II} = -\frac{G_0}{R} \pi \sqrt{2cl_k} \hat{\alpha}_k(-1) \dots (43)$$

で与えられ、他の先端 B_k ($k = 1, 2$) での応力拡大係数は、

$$K_I - i K_{II} = \frac{G_0}{R} \pi \sqrt{2cl_k} \hat{\alpha}_k(1) \dots (44)$$

で与えられる。

数値計算例としては、ペクレ数が大きい場合として、 $P_e = 100$ とした。また、式(18)中の無次元量 H_0 の値はほとんどの金属材料に関してほぼ 1 に近いことが知られているので^(16, 17)、ここでは $H_0 = 1$ とした。また、同式中 $P_r = 1$ と置いた。とくにここでは、き裂長さが等しい一対の水平き裂 ($\beta_1 = \beta_2 = 180^\circ$) の場合を考え、き裂長さは比較的短い場合として $l_1 = l_2 = 0.1$ とし、図 2 に示すように配置された一対の内部き裂 (以下直列内部き裂と呼ぶ) と、図 3 に示すように配置された一対の内部き裂 (以下並列内部き裂と呼ぶ) の 2 通りの場合について、応力拡大係数の数値計算例を以下に示す。

4.1 直列内部き裂の応力拡大係数 本数値計算例では、図 2 において、き裂先端 A_1 における応力拡大係数は B_2 におけるそれとほぼ等しく、また、き裂先端 A_2 における応力拡大係数は B_1 におけるそれとほぼ等しくなっていたので、以下では、き裂先端 A_1 および A_2 における応力拡大係数を示す。図 4 および図 5 には、それぞれすべり率が $S_r = 0.1$ および $S_r = 0.7$ の場合について、き裂先端 A_2 におけるモード I, II の応力拡大係数 $K_{I, II}$ のローラの移動に伴う変動を示す。いずれも摩擦係数 $f = 0.1$ と $f = 0.7$ の各場合について、き裂深さが $Y_k = 0.1$ と $Y_k = 0.5$ の 2 通りの場合を考え、それぞれについてき裂間隔を $d_h = 0.01$ と $d_h = 0.5$ の 2 通りに変化させた場合を示す。いずれの場合も、き裂が接触領域直下に入る前で K_I が生じているがその大きさは K_{II} に比べ無視できる程小さく、き裂はモード II で進展するものと思われる。 K_{II} は、 $Y_k = 0.1$ で $f = 0.7$ の場合には、き裂が接触領域中心直下付近にきたとき最大 ($K_{II})_{max} (> 0)$ を示しており、その他の場合はすべてき裂が接触領域直下を抜け出るあたり ($x_2 \approx 1.0$) で最大 ($K_{II})_{max} (> 0)$ を示

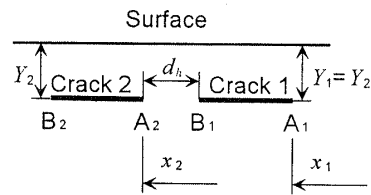


Fig.2 Two subsurface cracks arranged in a series

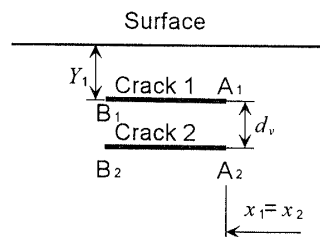


Fig.3 Two subsurface cracks arranged in a row

し、き裂が接触領域直下にさしかかったあたり ($x_2 \approx -1.0$) で最小 ($K_{II})_{\min}$ (<0) を示している。また、摩擦係数 f が小さいときには深いき裂 ($Y_k = 0.5$) の方が、 f が大きいときには浅いき裂 ($Y_k = 0.1$) の方が ($K_{II})_{\max}$ は大きくなっている。さらに、図4と5を比較すれば、($K_{II})_{\max}$ は $Y_k = 0.1$ で $f = 0.1$ のときのみ、 $S_r = 0.1$ の場合(図4)の方が大きい、その他のときは $S_r = 0.7$ の場合(図5)の方が大きい。また、いずれの場合も K_{II} は $d_h = 0.01$ の場合の方が $d_h = 0.5$ の場合よりも大きくなっている。

そこで、き裂の相互干渉による影響を明らかにするために、とくに疲労き裂進展に関連し、モードIIの応力拡大係数変動幅 $\Delta K_{II} = (K_{II})_{\max} - (K_{II})_{\min}$ のき裂間隔 d_h に

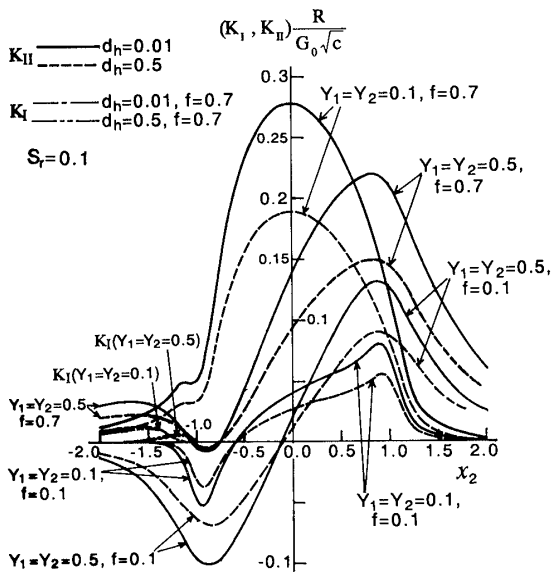


Fig.4 Stress intensity factors K_{II} as a function of crack location for the case of $S_r = 0.1$

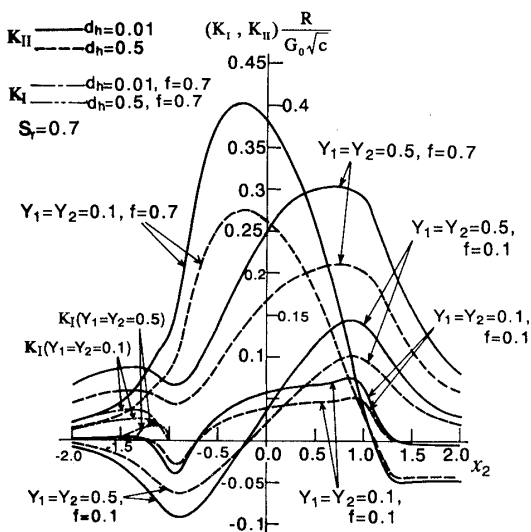


Fig.5 Stress intensity factors K_{II} as a function of crack location for the case of $S_r = 0.7$

よる変化を考える。図6は常温($S_r = 0$)の場合について、図7および図8は摩擦熱がある場合で、それぞれ $Y_k = 0.5$ および $Y_k = 0.1$ の場合について、き裂先端 A_1 と A_2 における ΔK_{II} のき裂間隔 ($0.01 \leq d_h \leq 0.5$) による変動を示す。両き裂が $d_h = 0.5$ 程度離れた場合は、いずれの場合も、四角印とひし形印の記号で表された同じき裂長さ ($l_k = 0.1$) の単一内部き裂の結果⁹⁾と一致している。また、いずれの場合も d_h が小さくなり、両き裂が接近するにしたがい、相互干渉の影響により ΔK_{II} は単一き裂の結果より次第に大きくなっていく。とくに、内側対向き裂先端 A_2 では、 $d_h = 0.1 \sim 0.05$ あたりから両き裂がさらに接近すると、 d_h の減少とともに ΔK_{II} は急激に増加し顕著な干渉効果を示していることがわかる。さらに、 $d_h = 0$ のときは、比較のためき裂長さ $l = l_1 + l_2 = 0.2$ の単一内部き裂の結果⁹⁾が丸印と三角印の記号で示されている。いずれの場合も、両き裂が最も近づいた $d_h = 0.01$ の場合のき裂先端 A_1 での ΔK_{II} はこの単一き裂 ($l = l_1 + l_2 = 0.2$) の結果よりも常に小さいが、き裂先端 A_2 での K_{II} は $d_h \leq 0.01$ の場合、相互干渉の影響をより顕著に受け、き裂長さが $l = l_1 + l_2 = 0.2$ の単一き裂の結果よりも常に大きくなるのがわかる。さらに、 ΔK_{II} の相互干渉の影響を定量的に明らかにするために、次式に示すように $d_h = 0.01$ の場合と単一き裂 ($d_h = \infty$) の場合のき裂先端 A_1, A_2 での ΔK_{II} の比 L_1, L_2 を考える。

$$L_k = (\Delta K_{II})_{d_h=0.01} / (\Delta K_{II})_{d_h=\infty}, (k=1:A_1, k=2:A_2) \dots\dots\dots (45)$$

き裂先端 A_2 では、 $S_r = 0, f = 0.1, Y_k = 0.1$ (図6)のとき $L_2 = 1.40$ で最も小さく、 $S_r = 0.7, f = 0.7, Y_k = 0.1$ (図8)のとき $L_2 = 1.51$ と最も大きく、摩擦係数や摩擦熱とともに相互干渉の影響は大きくなる傾向を示してはいるが、この影響は定量的に見て本数例の範囲では $1.40 \leq L_2 \leq 1.51$ となりあまり顕著ではないことがわかる。また、き裂先端 A_1 では、 $S_r = 0, f = 0.1, Y_k = 0.1$ (図6)のとき $L_1 = 1.11$ で、 $S_r = 0.7, f = 0.7, Y_k = 0.1$ (図8)のとき $L_1 = 1.17$ となり、 A_2 の場合と比べ相互干渉の影響は小さくなっており、 f や S_r が変化しても、本数値例の範囲では $1.11 \leq L_1 \leq 1.17$ となりあまりその影響は顕著ではないことがわかる。

4.2 並列内部き裂の応力拡大係数 一例として、

図3においてき裂2の深さを $Y_2 = 0.5$ で一定とし、き裂間隔が $d_v = 0.1$ と $d_v = 0.01$ の2通りの場合について、すべり率が $S_r = 0.1$ と $S_r = 0.7$ の各場合、それぞれ摩擦係数を $f = 0.1, 0.7$ の2通りに変化させた場合について、図9には、き裂先端 A_2 におけるモードIとモードIIの応力拡大係数 K_I, K_{II} のローラの移動に伴う変動を示す。いずれの場合も、き裂が接触領域直下に入る前で K_I が

生じているがその大きさは K_{II} に比べ無視できる程小さく、き裂はモード II で進展するものと思われる。いずれの場合もき裂が接触領域を抜け出るあたり ($x_2 \approx 1.0$) で K_{II} は最大を示している。応力拡大係数の大きさは、摩擦係数およびすべり率の増加とともに大きくなり、またき裂が近接した場合 ($d_v = 0.01$) は、き裂間隔 $d_v = 0.1$ の場合よりも相互干渉により小さくなっている。

そこで、き裂2の深さ $Y_2 = 0.5$ と一定のままで、き裂1をき裂2に接近させていったときの相互干渉を明らかにするために、図10には、き裂2のき裂先端 A_2 におけるモード II の応力拡大係数変動幅 $\Delta K_{II} = (K_{II})_{max} - (K_{II})_{min}$ のき裂間隔 ($0.01 \leq d_v \leq 0.4$) による変化を示す。図中にはき裂2が単一き裂として存在

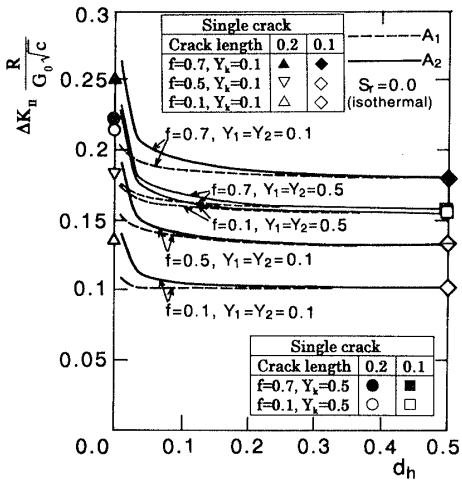


Fig.6 Interference effects on ΔK_{II} with a decrease of d_h for isothermal case ($S_r = 0$)

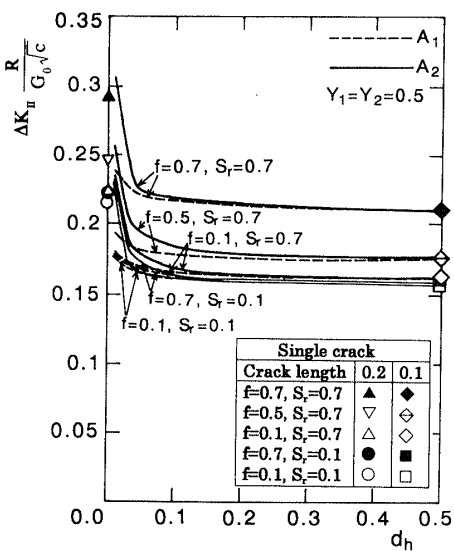


Fig.7 Interference effects on ΔK_{II} with a decrease of d_h for the case of $Y_k = 0.1, S_r = 0.1$ and 0.7

する場合の結果⁽⁹⁾も破線で併記してある。いずれの場合も、 $d_v = 0.4$ からき裂1がき裂2近づくにしたがい ΔK_{II} は徐々に増加し $d_v \approx 0.1$ あたりで最大を示しているが、その最大値は単一き裂の結果よりも3%~5%程度大きいのみである。 $d_v \approx 0.1$ からさらに接近すると ΔK_{II} は減少し $d_v \approx 0.05$ あたりから単一き裂の結果よりも小さくなり、き裂1がさらに接近すると相互干渉の影響が

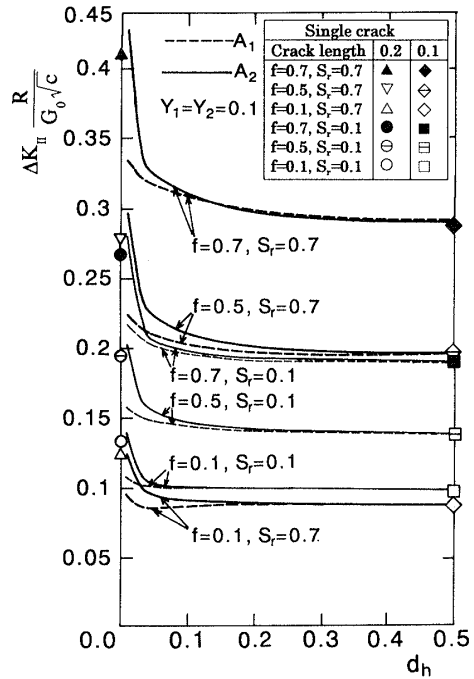


Fig.8 Interference effects on ΔK_{II} with a decrease of d_h for the case of $Y_k = 0.1, S_r = 0.1$ and 0.7

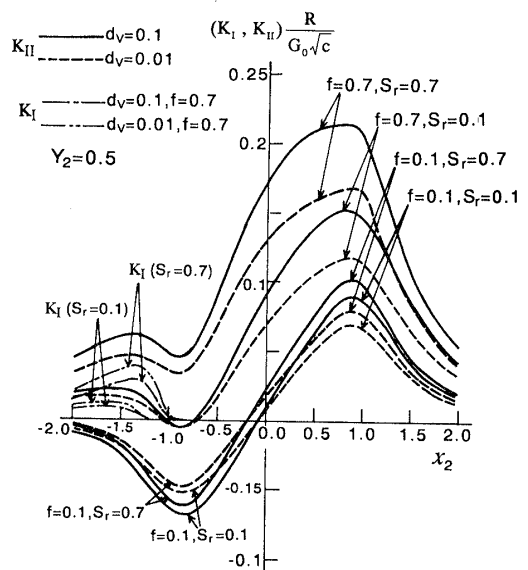


Fig.9 Stress intensity factors K_{II} as a function of crack location for the case of $Y_2 = 0.5$

著しくなり ΔK_{II} は急激に減少している。この相互干渉による影響を定量的に明らかにするために、 $d_v = 0.01$ において次式のような単一き裂の結果との比 M_2 を考える。

$$M_2 = (\Delta K_{II})_{d_v=0.01} / (\Delta K_{II})_{\text{single crack 2}} \dots\dots\dots(47)$$

図10より、 $S_r = 0.7, f = 0.7$ で $M_2 = 0.83$ となり、 $S_r = 0, f = 0.1$ で $M_2 = 0.79$ となっているので、摩擦係数や摩擦熱の増加とともに相互干渉による影響は僅かに小さくなってはいるが、本数値例の範囲では $0.79 \leq M_2 \leq 0.83$ なので、あまり大きな影響は見られない。

一方、図11には、き裂1のき裂先端 A_1 におけるモードIIの応力拡大係数変動幅 ΔK_{II} のき裂間隔 d_v による変化を示す。図中にはき裂1が単一き裂として存在する場合の結果⁽⁹⁾も破線で併記してある。いずれの場合も、 $d_v > 0.3$ で単一き裂の結果と一致している。き裂1がき裂2近づくにしたがい、 ΔK_{II} は摩擦係数が比較的大きい場合($f = 0.7, 0.5$)には徐々に減少しているが、摩擦係数が小さい場合($f = 0.1$)には増加し $d_v \cong 0.1$ で最大を示している。いずれの場合も、き裂1の ΔK_{II} は、ほぼ $d_v < 0.07$ で単一き裂の結果よりも小さくなり、き裂1がさらにき裂2に接近すると相互干渉の影響が著しくなり、き裂2の場合同様、き裂1の ΔK_{II} も急激に減少している。この相互干渉による影響を定量的に明らかにするために、 $d_v = 0.01$ において次式のような単一き裂の結果との比 M_1 を考える。

$$M_1 = (\Delta K_{II})_{d_v=0.01} / (\Delta K_{II})_{\text{single crack 1}} \dots\dots\dots(48)$$

図11より、 $S_r = 0.7, f = 0.7$ で $M_1 = 0.83$ 、 $S_r = 0, f = 0.1$ で $M_1 = 0.8$ なので、 $M_1 \cong M_2$ と考えられ、き裂1の干渉効果は定量的にもき裂2の場合と同様であることがわかる。

5. 結 言

一対の内部き裂を有する半無限体表面が剛体ローラによって摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受けたとき、き裂先端における応力拡大係数を解析し、半無限体表面に平行でき裂長さが等しい一対の内部き裂が直列及び並列に配置された場合について、摩擦係数やすべり率およびき裂深さが、両き裂の接近に伴うモードIIの応力拡大係数変動幅 ΔK_{II} の相互干渉に及ぼす影響を数值的に検討し、本数値計算例の範囲で次の結論を得た。

- (1) 直列内部き裂の応力拡大係数は両き裂の接近に伴い相互干渉により増加し、とくに内側き裂端ではこの干渉効果がより顕著となる。並列内部き裂の応力拡大係数は、両き裂が近接すると相互干渉により減少する。これら干渉効果による増加または減少の割合は、摩擦係数や摩擦熱によってあまり大きく影響を受けない。
- (2) 直列内部き裂では、たとえば両き裂端内側間隔がき裂長さの1/10まで近接した場合は、外側き裂先端では、摩擦係数や摩擦熱の増加と共に ΔK_{II} の値は、単一

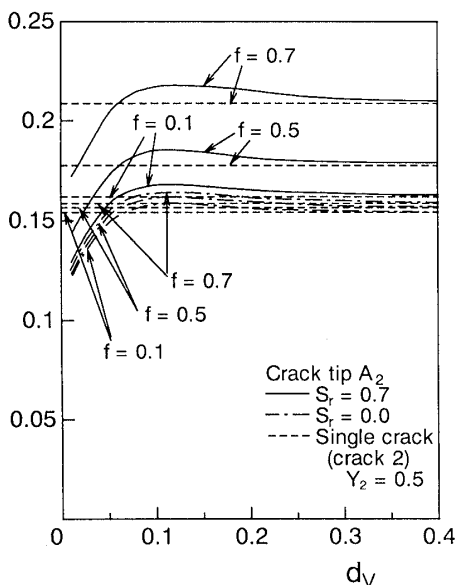


Fig.10 Interference effects on ΔK_{II} of the crack ttip A_2 with a decrease of d_v for $Y_2 = 0.5, S_r = 0$ and 0.7

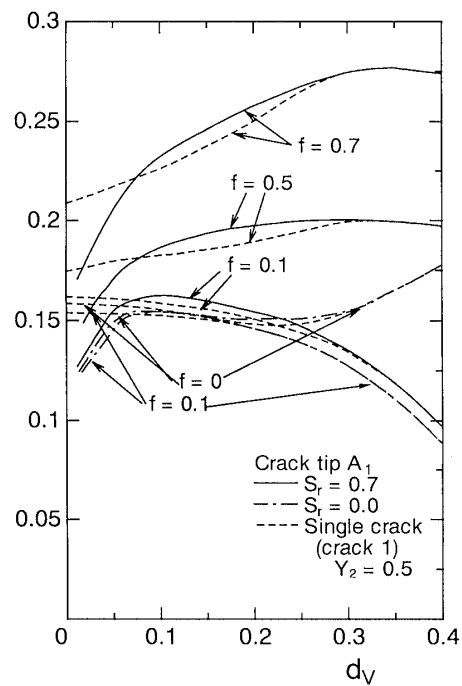


Fig.11 Interference effects on ΔK_{II} of the crack ttip A_1 with a decrease of d_v for $Y_2 = 0.5, S_r = 0$ and 0.7

き裂に対し 1.11 倍から 1.17 倍へと僅かに増加するが、内側き裂先端では摩擦係数や摩擦熱の増加と共に ΔK_{II} の値は、単一き裂に対し 1.40 倍から 1.51 倍へと増加する程度である。

(3) 並列内部き裂では、たとえばき裂 2 の深さを一定(接触半長の 1/2)としてき裂 1 をき裂長さの 1/10 の距離まで近接させた場合は、き裂 1 とき裂 2 の干渉効果はほぼ同じとなり、摩擦係数や摩擦熱の増加と共に ΔK_{II} の値は、単一き裂に対し 0.80 倍から 0.83 倍へと僅かに増加する。

文 献

- (1) Suh, N.P., *Wear*, **44** (1977), 1-16.
- (2) Fleming, J.R. and Suh, N.P., *Wear*, **44** (1977), 39-56.
- (3) Rosenfield, A.R., *Wear*, **61** (1980), 125-132.
- (4) Hearle, A.D. and Johnson, K.L., *J. Mech. Phys. Solids*, **33** (1985), 61-81.
- (5) Sheppard, S., Barber, J.R. and Comninou M., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **52** (1985), 811-817.
- (6) Miller, G.R., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **110** (1988), 292-297.
- (7) Yu, M.M. and Keer L.M., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **111** (1989), 648-654.
- (8) Salehizadeh, H. and Saka, N., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **114** (1992), 690-697.
- (9) 五嶋孝仁・曾田利通, 機論, **62-600, A** (1996), 1854-1861.
- (10) 五嶋孝仁・神島裕児, 機論, **58-556, A** (1992), 2260-2267.
- (11) 五嶋孝仁・神島裕児, 機論, **59-566, A** (1993) 2373-2380.
- (12) Muskhelishvili, N.I., *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th Ed. (1954), 118-121, Noordhoff.
- (13) Muskhelishvili, N.I., *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th Ed. (1954), 474, Noordhoff.
- (14) Goshima, T. and Keer, L.M., *Trans. ASME, J. Tribol.*, **112** (1990), 382-391.
- (15) Gerasoulis, A., *Comput. Math. Applics.*, **8** (1982), 15-22.
- (16) Azarkhin, A., Barber, J.R. and Rolf, R.L., *Key Eng. Mater.*, **33** (1989), 135-160.
- (17) Hills, D.A. and Barber, J.R., *Wear*, **102** (1985), 15-22.