

繰返し転がりすべり接触による表面き裂進展経路と疲労寿命の評価*

五嶋 孝仁^{*1}, 石原 外美^{*1}, 清水 理能^{*1}
吉田 博一^{*2}, 土田 祐知^{*3}Surface Crack Growth Path and Fatigue Life Prediction due
to Repeated Rolling/Sliding ContactTakahito GOSHIMA^{*4}, Sotomi ISHIHARA, Masayoshi SHIMIZU,
Hirokazu YOSHIDA and Yuji TSUCHIDA^{*4} Department of Mechanical and Intellectual Systems Engineering, Toyama University,
3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama, 930-8555 Japan

This paper deals with the surface crack growth path description and the fatigue life prediction due to repeated rolling/sliding contact on the elastic half-space, accompanied by frictional heat generation and crack-face pressure. The stress intensity factors are analyzed for the surface crack which is kinked in multiple times from the inclined initial main crack. The rolling/sliding contact is simulated as a Hertzian contact pressure and a frictional load with heat generation, moving with constant velocity over the surface of the half-space. Applying the maximum energy release rate criterion to each kinked angle, the crack growth path can be described, and employing a mixed mode fatigue crack growth law, the associated fatigue life also can be predicted. The effects of frictional coefficient, slide/roll ratio and crack-face pressure on the crack growth path and associated life are considered for a high carbon-chromium bearing steel (SUJ 2).

Key Words: Elasticity, Thermal Stresses, Contact Problem, Stress Intensity Factor, Crack Growth, Crack Path, Frictional Heating, Fatigue Life

1. 緒 言

歯車や軸受、圧延ロールや鉄道のレールなど、繰返し転がり接触を受ける機械要素や構造物では、なんらかの原因で発生した初期き裂が、転がり疲労により進展して、ピッキングやスポーリング、シェリングなどといったトライボロジー損傷に至ることが多い。このため、転がり疲労によるき裂進展に関し、潤滑油が表面き裂に侵入し内圧によりき裂が進展するというWay⁽¹⁾の実験以来多くの報告がある。例えばZhouら⁽²⁾は潤滑油を用いた二円筒転がり疲労実験で、表面き裂が屈折進展してピットが形成される様子を確認している。また、兼田ら⁽³⁾も水潤滑下での二円筒転がり疲労実験で表面傾斜き裂の分岐屈折進展を観察している。

一方、転がり疲労き裂進展に関する破壊力学的研究に関しては、ヘルツ接触圧力と摩擦力による疲労き裂進展によるピッキング生成モデルを提案したKeer

ら⁽⁴⁾の解析以来、今まで多くの破壊力学的研究が報告されている。例えば、き裂内への潤滑油侵入に関連した研究として、Bower⁽⁵⁾は転がり接触により表面き裂内に封じ込められた流体内圧によるき裂進展モデルを破壊力学的に解析し、Murakami ら⁽⁶⁾やKaneta ら⁽⁷⁾は潤滑油がピッキング生成に大きく寄与していることを実験と破壊力学の両面から検討している。さらに、著者らの一人^{(8)~(10)}は機械的荷重だけでなく摩擦熱を伴う転がり接触による疲労き裂進展に関する一連の破壊力学的研究を報告している。以上の報告はすべて直進方向進展き裂を取扱っているが、前述のように実際のき裂は屈折して損傷に至ることが多い。転がり疲労による屈折き裂の解析に関しては、Farris ら⁽¹¹⁾やYu ら⁽¹²⁾、Mukai ら⁽¹³⁾の内部き裂からの屈折進展方向の評価についての解析はあるが、これらは表面き裂には適用できず、また進展経路のシミュレーションまでは行っていない。したがって、今までのところ、転がり疲労、ことに摩擦熱による熱応力を伴う繰返し転がりすべり接触による表面き裂の進展経路と損傷に関する破壊力学的研究は、トライボロジー損傷の観点から工業的にも極めて重要であるにもかかわらず全く報告されていないようである。

そこで本研究では、転がり疲労によって初期表面き

* 原稿受付 2002年1月11日。

*1 正員、富山大学工学部(☎ 930-8555 富山市五福3190)。

*2 正員、(株)ジャムコ(☎ 181-0015 三鷹市大沢6-11-25)。

*3 アンデン(株)(☎ 446-0073 安城市篠目町井山3)。

E-mail: goshima@eng.toyama-u.ac.jp

裂が屈折進展して損傷に至るメカニズムを明らかにするために、摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受ける半無限体について、内圧を受ける表面複屈折き裂の応力拡大係数並びにエネルギー解放率の解析を行い、実際に高炭素クロム軸受鋼(JIS-SUJ 2)を例にとり、最大エネルギー解放率クライテリオン⁽¹⁴⁾により実際の屈折方向を数値的に明らかにし、高炭素クロム軸受鋼のき裂進展則⁽¹⁵⁾を用い、き裂進展経路とともに実際の転がり接触の繰返し数も計算し、不安定破損に至る進展疲労寿命を推定した。そして、き裂進展経路および疲労寿命に及ぼす転がり接触摩擦効果や熱的効果並びにき裂面の内圧効果などの影響を数値的に明らかにした。

2. 座標系と境界条件

図1に示すように表面から長さ $\tilde{l}_1, \tilde{l}_2, \dots, \tilde{l}_n$ の複数分岐屈折き裂を有する半無限体が、一定速度 V で移動する幅 $2c$ の接触領域で、摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受けている。解析にあたっては、ローラとともに移動する座標系 (\tilde{x}, \tilde{y}) 、各分岐き裂に沿った座標系 $(\tilde{\xi}_k, \tilde{\zeta}_k)$; ($k=1, 2, \dots, n$) を採用する。さらに、以下の解析では次の無次元変数を用いる。なお、それぞれの分岐屈折き裂に関する記号を添字 $k=1, 2, \dots, n$ で表す。

$$(x, y) = (\tilde{x}/c, \tilde{y}/c), (\xi_k, \zeta_k) = (\tilde{\xi}_k/c, \tilde{\zeta}_k/c), \\ l_k = \tilde{l}_k/c, x_k = \tilde{x}_k/c, S_r = V_s/V, P_e = cV/\kappa_t, \\ \beta_k^* = 180^\circ - \beta_k, H_0 = 2\alpha_0 G_0 \kappa_t (1+\nu)/\{K_t(1-\nu)\}, \\ P(x) = P_1(\tilde{x})/P_0$$

ここで、 c は接触半長、 κ_t は温度伝導率、 K_t は熱伝導率、 G_0 は横弾性係数、 ν はポアソン比、 α_0 は線膨張係

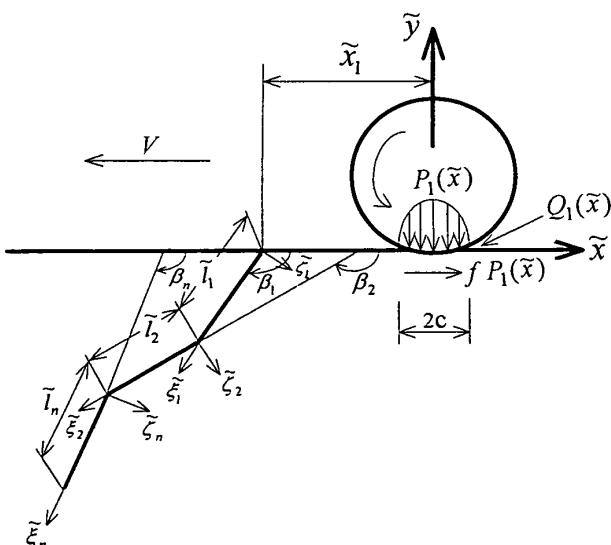


Fig. 1 Geometry and coordinate system

数、 P_0 はヘルツの最大接触圧力を示す。また V はローラの転がり速度、 P_e はペクレ数、 V_s は転がり接触中のすべり速度、 S_r はすべり率であり、 H_0 は熱応力の大きさに関連した物性値から成る無次元パラメータ⁽⁹⁾である。

摩擦力のなす仕事がすべて熱に変換されるものとすれば、摩擦係数を f として摩擦熱は次式で与えられる。

$$Q_1(\tilde{x}) = f V_s P_1(\tilde{x}) = f V_s P_0 P(x) = f V S_r P_0 P(x) \quad \dots \dots \dots (1)$$

そこで、接触領域で式(1)の摩擦熱が生じ、非接触面は断熱されているとし、き裂による温度のかく乱を無視すれば、温度を T として熱的境界条件は次式となる。

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \begin{cases} f c V S_r P_0 P(x) / K_t, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$(T)_{y=-\infty} = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

半無限体表面および無限遠における力学的境界条件は、 $\sigma_{pq}(p, q=x, y)$ を応力成分として、次式で表される。

$$(\sigma_{yy})_{y=0} = \begin{cases} -P_0 P(x), & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$(\sigma_{xy})_{y=0} = \begin{cases} f P_0 P(x), & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$(\sigma_{pq})_{y=-\infty} = 0 \quad (p, q=x, y) \quad \dots \dots \dots (6)$$

き裂面で摩擦がないと仮定し、き裂が接触領域下に入ったときのみき裂口位置の接触圧力に等しい大きさの内圧がき裂面に働くものとすれば、初期き裂から数えて k 番めの屈折き裂の力学的境界条件は次式となる。

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\zeta_k=0} = 0, 0 < \xi_k < l_k \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$(\sigma_{\xi_k \zeta_k})_{\zeta_k=0} = \begin{cases} -P_2(x, \xi_k), & |x| \leq 1 \quad \xi_k \in \xi_k^{op} \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 ξ_k^{op} は各分岐屈折き裂での開口領域を示す。また、内圧 $P_2(x, \xi_k)$ は次式のようにき裂に沿って一様分布の場合と、内圧が働かない場合の二通りを考える。

$$P_2(x, \xi_k) = \begin{cases} 0 : \text{no pressure} \\ P_0 P(x) : \text{uniform pressure} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (9)$$

3. 応力解析

一般に応力 σ_{pq} は、き裂のない半無限体の熱応力・ローラによる応力 σ_{pq}^0 と、き裂による応力場のかく乱

σ_{pq}^1 を重ね合わせて得られる。

$$\sigma_{pq} = \sigma_{pq}^0 + \sigma_{pq}^1, (p, q = x, y \text{ or } \xi_k, \zeta_k) \dots \dots \dots (10)$$

ペクレ数が十分大きい場合、境界条件式(2)～式(6)を満足するき裂のない半無限体の熱応力解 σ_{pq}^0 は著者らの一人⁽⁹⁾によって解析されており、次式で与えられる。

$$\frac{\sigma_{pq}^0}{P_0} = \begin{cases} \int_{-1}^1 P(t) F_{pq} dt, & x \leq -1 \\ \int_{-1}^x P(t) G_{pq} dt + \int_{-1}^1 P(t) F_{pq} dt, & -1 < x \leq 1 \\ \int_{-1}^1 P(t) G_{pq} dt + \int_{-1}^x P(t) F_{pq} dt, & x > 1 \end{cases} \dots \dots \dots (11)$$

ここで、

$$\begin{aligned} F_{pq} &= H_0 f S_r A_{pq} (2\pi Pe)^{-0.5} \{(x-t)^2 + y^2\}^{-0.75} \\ &+ \{y + (2H_0 S_r - 1)(x-t)f\} B_{pq} \{(x-t)^2 + y^2\}^{-2/\pi} \end{aligned} \dots \dots \dots (12)$$

$$G_{ij} = 0.5 f S_r D_{ij} (\pi Pe)^{-0.5} (x-t)^{-2.5} e^{-Pey^2/4(x-t)} \dots \dots \dots (13)$$

$$A_{xx} = \cos \theta_1 + \sin \theta_1 - 1.5 \cos \theta_0 (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)$$

$$A_{yy} = \cos \theta_1 + \sin \theta_1 + 1.5 \cos \theta_0 (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)$$

$$A_{xy} = 1.5 \cos \theta_0 (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)$$

$$\theta_0 = \tan^{-1}\{(x-t)/y\}, \theta_1 = 1.5 \theta_0, \theta_2 = 2.5 \theta_0$$

$$B_{xx} = (x-t)^2, B_{yy} = y^2, B_{xy} = -y(x-t)$$

$$D_{xx} = Pe y^2 - 2(x-t) - 4Pe(x-t)^2$$

$$D_{yy} = 2(x-t) - Pe y^2, D_{xy} = 2y(x-t)Pe$$

一方、き裂による応力場を求めるために、初期き裂から数えて j 番めの分岐き裂上的一点 $z = z_{0j}$ ($\xi_j = \eta_j$) に、次式のような強さ α_j の転位が 1 個ある場合を考える。

$$\alpha_j = \frac{G_0}{i\pi c(\kappa+1)} \{ [U_{\xi_j \xi_j}] + i[U_{\xi_j \zeta_j}] \} e^{-i\beta_j}, \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots \dots \dots (14)$$

ここで、 $\{[U_{\xi_j \xi_j}] + i[U_{\xi_j \zeta_j}]\}$ は変位の不連続量を表す。また、 z_{0j} は次式のように表される。

$$z_{0j} = \begin{cases} \eta_1 e^{-i\beta_1} + x_1, & (j=1) \\ \eta_j e^{-i\beta_j} + \sum_{m=1}^{j-1} l_m e^{-i\beta_m}, & (j=2, 3, \dots, n) \end{cases} \dots \dots \dots (15)$$

このとき、転位 α_j による応力場を決定するための複素応力関数は次式で与えられる⁽¹⁶⁾。

$$\Phi_2(z) = \frac{\alpha_j}{z - z_{0j}} \dots \dots \dots (16)$$

$$\Psi_2(z) = \frac{\overline{\alpha_j}}{\bar{z} - z_{0j}} + \frac{\alpha_j \bar{z}_{0j}}{(z - z_{0j})^2} \dots \dots \dots (17)$$

このときの応力の表示式は次式で与えられる⁽¹⁷⁾。

$$\begin{aligned} (\sigma_{\xi_j \xi_j}^d - i\sigma_{\xi_j \zeta_j}^d)_{\phi_2, \psi_2} &= \Phi_2(z) + \overline{\Phi_2(z)} \\ &+ \{z \overline{\Phi_2'(z)} + \overline{\Psi_2(z)}\} e^{2i\beta_j} \end{aligned} \dots \dots \dots (18)$$

また、式(18)は無限体領域の応力場なので、半無限体表面に生ずる Φ_2, Ψ_2 による応力を打ち消して表面自由とするための応力関数として次の Φ_3 を追加する⁽¹⁷⁾。

$$\Phi_3(z) = \begin{cases} -\bar{\Phi}_2(z) - z \bar{\Phi}'_2(z) - \bar{\Psi}_2(z), & \text{Im}(z) < 0 \\ \Phi_2(z), & \text{Im}(z) > 0 \end{cases} \dots \dots \dots (19)$$

このときの応力の表示式は、次式で与えられる⁽¹⁷⁾。

$$\begin{aligned} (\sigma_{\xi_j \xi_j}^d - i\sigma_{\xi_j \zeta_j}^d)_{\phi_3} &= \Phi_3(z) + \overline{\Phi_3(z)} \\ &- \{\overline{\Phi_3(z)} + \Phi_3(\bar{z}) - (z - \bar{z}) \overline{\Phi'_3(z)}\} e^{2i\beta_j} \end{aligned} \dots \dots \dots (20)$$

式(18), (20)を重ね合わせれば、表面自由で転位 α_j による半無限体の応力場が (ξ_j, ζ_j) 座標系で次式となる。

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi_j \xi_j}^d - i\sigma_{\xi_j \zeta_j}^d &= (\sigma_{\xi_j \xi_j}^d - i\sigma_{\xi_j \zeta_j}^d)_{\phi_2 \psi_2} \\ &+ (\sigma_{\xi_j \xi_j}^d - i\sigma_{\xi_j \zeta_j}^d)_{\phi_3} \end{aligned} \dots \dots \dots (21)$$

各分岐き裂 ($j=1, 2, \dots, n$) ごとに転位を任意の密度で連続分布させ、式(21)をグリーン関数として用いれば、表面応力自由の半無限体のき裂による応力場のかく乱 σ_{pq}^1 は、 (ξ_k, ζ_k) 座標系で次式のように求まる。

$$\sigma_{\xi_k \xi_k}^1 - i\sigma_{\xi_k \zeta_k}^1 = \sum_{j=1}^n \left\{ \int_0^{l_k} (\sigma_{\xi_j \xi_j}^d - i\sigma_{\xi_j \zeta_j}^d) d\eta_j \right\} \dots \dots \dots (22)$$

式(21), (22)を式(10)のように重ね合わせれば、式(2)～(6)の境界条件を満足する応力解 σ_{pq} が得られる。そこで、この応力解をそれぞれの分岐き裂に沿った座標系 (ξ_k, ζ_k) に座標変換した後、残りの境界条件式(7), (8)に代入すれば、 $\alpha_k (k=1, 2, \dots, n)$ に関する次の連立特異積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} 2e^{i\beta_k} \int_0^{l_k} &\frac{\alpha_k(\eta_k)}{\xi_k - \eta_k} d\eta_k \\ &+ \sum_{j=1}^n \int_0^{l_k} \{ \alpha_j(\eta_j) F_{1k}(\xi_k, \eta_j) + \overline{\alpha_j(\eta_j)} F_{2k}(\xi_k, \eta_j) \} d\eta_j \\ &= -(\sigma_{\xi_k \xi_k}^0 - i\sigma_{\xi_k \zeta_k}^0)_{\xi_k=0} - P_2(\xi_k), \quad (k=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \dots \dots \dots (23)$$

ここで、核 $F_{1k}(\xi_k, \eta_j), F_{2k}(\xi_k, \eta_j)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_{1k}(\xi_k, \eta_j) &= \Phi_3(z_k, z_{0j}) + (1 - e^{2i\beta_k}) \overline{\Phi_3^*(z_k, z_{0j})} \\ &- e^{2i\beta_k} \{ \overline{\Phi_3(z_k, z_{0j})} - (z_k - \bar{z}_k) \overline{\Phi_3^*(z_k, z_{0j})} \} \\ &+ (1 - \delta_{kj}) L_{1k}(\xi_k, \eta_j) \end{aligned} \dots \dots \dots (24)$$

$$\begin{aligned} F_{2k}(\xi_k, \eta_j) &= \Phi_3^*(z_k, z_{0j}) + \overline{\Phi_3(z_k, z_{0j})} \\ &- e^{2i\beta_k} \{ \overline{\Phi_3(z_k, z_{0j})} + \overline{\Phi_3^*(z_k, z_{0j})} \\ &- (z_k - \bar{z}_k) \overline{\Phi_3^*(z_k, z_{0j})} \} + (1 - \delta_{kj}) L_{2k}(\xi_k, \eta_j) \end{aligned} \dots \dots \dots (25)$$

ここで、

$$L_{1k}(\xi_k, \eta_j) = \Phi_2^*(z_k, z_{0j}) + \overline{\Phi_2^*(z_k, z_{0j})} e^{2i\beta_k}$$

$$L_{2k}(\xi_k, \eta_j) = \overline{\phi_2^*(z_k, z_0)} + \{z_k \overline{\phi_2^{*\prime}(z_k, z_0)} + \overline{\psi_2^*(z_k, z_0)}\} 2^{2i\beta_k}$$

$$\phi_3(z, z_0) = \begin{cases} -1/(z - \bar{z}_0), \operatorname{Im}(z) < 0 \\ 1/(z - \bar{z}_0), \operatorname{Im}(z) > 0 \end{cases}$$

$$\phi_3^*(z, z_0) = \begin{cases} (\bar{z}_0 - z_0)/(z - \bar{z}_0)^2, \operatorname{Im}(z) < 0 \\ 0, \operatorname{Im}(z) > 0 \end{cases}$$

$$\phi_2^*(z, z_0) = 1/(z - z_0)$$

$$\psi_2^*(z, z_0) = \bar{z}_0/(z - z_0)^2$$

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1, k=j \\ 0, k \neq j \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1 = \xi_1 e^{-i\beta_k} + x, k=1 \\ z_k = \xi_k e^{-i\beta_k} + \sum_{m=2}^{k-1} l_m e^{-i\beta_m}, k=2, 3, \dots, n \end{cases}$$

4. 応力拡大係数と数値計算例

4・1 応力拡大係数の導出 式(23)を Gerasoulis⁽¹⁸⁾の方法により数値的に解く。いま、それぞれの転位密度 $\alpha_k(\eta_k)$ を、特異性を分離して次式のように置く。

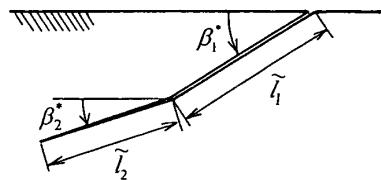


Fig. 2 Single kinked crack model

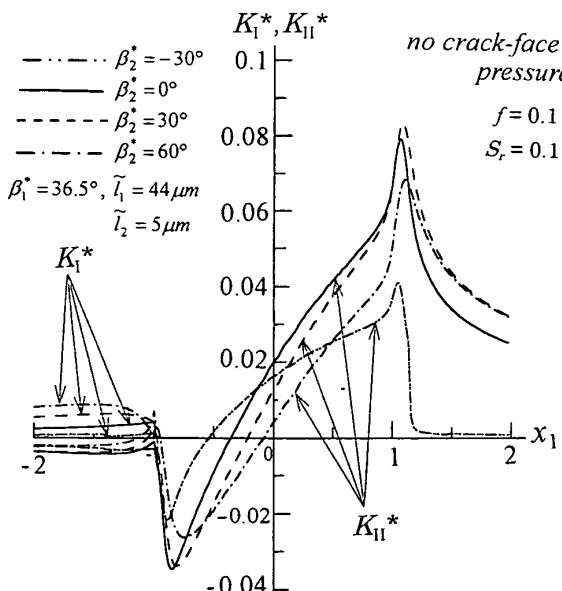


Fig. 3 Stress intensity factors K_I^* and K_{II}^* as a function of crack location for the case of no crack-face pressure

$$\alpha_k(\eta_k) = \frac{P_0 \alpha_k(\eta_k)}{(1 - \eta_k)^{1/2}} e^{-i\beta_k}, \eta_k = \frac{2\eta_k}{l_k} - 1 \quad \dots \dots (26)$$

そして、積分区間 $-1 \leq \eta_k \leq 1$ を $2N_k$ 等分して節点 $\eta_{k,s}$ ($s=1 \sim 2N_k+1$) を決め、3節点ごとに Lagrange の補間を適用し、選点を $\xi_{k,r} = \eta_{k,r} + 1/2N_k$ ($r=1 \sim 2N_k$) のように選べば、積分方程式(23)は $\alpha_k(\eta_{k,s})$ に関する連立一次方程式に帰着される。なお式(8)の ξ_k^{op} は、求めた $\alpha_k(\eta_{k,s})$ と式(14)よりき裂開口変位 $U_{\xi_k \xi_k}$ を求め、 $U_{\xi_k \xi_k} < 0$ の領域がなくなるまで繰返し計算をして決定する。本数値計算例ではいずれの場合も3回以下の繰返し計算で十分収束し、選点数は $N_k=10$ で十分な精度が得られた。このとき、屈折き裂先端でのモード I, II の応力拡大係数 K_I, K_{II} および無次元量 K_I^*, K_{II}^* は次式で与えられる。

$$K_I^* - iK_{II}^* = \frac{K_I - iK_{II}}{P_0 \sqrt{c}} = \pi \sqrt{2l_n} \alpha_n(1) \quad \dots \dots (27)$$

荷重1サイクル中でのモードIの応力拡大係数の最大値 $K_{I,\max}$ およびモードIIの応力拡大係数の最大、最小値 $K_{II,\max}, K_{II,\min}$ は、ローラの位置によってそれぞれ異なる時点でき裂進展を考える場合には、進展則に1サイクルごとの応力拡大係数変動範囲 $\Delta K_I = K_{I,\max}$ および $\Delta K_{II} = K_{II,\max} - K_{II,\min}$ を用いればよい。とくに、ここでは混合モードの進展を考えるので、 $\Delta K_I, \Delta K_{II}$ がエネルギー解放率と1対1の対応関係にあることを考慮し、式(30)の変形パリス則で用いる1サイクルごとのエネルギー解放率 ΔG [Pa·m] を次式のように定義する。

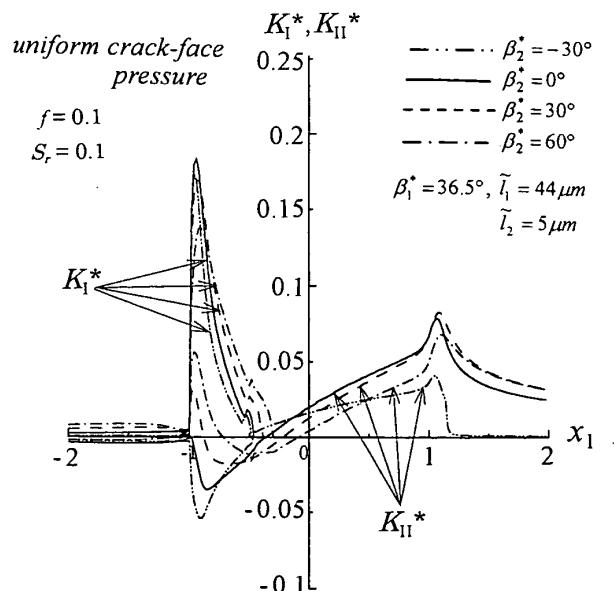


Fig. 4 Stress intensity factors K_I^* and K_{II}^* as a function of crack location for the case of uniform crack-face pressure

$$\Delta G = \frac{1-\nu}{2G_0} \{(K_{I\max})^2 + (\Delta K_{II})^2\} \quad \dots \dots \dots (28)$$

4・2 単屈折き裂の応力拡大係数の数値計算例

ここでは図2に示すように、転がり方向に表面から β_1^* 傾斜した初期き裂 \bar{l}_1 から1回だけ β_2^* 屈折した分岐き裂 \bar{l}_2 の先端での応力拡大係数を数値計算する。数値計算例としては、高炭素クロム軸受鋼(JIS-SUJ2)を例にとり、 $G_0=113.74$ GPa, $\nu=0.3$, 接触半長 $c=0.4$ mm, 接触圧力はヘルツ分布とし最大接触応力 $P_0=2.0$ GPaとし、 $P_e=100$ の場合を考えた。また、式(12)中の無次元量 H_0 の値はほとんどの金属材料に関してほぼ1に近いことが知られているので⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾、ここでは $H_0=1$ とした。また、高炭素クロム軸受鋼の応力拡大係数下限値は $K_{I\text{th}}=3.4$ MPa $\sqrt{\text{m}}$ なので⁽¹⁵⁾エネルギー解放率下限界値は

$$\Delta G_{\text{th}} = (1-\nu)K_{I\text{th}}^2/(2G_0) = 50.82 \text{ Pa} \cdot \text{m} \quad \dots \dots \dots (29)$$

と仮定した。なお、実際には進展の前に、き裂発生について考える必要があり、例えばMura-Tanakaのき裂発生モデルを用いて転がり疲労によるき裂発生寿命を評価したFanら⁽²¹⁾の報告もあるが、ここでは簡単に ΔG が最大となる方向に、 $\Delta G \cong \Delta G_{\text{th}}$ となるき裂長さ \bar{l}_1 の表面初期き裂が発生するものと仮定した。この仮定により本数値例では $S_r=0$, $f=0.1$ の場合を用いて、初期き裂として $\beta_1^*=36.5^\circ$, $\bar{l}_1=44$ μmを採用した。また、分岐屈折き裂長さは $\bar{l}_2=5$ μmとした。

まず図3および図4には、 $f=0.1$, $S_r=0.1$ として屈折角度を4通り($\beta_2^*=-30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$)に変化させた場合の屈折き裂先端での応力拡大係数 K_I^* , K_{II}^* のロ

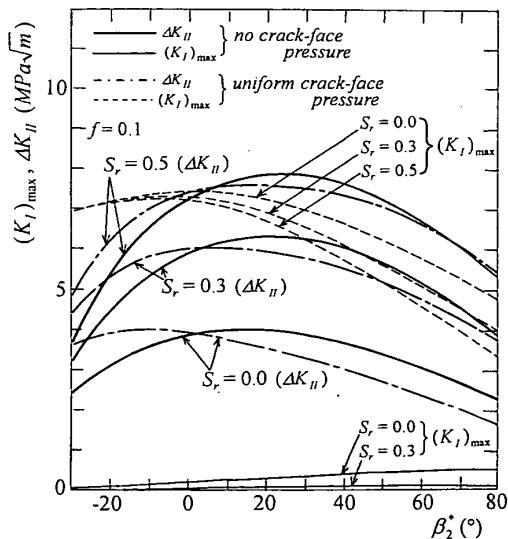


Fig. 5 $(K_I)_{\max}$ and ΔK_{II} as a function of kinked angle β_2^* for the case of $f=0.1$

ーラの移動に伴う変動を示す。図3はき裂面に内圧が働くかない場合を示すが、いずれの場合も K_{II}^* はき裂口が接触領域に入った($x_1 \cong -1$)直後で最小値 $K_{II\min}^*$ を示し、接触領域を抜け出たあたり($x_1 \cong 1$)で最大値 $K_{II\max}^*$ を示す。これらの値は $\beta_2^*=30^\circ$ のとき最大となっている。 K_I^* はき裂口が接触領域に入る前で生じているが、その大きさは $K_{II\max}^*$ に比べ無視できるほど小さく、き裂進展はモードIIが支配的であることがわかる。一方、図4は一様分布のき裂面内圧が働くいた場合を示す。 K_I^* の変動は図3と同様の傾向を示しているが、 K_I^* はき裂が接触領域に入った直後に急激に大きくなり、最大値 $K_{I\max}^*$ は $K_{II\max}^*$ に比べかなり大きくなっている。また、き裂面内圧はモードIの進展に大きく寄与していることがわかる。

そこで屈折進展特性を明らかにするために、 $K_{I\max}$ および ΔK_{II} の屈折角度 β_2^* による変動を、 $f=0.1$ と $f=0.3$ の二通りの場合について、それぞれ図5と図6に示す。いずれもき裂面内圧がない場合とある場合について、 S_r が0.0, 0.3, 0.5の3通りに変化した場合を示す。図5と図6を比較すれば、摩擦係数が大きくなるほど $K_{I\max}$ や ΔK_{II} の値はかなり大きくなることがわかる。また、すべり率(熱的効果)が大きくなるに従って ΔK_{II} はいずれの場合もかなり増加しているが、 $K_{I\max}$ はわずかではあるが減少している。 $K_{I\max}$ の値はき裂面に内圧が働く場合はかなり大きくなり、とくにすべり率が小さい場合($S_r=0.0, 0.3$)には $K_{I\max}$ は $\Delta K_{II\max}$ の値よりも大きくなっている。また、とくにき裂面内圧がないとき、摩擦係数が小さい($f=$

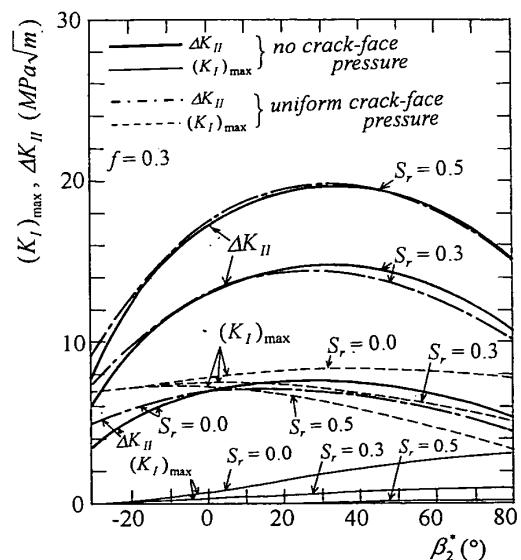


Fig. 6 $(K_I)_{\max}$ and ΔK_{II} as a function of kinked angle β_2^* for the case of $f=0.3$

0.1) 場合または摩擦係数もすべり率も大きい($f=0.3, S_r=0.5, 0.3$)場合には $K_{I\max}$ の値は $\Delta K_{II\max}$ に比べほとんど無視できるほど小さく、したがって、これらの場合にはモードIIのき裂進展が支配的であると考えられる。そこで、 ΔK_{II} は β_2^* の変化とともに変動し、ある屈折角度 $\beta_{2\max}^{II}$ で最大を示すので、本数値解析では、 $\beta_2^*=\beta_{2\max}^{II}$ の方向にモードIIの屈折進展をするものと考える。例えば、 $f=0.1$ の場合には図5より、 $S_r=0\sim 0.5$ に対応して $\beta_{2\max}^{II}=15^\circ\sim 25^\circ$ となる。一方、き裂面内圧が働く場合には $K_{I\max}$ の値も無視できず、式(28)のエネルギー解放率 ΔG が最大となる屈折角度 $\beta_2^*=\beta_{2\max}^C$ の方向に混合モードの屈折進展をするものと考える。例えば、 $f=0.1$ の場合には、 $S_r=0.0\sim 0.3$ に対応して $\beta_{2\max}^C=-4^\circ\sim 3^\circ$ となる。したがって、摩擦係数が比較的大きいときにはあまり大きく屈折しないが、き裂面に内圧が働き摩擦係数が比較的小さい場合には、大きく屈折進展するものと思われる。

5. 疲労き裂進展経路と疲労寿命の評価

以上の解析結果を基にして、トライボロジー損傷生成メカニズムの解明のため、繰返し転がり接触を受ける疲労き裂の進展経路および転がり疲労寿命について考える。一般に、混合モードのき裂進展則として、パ

リス則における応力拡大係数変動幅を式(28)のエネルギー解放率 ΔG で置き換えた次式の進展則を用いる。

$$\frac{d\tilde{l}}{dN} = \begin{cases} C_0(\sqrt{\Delta G}/\sqrt{\Delta G_{th}})^\gamma, & \Delta G > \Delta G_{th} \\ 0, & \Delta G < \Delta G_{th} \end{cases} \quad \dots \dots (30)$$

ここで、 \tilde{l} は屈折き裂の全長、 N は繰返しサイクル数、 C_0, γ は実験定数で、高炭素クロム軸受鋼では $C_0=2.0\times 10^{-8}\text{ m}, \gamma=4.02$ となり⁽¹⁵⁾、 ΔG_{th} は式(29)で与えられる。疲労き裂進展経路のシミュレーション法は、前述のように初期き裂を $\tilde{l}_i=44\text{ }\mu\text{m}, \beta_i^*=36.5^\circ$ 、進展き裂増分を $\Delta\tilde{l}=5\text{ }\mu\text{m}$ とし、 $\tilde{l}_k=\Delta l(k=2, 3, \dots, n)$ と置くことにより4章のようにして数値計算した ΔG が最大となる β_k^* の方向に屈折進展するものとして、進展経路図を描きながら $k=2, 3, \dots, n$ と順次繰返し計算を進めていく。また、各屈折ステップ($k=2, 3, \dots, n$)ごとに、式(30)で $d\tilde{l}/dN=\Delta\tilde{l}/\Delta N_k$ と置いてサイクル数増分 ΔN_k を計算すれば、サイクル数 $N=\Delta N_2+\Delta N_3+\dots+\Delta N_n$ に伴うき裂長さ $\tilde{l}=\tilde{l}_i+(n-1)\Delta\tilde{l}$ の変化(以下 $\tilde{l}-N$ 線図と呼ぶ)が求まる。

まず図7には $f=0.1$ で S_r を $0.0, 0.1, 0.3, 0.5$ と4通りに変化させた場合のき裂進展経路を、また図8にはそのときの $\tilde{l}-N$ 線図を示す。図7より、き裂面に内圧が働かない場合には、すべり率(熱的効果)が大きくなるほど、より大きな損傷が生じていることがわかる。さらに、これらの損傷形状をピットとみなせ

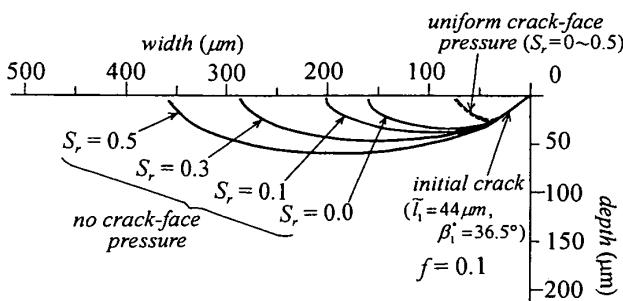


Fig. 7 Predicted of the crack path showing the thermal effect for the case of $f=0.1$

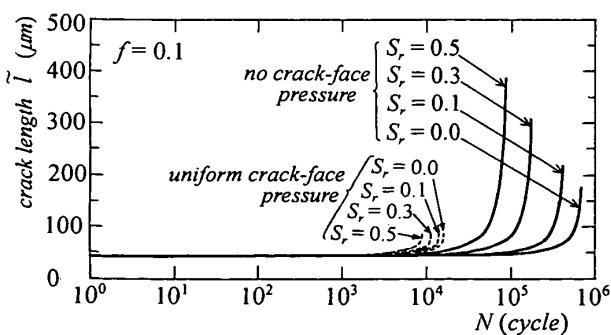


Fig. 8 Predicted crack length \tilde{l} vs. cycle N showing the thermal effect for the case of $f=0.1$

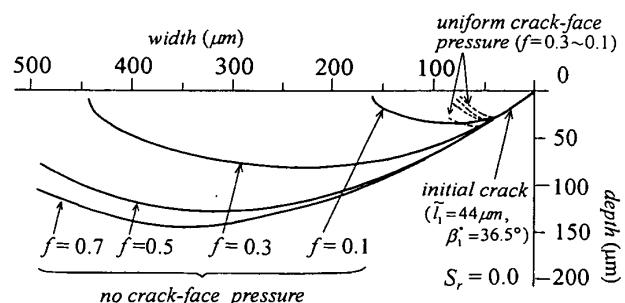


Fig. 9 Predicted crack path showing the frictional effect for the case of $S_r=0.0$

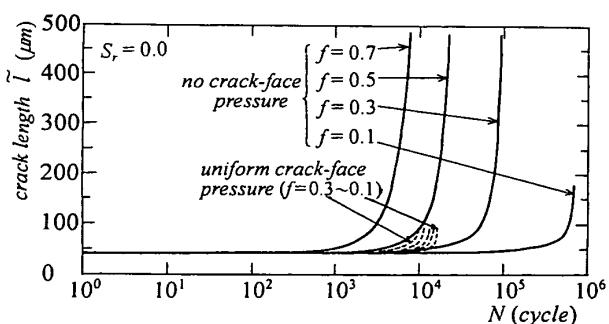


Fig. 10 Predicted crack length \tilde{l} vs. cycle N showing the frictional effect for the case of $S_r=0.0$

ば、 $S_r=0.0, 0.1, 0.3, 0.5$ に対し、最大ピット深さはそれぞれ $32 \mu\text{m}, 37 \mu\text{m}, 47 \mu\text{m}, 60 \mu\text{m}$ と熱的効果の増加とともに大きくなるが、アスペクト比(最大ピット深さ/ピット長さ半長)はそれぞれ $0.38, 0.34, 0.33, 0.33$ となり、熱的効果にあまり影響を受けずに類似したピット形状を呈している。一方、き裂面に内圧が働く場合は、内圧がない場合に比べ $K_{1\max}$ の影響が大きくなるので、破線で示されるように、表面に向かって急激に屈折し小さな損傷が生じている。また、熱的効果の影響をほとんど受けず、アスペクト比が約 0.65 程度のピット形状を呈している。さらに、図 8 の \bar{l} - N 線図より、サイクル数 N の増加とともに、き裂長さ \bar{l} は最初は緩やかに増加するが、あるサイクル数で \bar{l} は急激に増加し不安定成長に達する現象を示している。そこで、この不安定成長に達するときのサイクル数、またはき裂経路の先端が半無限体表面に達するときのサイクル数を進展疲労寿命 N_f と定義すれば、例えば内圧がないとき、熱的効果の増加とともに、 $N_f = 6.8 \times 10^5 (S_r=0.0)$ から $N_f = 8 \times 10^4 (S_r=0.5)$ へと疲労寿値は短くなっている。また、き裂面に内圧が働く場合には、破線で示されるように、内圧がない場合と比べて疲労寿命はかなり短くなっている。また、熱的効果の増加とともに $N_f = 1.0 \times 10^4 (S_r=0.0)$ から $N_f = 7 \times 10^3 (S_r=0.5)$ へと疲労寿命は短くなっている。

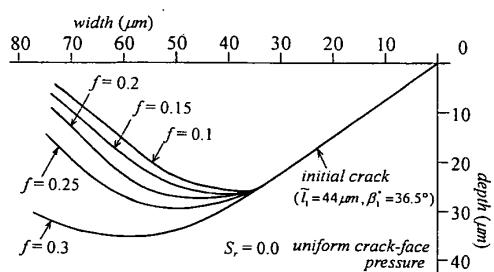


Fig. 11 Predicted crack path showing the frictional effect under the uniform crack-face pressure

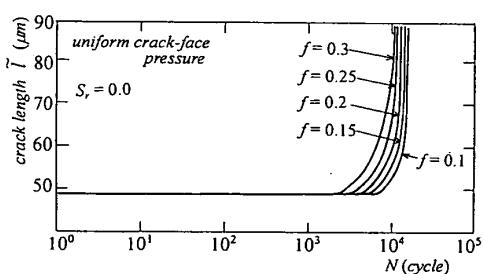


Fig. 12 Predicted crack length \bar{l} vs. cycle N showing the frictional effect under the uniform crack-face pressure

る。

次に図 9 および図 10 には、 $S_r=0.0$ (常温)の場合のき裂進展経路および \bar{l} - N 線図を示す。き裂面内圧がない場合は、 f が $0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ と 4 通りに変化した場合を示すが、摩擦係数が大きくなるに従い、疲労寿命は短くなりより大きな損傷を生ずることがわかる。例えば、 $f=0.1$ では $N_f=6.8 \times 10^5$ で最大深さ $32 \mu\text{m}$ 程度の小さなピット状損傷が生成されるのに対し、 $f=0.7$ では $N_f=8 \times 10^3$ と疲労寿命がかなり短くなり最大深さも $150 \mu\text{m}$ 程度とかなり大きな損傷となる。しかし、損傷をピット形状と仮定した場合のアスペクト比はいずれの場合も $0.37 \sim 0.39$ となり、類似した形状を示している。一方、き裂面に内圧が働く場合は $f=0.1 \sim 0.3$ のみを示すが、破線で示すように、内圧がない場合に比べかなり小さな損傷が生じ疲労寿命は短くなっている。また、図 11 および図 12 には、き裂面に内圧が働く場合について、 f を $0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ と 5 通りに変化させた場合のき裂進展経路および \bar{l} - N 線図の詳細を示す。き裂面内圧が働く場合には、摩擦係数の増加とともに疲労寿命は、 $N_f=1.6 \times 10^4 (f=0.1)$ から $N_f=1.1 \times 10^4 (f=0.3)$ へとわずかに小さくなっているが、最大損傷深さは $26 \mu\text{m} (f=0.1)$ から $35 \mu\text{m} (f=0.3)$ へと大きくなっている。しかし、損傷をピット形状と仮定した場合のアス

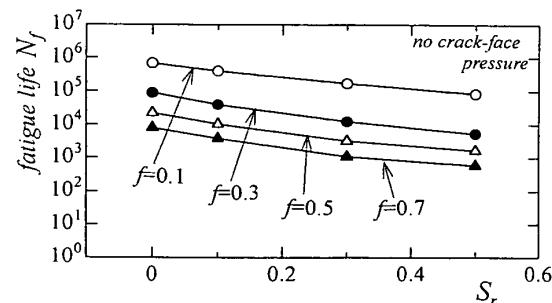


Fig. 13 Predicted fatigue life N_f as a function of S_r (thermal effect) for no crack-face pressure

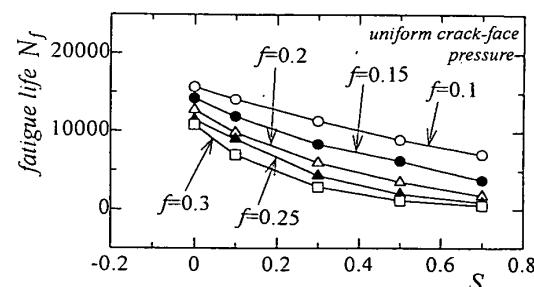


Fig. 14 Predicted fatigue life N_f as a function of S_r (thermal effect) for uniform crack-face pressure

ペクト比はいずれの場合も約 0.65 となり、類似した形状を示している。

最後に、上述の疲労寿命 N_f に及ぼす熱的効果と摩擦効果を明らかにするために、図 13 にはき裂面に内圧が働くかない場合について、 f を 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 と 4 通りに変化させた場合の疲労寿命 N_f の S_r による変動(熱的効果)を示す。いずれの場合も S_r の増加とともに N_f はほぼ直線的に減少している。また、摩擦係数が大きくなると進展疲労寿命もかなり短くなる。例えば、 $f=0.7$ の場合では N_f はかなり小さく、また熱的効果の増加とともに、 $N_f=8 \times 10^3 (S_r=0)$ から $N_f=6 \times 10^2 (S_r=0.5)$ へと疲労寿命は短くなっている。また、図 14 にはき裂面に内圧が働いた場合について、 f を 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3 と 5 通りに変化させた場合の疲労寿命 N_f の S_r による変動(熱的効果)を示す。内圧がない場合(図 13)に比べ N_f の値はかなり小さくなり、熱的効果並びに摩擦係数の増加とともに N_f はさらに小さくなっている。この S_r (熱的効果)による N_f の減少割合は摩擦係数が大きいほど著しくなっている。例えば、 $f=0.3$ の場合では N_f はかなり小さく、さらに S_r (熱的効果)の増加とともに、疲労寿命は $N_f=1.1 \times 10^4 (S_r=0)$ から $N_f=5 \times 10^2 (S_r=0.7)$ へと著しく低下している。

6. 結 言

摩擦熱を伴う転がりすべり接触を受ける半無限体表面の m 回複屈折き裂の応力拡大係数を解析し、実際に高炭素クロム軸受鋼(JIS-SUJ 2)を例にとり、初期き裂長さ $\bar{l}_1=44 \mu\text{m}$ 、傾斜角度 $\beta^*=36.5^\circ$ として、エネルギー解放率クライテリオンにより屈折方向を推定し、疲労き裂進展則によりき裂長さ \bar{l} と繰返し転がり接触のサイクル数 N の関係を数値的に明らかにし、破損に至るまでのき裂進展経路と疲労進展寿命 N_f の評価を試み、本数値計算例の範囲で次の結論を得た。

(1) 単屈折き裂($m=1$)の応力拡大係数の数値結果より、き裂面内圧がない場合で摩擦係数が小さい場合や摩擦係数もすべり率も大きい場合には、 $K_{\text{I},\text{max}}$ は ΔK_{II} に比べ無視できるほど小さく、モード II の進展が考えられる。一方、き裂面に内圧が働くいた場合は、 $K_{\text{I},\text{max}}$ もかなり大きく、混合モードの進展が考えられ、とくに摩擦係数もすべり率も小さい場合には ΔK_{II} よりも $K_{\text{I},\text{max}}$ のほうが大きくなり、表面に向かって急激

に屈折しやすくなる。

(2) 摩擦係数並びに熱的効果(すべり率)が大きくなるほど、疲労寿命は短くなり、より大きなピット状損傷が生成されやすくなる。また、き裂面に内圧が働くいた場合には、働くかない場合に比べ、疲労寿命はさらに短くなり、より小さなピット状損傷が生成されやすくなる。

(3) ピット状損傷のアスペクト比(最大ピット深さ/ピット長さ半長)は、き裂面内圧が働く場合は約 0.65、働くかない場合は 0.33~0.39 程度となり、損傷の形状は摩擦係数や熱的効果によりあまり大きく影響を受けない。

文 献

- (1) Way, S., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 2 (1935), 49-58.
- (2) Zhou, R. S., Cheng, H. S. and Mura, T., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 111-4 (1989), 605-613.
- (3) 兼田楨宏・ほか 4 名、機論, 61-588, C (1995), 3402-3409.
- (4) Keer, L. M. and Bryant, M. D., *Trans. ASME, J. Lubr. Tech.*, 105-2 (1983), 198-205.
- (5) Bower, A. F., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 110-4 (1988), 704-711.
- (6) Murakami, Y., ほか 3 名, *Trans. ASME, J. Tribol.*, 119-4 (1997), 788-796.
- (7) Kaneta, M., ほか 3 名, *Trans. ASME, J. Tribol.*, 120-2 (1998), 304-309.
- (8) Goshima, T. and Keer, L. M., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 112-2 (1990), 382-391.
- (9) 五嶋孝仁・Keer, L. M., 機論, 56-532, A (1990), 2567-2572.
- (10) 五嶋孝仁・石原外美、機論, 63-607, A (1997), 471-477.
- (11) Farris, T. N., Keer, L. M. and Steele, R. K., *J. Mech. Phys. Solids*, 35-6 (1987), 677-700.
- (12) Yu, M. M. H. and Keer, L. M., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 111-4 (1989), 648-654.
- (13) Mukai, D. J., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 122-1 (2000), 23-29.
- (14) Wu, C. H., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 45-3 (1978), 553-558.
- (15) Hanson, M. T. and Keer, L. M., *Trans. Tribol.*, 35-3 (1992), 451-461.
- (16) Dundurs, J., *Mathematical Theory of Dislocations*, (1975), 70, ASME Publication.
- (17) Muskhelishvili, N. I., *Some Basic Problems in the Mathematical Theory of Elasticity*, 4 th Ed., (1954), 471-474, Noordhoff.
- (18) Gerasoulis, A., *Comput. Math. Applics.*, 8 (1982), 15-22.
- (19) Azarkhin, A., Barber, J. R. and Rolf, R. L., *Key Eng. Mater.*, 33 (1989), 135-160.
- (20) Hills, D. A. and Barber, J. R., *Wear*, 102 (1985), 15-22.
- (21) Fan, H., Keer, L. M. and Mura, T., *Tribol. Trans.*, 35-1 (1992), 121-127.