

微小き裂進展特性を考慮した  
緻密骨の引張疲労過程のコンピュータシミュレーション\*  
(応力繰返し速度の影響)

石原 外美\*<sup>1</sup>, 五嶋 孝仁\*<sup>1</sup>  
太田 美紀\*<sup>2</sup>, 清水 理能\*<sup>1</sup>

Computer Simulation of Tensile-Fatigue-Process of Cortical  
Bone on the Basis of Fatigue Crack Growth Behavior  
(Effect of Stress Frequency)

Sotomi ISHIHARA \*<sup>3</sup>, Takahito GOSHIMA,  
Miki.OTA and Masayoshi SHIMIZU

\*<sup>3</sup> Department of Mechanical Engineering, Toyama University,  
3190 Gofuku, Toyama-shi, Toyama, 930-8555 Japan

In this study, fatigue experiments of stress ratio 0.1 were conducted using the bovine-cortical-bone specimen under stress frequency of 0.3 and 20 Hz. It was clarified that the fatigue lives of bovine bone increased with an increase in the stress frequency, however the rate of fatigue crack growth lowered with the stress frequency. By considering the crack growth behavior during the fatigue process, computer simulation of the tensile fatigue process of the bovine bone was conducted to clarify the fatigue mechanism of the bone. The obtained S-N curve from the simulation agrees well with the experimental one, and leads the different fatigue lives with the stress frequency.

**Key Words:** Cortical Bone, Fatigue Life, Crack Propagation, Simulation, Stress Frequency

## 1. 緒 言

骨は、荷重やひずみの影響を受け、その形状を機能的に変える最適構造体である。また、骨は単に体を支持するだけでなく、栄養補給・造血等の役割を果たしており一種の機能複合材料としてみなされている<sup>①</sup>。このような機能的に優れた生体の特性を将来機械・構造設計に応用していくためには、生体硬組織の疲労破壊メカニズムを明らかにする必要がある。

骨は体重を支えているために、骨には通常繰返し圧縮応力が作用しているが、この他に、種々の運動時あるいは日常の動作において、骨には曲げ荷重による繰返し引張応力が作用している。また骨の中でも海綿骨は、多数の骨小柱より構成され、ラーメン構造とも言える骨りよう組織を有している。斜め材としての骨小柱には、体重等の圧縮荷重時に曲げ、圧縮、引張等の荷重が負荷される。従って日常生活において、骨には種々の平均応力、並びに繰返し速度をもつ応力が作用している。このような骨の疲労特性を明らかにするには、骨の疲労強度に及

ぼす応力繰返し速度の影響や、負荷応力比の影響を明らかにする必要がある。

これまでになされた骨の疲労寿命に及ぼす応力繰返し速度の影響に関して以下の研究がある。

著者らは既報<sup>②</sup>において牛骨の回転曲げ疲労試験を行い、き裂発生、進展の特性と骨組織との関わりを微視組織的に検討し、疲労寿命並びにき裂進展速度に及ぼす応力繰返し速度の影響について報告した<sup>③</sup>。その結果、応力比-1で行った回転曲げ疲労実験では、疲労寿命並びにき裂進展特性に及ぼす応力繰返し速度の影響は認められないことを明らかにした。Laffertyら<sup>④</sup>は応力比-1のもとで、牛緻密骨の疲労寿命に及ぼす応力繰返し速度の影響を検討し、30Hz以上の応力繰返し速度域では、応力繰返し速度の増加とともに疲労寿命が上昇することを報告している。そして、これらの結果を静的機械的性質のひずみ速度依存性より説明している。また、Carterら<sup>⑤</sup>は人間の大腿骨の片振り引張疲労実験並びに両振りの引張圧縮疲労実験を行い、骨の疲労寿命は時間依存型のモデルにより説明できることを主張している。Calelら<sup>⑥</sup>は0.02~2Hzの低応力繰返し速度域における、片振り引張並びに片振り圧縮疲労実験を行い、前者の場合には時間依存型の、後者の場合には繰返し依存型の損傷が生じることを報告している。Wilsonら<sup>⑦</sup>は馬の骨を用い、30~40Hzの応力繰返し速度では、腱や骨に疲労による

\* 原稿受付 2002年2月20日。

\*<sup>1</sup> 正員、富山大学工学部(〒930-0887 富山市五福3190)。

\*<sup>2</sup> 学生員、富山大学大学院理工学研究科。

E-mail: ishi@eng.toyama-u.ac.jp

損傷が生じることを報告している。Ziopoulos ら<sup>(1)</sup>は人骨と牛骨を用いて 0.5 および 5Hz の応力繰返し速度で引張疲労試験を行い、骨の破壊寿命は応力繰返し数と時間の両者の関数として与えられることを報告している。

以上のこれまでの研究結果が示すように、骨の疲労寿命に及ぼす応力繰返し速度の影響については今だ統一した見解は得られていないようであり、応力比との関わり合いで複雑に変化する。

本研究では、牛緻密骨試験片を用いて、応力比 0.1 の片振り引張り疲労実験を応力繰返し速度 0.3Hz と 20 Hz のもとで行った。ついで骨試験片を、オステオンを素単位とした梁構造物で近似し、またき裂の進展を考慮することにより、骨の片振り引張り疲労過程のコンピュータシミュレーションを行った。そして得られた疲労寿命と応力繰返し速度の関係を実験結果と比較することを通じて、疲労破壊現象を支配する機構を考察した。

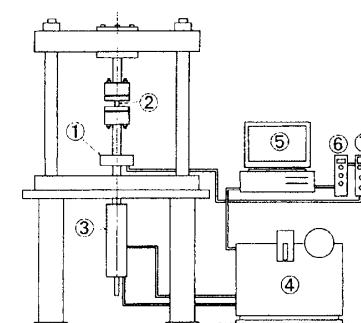
## 2. おもな記号

- $R$  : 応力比
- $f$  : 応力繰返し速度 (Hz)
- $da/dN$  : き裂の進展速度 (m/cycle)
- $\Delta K_I$  : モード I の応力拡大係数幅 (MPam<sup>1/2</sup>)
- $\Delta K_{th}$  : 応力拡大係数幅のき裂進展下限限界値 (MPam<sup>1/2</sup>)
- $\Delta K_{IC}$  : 疲労破壊靱性値 (MPam<sup>1/2</sup>)
- $\Delta \sigma$  : 応力変動幅 (MPa)
- $\sigma_{max}$  : 最大公称応力 (MPa)
- $\Delta \sigma_p$  : 軸応力 (MPa)
- $\Delta \tau$  : 軸せん断応力 (MPa)
- $\Delta \sigma_M$  : 曲げ応力 (MPa)
- $N_f$  : 疲労寿命 (cycle)
- $N$  : 繰返し数 (cycle)
- $\varepsilon$  : ひずみ
- $E$  : ヤング係数 (GPa)
- $E_0$  : 初期ヤング係数 (GPa)
- $A$  : 断面積 (m<sup>2</sup>)
- $I$  : 断面 2 次モーメント
- $T$  : 梁要素の幅 ( $\mu$ m)
- $a_i$  : 初期き裂長さ ( $\mu$ m)
- $m$  : パリス則における定数
- $C$  : パリス則における係数

## 3. 実験結果

3. 1. 実験方法並びに試験片 用いた試験機は、Fig1 に示すような油圧式サーボ疲労試験機である。応力比  $R=0.1$  の片振り引張り疲労試験を行った。2 種類の応力繰返し速度 0.3 および 20Hz のもとで疲労実験を行った。通常の日常の生活において骨に負荷される荷重は約

2Hz であるから、前者は日常生活における繰返し速度よりも一桁小さな繰返し速度、後者は逆に一桁大きな繰返し速度に対応する。応力波形として正弦波を用いた。



①Load cell ②Specimen ③Actuator ④Pump  
⑤Personal computer ⑥Servo amp ⑦Strain meter

Fig.1 Servo-hydraulic fatigue machine.

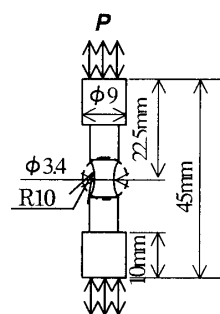


Fig.2 Specimen's shape and dimensions

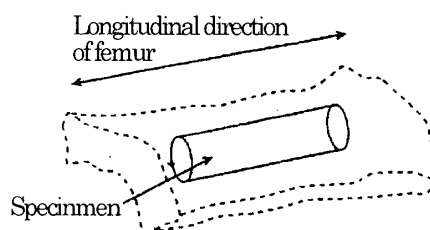
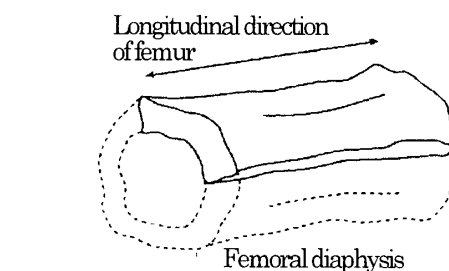
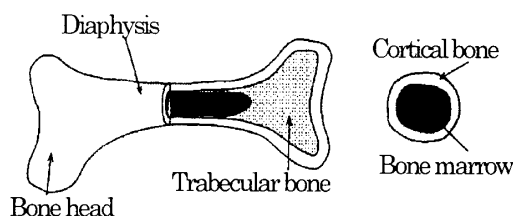


Fig.3 Picking-up-method of the specimen from femur.<sup>(1)</sup>

供試材は市販の牛大腿骨の緻密質である。試験片形状を Fig2 に示す。試験片の加工は、Fig3 に示すように、まず骨頭部を切断し骨内部の骨髓を除去した後、中央の骨幹を取り出し、その半分を約 10×10×60mm の大きさに切断した。その後、旋盤にて円筒状に機械加工した。試験片の軸方向が大腿骨の長手方向に一致するように、また最小断面部が大腿骨の中央部に来るように加工した。試験片表面の観察を容易にするため、また機械加工による傷等を除去するために、試験片表面をエメリー紙 (#1000~1500) で研磨後、さらにダイヤモンドペーストによる仕上げ研磨を行い、実験に供した。試験片の加工作業の間、骨が乾燥しないように留意して行った。加工後の試験片は、腐敗と乾燥を防止するために、273K の一定温度の 3% 塩水中に入れて保管した。疲労過程の微小き裂の観察は以下の方法によった。疲労過程の任意の繰返し数で疲労実験を中断し、試験片表面のレプリカを採取した。レプリカ上に記録されたき裂の長さを 400 倍の光学顕微鏡により観察することにより、き裂の長さを測定し、き裂の進展曲線を求めた。

3. 2. 疲労寿命と最大応力の関係<sup>(6)</sup> Fig4 はこれまでに実験的に得られた牛緻密骨の最大応力  $\sigma_{max}$  と疲労寿命  $N_f$  の関係を、応力繰返し速度  $f$  が (a) 0.3Hz と (b) 20Hz の場合について示したものである。

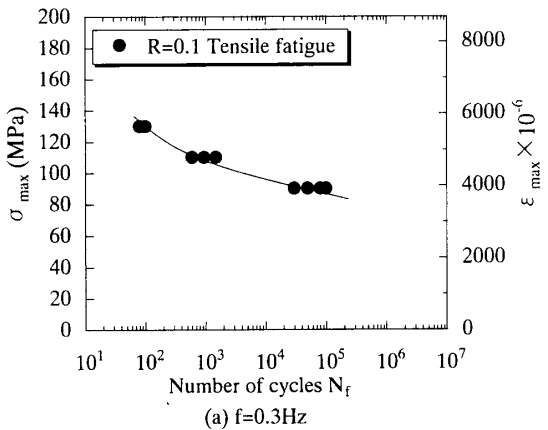


Fig4 S-N curve for bovine bone (Experiment).<sup>(6)</sup>

また縦軸には負荷ひずみ  $\epsilon_{max}$  の値も示してある。また図中(a)の実線並びに(b)の破線は、最大応力値が一定における、複数試験片の疲労寿命値の平均値を滑らかな線で結んだものである。また(b)図では応力繰返し速度による寿命の差異を比較するために、実線と破線の両者が記入されている。図(a)と(b)を比較すると、0.3Hzの方が20Hzより疲労寿命が短くなっていることがわかる。

3. 3. 疲労寿命  $N_f$  と応力繰返し速度  $f$  の関係<sup>(6)</sup> Fig5 は、これまでに実験的に得られた牛緻密骨の疲労寿命  $N_f$  と応力繰返し速度  $f$  の関係を、負荷応力  $\sigma_{max}=90$  MPa、応力比  $R=0.1$  に対して示したものである。図中には比較のために既報<sup>(5)</sup>の応力繰返し速度 15Hz に対する結果も併せてプロットしてある。図より  $f$  の増加とともに  $N_f$  が増加していることがわかる。

3. 4. 微小表面き裂の進展特性 Fig6 は  $R=0.1$  の片振り引張疲労過程で観察された数十ミクロンから数百ミクロンの寸法の微小表面き裂の進展速度  $da/dN$  と応力拡大係数幅  $\Delta K$  の関係を  $f=0.3$  Hz と  $f=20$  Hz に対して示したものである。 $\Delta K$  値は、き裂形状を半円表面き裂と仮定し、次式より算出した。

$$\Delta K = 0.73 \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

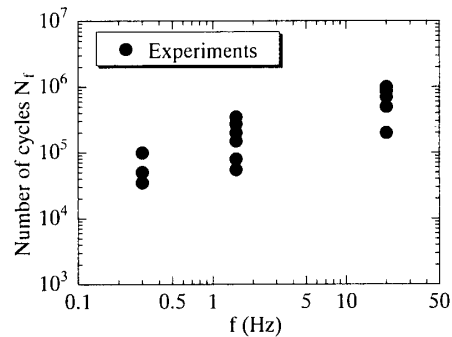


Fig5 Fatigue lives as a function of  $f$ . ( $\sigma_{max}=90$  MPa,  $R=0.1$ ).<sup>(6)</sup>

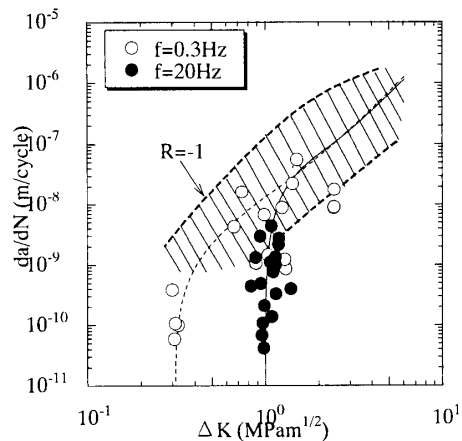


Fig6 Relationship between  $da/dN$  and  $\Delta K$

ここで $\Delta\sigma$ は応力幅、 $a$ はき裂半長である。図中には、両繰返し速度に対するき裂進展速度の近似線を実線と破線で示してある。 $R=0.1$ の高速き裂進展速度域における実験値が少ないため、図中ハッチングで示した $R=-1$ におけるき裂進展データ<sup>6)</sup>を考慮して近似線を決定した。図より低き裂進展速度域において、応力繰返し速度 $f=0.3\text{Hz}$ と $20\text{Hz}$ の間に明確な差異が認められる。本研究の骨の疲労シミュレーションでは、これらの近似曲線より得られる定数値を用いた。これらの値については後述する。

### 4. 骨組織のモデル化

本実験に用いた標準的な牛大腿骨の緻密骨内部の横断面・縦断面の写真を Fig.7(a), (b)にそれぞれ示す。Fig.7(a)より、骨内を縦に走るハーバース管の周囲を同心円状に配列するオステオン（骨単位）が観察される。このオステオンは、木材の年輪のように層状の組織を作り、構造的には円筒形の単位を形成している。

また各オステオンの間には形が不規則な介在層板の存在も観察できる。このオステオンと介在層板の境界線を結合線と呼んでおり、Fig.7(b)では、上記オステオンや結合線と共に、所々に貫通管や骨小腔が観察される。

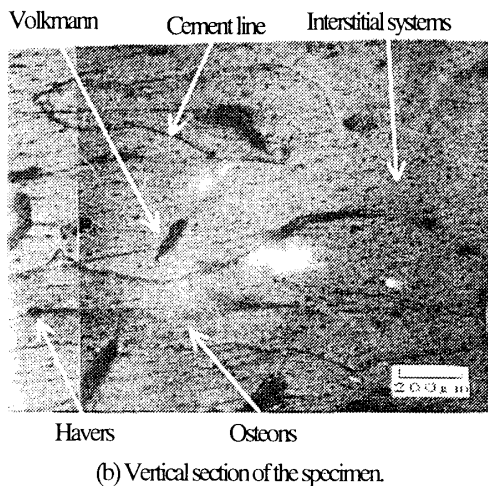
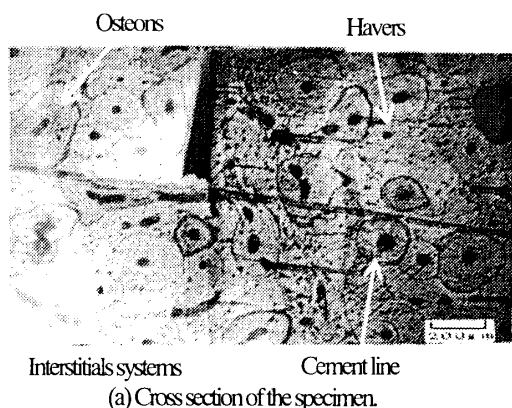


Fig.7 Photograph of the bovine bone.<sup>(5)</sup>

本研究では、Fig.8(a)の緻密骨の縦断面を、図中の太線で示されるセル組織の集合体と考える。さらにこれらのセルを、Fig.8(b)のような一定寸法で六角形状のセル組織の集合体として、Fig.9のようにモデル化した。さらに、実際の骨試験片断面を垂直部材と斜め部材よりなる2次元ラーメン構造で近似した。近似に当たって、骨組織とラーメン部材の $EI$ が等しくなるようにした。ここで、 $E$ はヤング率、 $I$ は断面二次モーメントである。Fig.9の各部材に作用する引張応力 $\Delta\sigma_p$ 、曲げモーメント $M_1$ 、 $M_2$ は垂直応力成分を与え、部材に存在する欠陥のモードI型き裂進展の駆動力を与える。せん断応力 $\Delta\tau$ はモードII型き裂進展の駆動力となる。本研究の片振り引張疲労では、モードI型き裂進展が支配的であるので、せん断応力の影響を無視した。

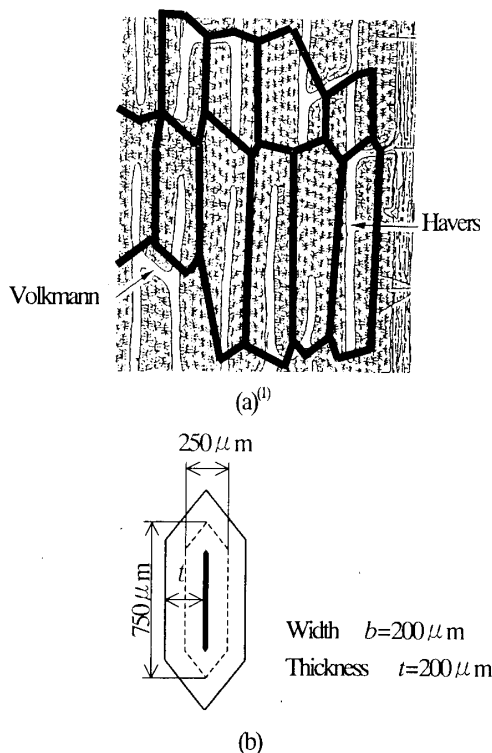


Fig.8 Microstructure of bone.

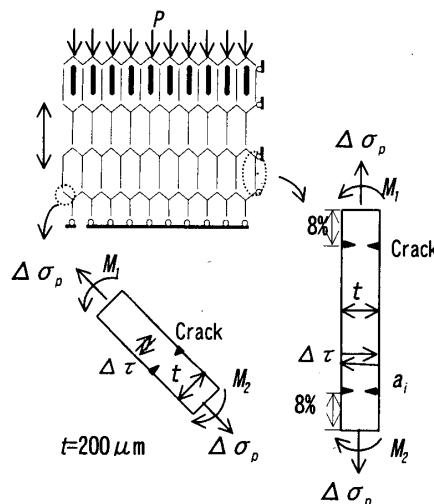


Fig.9 FEM model for the specimen.

疲労過程で部材が一本ずつ破壊する毎に、生存している部材に負荷される応力値を平面骨組解析（有限要素法）によって求めた。解析にあたって、対称性を考慮して試験片の4分の1のみを解析した。要素数、並びに節点数はそれぞれ122及び94である。

Fig7(b)に示すように、骨組織は潜在的にハーバース管や貫通管等の欠陥を含んでいる。Fig10は貫通管からのき裂発生例を示したものである<sup>(4)</sup>。この例以外にも、骨中のハーバース管、骨小腔等の組織からもき裂は発生・進展することが分かっている<sup>(5)</sup>。

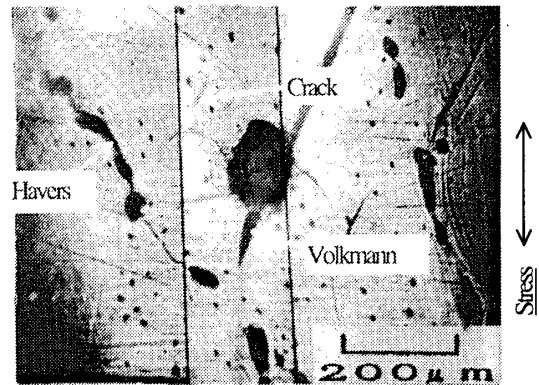


Fig.10 Crack initiation from Volkman (Bending fatigue,  $\sigma=90\text{MPa}$ )<sup>(4)</sup>.

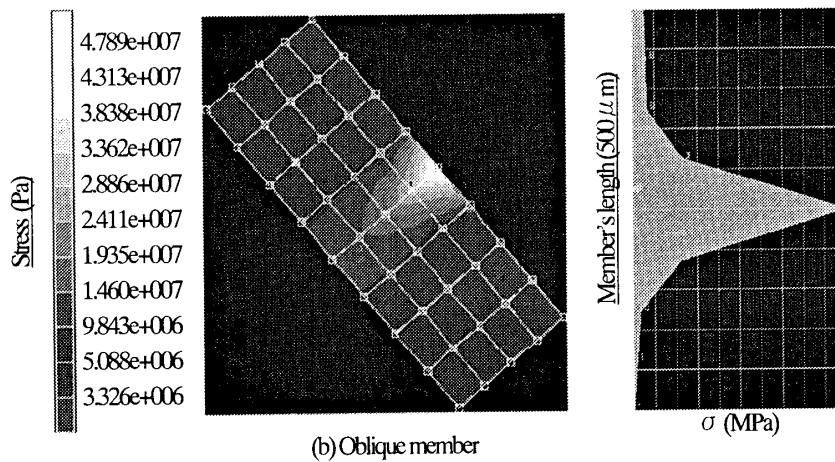
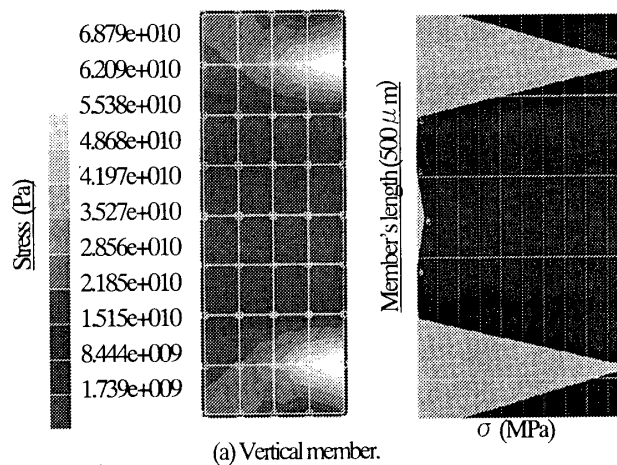


Fig.11 Stress distribution in the truss-member (FEM).

骨の疲労過程において、垂直部材では上下端より8%の部分に存在する欠陥から、また斜め部材では中央部に存在する欠陥からき裂が発生・進展するものと仮定した。この理由は、Fig11の有限要素法の結果が示すように、荷重負荷時の垂直部材並びに斜め部材の最大応力の発生箇所が上記の部位と対応するからである。欠陥は部材の左右どちらにも存在する可能性があるが、荷重を負荷した際に、応力拡大係数幅 $\Delta K$ 値が大きな欠陥のみが存在

するものとして計算を行った。なお、Fig11で骨組み解析ではなく二次元有限要素法による計算を行った理由は骨組織の厚みを考慮して計算を行うためである。要素として8節点アイソパラメトリックス要素を用い、要素数は32である。要素分割数を512とした計算も行ったが、最大応力の発生位置に及ぼす要素寸法の影響は認められなかった。

## 5. 骨の疲労破壊過程の

## コンピュータシミュレーション

Fig 9 の骨試験片を構成する部材にモンテカルロ法により初期欠陥を与える。欠陥をき裂とみなし、その応力拡大係数がき裂進展下限界値以上の場合は、欠陥からのき裂進展を許す。き裂進展によって部材が一個でも破壊すると、その部材の剛性が失われるので、未破壊の部材に再分布する応力値をその都度 FEM により計算した。以後、次の部材が破壊するまで、この新しい応力分布を用いて疲労き裂進展シミュレーションを繰り返す。試験片の最終破壊は、試験片のみかけのヤング率が初期値の 60% 以下になったときに生じるものと定義した。

以下では、シミュレーションプログラムの各ルーチンの役割、内容について詳述する。

(I) 初期き裂の分布 骨組織中の貫通管や骨小腔等の空孔を初期き裂と見なし、その長さを  $a_i$  とした。骨中には種々の寸法の組織が存在するから、試験片中に大きな組織が存在するか否かによって、き裂発生寿命の変動が生じる。初期き裂長さ  $a_i$  の分布は Fig 12 の実測した分布<sup>(4)</sup>を次式の 3 母数ワイブル分布で近似した。

$$f(a_i) = 1 - \exp\{-(a_i - 7.7)^{131}/78.6\} \quad (2)$$

ここで  $a_i$  の単位は  $\mu\text{m}$  である。疲労シミュレーションでは、式 (2) のワイブル乱数を用いて、各部材に初期き裂を発生させた。

(II)  $\Delta K_I$  の算出 荷重負荷によって、各部材に生じる軸方向応力  $\Delta\sigma_p$ 、せん断応力  $\Delta\tau$ 、曲げ応力  $\Delta\sigma_M$  を有限要素解析によって求め、モード I の応力拡大係数幅  $\Delta K_I$  を、次式によって計算した。

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_p + \Delta\sigma_M \quad (3)$$

$$\Delta K_I = 0.73 \Delta\sigma \sqrt{\pi a_i} \quad (4)$$

(III) き裂の進展開始条件 き裂の進展開始条件として、 $\Delta K_I$  がき裂進展下限界値  $\Delta K_{Ih}$  ( $\text{MPam}^{1/2}$ ) に達した時点とした。 $\Delta K_h$  として実測値を用いた。値を表 1 に示す。

$$\Delta K_I \geq \Delta K_h \quad (5)$$

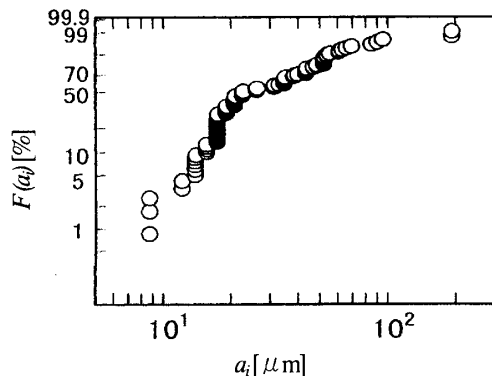


Fig.12 Distribution of the initial flaw size,  $a_i$  in the bovine bone.

Table 1 The parameters used in the simulation.

$f$ (Hz)	$m$	$C$	$\Delta K_h$ ( $\text{MPam}^{1/2}$ )
0.3	3	$3.16\text{E}-9$	0.35
20	3	$3.16\text{E}-9$	1.0

(IV) き裂進展 き裂進展則としてパリス則を用いた。

$$da/dN = C \Delta K^m \quad (6)$$

ここで  $C$ ,  $m$  は材料定数である。シミュレーションに用いた諸定数を表 1 に示す。これらの値は Fig 6 の実測値より求めた。一般に  $m$ ,  $C$  は確率変数であるが、過去の研究より、 $m$  を一定値、 $C$  を対数正規分布と仮定することによって実験結果を良く模擬できることがわかっている。そこで、本研究においても、 $C$  を Fig 13 の対数正規分布として与えた。但し、平均値  $3.16 \times 10^{-9}$ 、標準偏差は 0.4189 である<sup>(4)</sup>。

(V) 部材の破壊条件 梁部材の破壊の定義は、き裂長さ  $a_i$  が梁要素幅  $t$  の 80% に達した時、もしくは応力拡大係数幅  $\Delta K_I$  が破壊靱性値  $\Delta K_{IC}$  に達した時と仮定した。

$$a_i \geq 0.8t \quad (7)$$

$$\Delta K_I \geq \Delta K_{IC} (=6.0) \quad (8)$$

(VI) 試験片の破壊の定義 有限要素解析より試験片の変位量を算出し、これより試験片の見かけのヤング率  $E$  の変化を求めた。試験片の最終破壊は、ヤング率  $E$  がその初期値  $E_0$  の 60% 以下になった時点と定義した。

$$E \leq 0.6E_0 \quad (9)$$

## 6. シミュレーション結果と実験結果との比較

6.1. SN 線図 Fig 14 はシミュレーションより得られた SN 線図を繰返し速度 0.3Hz と 20Hz について示したものである。図中には、比較のために実験結果をハッチング領域で示してある。図よりわかるように、実験結果とシミュレーション結果は、疲労寿命の大きさ並びにデータのばらつきの幅も含めて良く一致している。このことはき裂発生源としての初期欠陥分布、並びにき裂進展則における  $C$  の確率分布が対数正規分布であると考えることによって、実験における疲労寿命のばらつきを再現できることを意味している。

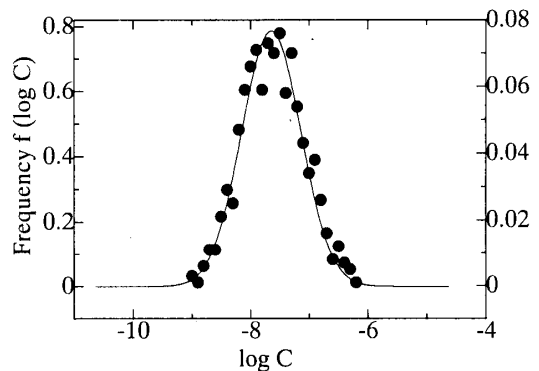


Fig.13 Lognormal distribution of parameter  $C$ .

$f=20\text{Hz}$ のシミュレーションにおける疲労限度  $\varepsilon_{max}$  は、引張疲労に対する数居値  $2500\mu\varepsilon^{(0)}$  とよく一致する。また  $f=0.3\text{Hz}$  では  $2000\mu\varepsilon$  と  $20\text{Hz}$  におけるそれと比較して低い。これまでに報告されている疲労限度に対する  $\varepsilon$  の数居値は、き裂進展の下限界値  $\Delta K_{th}$  とほぼ対応する値と考えられる。

6.2 疲労寿命  $N_f$  と応力繰返し速度  $f$  の関係 シミュレーションより得られた疲労寿命と応力繰返し速度  $f$  との関係、Fig.15に実験結果 ( $\sigma_{max}=90\text{MPa}$ ,  $R=0.1$ ) とともに示す。図よりわかるように、計算値と実験値とは良く一致している。シミュレーション結果は、応力繰返し速度の増加とともに疲労寿命が増加する傾向を示しているが、この結果は実験結果と同一である。

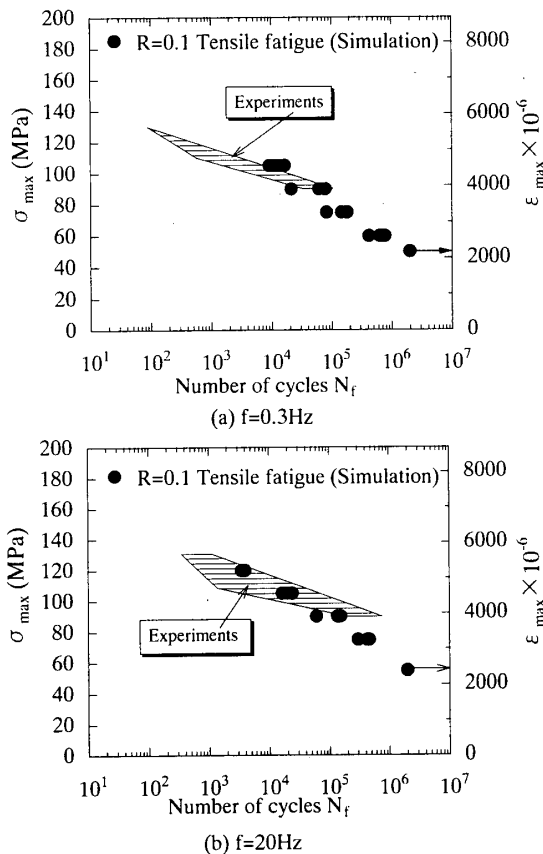


Fig.14 S-N curves obtained from the simulation.

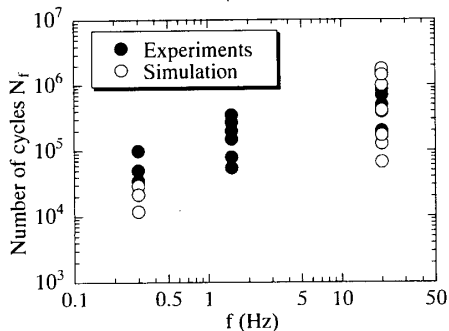


Fig. 15  $N_f$  vs.  $f$ . Comparison between simulated and experimental data.

骨には粘弾性効果が存在する。応力繰返し速度が速ければ速いほど粘弾性効果が強まり、骨組織による水分や体液の拘束効果が有効に発生し、静的強度も増加する。従って応力繰返し速度が  $20\text{Hz}$  の疲労過程では、 $0.3\text{Hz}$  の場合と比較して、拘束効果によりき裂進展速度が遅くなり、疲労寿命が長くなるものと考えられる。

## 7. 結 言

(1) 応力繰返し速度の増加に伴い、き裂進展速度は下限界値近傍で低下する。

(2) 骨試験片を六角形状のオステオンから成る2次元梁構造物モデルで置き換え、き裂進展挙動をもとに牛骨の片振り疲労過程のコンピュータシミュレーションを行った。得られたS-N線図は実験結果とよく一致する。また、初期欠陥分布、並びにき裂進展則における定数  $C$  の確率分布を考慮することにより、実験データの変動も再現できる。

(3) 本シミュレーションから、疲労破壊が生じるためのひずみのしきい値として  $2000\text{--}2500\mu\varepsilon$  が得られた。これは骨の片振り引張り疲労に対する文献値とよく一致する。従って疲労破壊に対するひずみのしきい値はき裂進展の下限界値と対応する。

## 文 献

- (1) 日本機械学会編, 生体材料, (1991), 71-141, (株) オーム社.
- (2) 石原・他2名, 機論, **59**-557, A(1993), 50-56.
- (3) 石原・他3名, 機論, **61**-585, A(1995), 1115-1121.
- (4) 石原・他3名, 機論, **62**-595, A(1996), 640-646.
- (5) 石原・他2名, 機論, **64**-619, A(1998), 831-838.
- (6) Lafferty, J.F. and Raju, P.V.V., Trans. ASME, **101**(1979), 112-114.
- (7) Lafferty, J.F., Aviation, Space and Environmental Medicine, **49**(1978), 170-174.
- (8) Carter, D.R. and Caler, W.E., Trans. ASME, **105**(1983), 166-170.
- (9) Caler, W.E. and Carter, D.R., J. Biomech., **22**(1989), 625-635.
- (10) Pattin, C.A., Caler, W.E. and Carter, D.R., J. Biomech., **29**(1996), 69-79.
- (11) Wilson, A.M. and McGuigan, M.P. Nature, **414**(2001), 895-899.
- (12) Zioupos, P., Currey, J.D. and Casinos, A. J. Theoretical Biology, **210**(2001), 389-399.